dawes

tratado de electricidad

1. corriente continua

TRATADO DE ELECTRICIDAD

I

CORRIENTE CONTINUA

Ediciones G. Gili, S.A. de C.V.
México, Naucalpan 53050 Valle de Bravo, 21 Tel. 560 60 11

08029 Barcelona Rosellón, 87-89 Tel. 322 81 61
28006 Madrid Alcántara, 21. Tel. 401 17 02
1064 Buenos Aires Cochabamba 154-158. Tel. 361 99 98
Bogota Diagonal 45 Nº 16 B-11. Tel. 245 67 60
Santiago de Chile Vicuña Mackenna, 462, Tel. 222 45 67

CHESTER L. DAWES
Dr. Ing. Profesor de la Universidad de Harvard

TRATADO DE ELECTRICIDAD

TOMO PRIMERO
CORRIENTE CONTINUA

Versión española de la
cuarta edición norteamericana
por
SANTIAGO RUBIÓ
Ingeniero industrial

UNDECIMA TIRADA

GG/México

Ediciones G. Gili, S.A. de C.V.
México, 1986

Ninguna parte de esta publicación, incluido el diseño de la cubierta, puede reproducirse, almacenarse o transmitirse de ninguna forma, ni por ningún medio, sea este eléctrico, químico, mecánico, óptico, de grabación o de fotocopia sin la previa autorización escrita por parte de la editorial.

A COURSE IN ELECTRICAL ENGINEERING, Volume I
Fourth Edition
Copyright © 1947 by McGraw-Hill, Inc.

© Ediciones G. Gili, S.A. de C.V. México

ISBN 968-6085-11-4
Printed in Mexico – Impreso en México

Impreso en:
Litoarte, S. de R. L.
Ferrocarril de Cuernavaca, 683
México, D.F.

La edición consta de 4.000 ejemplares.

PRÓLOGO

Al revisar la última edición en lengua inglesa del presente volumen, el autor ha tenido en cuenta el considerable adelanto que se ha producido durante los últimos años en el campo de la electricidad. Este avance no ha tenido lugar solamente en la electricidad teórica, sino también en el aspecto constructivo, en el desarrollo de los mecanismos de regulación, en el transporte de la energía, en la selección de las unidades de medida y, en fin, en diversas operaciones técnicas.

Aun cuando la orientación de este libro permite incluir únicamente una parte limitada de los nuevos progresos, se ha intentado exponer con mayor extensión aquellas leyes fundamentales de la electricidad y el magnetismo que pueden servir de base para un mayor desarrollo de determinadas cuestiones.

El autor ha estudiado detenida y cuidadosamente los sistemas de unidades eléctricas que debían adoptarse en el texto. Si bien la Comisión Internacional Electrotécnica adoptó en 1935 el sistema de unidades m.k.s., se sigue utilizando en la práctica dos sistemas de este tipo, uno racionalizado y otro no, y hasta el presente ninguno de los dos se ha adoptado como norma. Por otra parte, desde un principio, las teorías eléctricas y magnéticas se han desarrollado basándose en los dos sistemas c.g.s.; en un gran número de libros de texto y de formularios se emplean todavía estos sistemas, que también se utilizan ampliamente en las publicaciones técnicas corrientes. Además, la construcción y proyecto de la maquinaria eléctrica se ha basado y continúa basándose en el empleo de las unidades eléctricas y magnéticas del sistema c.g.s. Por esta causa, es seguro que el lector se tropezará, en su trabajo, con estos dos sistemas c.g.s. y con el m.k.s., y no solamente como estudiante, sino en la práctica de su profesión. Como posiblemente será éste el primer libro de electrotecnia para muchos lectores, ha parecido conveniente que conozcan las bases en que se apoya cada uno de estos sistemas de unidades y las relaciones entre ellas, tanto como sus aplicaciones. Atendiendo a ello, se exponen los cuatro sistemas de unidades, pero separados de tal modo que en las escuelas profesionales tanto el profesor como los alumnos puedan seleccionar y desarrollar aquel de dichos sistemas que juzguen conveniente. Para aclarar las relaciones entre las unidades de unos y otros sistemas, los ejemplos que se incluyen en el texto se resuelven utilizando el sistema correspondiente a las unidades que se hayan adoptado.

Además, se han consignado, en los apéndices B y C, las magnitudes de las unidades de varios sistemas, comparándolas e incluyendo un problema como ejemplo. También se ha realizado una comparación entre las correspondientes cantidades y fórmulas que se presentan en los circuitos eléctricos y magnéticos al utilizar los sistemas c.g.s. y m.k.s.

En el texto se han utilizado las normas del Instituto Americano de In-

genieros Electricistas (American Institute of Electrical Engineers, AIEE) y de la Asociación Americana de Normalización (American Standards Association, A.S.A.) para los símbolos y representaciones gráficas, definición de los términos utilizados en electrotecnia, normas sobre aislamiento y temperaturas y máquinas rotativas.

Los semiconductores, incluyendo los varistores y termistores, se han comenzado a utilizar hace relativamente poco como elementos de los circuitos y han llegado a emplearse con frecuencia para determinadas aplicaciones, tales como medidas de temperatura y casos en que se desea que las características de los circuitos no obedezcan a leyes lineales. En el capítulo I se trata de estos semiconductores incluyendo sus características típicas de resistencia en función de la temperatura.

A medida que se extienden los sistemas de transporte de energía eléctrica y de telecomunicación, los circuitos se hacen más complicados y más difícil, con ello, la determinación de las relaciones existentes entre el voltaje y la intensidad de la corriente. Las soluciones en estos casos se facilitan extraordinariamente para las redes mediante la aplicación de las ecuaciones de Maxwell para las mallas, los teoremas de superposición de Thévenin y de reciprocidad, y la consideración de los tipos de redes π, *T y L, todos los cuales se desarrollan en el capítulo IV.*

En el capítulo dedicado a las pilas y acumuladores, los términos utilizados en los procesos electrolíticos se han definido específicamente de acuerdo con las normas de la A.S.A.; se han incluído también los progresos realizados en los elementos plomo-plomo-ácido y hierro-níquel-álcali, y algunos nuevos tipos, como los elementos Ruben y los de plata-cloruro-magnesio activados con agua, así como los acumuladores de níquel-cadmio-álcali (nicad).

El desarrollo de los imanes permanentes de aleación alnico ha conducido a nuevos diseños de los aparatos de corriente continua, tales como los tipos de imán circular y de escala concéntrica. La fotocélula ha pasado a ser un dispositivo corriente y muy utilizado, especialmente aplicado a los fotómetros y aparatos de mando, y los ohmímetros se emplean actualmente en gran escala para comprobaciones eléctricas. En el capítulo V se describen estos tipos nuevos de instrumentos, ampliándose también los detalles de las pruebas de cables en los casos de corto circuito, contacto entre hilos o con tierra.

El estudio del magnetismo se ha ampliado para incluir las teorías basadas en el modelo atómico de Bohr, en la teoría del spin *electrónico en su relación con los momentos magnéticos que se producen en los cristales y en el conocimiento de la estructura de los materiales magnéticos y sus efectos en las propiedades magnéticas, tales como el efecto Barkhausen, el punto de Curie, la permeabilidad, saturación, histéresis y magnetismo permanente. Las teorías magnéticas incluyen actualmente las relaciones entre la unidad de polo, intensidad del campo, densidad de flujo, permeabilidad de los materiales magnéticos y espacios vacíos, utilizándose los distintos sistemas de unidades. Atendiendo a la gran importancia adquirida por las aleaciones alnico, se ha añadido una* *exposición de su composición, propiedades, construcción y características de los imanes permanentes alnico, y su empleo en los platos magnéticos de sujeción. En el estudio del electromagnetismo se han incluído: la ley de Biot y Savart, expresada en unidades m.k.s. y también en c.g.s.; el desarrollo detallado de los campos magnéticos producidos por hilos rectilíneos, espiras y solenoides; circuitos magnéticos; pérdidas por histéresis obtenidas por integración de la curva representativa del ciclo; fórmulas relativas a las corrientes parásitas en núcleos formados de chapas; separación de las pérdidas en los núcleos debidas a la histéresis y a las corrientes parásitas, así como la obtención de las curvas de histéresis mediante un oscilógrafo de rayos catódicos.*

El campo eléctrico se analiza con mucho más detalle que antes, incluyéndose el concepto de los tubos de fuerza de Faraday, el teorema de Gauss, las relaciones mutuas entre la intensidad del campo, la densidad de flujo (o desplazamiento), capacidad de los materiales dieléctricos y espacios vacíos, energía por unidad de volumen y la capacidad de los cilindros paralelos y en las líneas aéreas de transporte de energía eléctrica.

Los capítulos dedicados a la maquinaria eléctrica se han revisado para incluir ilustraciones correspondientes a la práctica actual en su construcción; el cálculo de la distribución de las fuerzas magnetomotrices y su efecto en la reacción del inducido; las nuevas máquinas amplificadoras de potencia, amplidine *y* rototrol; *análisis de las pérdidas totales en las máquinas eléctricas de acuerdo con las normas A.S.A., con ejemplos basados en la combinación experimental de las pérdidas en «potencias parásitas». Las aplicaciones industriales de los diferentes tipos de motores se han resumido en una tabla; los cuadros de características y rendimientos se han revisado para adaptarlas a los tipos más modernos de máquinas, y la temperatura del aislamiento se ha ajustado para adaptarla a las normas de la A.S.A. Se incluye una descripción detallada del freno de Prony, tipo West Point, exento de vibraciones.*

En el capítulo relativo al transporte y distribución de la energía eléctrica se han incluído nuevos esquemas de circuitos de los sistemas típicos de producción iniciados con los correspondientes a las dínamos de las centrales generadoras y ultimados por el sistema de distribución con corriente continua; se señalan aquí los nuevos materiales utilizados en las redes con centros de alimentación y cajas de conexión, así como la relación entre el peso de los conductores empleados para el transporte y la distancia a que éste se realiza, y el voltaje y las aplicaciones de las baterías de acumuladores para servicio auxiliar, regulación del trabajo y servicio de socorro para alumbrado y fuerza motriz.

Se han incluído 79 problemas íntimamente relacionados con las materias que se estudian en el texto, muchos de los cuales pueden resolverse utilizando los diferentes sistemas de unidades eléctricas y magnéticas.

El autor ha de expresar gratitud a diversas personas que han utilizado las ediciones anteriores de este libro, por las observaciones que le han hecho, de inestimable valor para su revisión.

CHESTER L. DAWES

ÍNDICE ANALÍTICO

Prólogo 1

Capítulo I

Resistencia 5

Introducción, 5.—1. Naturaleza de la corriente eléctrica, 6.—2. Resistencia eléctrica, 6.—3. Conductores y aislantes, 8.—4. Unidad de resistencia, 9.—5. Relación de la resistencia con las dimensiones del conductor, 9.—6. Resistencia específica o resistividad, 11.—7. Resistencia referida al volumen, 12.—8. Conductancia, 13.—9. Resistencia de los cuerpos de sección variable, 14.—10. Resistencias en serie, 15.—11. Resistencias en paralelo, 15.—12. El circular mil, 17. 13. El milímetro cuadrado-kilómetro, 19.—14. El milímetro cuadrado-metro, 20. 15. Resistividad del cobre, 20.—16. Resistividad del aluminio, 21.—17. Normas relativas a la resistividad, 22.—18. Materiales para resistencias, 23.—19. Coeficiente de temperatura, 24.—20. Coeficientes de temperatura del cobre para varias temperaturas iniciales, 26.—21. Resistencia nula, 27.—22. Semiconductores: varistores y termistores, 27.—23. Diámetros y galgas de hilos, 29.—24. Cables multifilares, 30.—25. Conductores, 30.

Capítulo II

La ley de Ohm y el circuito eléctrico 32

26. El sistema c. g. s. de unidades eléctricas, 32.—27. Sistema práctico de unidades eléctricas, 34.—28. Sistema de unidades metro-kilogramo-segundo (m. k. s.), 34.—29. Sistema práctico (también m. k. s.) de unidades eléctricas, 35.—30. Potencial absoluto, 38.—31. Naturaleza de la corriente eléctrica, 38.—32. Diferencia de potencial, 40.—33. Medida del voltaje y de la corriente, 41.—34. Ley de Ohm, 42.—35. Circuito en serie, 44.—36. Circuito en paralelo, 45.—37. División de la corriente en un circuito en paralelo, 46.—38. Circuito en serie-paralelo, 48. 39. Potencia eléctrica, 49.—40. Potencia máxima, 51.—41. Energía eléctrica, 51. 42. Calor y energía, 53.—43. Unidades térmicas, 55.—44. Caída de tensión en los cables de alimentación de un receptor, 55.—45. Caída de tensión en una línea que alimenta dos receptores en puntos distintos, 56.—46. Cálculo de los cables alimentadores, 58.—47. Pérdidas de potencia en un alimentador, 59.

Capítulo III

Fuerza electromotriz de las baterías. Leyes de Kirchhoff 61

48. Fuerza electromotriz y resistencia de una batería, 61.—49. Resistencia y corriente de una batería, 62.—50. Potencia máxima suministrada por una ba-

tería, 63.—51. Baterías en carga, 65.—52. Batería en serie, 67.—53. Batería en paralelo, 68.—54. Montaje de elementos en serie-paralelo, 70.—55. Acoplamiento de elementos, 70.—56. Elementos con fuerzas electromotrices y resistencias desiguales, 71.—57. Distribución de la corriente entre dos baterías desiguales conectadas en paralelo, 73.—58. Leyes de Kirchhoff, 76.—59. Aplicaciones de las leyes de Kirchhoff, 78.—60. Procedimiento para el cálculo de redes, 80.—61. Dirección supuesta para la corriente, 82.—62. Otras aplicaciones de las leyes de Kirchhoff, 82.—63. Aplicaciones de las leyes de Kirchhoff a los sistemas ferroviarios, 84.—64. Aplicación de las leyes de Kirchhoff a las distribuciones de energía, 86.—65. Ecuaciones de Maxwell para las mallas, 88.—PRINCIPIOS APLICABLES A LAS REDES, 91.—66. Definiciones, 91.—67. Principio de superposición, 92.—68. Teorema de Thévenin, 93.—69. Principio de reciprocidad, 95.—70. Sistemas en triángulo y en estrella equivalentes, 96.—71. Redes de cuatro terminales, 99.

CAPÍTULO IV

Baterías primarias y secundarias 104

72. Principio de la pila eléctrica, 104.—73. Definiciones de los elementos que intervienen en la electrólisis, 106.—74. Pilas primarias, 107.—75. Resistencia interna, 107.—76. Polarización, 108.—77. Pila de Daniell, 109.—78. Pila de gravedad, 110.—79. Pila de Leclanché, 111.—80. Pilas secas, 111.—81. Pila de Ruben, 113.—82. Pilas de cloruro de plata y magnesio, activadas con agua, 114.—83. Pila patrón de Weston, 115.—ACUMULADORES.—84. Acumuladores, 117.—85. Acumuladores de plomo y ácido, 117.—86. Placas Planté, 119.—87. Placas Faure o empastadas, 122.—88. Acumulador blindado Exide, 123.—89. Acumuladores fijos, 124.—90. Separadores, 125.—91. Electrólito, 126.—92. Instalación y separación del servicio, 128.—93. Baterías portátiles, 129.—94. Características de los acumuladores, 130.—95. Carga.—ACUMULADORES ALCALINOS EDISON DE NÍQUEL Y HIERRO, 134.—96. Construcción de las placas, 135.—97. Principios electroquímicos, 136.—98. Montaje, 137.—99. Características de carga y descarga, 138.—100. Electrólito, 140.—101. Ventajas, 140.—102. Aplicaciones, 140.—103. Datos relativos a los acumuladores Edison, 141.—ACUMULADORES ALCALINOS DE NÍQUEL-CADMIO, 141.—104. Construcción mecánica, 142. 105. Electrólito, 142.—106. Carga y descarga, 143.—107. Aplicaciones y ventajas, 143.—108. Rendimiento de las baterías de acumuladores, 144.—109. Electrólisis, 145.—110. Leyes de la electrólisis de Faraday, 146.—111. Recubrimiento electrolítico, 147.

CAPÍTULO V

Instrumentos y medidas eléctricos 149

112. Fundamento de los instrumentos de corriente continua, 149.—113. El galvanómetro de D'Arsonval, 150.—114. Galvanómetros shuntados, 153.—115. Aparatos tipo Weston, 158.—116. Amperímetros, 160.—117. Voltímetros, 164. 118. Multiplicadores o bobinas adicionales, 165.—119. Aparatos de imán circular, 165.—120. Aparatos de escala concéntrica, 166.—121. Aparatos de termoelemento y vacío, 167.—122. Fotocélulas, 168.—MEDICIONES ELÉCTRICAS. MEDICIÓN DE RESISTENCIAS.—123. Método del voltímetro y amperímetro, 169.—124.

Método del voltímetro, 171.—125. Ohmímetros, 172.—126. Megger, 175.—127. Puente de Wheatstone, 178.—128. Puentes de décadas y de cuadrantes, 180. 129. Método para equilibrar un puente, 181.—130. Puente de cursor, 183. 131. Puente de Kelvin, 184.—132. Roturas, tierras y cruces, 186.—133. Ensayo de Murray, 187.—134. Ensayo de Varley, 190.—135. Ensayo de aislamiento, 191. 136. Hilos de protección, 194.—137. Potenciómetro, 195.—138. Potenciómetro de baja resistencia Leeds & Northrup, 198.—139. Otros métodos potenciométricos, 199.—140. Mediciones de tensión con el potenciómetro, 203.—141. Mediciones de intensidades de corriente con el potenciómetro, 204.—142. Medida de la potencia, 206.—143. Vatímetro, 208.—144. Contadores de energía, 208. 145. Verificación de los contadores de energía, 211.—146. Otros tipos de contadores de energía, 212.

Capítulo VI

Magnetismo e imanes permanentes 214

147. Imanes naturales, 214.—148. Materiales magnéticos, 214.—149. Acción de la temperatura, 217.—150. Imanación e histéresis, 218.—151. Efecto Barkhausen, 221.—152. Teoría de Weber y Ewing, 222.—153. Imanes, 223.—154. Aguja magnética o brújula, 225.—155. Líneas de imanación, de fuerza y de inducción, 226.—156. Sistema c. g. s. electromagnético de unidades, 229.—157. Intensidad de campo, 231.—158. Densidad de flujo, 232.—159. Inducción magnética, 234.—160. Ley del campo magnético, 235.—161. Acción de una superficie polar, 235.—162. Fuerzas generadas entre dos superficies imanadas paralelas, 237.—163. Sistema metro-kilogramo-segundo (m. k. s.), 239.—164. Unidad m. k. s. de polo magnético, 240.—165. Sistema m. k. s. racionalizado, 242. 166. Materiales para imanes permanentes (acero), 242.—167. Aplicaciones, 243. 168. Pantallas magnéticas, 246.

Capítulo VII

Electromagnetismo 248

169. Campo magnético que rodea a un conductor, 248.—170. Relación entre el campo magnético y la corriente, 249.—171. Campo magnético creado por dos conductores paralelos, 250.—172. Ley de Biot-Savart e intensidad de campo producida por una corriente, 251.—173. Campo magnético de una espira, 253. 174. Solenoides, 256.—175. Intensidad del campo en el interior de un solenoide muy largo sin núcleo, 257.—Sistema m. k. s. de unidades.—176. Unidades m. k. s. de campo magnético, 258.—177. Tipos comerciales de solenoides y electroimanes, 261.—178. Electroimanes para elevación de cargas, 265.—179. Frenos electromagnéticos sobre el carril, 267.—180. Circuitos magnéticos de las dínamos, 268.

Capítulo VIII

El circuito magnético 271

181. Circuito magnético, 271.—182. Sistema c. g. s. de unidades magnéticas, 272. 183. Reluctancia de un circuito magnético, 274.—184. Curva de imanación, 275.

185. Permeabilidad relativa, 276.—186. Ley del circuito magnético, 277.—187. Fuerza magnetomotriz por centímetro e intensidad del campo, 278.—188. Método por tanteo, 280.—189. Determinación de los amperios-vuelta, 281.—190. Amperios-vuelta para un entrehierro simple, 282.—191. Empleo de las curvas de imanación, 282.—192. Cálculos magnéticos en las dínamos, 284.—193. Histéresis, 286.—194. Pérdidas por histéresis, 288.—195. Pérdidas por corrientes parásitas, 290.—196. Separación de las pérdidas en el hierro, 292.—UNIDADES M. K. S. NO RACIONALIZADAS.—197. Ley del circuito magnético, 295.—UNIDADES M. K. S. RACIONALIZADAS.—198. Ley del circuito magnético, 297.—ALEACIONES FERROMAGNÉTICAS.—199. Permalloy, 299.—200. Hipernik, 300.—201. Imanes permanentes y ciclo de histéresis, 300.—202. Aleaciones alnico, 302.—203. Construcción de los imanes permanentes, 304.—204. Funcionamiento de los imanes permanentes, 306.—205. El sistema de unidades m. k. s. y los imanes permanentes, 307.—206. Imanación y estabilización, 308.—MEDICIONES DE FLUJO MAGNÉTICO.—207. Galvanómetro balístico, 309.—208. Solenoide patrón, 310. 209. Ajuste del galvanómetro, 312.—210. Método de la culata, 314.—211. Método del anillo, 315.—212. Permeámetro de Koepsel, 318.—213. Determinación de los ciclos de histéresis con el oscilógrafo de rayos catódicos, 320.

CAPÍTULO IX

Autoinducción e inducción mutua 322

214. Fuerza electromotriz inducida, 322.—215. Autoinducción, 325.—216. Fuerza electromotriz de autoinducción, 328.—217. Cálculo de la fuerza electromotriz de autoinducción, 328.—218. Autoinducción con reluctancia variable, 330. 219. Crecimiento de la intensidad de la corriente en un circuito inductivo, 331. 220. Disminución de la corriente en un circuito inductivo, 334.—221. Energía del campo magnético, 336.—222. Energías magnética y calorífica, 337.—223. Utilización de la energía del campo magnético, 340.—224. Inducción mutua, 341. 225. Inducción mutua y autoinducción, 344.—226. Energía almacenada, 346. 227. Medición de la autoinducción y de la inducción mutua, 346.—228. Autoinducción e inercia, 347.—229. Bobinas de inducción, 347.

CAPÍTULO X

Electrostática: capacidad 349

230. Electricidad estática y dinámica, 349.—231. Cargas electrostáticas, 350. 232. Ley de Coulomb y unidad de carga eléctrica, 351.—233. Sistemas de unidades electrostáticas, 352.—234. Campo electrostático, 352.—235. Inducción electrostática, 354.—236. Intensidad de campo, 355.—237. Diferencia de potencial, 358.—238. Dieléctricos, 358.—239. Capacidad inductiva o constante dieléctrica, 360.—240. Capacidad, 361.—241. Condensadores en paralelo, 363. 242. Condensadores en serie, 364.—243. Intensidad del campo entre placas paralelas, 366.—244. Energía almacenada en los condensadores, 367.—245. Cálculo de la capacidad, 370.—246. Capacidad de los condensadores de placas paralelas, 370.—247. Capacidad de los condensadores de cilindros concéntricos, 372.—248. Capacidad de los condensadores constituídos por esferas concén-

tricas, 375.—249. Capacidad en el caso de dos cilindros paralelos, 375.—Sistema m. k. s. no racionalizado, 377.—250. Ley de Coulomb, 377.—251. Intensidad del campo y densidad del flujo, 378.—252. Cálculo de las capacidades, 380. Sistema m. k. s. racionalizado, 382.—253. Ley de Coulomb, 382.—254. Cálculo de capacidades, 383.—255. Intensidad de la corriente que pasa por una capacidad y una resistencia conectadas en serie, 384.—256. Descarga de un condensador, 387.—257. Ionización del aire. Efecto corona, 388.—Medida de la capacidad.—258. Método balístico, 390.—259. Método del puente, 392.—260. Localización de una rotura en un cable, 392.

Capítulo XI

Generadores de electricidad 394

Definición, 394.—261. Fuerza electromotriz generada, 394.—262. Dirección de la fuerza electromotriz inducida. Regla de la mano derecha, de Fleming, 397. 263. Fuerza electromotriz generada por la rotación de una espira, 397.—264. Inducido, 400.—265. Inducido de Gramme y su devanado, 401.—266. Arrollamiento de tambor, 404.—267. Arrollamiento imbricado o de bucles, 406.—268. Paso en el colector, 408.—269. Bobinas de espiras múltiples, 409.—270. Circuitos a través del inducido, 411.—271. Arrollamientos múltiples, 414.—272. Conexiones compensadoras en los devanados imbricados, 417.—273. Devanado ondulado, 419.—274. Paso en el colector, 422.—275. Número de escobillas, 423. 276. Circuitos en el devanado ondulado, 425.—277. Utilizaciones de los dos tipos de arrollamiento, 426.—Construcción de las dínamos.—278. Culata y núcleos, 427.—279. Núcleos polares. 427.—280. Bobinas de campo, 429.—281. Inducido, 430.—282. Colector, 433.—283. Escobillas, 434.

Capítulo XII

Características de las dínamos 435

284. Fuerzas electromotrices en un inducido, 435.—285. Curva de saturación, 439.—286. Histéresis, 441.—287. Determinación experimental de la curva de saturación, 441.—288. Resistencia del inductor, 443.—289. Tipos de generadores, 443.—290. Generadores shunt, 444.—291. Resistencia crítica del circuito inductor, 446.—292. Causas de la falta de corriente, 447.—293. Reacción del inducido, 447.—294. Fuerzas magnetomotrices en los arrollamientos distribuídos, 452.—295. Reacción del inducido en los generadores multipolares, 455. 296. Amperios-vuelta transversales y de desimanación en los generadores multipolares, 457.—297. Efecto desmagnetizante de los amperios-vuelta de imanación transversal, 459.—298. Compensación de la reacción del inducido, 460.—299. Conmutación, 462.—300. Fuerza electromotriz de autoinducción, 466.—301. Chispas en el colector, 468.—302. Polos de conmutación, 472.—303. Características de los generadores shunt, 476.—304. Regulación de los generadores, 479. 305. Característica total, 480.—306. Relación entre la característica shunt y la curva de saturación, 482.—307. Generador compound, 486.—308. Relación entre la característica compound y la curva de saturación, 491.—309. Efecto de la velocidad, 493.—310. Determinación de las espiras del arrollamiento en serie;

característica del inducido, 494.—311. Efecto compound de los polos de conmutación, 496.—312. Generador en serie, 497.—313. Elevadores de tensión, 499. 314. Efecto de las variaciones de velocidad sobre las características, 499.—REGULADORES AUTOMÁTICOS DE TENSIÓN.—315. Reguladores de acción directa, 501. TIPOS ESPECIALES DE GENERADORES.—316. Generadores unipolares u homopolares, 502.—317. Generadores con escobilla de regulación, 503.—318. Generadores con polos de desviación, 505.—319. Generadores para soldadura eléctrica, 507.—320. Amplidyne, 510.—321. Rototrol, 514.

CAPÍTULO XIII

El motor 517

322. Principio del motor eléctrico, 517.—323. Fuerzas que se desarrollan sobre un conductor por el que circula una corriente, 518.—324. Regla de la mano izquierda, de Fleming, 519.—325. Par, 520.—326. Par desarrollado por un motor, 521.—327. Fuerza contraelectromotriz, 524.—328. Fuerza contraelectromotriz y potencia mecánica, 528.—329. Reacción del inducido y posición de las escobillas en un motor, 528.—330. Motor shunt, 531.—331. Motor serie, 534. 332. Motor compound, 537.—DISPOSITIVOS DE ARRANQUE DE MOTORES.—333. Reóstato de tres bornes, 540.—334. Reóstato de arranque de cuatro bornes, 542. 335. Reóstatos para motores serie, 544.—336. Combinadores, 545.—337. Reóstatos de arranque automáticos, 545.—338. Sopladores magnéticos, 548.—REGULACIÓN DE LA VELOCIDAD.—339. Método de la resistencia del inducido, 549. 340. Sistema de tensiones múltiples, 551.—341. Sistema Ward Leonard, 551. 342. Regulación del campo, 552.—343. Motor Lincoln, 553.—344. Regulación de la velocidad por acoplamiento de motores en serie y en serie-paralelo, 553. 345. Sistema de unidades múltiples, 554.—346. Frenado electrodinámico y por recuperación, 556.—347. Ensayo de motores. Freno de Prony, 558.—348. Determinación de la velocidad, 562.—349. Conmutatriz, 563.

CAPÍTULO XIV

Pérdidas. Rendimiento. Funcionamiento 565

350. Pérdidas en las dínamos, 565.—351. Pérdidas en el núcleo, 568.—352. Rendimiento, 570.—353. Determinación del rendimiento por evaluación de las pérdidas, 571.—354. Pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento, 574.—355. Medición de las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento, 576.—356. Las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento, como función del flujo y la velocidad, 577.—357. Curvas de las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento con flujo constante, 579.—358. Ensayo por oposición. Método de Kapp, 581.—359. Características de las máquinas de corriente continua, 584.—360. Potencia nominal y calentamiento, 585.—361. Medida de la temperatura por el método de la resistencia, 587.—362. Marcha en paralelo de los generadores shunt, 590.—363. Acoplamiento en paralelo de los generadores shunt, 591. 364. Marcha en paralelo de los generadores compound, 592.

Capítulo XV

Transporte y distribución de la energía 596

365. Sistemas de distribución de la energía, 596.—366. Generación y distribución de la energía, 597.—367. La tensión y el peso del conductor, 598.—368. Relación entre la distancia y el peso del conductor, 600.—369. Sección de los conductores, 600.—Distribución a potencial constante.—370. Tensiones de distribución, 601.—371. Cargas distribuídas, 601.—372. Sistemas de alimentación, 602.—373. Sistema serie-paralelo, 603.—Sistema trifilar de Edison. 374. Ventajas del sistema trifilar de Edison, 603.—375. Cargas equilibradas y desequilibradas, 604.—376. Efecto que produce la interrupción del neutro, 605. 377. Desequilibrio de tensiones, 606.—Métodos para obtener un sistema trifilar.—378. Método de los dos generadores, 608.—379. Batería de acumuladores, 608.—380. Grupo equilibrador, 609.—381. Generador trifilar, 612. 382. Sistema de distribución con corriente continua, 613.—383. Potencia máxima en un cable de alimentación, 614.—384. Distribución para los servicios de tracción eléctrica, 617.—385. Electrólisis debida a las corrientes de tierra, 618. Utilización de las baterías de acumuladores en los sistemas de distribución.—386. Servicio de reserva, 619.—387. Regulación de la demanda, 620. 388. Servicios de socorro para alumbrado y fuerza, 621.—389. Regulación por resistencia, 622.—390. Elementos de fuerza contra-electromotriz, 622.—391. Regulación mediante reductor, 623.—392. Distribución en serie, 623.

Apéndices 626

Preguntas y problemas 643

Índice alfabético 791

Índice analítico 798

CAPÍTULO I

RESISTENCIA

Introducción. La importancia que tiene la electricidad en nuestra vida individual y colectiva se ha hecho tan evidente que no es preciso ponderarla. No puede existir hoy ninguna ciudad, por pequeña que sea, que no necesite energía eléctrica para su alumbrado, sus transportes, su abastecimiento de agua, sus ascensores, sus comunicaciones, para su industria, etc. Incluso los automóviles no pueden funcionar sin energía eléctrica para el encendido, el arranque y el alumbrado. Intervienen varios factores que hacen que la electricidad se preste a tantas utilizaciones y que tenga tanta importancia. La energía eléctrica puede convertirse rápida y eficazmente en cualquier otra forma de energía, tal como la térmica, la lumínica, la mecánica y la química. Puede producirse en los lugares que mejor convengan, como son los lugares en que se disponga de energía hidráulica, la proximidad inmediata de las minas de carbón, donde el combustible se obtiene sin dificultad, o en las riberas de las aguas navegables, donde el transporte del combustible en barcos resulta económico y se dispone del agua necesaria para la refrigeración.

La energía eléctrica se puede transportar económicamente a grandes distancias para utilizarla donde sea más conveniente, como en los centros de población, en los ferrocarriles eléctricos, en las fábricas y en los centros industriales.

La energía eléctrica es conveniente por el hecho de que puede utilizarse fácilmente para numerosos y variados propósitos, tales como, por ejemplo, la maniobra de ascensores, el accionamiento de máquinas eléctricas, hornos eléctricos y la iluminación. Se la puede concentrar fácilmente para producir temperaturas extremadamente elevadas, como en las lámparas de arco, en los soldadores y en los hornos eléctricos. Se puede manejar con facilidad y rapidez.

Además, cuando se emplea en electroimanes, se puede utilizar para la maniobra de relevadores, teléfonos, timbres y electroimanes portadores.

La energía eléctrica está libre de toda clase de productos de combustión, como los humos, cenizas y emanaciones.

Los numerosos usos y aplicaciones de la electricidad pueden conseguirse sólo si se posee un conocimiento completo de las leyes de la corriente eléctrica, sus relaciones con el magnetismo, así como la manera de producirla y de obtener efectos electromecánicos y electroquímicos.

1. Naturaleza de la corriente eléctrica. De acuerdo con la teoría moderna, que ha sido comprobada por los resultados experimentales de muchos investigadores, los átomos de la materia están constituídos por un núcleo cargado de electricidad positiva, alrededor del cual giran a gran velocidad cargas negativas infinitesimales. Estas cargas negativas individualizadas, que se llaman *electrones*, son indivisibles e idénticas para toda la materia. En los conductores, algunos de estos electrones pueden pasar libremente de uno a otro átomo cuando existe una diferencia de potencial entre los extremos del conductor. El movimiento de estos electrones constituye la corriente eléctrica. Por este motivo, la corriente eléctrica puede considerarse como electricidad en movimiento, y se la llama *electricidad dinámica.*

Teniendo en cuenta que los electrones son cargas *negativas*, la dirección de su movimiento es la opuesta a la que se asigna convencionalmente a la corriente eléctrica, como se destaca en la figura 1, que representa una pila, o batería, utilizada para suministrar corriente a una lámpara de incandescencia. La dirección que convencionalmente se asigna a la corriente de la pila se supone que es desde la placa positiva de la batería y a través del circuito exterior, incluída la lámpara, hasta la negativa, y luego, por el interior de la batería, de esta última a la positiva, realizándose la conducción eléctrica mediante iones (§ 109). En cambio, la dirección del movimiento de los electrones es opuesta a la asignada a la corriente. En el circuito exterior, como los electrones son cargas negativas, los atrae la placa positiva y los repele la negativa, por lo que se mueven en la dirección consignada en la figura. En el interior de la pila, los *iones* negativos van de la placa positiva a la negativa.

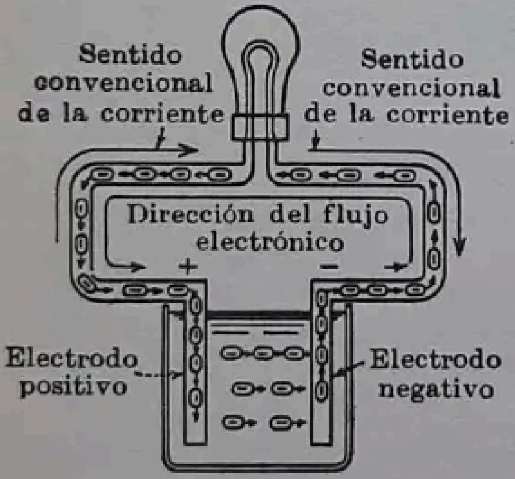

Sentido convencional de la corriente
Sentido convencional de la corriente
Dirección del flujo electrónico
+
−
Electrodo positivo
Electrodo negativo

FIG. 1.—Movimiento de los electrones y sentido convencional de la corriente eléctrica.

En los materiales no conductores de electricidad, o aislantes [1], los electrones están sólidamente unidos al núcleo y es difícil arrancarlos del átomo. Por tal motivo, comparándolos con los conductores, se requiere una diferencia de potencial relativamente alta para separar algunos electrones del átomo, y la corriente que corresponde es extremadamente débil.

2. Resistencia eléctrica. La corriente eléctrica que circula por un conductor no depende solamente de la fuerza electromotriz aplicada a sus extremos, sino también de las propiedades del mismo. Por ejemplo, si un alambre de cobre se conecta a los terminales de una pila se produce una corriente a lo largo de este conductor. Si hay un contacto deficiente en uno de los terminales de la pila o en un punto cualquiera del circuito, la corriente será menos intensa, aun cuando la f.e.m. permaneciese constante. También, en el punto del contacto deficiente habrá disipación de calor. Del mismo modo, si se intercala una lámpara pequeña de incandescencia en el circuito formado por el alambre de cobre, el filamento de la lámpara se calentará y podrá ponerse incandescente. Al mismo tiempo, la corriente en el circuito disminuirá de intensidad. En ambos casos, el calor se manifiesta especialmente en los puntos en que están intercalados los elementos que son peores conductores. También en ambos casos se produce una disminución de la corriente por el hecho de haber intercalado un medio menos conductor, siempre que la f.e.m. permanezca constante.

---

[1] Ninguna substancia es perfectamente aislante, pero la corriente que los aisladores usuales conducen, si se someten a una determinada diferencia de potencial, es extremadamente pequeña, comparada con la que conducen los conductores en condiciones análogas.

Esta propiedad del circuito eléctrico que tiende a oponerse a la corriente y que al mismo tiempo es causa de transformación de la energía eléctrica en calor recibe el nombre de *resistencia.*

La resistencia se justifica por la teoría electrónica expuesta en el § 1. Los electrones en movimiento deben pasar *a través* de las moléculas o los átomos del conductor. Al hacerlo chocan con otros electrones y con los mismos núcleos. Los choques dan lugar a producción de calor (denominado calor por efecto Joule) y explican la razón de que el calor acompañe el paso de una corriente eléctrica a través de una resistencia. El número de choques entre los electrones varía proporcionalmente al valor de la intensidad de la corriente elevado al cuadrado, por consiguiente el calor desarrollado por efecto Joule varía también con el valor de dicho cuadrado. También, debido a las colisiones entre los electrones y átomos, se reduce la velocidad de los primeros y se requiere una diferencia de potencial más elevada para mantener una corriente dada.

La resistencia en un circuito eléctrico puede compararse al efecto del rozamiento en los mecanismos. Por ejemplo, si un vehículo de servicio urbano corre a una velocidad uniforme en línea recta y sobre un trayecto horizontal, el rozamiento tiende a detener su marcha. La potencia que se requiere para mover el coche se convierte en calor por rozamiento. El rozamiento tiende a impedir la circulación del agua en una tubería o en un río, invirtiéndose una parte de la energía del agua en vencer este rozamiento. La pérdida de energía está representada por una pérdida de calor. Esta pérdida de energía es ampliamente absorbida por el agua, y con medidas precisas se puede poner de manifiesto un ligero aumento de la temperatura de ésta.

Como se verá en el capítulo siguiente, la pérdida de energía que tiene lugar cuando una corriente eléctrica pasa a través de una resistencia es directamente proporcional a la resistencia eléctrica y al cuadrado de la intensidad de la corriente. La intensidad de la corriente es a su vez igual a la f.e.m. dividida por la resistencia (ley de Ohm). Es decir que la intensidad de la corriente es $I = E/R$ (véase § 34).

3. Conductores y aislantes. Hemos indicado en el § 1 que, en algunas substancias, los electrones son capaces de pasar fácilmente de un átomo a otro y que estas substancias son las conductoras. En cambio, en otras es difícil arrancar los electrones de los átomos; estas substancias son los aislantes. Sin embargo, todas las substancias ofrecen alguna resistencia al paso de la corriente [1] y son, por lo tanto, conductores imperfectos; en cambio, todas las substancias aislantes son conductoras en cierto grado. Para la mayor parte de las substancias existe una distinción bien marcada entre las conductoras y las aislantes.

Los conductores pueden dividirse en tres clases: *metálicos*, *electrolíticos* y *gaseosos*. En los conductores metálicos, la conducción de la electricidad se debe a los movimientos interatómicos de los electrones en el interior del conductor (§ 1) y no viene acompañada de ningún movimiento de materias a lo largo del conductor, ni de acciones químicas. En los conductores electrolíticos [2], la conducción va acompañada de un movimiento de materia a lo largo de ellos y, en general, de acción química (véase § 109). En los conductores gaseosos, la conducción se debe al movimiento de los iones positivos libres y de los iones negativos libres o electrones, en los cuales los átomos del gas se dividen cuando está ionizado (véase § 257 y también caps. XIV y XV del tomo II).

Los mejores conductores son los metálicos, entre los que se encuentran el cobre, la plata y las aleaciones; el carbón y el grafito son también conductores. Entre los conductores electrolíticos están las soluciones de ácidos, bases y sales. Muchas substancias orgánicas y vítreas son aislantes, tales, por ejemplo, como el caucho, los aceites, el vidrio y el cuarzo. (A temperaturas muy altas, las substancias vítreas se vuelven conductoras en un sentido *electrolítico*. La lámpara de Nernst está basada en el principio de que la porcelana se vuelve conductora a la temperatura de incandescencia.) Los electrólitos tienen una conductividad variable, pero sólo en el sentido electrolítico.

De los metales usuales, la plata es el más conductor y el cobre sigue en segundo lugar. Los demás metales y sus aleaciones tienen grados variables de conductividad. Los aceites, el vidrio, la seda, el papel, el algodón, la ebonita, la fibra, la parafina, el caucho, etc., pueden considerarse como no conductores o buenos aislantes. La madera seca o impregnada de aceite es un buen aislante, pero la madera húmeda es parcialmente conductora.

---

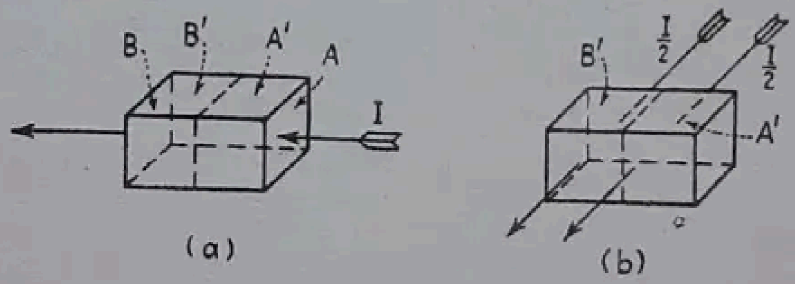
[1] El profesor Kamerlingh-Onnes de Leyden, en 1914, logró hacer pasar una corriente eléctrica por un circuito sin que se produjera disminución de su intensidad en 5 horas, después de haber desconectado la f.e.m. La corriente se inició por inducción magnética en un solenoide de alambre de plomo, mantenido a −270°C por medio de helio líquido, y separando después la causa de inducción. El helio líquido está a la temperatura más baja que se ha alcanzado, que se halla muy cerca del cero absoluto (−273°C). Este experimento probó que la resistencia del plomo desaparece casi totalmente a esta temperatura extremadamente baja.

[2] La conducción electrolítica se estudia en el cap. IV.

Las diferencias entre conductores y aislantes quedan definidas como sigue:

La resistencia entre las caras opuestas de un cubo de cobre de un centímetro de arista, a 20°C es $1{,}7241 \cdot 10^{-6}$ ohmios; en las mismas condiciones, la de otro cubo igual de ebonita es aproximadamente 10^{16} ohmios, lo que da para la relación entre las resistividades de la ebonita y del cobre el valor $6 \cdot 10^{21}$ aproximadamente. Al mismo tiempo, la resistencia de otro cubo igual de vidrio es del orden de 10^{14} ohmios, de manera que su relación con la del cobre es también muy elevada.

4. Unidad de resistencia. El ohmio[1] es la unidad práctica de resistencia y se la define diciendo que es la resistencia que permite el paso de una corriente de intensidad de un amperio cuando se aplica una diferencia de potencial de un voltio entre los terminales de dicha resistencia (véase también la definición más completa que se da en la pág. 36).



(a) (b)

FIG. 2.—Resistencia y dirección de la corriente.

El ohmio tiene un valor tal que una corriente de un amperio por segundo produce, al atravesar esta resistencia, una cantidad de calor equivalente a 1 joule de energía.

La resistencia de los aislantes tiene generalmente una magnitud de millones de ohmios, por lo cual resulta incómodo expresar esta resistencia en unidades tan pequeñas como el ohmio. El *megaohmio*, igual a 1 000 000 (10^6) ohmios, es la unidad que se emplea generalmente para estos casos. (El prefijo «mega» significa un millón.)

Por otra parte, la resistencia de las barras ómnibus y de las piezas cortas de metal puede ser tan reducida que el ohmio resulte excesivo para expresarla de una manera conveniente. En tales casos se emplea como unidad el *miliohmio*, igual a 1/1 000 ó 10^{-3} ohmios, o bien el *microohmio*, que es igual a 1/1 000 000 ó 10^{-6} ohmios. (El prefijo «mili» significa una milésima, y el prefijo «micro» una millonésima).

5. Relación de la resistencia con las dimensiones del conductor. La resistencia eléctrica de un cuerpo de cualquier material depende de sus dimensiones (longitud y sección transversal). Consideremos, por ejemplo, el prisma rectangular representado en la figura 2 (*a*), formado por dos cubos iguales A' y B' de 1 cm de arista y del mismo material conductor. Si la corriente I tiene la dirección de A a B, que es la cara opuesta a la A, deberá pasar sucesivamente a través de los dos cubos. Como se ha indicado en 1, la resistencia eléctrica se debe a las colisiones entre los electrones móviles, que constituyen la corriente eléctrica, con los electrones y átomos del material conductor. Por lo tanto, si la corriente va de la cara A a la B, se producirán doble número de choques que si atraviesa un solo cubo. Por consiguiente, la resistencia entre las caras A y B es doble que entre las de un solo cubo.

---

[1] Esta unidad lleva el nombre de Georg Simon Ohm (1787-1854), alemán, matemático que en 1827 estableció el principio conocido con el nombre de *Ley de Ohm*. Tomó también una parte importante en el desarrollo de otras leyes básicas de la electricidad.

Por este motivo, cuando se tiene una *sección transversal constante*, la resistencia varía *en razón directa de la longitud* del conductor.

Consideremos ahora la figura 2 (*b*), en la que la dirección de la corriente, con respecto al prisma, es perpendicular a la indicada en (*a*). La sección transversal sobre la que se distribuye la corriente se ha duplicado, de modo que la que ha de pasar por cada cubo A o B es ahora $I:2$, o sea la mitad que en el caso (*a*). Por lo tanto, para un número dado de electrones móviles, la velocidad de desplazamiento de éstos será, ahora, la mitad de la que correspondería a una intensidad de corriente de I amperios en un cubo sencillo. La energía desarrollada por el choque de los electrones vale $^1/_2 Mv^2$, siendo M la masa y v la velocidad. Con la mitad de la intensidad de corriente, la pérdida de energía por segundo, o pérdida de potencia, en cada cubo es, por lo tanto, $^1/_4$ de la que correspondería al caso de una intensidad de corriente I en un cubo solo. Como en (*b*) hay dos cubos paralelos, resulta que la pérdida total de potencia es la mitad de la que se produciría cuando la intensidad de corriente por cubo fuese de I amperios. De aquí que la resistencia de los dos cubos en paralelo sea $^1/_2$ de la correspondiente a un solo cubo. Por tanto, cuando el camino recorrido por una corriente es de *longitud constante*, la resistencia *varía en razón inversa* de la sección transversal del conductor.

Del mismo modo, la resistencia en el caso de la figura 2 (*b*) es *la cuarta parte* de la que había entre las caras A y B en el caso (*a*). Esto prueba que la resistencia de un conductor depende no solamente de sus dimensiones geométricas, sino *de la dirección* en que lo atraviesa la corriente. En los circuitos eléctricos usuales, la longitud del conductor es tan grande con respecto a su sección transversal que es inútil considerar esta dirección. Sin embargo, hay casos, como por ejemplo el de las corrientes que pasan por los aisladores (pág. 14), en los que es muy posible elegir erróneamente la dirección de la corriente.

La *conductancia* es el valor recíproco de la resistencia (pág. 13) y, para una diferencia de potencial dada, determina la parte de la energía eléctrica que se convierte en calor o en energía radiante. Sean w unidades la energía que se transforma por segundo en uno de los cubos de la figura 2 (*b*). En los dos cubos en paralelo, la energía transformada por segundo será, de acuerdo con ello, de $2w$ unidades. Por tanto, la conductancia de los dos cubos en paralelo será doble que para un cubo solo. De aquí se deduce que en los acoplamientos *en paralelo las conductancias se suman.*

6. Resistencia específica o resistividad. En el § 5 hemos visto que, cuando la sección es constante, la resistencia del conductor varía proporcionalmente a su longitud y que, cuando la longitud es constante, la resistencia varía en razón inversa de su sección transversal. De esto se desprende que *la resistencia de un cuerpo homogéneo de sección transversal uniforme varía proporcionalmente a la longitud y en razón inversa de la sección*, siendo la longitud la dimensión paralela a la dirección de la corriente, y la sección transversal la de un plano perpendicular a aquella dirección.

Es decir,

$$R = \rho \frac{L}{A} \tag{1}$$

donde R es la resistencia en ohmios, L la longitud del conductor tomada en la dirección de la corriente, A el área de la sección recta del conductor, y ρ una constante del material, que recibe los nombres de *resistividad* o *resistencia específica*[1].

Si L es igual a 1 cm y A a 1 cm², el cuerpo en cuestión tendrá la forma de un cubo de 1 cm de arista, y

$$R = \rho \frac{1}{1^2} \qquad \text{ó} \qquad R = \rho$$

la resistividad o resistencia específica de la substancia vendrá dada, en este caso, en ohmios por centímetro cúbico. También puede expresarse en otras unidades, como la pulgada, por ejemplo. La resistividad del cobre es 1,7241 microohmios, ó 1/580 000 ohmios, por centímetro cúbico, a 20°C [2]. En el apéndice H se indican las resistividades de varios cuerpos. Conociendo la resistividad expresada en ohmios por centímetro cúbico o por pulgada cúbica, se puede calcular rápidamente la resistencia de un alambre, barra, etcétera, por medio de la fórmula (1).

---

[1] La ecuación (1) presupone que la corriente se distribuye uniformemente en la sección transversal del conductor, lo que ordinariamente es cierto cuando se trata de corriente continua. Sin embargo, si los conductores son de sección transversal no uniforme o la longitud para una sección dada no es constante (§ 9), la corriente no se distribuye uniformemente por la sección recta del conductor. Asimismo, cuando la corriente es alterna, su densidad es mayor en las capas externas del conductor y disminuye a medida que se aproxima al centro. Este fenómeno se denomina «efecto Kelvin».

[2] La expresión ohmio-centímetro se deriva de la ecuación (1), que puede escribirse $\rho = R(A : L)$. Como R se evalúa en ohmios, A en centímetros cuadrados y L en centímetros, el segundo término se transforma en RL, o sea ohmios × centímetro. En realidad, la expresión exacta es Ω cm²/cm (ohmios centímetro cuadrado-centímetro).

Ejemplo. Determinar la resistencia de las dos varillas de latón A y B (fig. 3), siendo la resistividad del latón 11,4 microohmios-centímetro. La varilla A mide 100 cm de longitud y tiene una sección circular de 4 cm²; la varilla B tiene 50 cm de longitud, y su sección, también circular, es de 8 cm².

$$\text{Varilla } A. \qquad R = 11{,}4\,\frac{100}{4} = 285 \text{ microohmios}$$

$$\text{Varilla } B. \qquad R = 11{,}4\,\frac{50}{8} = 71{,}25 \text{ microohmios}$$

A pesar de que las dos varillas tienen el mismo volumen, la varilla A tiene una resistencia cuatro veces mayor que la B, porque su longitud, en la dirección de la corriente, es dos veces la de la varilla B, y su sección recta, perpendicular a la dirección de la corriente, es la mitad de la de B.

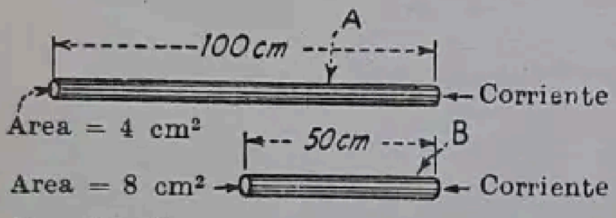


Fig. 3.—Varillas de latón, que tienen el mismo volumen y resistencias distintas.

Ejemplo. Determinar la resistencia de un alambre de 1000 m, de cobre, recocido y 100 mm² de sección (diámetro de 11,3 mm) si la resistividad del cobre es de 1,724 microohmios (=0,000001724 ohmios) por cm²/cm a 20°C (véase § 15).

$$1\,000 \text{ m} = 100\,000 \text{ cm}$$

$$100 \text{ mm}^2 = 1 \text{ cm}^2$$

$$R = \rho\,\frac{L}{A} = 0{,}000001724 \times \frac{100\,000}{1} = 0{,}1724 \text{ ohmios}$$

7. Resistencia referida al volumen. El volumen de un cuerpo es:

$$V = L \cdot A$$

donde L es la longitud y A la sección recta constante. La fórmula (1) se convertirá en

$$R = \rho\,\frac{L}{A} = \rho\,\frac{L^2}{V} = \rho\,\frac{V}{A^2} \tag{2}$$

Es decir:

La resistencia de un conductor varía proporcionalmente al cuadrado de su longitud cuando su volumen permanece constante.

La resistencia de un conductor varía en razón inversa del cuadrado de su sección cuando su volumen es constante.

Ejemplo. Un kilómetro de alambre de 11,7 mm de diámetro y de una resistencia de 0,031 ohmios se estira hasta darle una sección de 5 mm de diámetro. ¿Cuál será su resistencia?

La sección primitiva era:

$$A_1 = \frac{\pi}{4}\,11{,}7^2 = 107{,}5 \text{ mm}^2$$

La nueva sección es:

$$A_2 = \frac{\pi}{4} 5^2 = 19{,}64 \text{ mm}^2$$

Por medio de la fórmula (2),

$$R_1 = \rho \frac{V}{107{,}5^2} = 0{,}031 \text{ ohmios}$$

$$R_2 = \rho \frac{V}{19{,}64^2} \quad \text{ohmios}$$

Siendo invariable el volumen del alambre durante el estirado y siendo también constante la resistividad ρ tendremos

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_2}{0{,}031} = \frac{\rho \dfrac{V}{19{,}64^2}}{\rho \dfrac{V}{107{,}5^2}}$$

de donde

$$R_2 = 0{,}031 \frac{107{,}5^2}{19{,}64^2} = 0{,}031 \frac{11\,560}{386} = 0{,}928 \text{ ohmios.}$$

Véase también el ejemplo, § 6, página 12 (fig. 3). El volumen y la resistividad de las dos varillas de latón son los mismos. Sus resistencias son proporcionales a los cuadrados de sus longitudes. Del mismo modo, sus resistencias son inversamente proporcionales a los cuadrados de sus secciones.

8. Conductancia. La conductancia es la magnitud recíproca de la resistencia y puede definirse diciendo que es la propiedad de un circuito o de un material que tiende a permitir el paso de una corriente eléctrica. La unidad de conductancia es la inversa del ohmio y se denomina *mho* o *siemens*. La conductancia se representa usualmente por g ó G.

$$g = \frac{1}{R} \tag{3}$$

y también

$$g = \gamma \frac{A}{L} \tag{4}$$

en donde γ es la *conductancia específica* o *conductividad* de la substancia, A la sección uniforme y L la longitud.

La conductividad del cobre a 20°C es 580000 mhos·cm^{-1} o siemens.

Ejemplo. Determinar la conductancia a 20°C de una barra de sección rectangular, de aluminio, de 13 mm de grueso, 100 mm de ancho y 6 m de longitud.

La conductividad del aluminio es el 61 % del valor de la conductividad del cobre, que vale 580000 mhos·cm^{-1} a 20°C.

La conductividad del aluminio es, pues:

$$\gamma = 0{,}61 \cdot 580\,000 = 354\,000 \text{ mhos/cm}^{-1}$$

La sección de la barra es

$$A = 1{,}3 \times 10 = 13 \text{ cm}^2$$

La longitud

$$L = 600 \text{ cm}$$

La conductancia

$$g = 354\,000 \cdot \frac{13}{600} = 7\,670 \text{ mho/cm}^{-1} \text{ o siemens}$$

9. **Resistencia de los cuerpos de sección variable.** En ciertas ocasiones, la sección de un cuerpo no es uniforme, sino que varía con su longitud. Un ejemplo excelente de este caso es el del paso de las corrientes parásitas por el aislamiento dispuesto entre un conductor y su cubierta exterior en un cable cilíndrico. Por ejemplo, en la figura 4 está representada la sección transversal de un cable cilíndrico, en la cual R_1 es el radio del conductor, R_2 el radio de la superficie exterior de la cubierta aislante, ρ la resistividad del material aislante, y l la longitud del cable en centímetros. La resistencia efectiva de las corrientes de fuga desde el conductor hacia la cubierta exterior se halla fácilmente por integración. (El contacto eléctrico con la cubierta exterior se obtiene usualmente por medio de una capa de plomo o por inmersión del cable en agua.) El estudio de una capa anular de radio r que tenga un espesor infinitesimal dr permite plantear la solución.

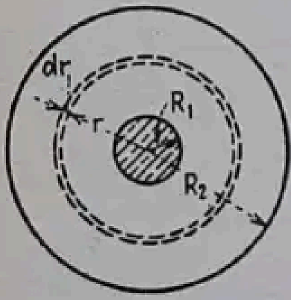


FIG. 4.—Resistencia de la cubierta aislante de un cable.

La longitud de este anillo en la dirección de la corriente es dr, y su sección transversal normal a la corriente es $2\pi rl$ cm. Por lo tanto, valiéndonos de la fórmula (1) la resistencia del anillo será

$$dR = \rho \frac{dr}{2\pi rl} \text{ ohmios}$$

La resistencia total será

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\log_e r \right)_{R_1}^{R_2} = \frac{\rho}{2\pi l} \log_e \frac{R_2}{R_1} \text{ ohmios} \tag{5}$$

Como quiera que R_2 y R_1 figuran en (5) como relación, la unidad en la cual están expresados no afecta el resultado mientras estén dados los dos en la misma unidad. Como puede observarse en (5), l, longitud del cable, está en el denominador. Esto se debe a que la dirección de la corriente a través del aislante es perpendicular al eje del cable.

Ejemplo. En un cable cilíndrico aislado con caucho, el conductor es macizo y de diámetro de 4 mm; la capa aislante tiene un espesor de 6 mm. La resistividad del caucho es 10^{14} ohmios cm²-cm. Determinar: *a*) la resistencia del aislante para una longitud de 1 000 m del cable, en megaohmios; *b*) del mismo modo, la resistencia del aislante para 800 m de longitud [1 megaohmio = 1 000 000 ohmios (pág. 9)].

a) La longitud del cable es de 100000 cm, el radio del conductor $R_1 = 2$ mm y el exterior $R_2 = 2 + 6 = 8$ mm.

$$\begin{aligned} R &= \frac{10^{14}}{2\pi \cdot 100\,000} \cdot 2{,}303 \log_{10} \frac{8}{2} = \\ &= \frac{23{,}03}{6{,}28} \times 10^8 \log 4 = \\ &= 3{,}67 \times 10^8 \times 0{,}6 = 2{,}2 \times 10^8 \text{ ohmios} \\ &= 2{,}2 \times 10^2 \text{ megaohmios ó } 220\ \text{M}\Omega \end{aligned}$$

b) Como que la dirección de la corriente a través del aislante es perpendicular al eje longitudinal del cable, la sección de paso de la corriente es proporcional a la longitud del cable. Luego, la resistencia del aislante debe ser inversamente proporcional a dicha longitud. Por lo tanto, la resistencia de 800 m de longitud es

$$R = 220 \times \frac{1\,000}{800} = 275\ \text{M}\Omega$$

10. Resistencias en serie. Un circuito en serie es aquel en el cual las resistencias, u otros elementos eléctricos, están conectados por sus extremos como en la figura 5. En estos sistemas pasa la misma corriente por todos los puntos del circuito, pero la tensión de la línea se reparte entre los distintos elementos del circuito. Si cierto número de resistencias R_1, R_2, R_3, etc. (fig. 5), están conectadas en serie, o sea, una a continuación de otra, la resistencia total del conjunto es

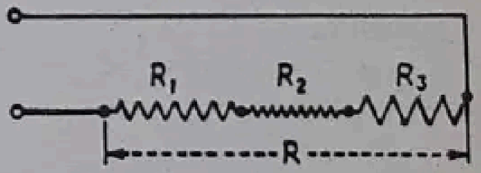


FIG. 5.—Resistencias en serie.

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \tag{6}$$

Es decir:

En un circuito en serie, la resistencia total es la suma de las resistencias individuales.

Ejemplo. Cuatro resistencias están conectadas en serie. Los valores de estas resistencias son $R_1 = 24{,}2$ ohmios; $R_2 = 36{,}4$ ohmios; $R_3 = 18{,}5$ ohmios, y $R_4 = 42{,}9$ ohmios. Determinar el valor de una resistencia única R que sea equivalente a estas cuatro en serie. De la fórmula (6),

$$R = 24{,}2 + 36{,}4 + 18{,}5 + 42{,}9 = 122{,}0 \text{ ohmios}$$

11. Resistencias en paralelo. Un circuito en paralelo es aquel en que un terminal de cada elemento está conectado a un punto común para formar un terminal del sistema, y el otro terminal de cada uno de los elementos está conectado a otro punto común para formar el segundo terminal del sistema. En estas condiciones, cada uno de los elementos del sistema en paralelo está sometido a la misma tensión, pero la corriente total se reparte entre los distintos elementos del circuito. La figura 6 (*a*) representa un circuito con tres resistencias en paralelo.

Cuando las resistencias están en paralelo, la resistencia total equivalente debe ser siempre menor que cualquiera de las resistencias parciales, puesto que la adición de una resistencia en paralelo a otra resistencia aumenta el paso utilizable por la corriente y hace menor la del conjunto.

La resistencia equivalente a la de varias en paralelo puede determinarse directamente si se las considera primero como conductancias. Así, en la figura 6 (*a*) se representan tres resistencias R_1, R_2, R_3 en paralelo. Sus conductancias son $G_1 = 1/R_1$, $G_2 = 1/R_2$, $G_3 = 1/R_3$ (fig. 6, *b*). Pero, como se ha visto en el § 5 (pág. 11), las conductancias en paralelo se suman. De aquí que, en la figura 6 (*b*), la conductancia equivalente sea

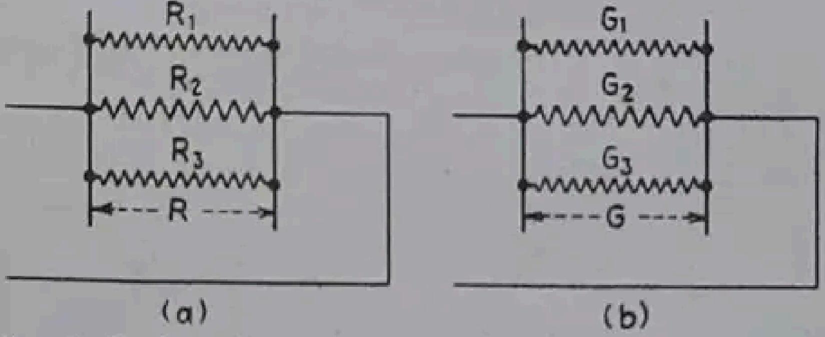


FIG. 6.—*a*) Resistencias en paralelo; *b*) Conductancias en paralelo.

$$G = G_1 + G_2 + G_3 \text{ mhos} \tag{7}$$

Si R es la resistencia total equivalente, $G = 1/R$ y la expresión (7) se puede escribir

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{8}$$

Es decir:

En los circuitos en paralelo, la inversa de la resistencia equivalente es igual a la suma de las inversas de las resistencias individuales.

Para un circuito con dos resistencias R_1 y R_2 en paralelo, la resistencia equivalente R se determina como sigue:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \text{ mhos.}$$

cuyo inverso es

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{9}$$

Con tres resistencias R_1, R_2, R_3 en paralelo, la resistencia equivalente R se determina de la manera siguiente:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2 R_3 + R_3 R_1 + R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3}$$

cuyo inverso es

$$R = \frac{R_1R_2R_3}{R_2R_3 + R_3R_1 + R_1R_2} \tag{10}$$

Ejemplo. Determinar la resistencia equivalente de un circuito con cuatro ramales en paralelo, cuyas resistencias individuales son 3, 4, 6 y 8 ohmios.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = 0{,}333 + 0{,}250 + 0{,}167 + 0{,}125$$

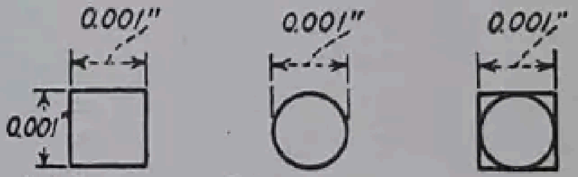
$$= 0{,}875 \text{ mhos}$$

y tomando su inverso

$$R = \frac{1}{0{,}875} = 1{,}143 \text{ ohmios}$$

12. El circular mil. En las tablas de alambres inglesas y norteamericanas se emplea como unidad normal para la sección el «circular mil».

El término *mili* significa una milésima; por ejemplo, un milivoltio = 1/1 000 voltios. Un *mil* es una *milésima de pulgada.* Un *square mil* (mil cuadrado) es un cuadrado cuyo lado es 1 mil (0,001 pulg.), como indica la figura 7 (*a*). El área del *square mil* es 0,001 · 0,001 = = 0,000001 pulg. cuad.



(a) Square mil (b) Circular mil (c) Comparación entre el «square mil» y el «circular mil»

FIG. 7.—El «square mil» y el «circular mil».

Un *circular mil* es el área de un círculo que tiene 1 *mil* de *diámetro* (figura 7 (*b*) y se representa por C.M. o por cir. mil. Como se observa en la figura 7 (*c*), un *circular mil* tiene menor superficie que un *square mil.* El área en pulgadas cuadradas del *circular mil* es $(\pi/4)\,(0{,}001)^2 = 0{,}0000007854$ pulg. cuad.

El *circular mil* es la unidad que sirve para medir la sección de los alambres y cables, y tiene la ventaja de que las secciones circulares medidas en función de esta unidad guardan una relación muy sencilla con los diámetros. También, con el «circular mil» como unidad, el factor π no interviene en los cálculos de las secciones.

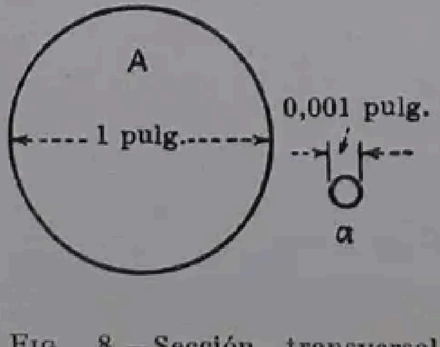


FIG. 8.—Sección transversal expresada en «circular mils».

En la figura 8, *A* representa la sección de un hilo de una pulgada de diámetro. Vamos a determinar su área en «circular mils».

$$\text{Área } A = \frac{\pi}{4}\, 1^2 \text{ pulg. cuad.}$$

El área de un «circular mil» es $a = \frac{\pi}{4}\,0{,}001^2$ pulg. cuad.

La relación A/a da el número de «circular mils» contenidos en A. Por lo tanto,

$$\frac{A}{a} = \frac{\pi/4 \cdot 1^2}{\pi/4 \cdot 0{,}001^2} = 1\,000\,000 \text{ cir. mils.}$$

La expresión general es:

$$\text{Circular mils} = \frac{D_1^2}{0{,}001^2} = 1\,000\,000\,D_1^2 = D^2 \tag{11}$$

donde D_1 es el diámetro del alambre en *pulgadas*.
D es el diámetro del alambre en *mils* (0,001 pulg.).

Lo que hemos dicho puede resumirse en las dos reglas que siguen:

Para obtener el número de «circular mils» de un hilo macizo de un diámetro determinado, exprésese el diámetro en «mils» y elévese al cuadrado.

Para determinar el diámetro de un hilo macizo cuya sección en «circular mils» nos es conocida, calcúlese la raíz cuadrada de esta cifra y el resultado será el diámetro en «mils».

En los países que han adoptado el sistema métrico decimal se utiliza el milímetro para la medida de los diámetros de hilos y alambres, que se distinguen por su sección expresada en milímetros cuadrados. Las equivalencias entre las unidades métricas y las inglesas son las siguientes:

1 pulgada = 25,4 mm; por tanto, 1 mil = 0,0254 mm.

1 «circular mil» = 0,000507 mm^2 o, aproximadamente,

$$0{,}0005\ \text{mm}^2 = \frac{1}{2000}\ \text{mm}^2$$

Es fácil recordar esta equivalencia última, ya que resulta que 1000 «circular mils» equivalen a 0,5 mm^2.

Evidentemente podría emplearse en el sistema métrico decimal una unidad equivalente a la «circular mil». Si considerásemos la «micra circular», o sea el área de un círculo que tiene una micra de diámetro, o sea 0,001 mm de diámetro, como en el caso anterior valdría $0{,}7854 \times 10^{-6}$ milímetros cuadrados, y la relación entre las áreas A de la sección de un hilo circular de 1 mm de diámetro y la a correspondiente a la «micra circular», sería también $A : a = 1\,000\,000$, siendo aplicables las dos reglas que se han consignado anteriormente. Este sistema de medidas no se emplea en los países que utilizan el sistema métrico. A título de curiosidad se han aplicado en los dos ejemplos que a continuación se incluyen.

Ejemplo. El alambre número 00 de las normas de la American Wire Gauge (AWG) tiene un diámetro de 0,3648 pulg. (9,36 mm). ¿Cuál es su sección en circular mils?

$$0{,}3648 \text{ pulg.} = 364{,}8 \text{ mils } (9{,}36 \text{ mm} = 9\,360 \text{ micras})$$

$$364{,}8^2 = 133\,100 \text{ cir. mil. } (9\,360^2 = 8\,769\,600 \text{ micras circulares})$$

Ejemplo. Un hilo tiene una sección de 52 640 cir. mils. ¿Cuál es su diámetro?

$$\sqrt{52\,640} = 229{,}4 \text{ mils} = 0{,}2294 \text{ pulg.}$$

$$\left(52\,640 : 2\,000 = 26{,}32 \text{ mm}^2,\ d = \sqrt{(4 \cdot 26{,}32) : \pi} = 5{,}8 \text{ mm}\right)$$

13. El milímetro cuadrado-kilómetro. En el caso de los conductores eléctricos, especialmente los de gran longitud, se acostumbra a expresar la resistividad en ohmios por milímetro cuadrado de sección y 1 000 m de longitud, valor que para el cobre normal es de 17,24, pudiendo tomarse para aplicaciones prácticas que no requieran gran precisión el valor 17 Ω mm² por kilómetro. Conociendo este valor, la resistencia de un conductor de cualquier longitud se determina muy fácilmente mediante la fórmula (1).

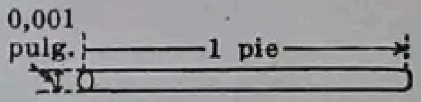


FIG. 9.—El «circular mil-pie».

Cuando se emplean unidades inglesas se utiliza el «circular mil-pie», resistencia de un hilo de un pie de longitud y un «circular mil» de sección (fig. 9). La resistencia de un «circular mil-pie» de cobre es de 10,37 ohmios a 20ºC, que en la práctica puede tomarse igual a 10 Ω, con lo que resulta muy sencilla la aplicación de la fórmula (1).

Ejemplo. ¿Cuál es la resistencia de un cable de cobre de 380 mm² y de 760 m de longitud?

Si el cable sólo tuviera 1 mm² de sección, su resistencia sería, puesto que tiene una longitud de 0,76 Km, $0{,}76 \cdot 17{,}24 = 13{,}10$ ohmios; como, en realidad, la sección es de 380 mm², la resistencia se reducirá en la misma proporción, valiendo, por tanto,

$$R = 13{,}10 : 380 = 0{,}0345 \text{ ohmios.}$$

Si se aplicara la fórmula (1) (pág. 11) se obtendría igualmente

$$R = 17{,}24 \times \frac{0{,}76}{380} = 0{,}0345 \text{ ohmios}$$

Cuando se emplea esta fórmula, si la resistencia específica ρ del conductor viene dada, como aquí, en Ω mm²-Km, se debe poner L en kilómetros y A en milímetros cuadrados.

En unidades inglesas, las dimensiones del cable anterior son, aproximadamente: 750 000 «circ. mil» de sección y 2 500 pies de longitud. Operando como antes, se obtendría que su resistencia, si fuese de sección de un «circ. mil», sería $2\,500 \cdot 10{,}37 = 25\,900$ ohmios y la real $R = 25\,900 : 750\,000 = 0{,}0346$ ohmios. La fórmula (1) da igualmente

$$R = 10{,}37 \cdot \frac{2\,500}{750\,000} = 0{,}0346 \text{ ohmios}$$

en este último caso, L debe expresarse en pies y A en «circular mils».

14. El milímetro cuadrado-metro. Para el cálculo de resistencias, especialmente cuando se trata de solenoides y arrollamientos, el kilómetro es una unidad de longitud excesiva. Además, estos arrollamientos trabajan generalmente a temperaturas para las cuales la resistividad del cobre (considerándola a unos 60°) vale 20 ohmios mm^2-Km, o sea de 0,02 ohmios mm^2-m, o sea $1/50\ \Omega \cdot mm^2$-m. De aquí se desprende que la resistencia de un conductor de cobre en estas condiciones es

$$R = \frac{1}{50} \cdot \frac{L}{A} = L : (50 \cdot A)$$

expresándose A en milímetros cuadrados; es decir que la resistencia es igual a la longitud en metros dividida por 50 veces la sección en milímetros cuadrados.

En unidades inglesas, la resistividad del cobre (a unos 60° C) vale 12 ohmios por «circular mil-pie», o sea 1 ohmio por «circular mil-pulgada» (1 pie = 12 pulgadas), de donde

$$R = 1 \cdot \frac{L}{A} = L : A,$$

expresándose L en pulgadas y A en «circular mils».

Ejemplo. El arrollamiento cilíndrico de un electroimán tiene un diámetro interior de 6 pulg. y exterior de 9 pulg. y su longitud de 4 pulg. se ha obtenido con 1 000 espiras de alambre especial que tiene una sección de 4 110 cir. mils. Suponiendo que la resistencia de 1 cir. mil-pulg. del alambre es 1 ohmio, hallar la resistencia del arrollamiento.

Longitud media de una espira = $\frac{1}{2}\pi\,(6 + 9) = 23{,}6$ pulg.

Longitud total de alambre = $1\,000 \cdot 23{,}6 = 23\,600$ pulg.

Resistencia $R = \dfrac{23\,600}{4\,110} = 5{,}74$ ohmios.

En unidades métricas corresponden al caso anterior (aproximadamente y redondeando) 150 mm de diámetro interior, 230 mm de exterior, 100 mm de longitud y 2,1 mm^2 de sección. La longitud media de las espiras resulta, por tanto, de $\frac{1}{2}\pi\,(150 + 230) = 597$ mm y la total de $1\,000 \times 597 = 597\,000$ mm o sea de 597 m, con lo que su resistencia, de acuerdo con la fórmula obtenida, valdría:

$$R = 597 : (50 \times 2{,}1) = 597 : 105 = 5{,}68 \text{ ohmios.}$$

La diferencia con el resultado anterior se debe a que las dimensiones métricas consideradas no corresponden totalmente a las equivalentes inglesas.

15. Resistividad del cobre. Al principio, la resistividad del cobre se definió partiendo de los resultados obtenidos por Matthiessen, que realizó en 1862 cuidadosas medidas de la resistencia del cobre, supuesto puro. Este autor encontró que la resistividad era 1,594 microohmios por cm^2-cm a 0°C. En vista de la incertidumbre que existía sobre la calidad del cobre empleado, el Bureau of Standards hizo una larga serie de ensayos con cobre comercial. Su recomendación de considerar como resistividad normal el valor 0,15328 ohmios por metro-gramo a 20°C fué aceptada por la Comisión Electrotécnica Internacional en su reunión de Berlín, del 1 al 6 de septiembre de 1913. Se le llamó *cobre recocido normal internacional* cuya resistividad es la que se acepta internacionalmente para el cobre recocido. El metro-gramo normal es una resistividad de *masa* que es igual a la resistencia de un alambre uniforme de cobre recocido de 1 m de largo y cuyo peso sea 1 g. El valor internacional admitido para el peso específico del cobre es 8,89 g/cm^3 a 20°C y corresponde a 0,3212 libras inglesas por pulgada cúbica. La resistividad a 20°C del cobre recocido normal internacional expresada en distintas unidades es:

0,15328	ohmios (metro-gramo)
875,20	ohmios (milla inglesa-libra)
1,7241	microohmios (centímetro cuadrado-centímetro)
0,67879	microohmios (pulgada cuadrada-pulgada)
10,371	ohmios (circular mil-pie)
0,017241	ohmios (milímetro cuadrado-metro)

La conductividad del cobre recocido comercial es aproximadamente el 98 % de la del normal internacional, y la conductividad del cobre estirado duro es de 96 a 97 % de la del normal internacional.

16. Resistividad del aluminio. El aluminio sigue al cobre en importancia como conductor comercial (ver § 25, pág. 31). Se encuentra en la arcilla, feldespatos y otros silicatos, pero la fuente fundamental es la bauxita, mineral de óxido de aluminio hidratado. El método corriente de obtención se funda, básicamente, en la electrólisis del mineral fundido. El metal es de color blanco argéntico, es dúctil y puede trabajarse con facilidad por laminación, estirado, forja y troquelado. Su peso específico es de 2,703 gm·cm^3 a 20°C (0,0975 libras por pulgada cúbica) y, por tanto, mucho menor que el del cobre. Funde a 660°C (1 220°F).

La resistividad en volumen de los alambres de aluminio refinado electrolíticamente, según las determinaciones del Bureau of Standards (*circular* 346) es de 2,674 microohmios cm^2-cm a 20°. Las normas A.S.A. para los conductores de aluminio duro estirado dan 2,828 microohmios cm^2-cm y una conductividad en volumen de 60,97 % (aproximadamente 61 %) de la del cobre recocido normal internacional. Como la relación de los pesos específicos es de 2,703 : 8,89 (prácticamente $^1/_3$), la conductividad másica resulta ser el 200,1 % de la del cobre. Esto es: para masas iguales, la conductancia de un hilo uniforme de aluminio es prácticamente doble que la de un hilo uniforme de cobre de la misma longitud, siempre que estén a la misma temperatura. A continuación se dan los valores de la resistividad del aluminio a 20°C, expresados en distintas unidades:

0,0764	ohmios (metro-gramo)
436,00	ohmios (milla-libra)
2,828	microohmios (centímetro cuadrado-centímetro)
1,113	microohmios (pulgada cuadrada-pulgada)
17,01	ohmios (circular mil-pie).

17. Normas relativas a la resistividad. Al principio, la conductividad del cobre comercial se especificaba y se expresaba en tanto por ciento de la conductibilidad del cobre recocido normal internacional, dada en el § 15 (pág. 21). La conductividad del cobre comercial era de alrededor del 98 %.

Más recientemente, la resistividad (y conductividad) normalizada para el hilo de cobre se ha basado en su medida en ohmios, de acuerdo con las normas de la A.S.A. y de la A.S.T.M. (American Society for Testing Materials) que a continuación se incluyen. Para cumplir las normas, la resistividad de los hilos de cobre no debe ser superior a lo que en ellas se fija.

Hilo de cobre recocido blando

La resistividad no debe exceder de 875,20 ohmios-milla-libra (0,15328 ohmios-metro-gramo) a 20°C (68°F).

RESISTIVIDAD

Diámetro normal		Estirado semiduro A.S.A. H. 4. 3-1941 A.S.T.M. B. 2-40		Estirado duro A.S.A. H. 4.2-1941 A.S.T.M. B. 1-40	
Pulgadas	mm	Ω milla-libra	Ω m-gm	Ω milla-libra	Ω m-gm
0,460-0,325	11,684-8,255	896,15	0,15694	900,77	0,15775
0,324-0,0403	8,229-1,0236	905,44	0,15856	910,15	0,15940

Expresada en distintas unidades, la resistividad a 20°C de los hilos anteriores es la siguiente:

	Blando	Estirado semiduro	Estirado duro
Conductividad relativa a 20°C (68°F) %	100	97,16	96,16
Ohmios (milla-libra).	875,20	900,77	910,15
Ohmios (metro-gramo)	0,15328	0,15775	0,15940
Ohmios (circular mil-pie)	10,371	10,674	10,785
Ohmios (metro-milímetro cuadrado).	0,017241	0,017745	0,017930
Microohmios-pulgada-pulg.^{2}	0,67879	0,69863	0,70590
Microohmios-centímetro-cm^2	1,7241	1,7745	1,7930

Obsérvese que la columna correspondiente al 100 % de conductibilidad corresponde al tipo normal internacional (§ 15, pág. 21).

Ejemplo. Se mide la resistencia de un hilo galga 000 AWG (American Wire Gage) de cobre estirado semiduro, cuyo diámetro es de 0,410 pulg. (10,414 mm), entre dos puntos que distan 112,6 cm, encontrándose que vale 0,0002312 ohmios. Determinar: *a*) la resistividad en ohmios-metro-gramo; *b*) si cumple o no las anteriores normas, y *c*) la resistividad en ohmios-cm²-cm. Peso del cobre 8,89 g-cm³.

a) Volumen del hilo $\pi \cdot 10{,}414^2 \cdot 1126 : 4 = 92\,431 \text{ mm}^3 = 92{,}431 \text{ cm}^3$

Peso $92{,}431 \times 8{,}89 = 821{,}7$ g.

Como el peso de la muestra y el del metro-gramo son proporcionales a su volumen puede utilizarse la ecuación (2), página 12. La resistencia R de un metro-gramo será:

$$\frac{R}{0{,}0002312} = \frac{100^2 : 1}{112{,}6^2 : 821{,}7} \qquad R = \frac{0{,}0002312 \times 100^2 \times 821{,}7}{112{,}6^2} = 0{,}15772\ \Omega \text{ m-gm.}$$

b) El valor de R es menor que el 0,15775 dado en las normas.

$$c)\ 0{,}0002312 = \rho \frac{112{,}6}{\frac{\pi}{4}\, 1{,}0414^2} \qquad \rho = 0{,}0002312 \frac{0{,}8514}{112{,}6} = 1{,}748 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot \text{cm}^2\text{-cm.}$$

18. Materiales para resistencias. Estos materiales se utilizan cuando se desea introducir una resistencia en un circuito. Se emplean para los reóstatos, elementos de calefacción, limitadores de corriente, instrumentos de medida, shunts y para un gran número de utilizaciones industriales. Hay muchas categorías de materiales para resistencias, casi tantas como de aleaciones. Las aleaciones níquel-cromo tienen una elevada resistividad eléctrica, un coeficiente de temperatura bajo y una gran resistencia a la oxidación y a las variaciones producidas por altas temperaturas. Se emplean para elementos de calefacción que deban operar a altas temperaturas, tales como los hornos eléctricos, aparatos domésticos, como las cocinas eléctricas, parrillas, planchas, estufas y elementos de calefacción. Los aceros al cromo-níquel —como, por ejemplo, los que contienen 17 a 20 % de cromo, 7 a 10 % de níquel, y pequeñas proporciones de carbono y manganeso— se utilizan cuando son precisas resistencias excepcionales al calor y a la corrosión. Las aleaciones de níquel-hierro son de baja resistividad y poca resistencia a la oxidación y hay que operar con ellas a bajas temperaturas, pero son mucho más baratas que las de cromo-níquel; se emplean para reóstatos y resistencias en los que no se produzcan más que temperaturas moderadamente elevadas. Las aleaciones de cobre y níquel tienen una resistencia a las altas temperaturas inferior a la de las de cromo-níquel, pero a las temperaturas ordinarias el coeficiente de resistencia es prácticamente despreciable. Por ello se emplean mucho en los instrumentos de precisión.

La resistividad de las aleaciones de níquel-cromo y aceros al cromo-níquel es de 60 a 70 veces la del cobre; la de las de níquel-hierro, 40 a 50 y la de las de cobre-níquel, de 18 a 30 veces.

La manganina es una aleación de cobre y manganeso, con 65 % de cobre, 30 % de ferromanganeso y 5 % de níquel. Tiene un coeficiente de temperatura muy bajo, por lo que se emplea mucho en los instrumentos de medida y shunts.

El alambre de hierro y de fundición se emplean también como resistencias, utilizándose con frecuencia las rejillas de hierro fundido como resistencias de arranque y regulación en los combinadores. El volframio, debido a su alto punto de fusión y su gran resistividad a temperaturas elevadas, es el material que universalmente se emplea para los filamentos de las bombillas.

En la tabla del apéndice H se consignan las propiedades eléctricas de los metales y materiales empleados más corrientemente para resistencias.

19. Coeficiente de temperatura. La resistencia del cobre y de otros metales puros (no aleados) aumenta apreciablemente con la temperatura. Como esta última varía en los conductores eléctricos en servicio, con la intensidad de la corriente y depende de las condiciones del medio que los rodea, del ambiente, así como de la temperatura del mismo, es importante conocer la relación entre la temperatura y la resistencia. Por ejemplo, la temperatura de las máquinas eléctricas, cuando están en funcionamiento, es necesariamente superior a la del medio que las rodea, y, como se verá más adelante, puede determinarse el calentamiento de los arrollamientos de las máquinas midiendo su resistencia. También aumenta la temperatura de muchos elementos utilizados en electrotecnia, como por ejemplo, los hilos y cables, los filamentos de las lámparas de incandescencia y los hilos de las resistencias.

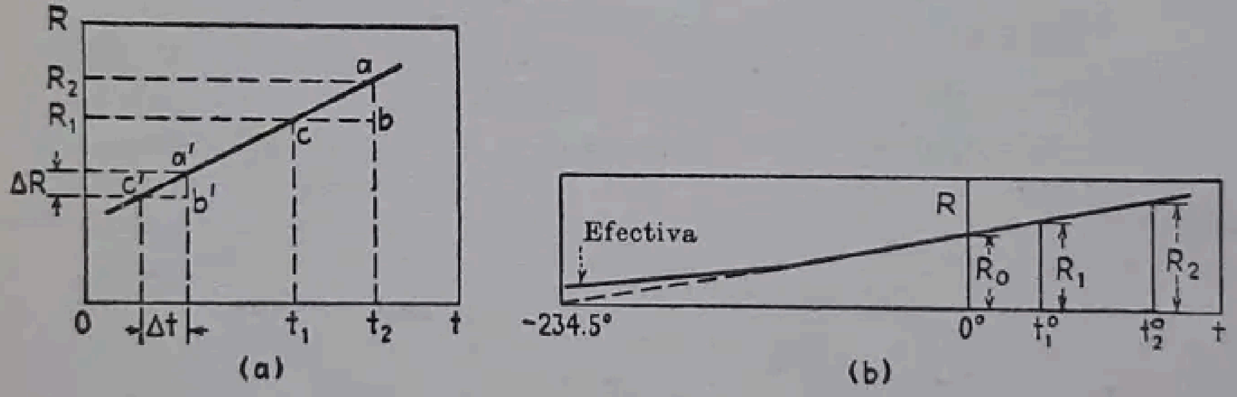


FIG. 10.—Variación de la resistencia con la temperatura.

Entre determinados límites de temperatura, la resistencia de los conductores metálicos es una función lineal de aquélla, como se indica en el gráfico de la figura 10 (*a*). Si R_2 y R_1 son las resistencias a las temperaturas t_2 y t_1, de la semejanza de los triángulos *abc* y *a'b'c'* se deduce

$$\frac{\Delta R}{\Delta t} = \frac{R_2 - R_1}{t_2 - t_1}$$

ecuación que permite calcular, por ejemplo, la resistencia R_2 a la temperatura t_2 en función de otra conocida R_1, a la temperatura t_1, siempre que se conozca el valor $\Delta R : \Delta t$. Ahora bien, este último cociente es función de la resistencia R de cada material conductor y, por tanto, depende de su resistividad y de su forma. Para un material dado, la ecuación es más general si $\Delta R : \Delta t$ se expresa por su relación a un valor inicial de la resistencia, tal como R_1 a la temperatura t_1, esto es, si se escribe $(\Delta R : \Delta t) : R_1$. Este valor $(\Delta R : \Delta t) : R_1$ se denomina *coeficiente de temperatura de la resistencia* a la temperatura t_1 y se define como cambio de la resistencia por ohmio y por grado centígrado de la temperatura, acostumbrándose a representar por α.

Si en la ecuación anterior se divide por R_1, se obtendrá

$$\frac{\Delta R}{\Delta t \cdot R_1} = \frac{R_2 - R_1}{(t_2 - t_1) R_1} = \alpha$$

$$R_2 - R_1 = \alpha R_1 (t_2 - t_1) \text{ ohmios.}$$

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)] \text{ ohmios.} \tag{12}$$

A 0°C, la ecuación (12) se transforma en

$$R_2 = R_0[1 + \alpha_0(t_2 - t_0)] = R_0(1 + \alpha_0 t_2) \text{ ohmios.} \tag{12a}$$

en la que R_0 es la resistencia y α_0 el coeficiente de temperatura a $t_0 = 0$°C.

Para el cobre, $\alpha_0 = 0{,}00427$, valor que es sensiblemente igual para muchos metales puros.[1] Esto indica que la resistencia del cobre aumenta 0,427 % por cada grado centígrado de aumento de temperatura a partir de 0°C. Si, por ejemplo, se supone una bobina que tiene una resistencia de 100 ohmios a 0°C, ésta aumentará por grado de incremento de la temperatura

$$100 \cdot 0{,}00427 \text{ ohmios} = 0{,}427 \text{ ohmios}$$

A 40°C el aumento de resistencia será de $40 \cdot 0{,}427 = 17{,}08$ ohmios, y la resistencia correspondiente $100 + 17{,}08 = 117{,}08$ ohmios.

Si la resistencia a temperaturas definidas distintas de 0°C fuese conocida, se debe deducir la resistencia a 0°C antes de determinar las resistencias correspondientes a otras temperaturas. Para estos casos, la fórmula (12 *a*) puede ponerse en la forma

$$R_0 = \frac{R_2}{1 + \alpha_0 t_2} \tag{13}$$

Ejemplo. La resistencia del arrollamiento de un electroimán hecho con alambre de cobre es de 30 ohmios a 20°C. ¿Cuál será su resistencia a 80°C?

La resistencia a 0°C sería

$$R_0 = \frac{30}{1 + (0{,}00427 \cdot 20)} = \frac{30}{1{,}085} = 27{,}65 \text{ ohmios}$$

$$R_{80} = 27{,}65\ [1 + (0{,}00427 \cdot 80)] = 37{,}11 \text{ ohmios}$$

---

[1] Por ejemplo, para el aluminio $\alpha_0 = 0{,}00439$.

Este procedimiento de empezar por el cálculo de la resistencia a 0° es un pequeño inconveniente, pero es más fácil de recordar. Sin embargo, se puede calcular el coeficiente de temperatura partiendo de cualquier temperatura inicial.

Sean R_1 y R_2 las resistencias a las temperaturas t_1 y t_2 respectivamente. Tendremos

$$R_1 = R_0(1 + \alpha_0 t_1) \qquad \text{(I)}$$

$$R_2 = R_0(1 + \alpha_0 t_2) \qquad \text{(II)}$$

Si dividimos la (II) por la (I) y despejamos R_2

$$R_2 = R_1 \frac{(1 + \alpha_0 t_2)}{(1 + \alpha_0 t_1)} = R_1[1 + \alpha_1(t_2 - t_1)] \qquad \text{(III)}$$

donde α_1 es el coeficiente de temperatura correspondiente a t_1, lo que equivale a hacer $R_2 = R_1[1 + \alpha_1(t_2 - t_1)]$. Despejando en (III) el valor α_1 obtendremos:

$$\alpha_1 = \frac{1 + \alpha_0 t_2 - 1 - \alpha_0 t_1}{(1 + \alpha_0 t_1)(t_2 - t_1)} = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0 t_1} \qquad \text{(IV)}$$

Dividiendo el segundo miembro por α_0 resulta

$$\alpha_1 = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_0} + t_1} \qquad (14)$$

Si α_0 (para el cobre) es igual a 0,00427, $1/\alpha_0 = 234{,}5$

Entonces $\alpha_1 = \dfrac{1}{234{,}5 + t_1}$ que es fácil de recordar.

Por ejemplo, $\alpha_{40} = 1/274{,}5 = 0{,}00364$ (ver § 20).

Por lo tanto, *el coeficiente de temperatura de la resistencia a una temperatura dada es la variación que experimenta la resistencia de un ohmio por grado centígrado de variación de la temperatura, a partir de la dada.*

En el § 20 se incluyen los coeficientes de temperatura del cobre para varias temperaturas iniciales. Por medio de esta tabla se simplifican los problemas de coeficientes de temperatura, como lo prueba el ejemplo que sigue, que es el mismo caso visto en la página anterior.

Ejemplo. El coeficiente de temperatura del cobre a 20°C, que es la temperatura inicial, es 0,00393. El aumento de temperatura es 80° − 20° = 60°C.

Luego, la resistencia a 80°C será

$$R_{80} = 30\,(1 + 0{,}00393 \cdot 60) = 37{,}07 \text{ ohmios}$$

20. Coeficientes de temperatura del cobre para varias temperaturas iniciales. A continuación se dan estos coeficientes para temperaturas de 0 a 50°C, de 5 en 5°, calculados por la fórmula (deducida de la 14)

$$\alpha_t = \frac{1}{234{,}5 + t}.$$

Temperatura inicial	Incremento de resistencia por 1°C
0	0,00427
5	0,00418
10	0,00409
15	0,00401
20	0,00393
25	0,00385
30	0,00378
35	0,00371
40	0,00364
45	0,00358
50	0,00352

21. Resistencia nula. Si la resistencia del cobre a distintas temperaturas se toma sobre las ordenadas y las temperaturas como abscisas, el diagrama resultante es prácticamente una línea recta (fig. 10, *b*). Si se prolonga esta recta hasta que corte el eje de abscisas, en el cual la resistencia es nula, encontraremos que corresponde a la temperatura −234,5°C (número fácil de recordar), como se indica en la figura 10 (*b*). Esto equivale a decir que entre los límites ordinarios de temperaturas, el cobre se comporta como si la resistencia nula correspondiera a −234,5°C. En realidad, la curva se aparta de la línea recta para temperaturas extremadamente bajas, como se indica con la línea seguida de la figura 10 (*b*). Esto da un método conveniente para determinar las relaciones entre temperaturas y resistencias.

Por semejanza de triángulos (fig. 10)

$$\frac{R_0}{234{,}5} = \frac{R_1}{234{,}5 + t_1} \tag{15}$$

$$\frac{R_1}{234{,}5 + t_1} = \frac{R_2}{234{,}5 + t_2} \tag{16}$$

Si aplicamos la expresión (16) al ejemplo del § 19 (pág. 25)

$$\frac{30}{234{,}5^\circ + 20^\circ} = \frac{R_{80}}{234{,}5^\circ + 80^\circ}$$

$$R_{80} = 30\,\frac{314{,}5}{254{,}5} = 37{,}07 \text{ ohmios.}$$

22. Semiconductores: varistores y termistores.[1] Los semiconductores pueden definirse como substancias cuya conductividad eléctrica a la temperatura ambiente es mucho menor que la de los metales típicos, pero mucho mayor que la de los aisladores típicos. Si bien no existen unos límites bien definidos entre los conductores, semiconductores y aisladores, puede considerarse que la resistividad de los segundos a la temperatura ambiente está comprendida entre 0,1 y 10^9 ohmios cm^2-cm. Los semiconductores tienen, corrientemente, un valor elevado y negativo del coeficiente de temperatura de la resistencia. Cuando la temperatura asciende de 0 a 300°C, la resistividad baja en la relación de 1 000 a 1, mientras que en el cobre aumenta solamente en la relación de 1,28 a 1, y de 2 a 1 en el platino.

---

[1] BECKER, J. A., C. B. GREEN y G. L. PEARSON: «Properties and Uses of Thermistors-Termally Sensitive resistors». *Trans. A.I.E.E.*, vol. 65, pág. 711, 1946.

Una substancia cuya resistividad varía tan ampliamente se denomina *varistor*. Un varistor se define como «una resistencia eléctrica, constituída por una materia sólida, cuya característica intensidad de corriente-voltaje no es lineal». Si la variación de la resistividad de un varistor, en función de la temperatura, es muy considerable, se denomina *termistor* y se define como «un varistor simétrico[1] que tiene un coeficiente de temperatura de resistencia excepcionalmente elevado».

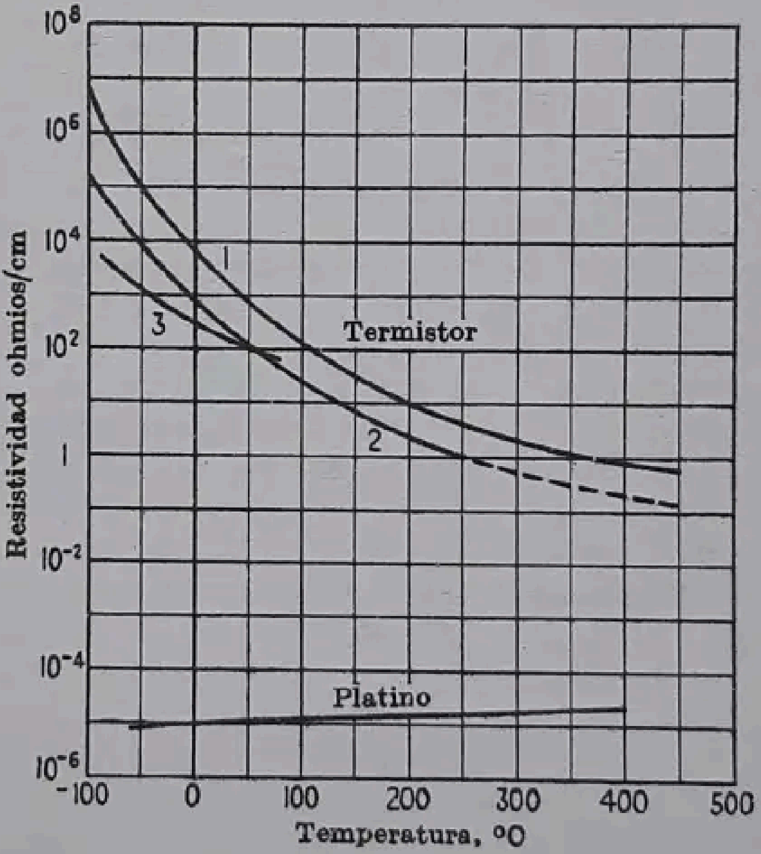


FIG. 11.—Resistividad de los termistores.

Los semiconductores del tipo de los termistores se hacen con compuestos y mezclas de cloruros, como el NaCl, sulfuros, óxidos como el Mn$_2$O$_3$, Fe$_2$O$_3$ y NiO, carburos, y determinados elementos químicos, como boro, silicio, germanio y teluro. Los termistores se confeccionan en forma de granos, varillas, discos, arandelas y escamas. En la figura 11 se representa la resistencia de tres termistores diferentes, en escala logarítmica y en función de la temperatura. Se consigna también la curva característica resistencia-temperatura del platino, como elemento de comparación.

---

[1] «Simétrico» significa que la resistividad a cualquier temperatura es la misma para valores de la intensidad de la corriente tanto crecientes como decrecientes.

Debido a esta amplia variación de la resistencia con la temperatura, un termistor constituye un elemento de un circuito de gran sensibilidad térmica, cuya resistencia varía aproximadamente en un 4 % por grado centígrado de variación, lo que ha hecho que se apliquen mucho, por ejemplo para termómetros sensibles, elementos de regulación de temperatura, compensadores térmicos, reguladores de tensión, medidores de potencia en corrientes de frecuencia ultraelevada, reguladores automáticos de amplificación en radio, reguladores de volumen de altavoces y otras muchas aplicaciones.

23. Diámetros y galgas de hilos. En los países que utilizan el sistema métrico decimal, los hilos y alambres se distinguen por su sección en milímetros cuadrados o su diámetro en milímetros, habiéndose normalizado las secciones. Existe también, en otros países, un sistema de clasificación mediante *galgas*, dándose a los hilos una designación numérica para distinguirlos. Por su extensión daremos a conocer el sistema de galgas americano y el criterio seguido para su formación.

La American Wire Gage o A.W.G. (llamada antiguamente Brown & Sharpe Gage) se funda en una relación constante entre los diámetros de los números sucesivos; es decir, los diámetros crecen en progresión geométrica. El diámetro del número 0000 es de 0,4600 pulg. (1,168 cm) y el diámetro del número 36 es 0,0050 pulg. (0,0127 cm). Entre el número 0000 y el número 36 hay otros 38 números. Por esto, la relación entre un diámetro cualquiera y el inmediato superior debe ser

$$\sqrt[39]{\frac{0,4600}{0,0050}} = \sqrt[39]{92} = 1,123$$

El cuadrado $(1,123)^2$ de esta razón es 1,2610. Siendo así que la sección varía como el cuadrado del diámetro, la relación entre una sección cualquiera y la inmediata superior es 1,261. La sexta potencia de 1,123 es 2,0050. Por lo tanto, la relación entre un diámetro cualquiera al diámetro de un número de galga 6 veces mayor vale prácticamente 2. De esto resulta que la sección o se dobla o se reduce a la mitad por cada tres números de variación de la galga. Siendo $(1,261)^2 = 1,590$, la relación entre cualquier sección y la del número de galga dos lugares más elevado es prácticamente 1,60. La relación entre cualquier sección y otra cuyo número difiera en 10 es $(92^{10/39})^2 = 10$ (prácticamente) o su inverso 1/10.

En el apéndice E se da una tabla para alambres macizos de cobre A.W.G., y en el apéndice F una tabla similar para cables de varios alambres arrollados.

Cálculos aproximados con la A.W.G. El diámetro del alambre del número 10 es 0,102 pulg. (0,259 cm) y su sección es igual a 10 400 cir. mils. Aproximadamente podemos considerar que el diámetro es 0,1 pulg. (0,254 cm) y la sección 10000 cir. mils. (5,067 mm²).

De lo que antecede y teniendo en cuenta que el peso de 1000 pies (305 m) del alambre número 10 es 31,4 (=10 π) libras (14,242 Kg), se desprenden las reglas aproximadas siguientes:

1) El alambre número 10 tiene un diámetro de 0,1 pulg. (2,54 mm) y una resistencia de 1 ohmio por 1000 pies (0,305 ohmios por Km). 2) La resistencia del alambre se duplica al aumentar tres números la galga y se reduce a la mitad cuando se disminuyen tres números de galga. 3) Por lo tanto, la resistencia aumenta en $\sqrt[3]{2} = 1{,}26$ (1 $^1/_4$) veces por cada aumento de un número de galga que se aumente y en $(1{,}26)^2 = 1{,}6$ veces por cada dos números. 4) La resistencia queda multiplicada o dividida por 10 por cada diferencia de 10 números. 5) El peso de 1000 pies (305 m) del alambre número 10 es 31,4 libras (14,242 Kg) y el peso de 1000 pies (305 m) del número 2 es 200 libras (90,72 Kg). Estas reglas transforman en un trabajo relativamente sencillo la determinación de la resistencia y el peso de cualquier tipo cuando no se tiene la tabla.

24. Cables multifilares. Los hilos y alambres de sección llena de tamaño superior al 0000 (diám. 11,5 mm) no se emplean prácticamente en ningún caso, ya que por su gran rigidez no pueden curvarse fácilmente. Los cables de mayor sección son, por lo tanto, multifilares para que sean flexibles. También, para ciertos usos, los conductores de sección relativamente pequeña se hacen frecuentemente de muchos hilos para obtener mayor flexibilidad. (Los cordones de lámparas y los que se emplean para aparatos portátiles son ejemplos excelentes.)

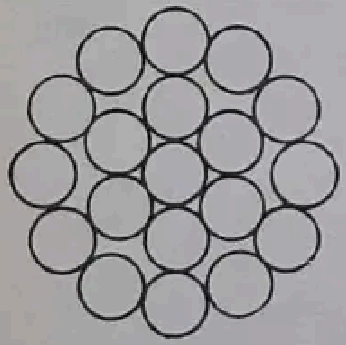


FIG. 12.—Cable de diecinueve hilos.

El cableado se realiza generalmente ajustándose a las siguientes reglas de formación: Seis hilos rodean un alambre central. A cada nueva capa se le ponen seis hilos adicionales sobre los que tenía la precedente. Así, la primera capa tiene 6 hilos, la segunda tiene 12, la tercera 18, y así sucesivamente, como indica la figura 12. Por este motivo, el número de alambres de un cable normal puede ser 1 - 7 - 19 - 37 - 61 - 91 - 127 - ... Algunas veces, para obtener mayor flexibilidad, se confeccionan los cables con otros cables menores.

Los cables se designan también por su sección en milímetros cuadrados. En el sistema A.W.G., cuando son de tamaño superior al 0000 (11,5 mm de diámetro) se clasifican también por su sección, expresada en circular mils más que por un número. Los tamaños normalizados difieren sucesivamente en 50000 cir. mils (25,535 mm²), empezando por 250000 cir. mils (126,68 mm²). En el apéndice F se indican las características de los cables multifilares de cobre recocido. Naturalmente que el diámetro exterior es superior al de un conductor cilíndrico macizo de la misma sección.

25. Conductores. Aunque la plata es mejor conductora que el cobre, su empleo como metal conductor está muy limitado por razón de su costo.

En limitadas ocasiones se emplea cuando se requiere un conductor muy fino de elevada conductividad, como en el caso de escobillas y eventualmente en el conmutador de contadores de energía. Se utilizan mucho los botones de plata y contactores plateados en los dispositivos de interrupción de corriente, debido al reducido valor de la tensión del vapor de plata, que hace no se ceben los arcos al abrir el circuito. El cobre, por su elevada conductividad y moderado costo, se usa mucho más para conductores que cualquier otro material. Tiene muy buenas cualidades, tales como la ductilidad, alta resistencia a la tracción, escaso desgaste, poca corrosión por los agentes atmosféricos, y facilidad de soldadura.

El aluminio tiene sólo el 61 % de la conductividad del cobre, pero, para igual longitud y peso, tiene alrededor de dos veces la conductancia del cobre. Es más blando que el cobre, su resistencia a la tracción es menor y no puede soldarse fácilmente. No le afecta la acción de la intemperie. Los cables subterráneos con conductores de aluminio se emplean hoy corrientemente, aun cuando, para una conductancia dada, el aluminio requiere más aislamiento que el cobre, debido a su mayor sección. Sin embargo, este aumento de aislamiento es menor que la disminución del costo del aluminio y la mayor facilidad para adquirirlo, especialmente después de la segunda guerra mundial. Además, para una capacidad dada, la capacidad de carga normal del aluminio es mayor que la del cobre, debido a que presenta una mayor superficie de radiación de calor.

El aluminio se emplea con profusión como conductor para líneas de transmisión a alta tensión, ya que su ligereza y gran diámetro son una ventaja (a causa del efecto corona) (véase § 257 y vol. II, § 273). Se emplea también con alguna extensión para barras de cuadro a baja tensión, porque ofrece mucha más superficie de radiación que el cobre de la misma conductancia.

El hierro y el acero tienen aproximadamente nueve veces la resistencia del cobre para la misma sección y longitud. Las secciones grandes para una conductancia dada resultan de un uso prohibitivo cuando se necesita una cubierta aislante, y su crecido peso se opone a su empleo en la mayoría de los casos en que los conductores deben colocarse sobre postes. Estos materiales se emplean más comúnmente para resistencias conectadas a reóstatos y para tercer carril conductor de los ferrocarriles eléctricos. El hierro y el acero deben protegerse ordinariamente contra la oxidación por medio del galvanizado u otra cubierta protectora. El acero con cubierta soldada de cobre (copperweld) consiste en un alambre de acero recubierto, por fusión o soldadura, por una capa de cobre. Las ventajas de estos conductores son que tienen la elevada resistencia a la tracción del acero combinada con la elevada conductividad del cobre. Además, el cobre protege el acero contra la oxidación. Su campo de utilización son las líneas de transporte en las que los tramos de gran luz hacen necesaria una elevada resistencia a la tracción, y también como cable aéreo de tierra.

CAPÍTULO II

LA LEY DE OHM Y EL CIRCUITO ELÉCTRICO

26. El sistema C.G.S. de unidades eléctricas. Hay cuatro sistemas básicos o fundamentales de unidades eléctricas, el *c.g.s.* (centímetro-gramo-segundo) *electrostático*, el *c.g.s. electromagnético*, el *m.k.s.* (metro-kilogramo-segundo) *no racionalizado* y el *m.k.s. racionalizado.*

Las unidades del *sistema c.g.s. electrostático* parten de la ley experimental de Coulomb (véase § 232), que establece que la fuerza que se desarrolla entre dos cargas puntuales Q_1 y Q_2, situadas a una distancia de r centímetros, es igual a $\frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_v \cdot r^2}$ dinas; en esta fórmula, ε_r es la constante dieléctrica (véase § 239) del medio, y ε_v la constante dieléctrica del vacío. En el sistema c.g.s. se considera que ε_v es igual a la unidad. Otras unidades eléctricas, tales como las de corriente y de potencial, pueden deducirse de esta simple relación. El sistema electrostático se emplea para calcular la capacidad de los condensadores partiendo de sus dimensiones geométricas (véase, por ejemplo, la ecuación 275, § 246) y se emplea también con mucha extensión en el cálculo aplicado a los fenómenos electrónicos, considerando que los mismos electrones son diminutas cargas eléctricas. Las unidades del sistema electrostático se acompañan ordinariamente de un prefijo *estat*, por ejemplo, estatvoltio, estatfaradio, etc.

Las unidades del sistema c.g.s. *electromagnético* o *absoluto* parten fundamentalmente de la ley que fija el valor de la atracción magnética entre dos polos con intensidades de m y m' unidades de polo y concentrados en dos puntos, que es de $mm' : \mu_r \mu_v r^2$ dinas, en donde μ_r es la permeabilidad relativa del medio, y μ_v la del vacío, que en el sistema c.g.s. se toma igual a la unidad. La unidad de corriente se deduce de la ley de Biot-Savart (§ 172), que da la relación que existe entre la corriente en un conductor y la fuerza que la corriente ejerce sobre un polo magnético unidad. Se deduce de la fórmula (141) § 173, que si se obliga a una corriente I' que circula por un conductor a recorrer una curva en arco de círculo de 1 cm de longitud y de 1 cm de radio (fig. 13) y la unidad de polo se halla en el centro del arco, la fuerza que actúa sobre ésta es

$$F = I' \text{ dinas.} \tag{17}$$

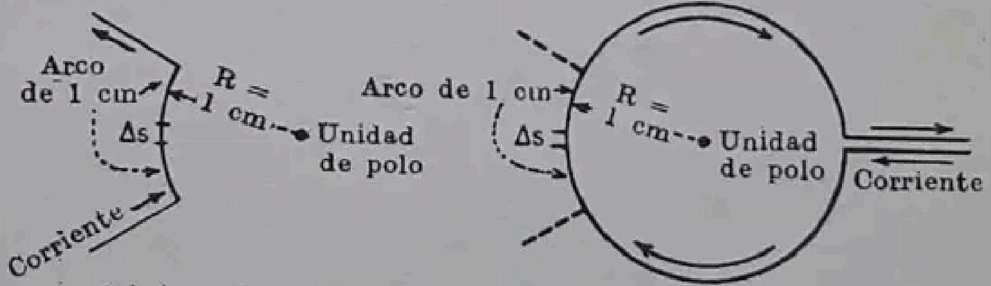
(Obsérvese en la figura 13 que las conexiones con los extremos del arco son radiales, con lo cual la corriente que circula por ellos no ejerce acción sobre la unidad de polo.) Sin embargo, y especialmente cuando hayan de realizarse mediciones, es más práctico emplear una espira completa (fig. 13, *b*) que un arco de 1 cm (fig. 13, *a*). En estas condiciones, cuando la corriente es de I' «abamperios», la fuerza en el centro del círculo de 1 cm de radio es de

$$\mathbf{F} = 2\pi I' \text{ dinas.} \tag{18}$$

Si la bobina tiene N vueltas y el radio de las espiras es r cm, la fuerza valdrá

$$\mathbf{F} = \frac{2\pi N I'}{r} \text{ dinas.} \tag{19}$$

En las fórmulas (17), (18) y (19) se considera que la corriente es lineal o, lo que es lo mismo, que las espiras son de sección transversal nula. Si en la disposición de la figura 13 (*a*) se regula la intensidad de la corriente de tal modo que la acción ejercida sobre la unidad de polo valga una dina, el valor de la intensidad, según (17), es de una unidad c.g.s. o un *amperio absoluto (abamperio)*. De igual modo, si en la figura 13 (*b*) la corriente se establece de modo que la acción sobre la unidad de polo *valga* 2π dinas, según (18), su intensidad será de 1 abamperio. Si se emplea la fórmula (19), la intensidad valdrá un abamperio cuando la acción que se ejerce sobre la unidad de polo sea de $2\pi N : r$ dinas.



(a) Arco de 1 cm (b) Circunferencia completa

FIG. 13.—Determinación de la unidad absoluta de corriente.

Una vez determinado el valor de la intensidad de corriente como acaba de indicarse, pueden definirse las restantes unidades del sistema. Por ejemplo, la cantidad de electricidad Q en abculombios es igual al producto de la intensidad de corriente en abamperios por el tiempo que circula en segundos. La diferencia de potencial V, en abvoltios, entre dos puntos se determina por el trabajo W en ergios que realiza la unidad de carga al pasar de uno de los puntos al otro. Si se transportan Q unidades de carga, $V = W : Q$ abvoltios siempre que Q se exprese en abculombios.

Este sistema c.g.s. electromagnético se usa corrientemente en el estudio de los fenómenos de magnetismo (véase cap. VIII) y sirve también de base para las unidades del sistema práctico (§ 27). Las unidades del sistema absoluto llevan ordinariamente el prefijo *ab*, y así se dice, por ejemplo, abvoltio, abamperio, etc.

27. Sistema práctico de unidades eléctricas. La mayoría de las unidades del sistema absoluto de unidades electromagnéticas son mucho menores que las cantidades que se encuentran en la práctica. Por ejemplo, el voltio absoluto o abvoltio tiene 1/100000000 ó 10^{-8}, la magnitud del voltio práctico. En el sistema práctico, que se deduce del sistema absoluto, las unidades son del orden de magnitud de las cantidades que hallamos en la práctica usual.

Estas unidades del sistema práctico difieren de las unidades del sistema absoluto solamente en relaciones numéricas definidas. Por ejemplo, el amperio práctico tiene un décimo (10^{-1}) de la magnitud del amperio absoluto (§ 29), el ohmio práctico contiene mil millones (10^9) de unidades absolutas o abohmios, el henrio contiene mil millones (10^9) de unidades absolutas o abhenrios, etc. (Véase apéndice B.)

El sistema práctico se deriva del c.g.s. electromagnético substituyendo una longitud de 10^9 cm y una masa de 10^{-11} gm, por el cm y el gm.

28. Sistema de unidades metro-kilogramo-segundo (MKS). Los sistemas c.g.s. electrostático y electromagnético se basan en la consideración, como unidades dimensionales básicas, del centímetro, el gramo y el segundo. Se ha intentado muchas veces basar también el sistema práctico de medidas en unidades convenientes. Sin embargo, las magnitudes de las unidades básicas necesarias para obtener las correspondientes del sistema práctico están tan alejadas de las que ordinariamente se emplean, que su utilización resulta impracticable. Por ejemplo, si se parte del segundo como unidad de tiempo, sería preciso combinar con él una unidad de longitud de 10^9 cm, un cuadrante de la Tierra, y una unidad de masa de 10^{-11} gm (§ 27). La unidad de longitud es demasiado grande y la de masa demasiado pequeña, para que resulten de valor práctico.

En 1901, G. Giorgi, en Italia, señaló que podrían emplearse, como dimensiones de las unidades básicas del sistema práctico, el metro y el kilogramo, si se admitiese como permeabilidad del espacio vacío $\mu_v = 10^{-7}$ en lugar de la unidad. El sistema de Giorgi ha ido gradualmente ganando terreno hasta que, en junio de 1935, la Comisión Internacional Electrotécnica (I.E.C.), en su sesión plenaria en Scheveningen (Bruselas), adoptó por unanimidad el sistema m.k.s.

Por lo que se refiere a las unidades eléctricas del sistema práctico —tales como el voltio, amperio, culombio, faradio— no es preciso realizar ningún cambio cuando se emplea el sistema m.k.s., una vez que estas cantidades se expresan en unidades m.k.s. Sin embargo, como se verá en los capítulos VI, VII, VIII, IX y X, se presentan diferencias esenciales entre las unidades m.k.s. electrostáticas y electromagnéticas y las correspondientes a ellas en los dos sistemas c.g.s.

Además, se produce algo de confusión con respecto al sistema m.k.s. porque existen dos diferentes, ninguno de los cuales se ha normalizado hasta la fecha (1951), el sistema *no racionalizado*, en el que la fuerza magnetomotriz es igual a $4\pi NI$ amperios-vuelta, y el *racionalizado*, en el que vale NI amperios-vuelta.

Las relaciones entre las unidades de los diferentes sistemas se dan en el apéndice B.

29. Sistema práctico (también MKS) de unidades eléctricas. Las unidades prácticas utilizadas en electricidad, se definen como sigue:

Cantidad de electricidad. La unidad de cantidad es el *culombio* [1] (q, Q).

Un culombio internacional es la cantidad de electricidad que pasa en un segundo por cualquier sección de un circuito eléctrico, cuando la intensidad de la corriente es de un amperio internacional. [2]

Un culombio internacional es igual a 0,999835 culombios absolutos, a $3 \cdot 10^9$ estatculombios y 10^{-1} abculombios.

El culombio es análogo a la unidad de cantidad de agua utilizada en hidráulica, como el metro cúbico o el litro.

Intensidad de corriente. La unidad utilizada es el *amperio* [3] (i, I).

Un amperio es igual a un culombio por segundo.

El amperio internacional se define como la intensidad de una corriente que, en determinadas condiciones, deposita 0,001118 g por segundo de plata.[2]

Un amperio internacional es igual a 0,999835 amperios absolutos. Un amperio práctico vale $^1/_{10}$ amperio c.g.s. o abamperio.

El amperio internacional definido anteriormente se convalidó en los Estados Unidos por una acta del Congreso de 1894. La plata se deposita partiendo de una solución de nitrato de plata, dispuesta en una cuba cuyas condiciones se especifican. Con el reciente desarrollo de las técnicas de medida de alta precisión, se ha comprobado que las unidades internacionales, incluyendo el amperio, difieren en pequeña cantidad de las derivadas de las unidades c.g.s. En 1933, un Comité Consultivo de Electricidad, creado en 1927 con carácter internacional, recomendó que se reemplazaran las unidades internacionales por las absolutas. Por diversos laboratorios de varios países se realizaron minuciosas investigaciones para establecer el valor de las unidades absolutas. En los Estados Unidos, la ley número 617 de 1.º de enero de 1948 transformó en reglamentarias estas unidades. Debe consignarse que las diferencias entre las unidades internacionales y las absolutas son tan pequeñas que no tienen efecto apreciable en las medidas, excepto en las de gran precisión.

---

[1] Coulomb, Charles, A. (1736-1806). Filósofo francés que empezó su carrera como ingeniero militar, pero que más tarde se interesó por la ciencia. Se distinguió por sus investigaciones en mecánica y electricidad. Sus aportaciones más notables fueron la construcción de una balanza de torsión precisa y la determinación experimental y verificación matemática de las leyes que rigen las acciones entre polos magnéticos y entre cargas eléctricas.

[2] A.S.A. Cap. 42: *Definiciones de términos eléctricos*, edición 1941.

[3] Ampère, André Marie (1775-1836). Físico francés que desde su tierna edad demostró una capacidad poco común para las matemáticas y las ciencias. En 1801 fué nombrado profesor de Física y Química en Bourg, en 1804 era profesor de Física y Química en el Liceo de Lyon, en 1809, de Matemáticas en la Escuela Politécnica de París, y más tarde en el Colegio de Francia. Sus más importantes aportaciones fueron la determinación de las relaciones existentes entre la electricidad y el magnetismo, en lo cual llegó a una exposición más completa que la de Oersted. Desarrolló una teoría matemática que no solamente exponía las relaciones que habían sido ya observadas, sino que predijo muchas otras.

No debe olvidarse que el amperio es la unidad que define la intensidad de la corriente, de la circulación de la cantidad de electricidad. Corresponde a las unidades hidráulicas de gasto o caudal, que se expresan en metros cúbicos o litros por segundo.

Resistencia. La unidad de resistencia eléctrica es el *ohmio* (r, R).

El *ohmio internacional* se define como la resistencia que ofrece a cero grados centígrados una columna de mercurio de 1 mm^2 de sección transversal uniforme y de 1063 mm de longitud.

Un ohmio internacional es igual a 1,00049 ohmios *absolutos*.

Una intensidad de corriente de un amperio absoluto vence una resistencia de un ohmio absoluto, con una diferencia de potencial de un voltio absoluto.

Diferencia de potencial. La unidad de diferencia de potencial es el *voltio* [1] (v, V). (e, E son símbolos de fuerza electromotriz.)

El voltio internacional es la diferencia de potencial que produce una corriente de intensidad de un amperio internacional a través de una resistencia de un ohmio internacional.

El voltio internacional se define también como 1 : 1,0183 de la diferencia de potencial creada por una pila patrón Weston (ver § 83).

Un voltio internacional es igual a 1,00034 voltios absolutos.

La diferencia de potencial entre dos puntos se mide, en voltios, por el trabajo en julios que efectúa una cantidad de electricidad igual a un culombio al pasar de uno a otro punto.

El símil mecánico de la diferencia de potencial es la presión. La diferencia de presión hidráulica entre los extremos de una tubería es, o tiende a ser, la causa de la corriente de agua. La presión del agua detrás de una presa tiende a hacer circular el agua por las compuertas o por cualquier vía de agua. La presión en una caldera tiende a obligar al vapor a circular por las tuberías, válvulas, etc. Del mismo modo, la presión eléctrica o diferencia de potencial tiende a producir la corriente eléctrica.

---

[1] Volta, Alessandro (1745-1827). Físico italiano y apóstol de la ciencia eléctrica. En 1774 fué profesor de Física en el Gimnasium de Como y en 1779 ocupó la misma cátedra en Pavía.

Su primera aportación notable a la ciencia eléctrica fué la invención del electróforo (1775), con el cual se genera energía eléctrica por la separación mecánica de un disco conductor de una capa de material aislante. Aplicando un condensador al terminal de un electroscopio (1782) aumentó muy notablemente la sensibilidad del aparato. Su mayor aportación, sin embargo, fué la pila galvánica (1799), que demostró que se produce una diferencia de potencial entre dos metales distintos que están en contacto íntimo con un electrólito. Ésta es la base de todas las baterías eléctricas. Fué también el primero que hizo la distinción entre conducción por los metales y por los electrólitos.

Recibió muchas medallas y honores por sus descubrimientos.

Potencia. La unidad de potencia eléctrica es el *vatio* [1] (*W*). (*P* y *p* se utilizan como símbolos de potencia.)

El vatio internacional es la potencia desarrollada por una corriente eléctrica de un amperio de intensidad, que circula entre dos puntos entre los cuales existe una diferencia de potencial de un voltio.

Un vatio internacional vale 1,00018 vatios absolutos.

Energía. La unidad eléctrica de energía es el *julio* [2] (*j*). (*W* se emplea como símbolo de trabajo o energía.)

Un julio internacional es igual a 1,000185 julios absolutos y a 10^7 ergios.

Para una diferencia de potencial constante de E voltios y una intensidad de corriente de I amperios, los julios vienen dados por la expresión $W = E \cdot I \cdot t = I^2 rt$, que se denomina Ley de Joule y en la que t es el tiempo en segundos y r la resistencia en ohmios. De ella se deduce que un julio equivale a un vatio por segundo.

El julio es equivalente a 0,2389 calorías gramo; una caloría gramo vale 4,186 julios.

La energía se expresa también en kilovatios-hora (abreviadamente kwh).

(Véase tabla de conversiones, apéndice A.)

---

[1] En recuerdo de James Watt (1736-1819), ingeniero escocés, inventor de la moderna máquina de vapor de condensación. Su padre fué un pequeño comerciante que no tuvo éxito en su trabajo, de modo que Watt, desde muy joven, tuvo que valerse de sus propios recursos. Primero trabajó en la construcción de instrumentos para matemáticas, obteniendo finalmente un empleo en el Colegio de Glasgow, lo que le dió la oportunidad de reparar una máquina Newcomen, en la que el vapor se condensaba en el propio cilindro de trabajo. Dándose cuenta de las ventajas de un condensador separado del cilindro, en 1765 inventó y construyó la primera máquina de vapor que funcionaba de acuerdo con este principio. También inventó varios dispositivos que aún se emplean, como la bomba de aire de condensación, el cilindro con camisa de vapor, el cilindro de doble efecto, el corte anticipado de la admisión del vapor en el cilindro, la válvula de estrangulación y el regulador centrífugo. Inventó asimismo el indicador, que ha tenido una gran importancia en la evolución de las máquinas, así como el engranaje planetario. Sus inventos tuvieron un gran éxito comercial.

[2] Toma su nombre de James Prescott Joule (1818-1889), físico inglés, al que principalmente se conoce por haber sido el primero que investigó sobre el equivalente mecánico del calor. Debido a una enfermedad de la espina dorsal, Joule, que se dedicó principalmente a la investigación de las formas de energía y de trabajo, fué, por ironía, toda su vida un inválido. Recibió su educación en su hogar, siendo su maestro el famoso químico Dalton. A la temprana edad de 19 años, Joule dió a la publicidad un interesante y brillante trabajo en el que describía un motor electromagnético que había inventado. Fué el primero en evaluar cuantitativamente una corriente eléctrica, determinando su intensidad por el peso del agua descompuesta en una hora. En 1841 demostró experimentalmente que el calor producido en un hilo por el paso de la electricidad varía en proporción directa con la resistencia del hilo y con el cuadrado del valor de la intensidad, lo que actualmente se conoce con el nombre de Ley de Joule.

Demostró asimismo, también en forma experimental, enunciándolo en 1843, la ley que expresa que siempre que la energía mecánica se transforma en calor, se obtiene un equivalente exacto de energía calorífica. Fué el primero en determinar el valor exacto de la B.T.U., así como su equivalente en energía eléctrica. También fué uno de los primeros que propusieron la ley de la conservación de la energía.

30. Potencial absoluto. El potencial absoluto de un cuerpo en unidades c.g.s. se define por el trabajo en ergios necesario para traer una unidad c.g.s. de carga desde el infinito hasta el cuerpo. Es prácticamente imposible determinar el potencial absoluto de un cuerpo. Por ejemplo, el potencial absoluto de la Tierra no se conoce todavía aproximadamente, pero por conveniencia se supone que la Tierra se halla a potencial cero y los potenciales de los cuerpos se dan por lo regular con relación a dicho potencial terrestre.

Sólo ocasionalmente puede tener interés ese potencial absoluto. Ordinariamente basta conocer la *diferencia de potencial.* La diferencia de potencial (en el sistema c.g.s.) entre dos puntos cualesquiera se define fundamentalmente por el trabajo en ergios necesario para trasladar una unidad c.g.s. de carga de uno a otro de aquellos dos puntos. En el sistema práctico, la diferencia de potencial vendría dada por el trabajo en julios (10^7 ergios) necesario para trasladar 1 culombio de uno a otro punto. Prácticamente, la diferencia de potencial se mide por medio de aparatos de medida, como el voltímetro por ejemplo (véase § 117).

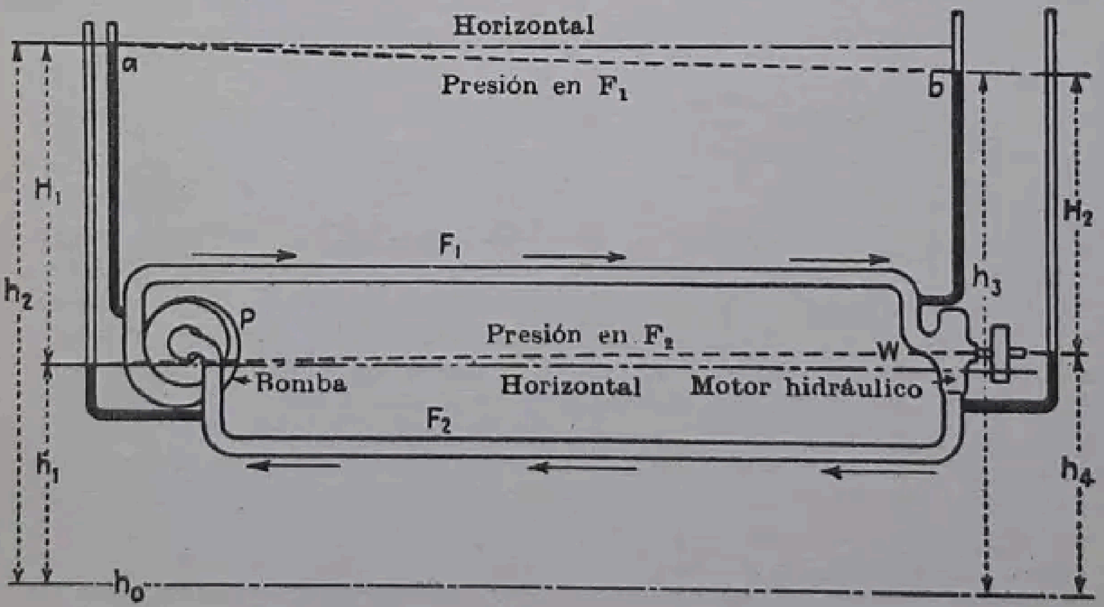


FIG. 14. — Circulación de agua por un motor hidráulico y un sistema de tuberías.

31. Naturaleza de la corriente eléctrica. La corriente eléctrica que pasa por un circuito tiene mucha semejanza con la circulación del agua por un sistema de tuberías a presión. Por ejemplo, en la figura 14 el agua penetra en la bomba centrífuga P, accionada mecánicamente, a la presión h_1 (representada por la altura de una columna de mercurio) con respecto al nivel de presión nula indicado por la línea h_0. En virtud de la acción de las paletas de la bomba, la presión del agua al pasar por ella aumenta de h_1 a h_2, lo que representa un incremento neto de presión H_1. El agua circula entonces a lo largo de la tubería F_1 hacia el motor hidráulico W. Debido a la pérdida por rozamiento en la tubería F_1, la presión h_3 a la entrada del motor es ligeramente inferior a h_2. En otros términos, se requiere una presión $h_2 - h_3$ para vencer las resistencias de rozamiento en la tubería F_1. La línea *ab* indica la presión en cada punto de la tubería F_1. La presión decrece uniformemente, tal como se representa por la recta *ab*.

En la figura 15, el generador eléctrico *G*, accionado mecánicamente, incrementa la diferencia de potencial de la corriente que entra en su terminal negativo, de v_1 a v_2, considerando estos valores de la diferencia de potencial con relación a tierra, cuyo potencial se supone que es cero. (Los distintos voltajes se miden por medio de voltímetros v'_1, v'_2, etc.) El generador, al elevar el potencial de esta parte del circuito de v_1 a v_2, produce un incremento neto de tensión eléctrica $v_2 - v_1 = V_1$. La corriente circula a lo largo del hilo L_1 hacia el terminal + del motor *M*. Debido a la resistencia de la línea, se produce una caída de tensión de v_2 a v_3, entre el generador y el motor, prácticamente de la misma manera que la caída de presión en la tubería de agua F_1 (fig. 14). Se requiere una diferencia de potencial $v_2 - v_3$ para vencer la resistencia del hilo L_1. La línea *a′b′* indica la tensión efectiva (con respecto a tierra) en cada punto del hilo, siendo la distancia de *a′ b′* a tierra proporcional a la tensión en cada punto. La caída de tensión es uniforme.

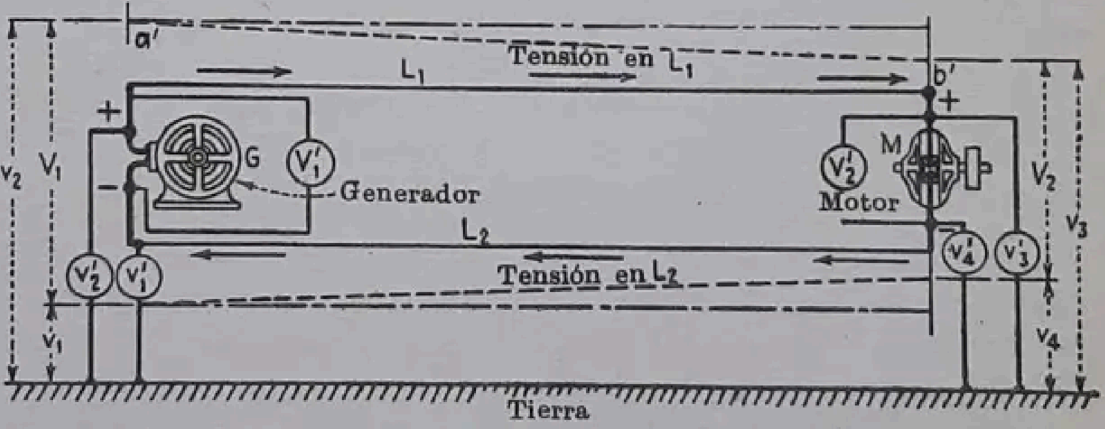


FIG. 15.—Circulación de la corriente eléctrica por un motor eléctrico y sus cables de conexión.

Volviendo a la figura 14, el agua entra en el motor hidráulico *W* y, para vencer la inercia de las paletas, la presión disminuye de h_3 a h_4, lo que representa una caída neta de presión H_2. La presión h_4 debe ser necesariamente mayor que h_1 para que el agua pueda regresar por la tubería F_2. La presión $h_4 - h_1$ se invierte en compensar las pérdidas por rozamiento en la tubería F_2. Debe observarse que H_2, presión neta en los terminales del motor, es menor que la presión H_1 en la bomba, diferenciándose de ésta en la suma de las presiones necesarias para vencer las resistencias en las dos tuberías F_1 y F_2.

De una manera similar, la tensión de una corriente eléctrica al pasar por el motor *M* (fig. 15), cae de v_3 a v_4, representando una caída neta V_2. Una gran parte de esta tensión es necesaria para vencer la fuerza contraelectromotriz del motor. La tensión v_4 es necesariamente mayor que v_1, porque, si no lo fuera, la corriente no podría circular a lo largo de L_2 hacia el terminal negativo del generador. Debe notarse que, como en la figura 14, la diferencia de tensiones neta V_2 en el motor es menor que la V_1 en el generador, siendo la diferencia entre ambas la caída de tensión debida a la resistencia de los hilos de *ida* y de *vuelta*.

La diferencia de potencial es, por lo tanto, la equivalente a la de presión y *tiende* a producir una corriente a lo largo del circuito; la intensidad de la corriente es la cantidad de electricidad que pasa por segundo. Puede existir una diferencia de potencial aun cuando no se derive de ella ninguna corriente, de igual manera que una caldera puede encontrarse a muy alta presión sin que se produzca una corriente de vapor, porque las válvulas estén cerradas. De igual manera, en un generador (fig. 16) puede producirse una diferencia de potencial muy elevada entre sus bornes y, sin embargo, no dar lugar a ninguna corriente porque el interruptor esté abierto.

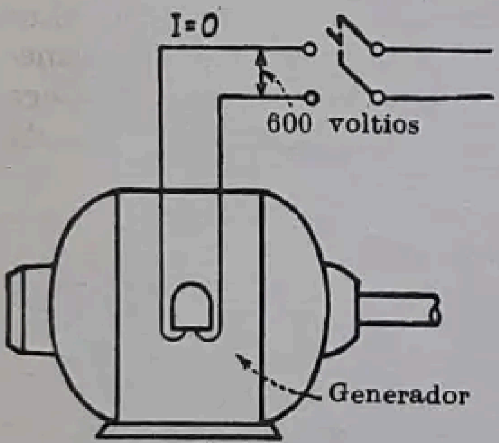


FIG. 16.—Existencia de una diferencia de potencial cuando no hay corriente.

32. Diferencia de potencial. Para conseguir que la corriente circule entre dos puntos es necesario que exista entre ellos una *diferencia de potencial*, como indica la figura 15. Esta condición se aclara en la figura 17. Un gran depósito y un tanque reducido se enlazan por medio de una tubería *P*. El nivel del agua en ambos depósitos es el mismo. En los dos hay presión, pero no existe *diferencia de presión* entre ellos. En estas condiciones, cuando se abre la válvula *V* no hay circulación de agua entre el depósito grande y el pequeño. Sin embargo, si se abre la válvula *V'*, permitiendo que el nivel del agua en el tanque descienda, se producirá una diferencia de presión y el agua pasa del depósito al tanque.

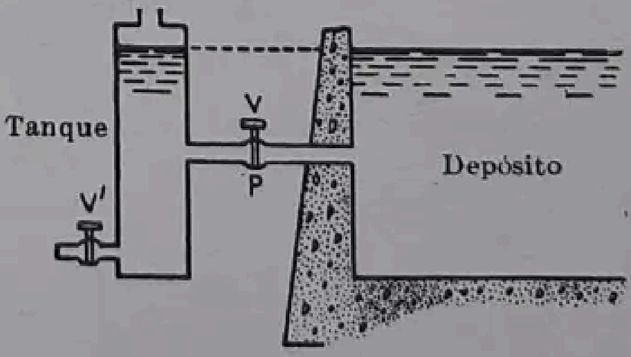


FIG. 17.—Depósito de reserva y tanque a la misma presión.

La figura 18 representa dos baterías A_1 y A_2 que tienen cada una una f.e.m. de 2 voltios. El terminal positivo *a* de A_1 tiene un potencial de +2 voltios con relación a su terminal negativo; igualmente el terminal positivo *b* de A_2

tiene un potencial de +2 voltios con relación a su terminal negativo. Los terminales negativos de ambas baterías se encuentran al mismo potencial porque están conectados con un hilo de cobre a lo largo del cual no circula corriente alguna, y en consecuencia no puede haber diferencia de potencial entre los extremos del conductor de cobre. Por lo tanto, los puntos *a* y *b* deben encontrarse al mismo potencial de +2 voltios. Si cerramos ahora el interruptor *S* no circulará *ninguna* corriente entre *a* y *b*, porque no hay ninguna *diferencia de potencial* entre estos dos puntos. Las condiciones son análogas a las de la figura 17 cuando el nivel del agua en el tanque es el mismo que en el depósito.

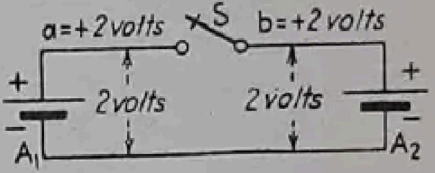


FIG. 18.—Dos baterías con igual f.e.m.

En la figura 19, la f.e.m. de la batería B_1 es 3 voltios y, por lo tanto, el potencial en el terminal positivo *c* es de 3 voltios con relación al terminal negativo. La f.e.m. de la batería B_2 es de 2 voltios y, por lo tanto, el potencial de su terminal positivo *d* es de 2 voltios con relación a su terminal negativo. Los terminales negativos se encuentran al mismo potencial porque están conectados y, si este potencial se supone igual a cero, el punto *c* se halla a un potencial +3 voltios y el potencial del punto *d* es +2 voltios. Por lo tanto, el punto *c* tiene un potencial de $3 - 2 = 1$ voltio más que el *d*. Cuando se cierra el interruptor *S'*, pasa una corriente de *c* a *d*, en virtud de que *c* se halla a un potencial más elevado que *d*. Esto es análogo a lo que sucedía en la figura 17 cuando el nivel del agua en el tanque era más bajo que en el depósito grande.

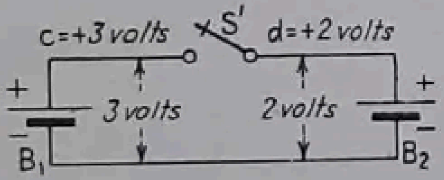


FIG. 19.—Dos baterías con f.e.m. desiguales.

33. Medida del voltaje y de la corriente. El voltaje o diferencia de potencial se mide ordinariamente con un voltímetro. Muy rara vez interesa el valor del *potencial absoluto*. Por lo general, lo que se quiere conocer es la *diferencia de potencial*. El voltímetro, por lo tanto, debe conectarse *entre* los elementos que se estudien para medir la diferencia de potencial que existe entre ellos, como se representa en la figura 20, en la que aparece una dínamo shunt suministrando energía a un receptor por medio de hilos conductores cuya resistencia se considera despreciable. El voltímetro determina la diferencia de potencial entre los bornes del receptor y también mide la di-

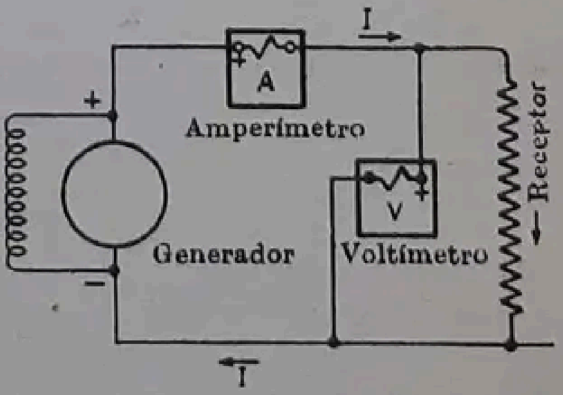


FIG. 20.—Manera adecuada de montar un voltímetro y un amperímetro.

ferencia de potencial entre los del generador si se desprecia la caída de tensión producida por el amperímetro.

La intensidad de la corriente se mide generalmente con un amperímetro. Como es la *cantidad de electricidad* por segundo que pasa por el conductor, el amperímetro debe montarse de manera que sólo pase por él la corriente que se quiere medir o una fracción conocida de la misma. Esto se consigue interrumpiendo uno de los conductores del circuito e intercalando en él el aparato, exactamente igual como se haría con un contador o medidor de agua que se intercala en la tubería cuyo caudal se desea conocer. Cuando el amperímetro se conecta de este modo, la corriente que circula por el conductor queda registrada por el aparato. La figura 20 representa un amperímetro que, al estar montado en serie con el generador, mide la corriente que éste produce. El amperímetro mide también la corriente combinada del receptor y del voltímetro, pero la corriente de este último es, por lo regular, tan reducida que el amperímetro mide solamente la corriente que va al receptor.

Un amperímetro no debe empalmarse nunca entre los dos conductores de una línea.

La resistencia de un amperímetro es muy reducida. Aunque se conecte entre puntos entre los que exista una diferencia de potencial muy reducida, por lo general dará paso a una corriente cuya intensidad será varias veces mayor que la que le corresponde y puede indicar la aguja, por lo que puede ocurrir que se queme el aparato. Por ejemplo, la resistencia de un amperímetro de 10 amp. es aproximadamente 0,005 ohmios y si se le aplica una f.e.m. de 10 voltios, dará paso a una corriente de 10/0,005 = = 2000 amperios (Ley de Ohm, § 34). Una corriente de tanta intensidad destruiría el instrumento.

34. Ley de Ohm.[1] La ley de Ohm establece que, para una corriente constante en un circuito, su intensidad es *directamente* proporcional a la f.e.m. *total* aplicada al circuito e *inversamente* proporcional a la resistencia total del mismo.

La ley puede expresarse por la fórmula siguiente, si la corriente I se da en *amperios*, la f.e.m. E, en *voltios*, y la resistencia R en *ohmios:*

$$I = \frac{E}{R} \text{ amperios.} \qquad (20)$$

---

[1] La ley de Ohm se define por la A.S.A. C. 42, *Definición de términos eléctricos* (Edición de 1941), como sigue:

«La ley de Ohm establece que la intensidad de la corriente en un circuito eléctrico es proporcional a la fuerza electromotriz aplicada al circuito.»

«La ley de Ohm no es aplicable a todos los circuitos. Es aplicable a todos los circuitos metálicos y a muchos circuitos que presenten resistencias electrolíticas.»

«La ley de Ohm se enunció esencialmente para un circuito en el que la fuerza electromotriz es constante y la intensidad de la corriente invariable. Puede aplicarse al caso de intensidades variables si se tiene en cuenta la fuerza electromotriz inducida, debida a la autoinducción del circuito y la distribución de la corriente en la sección transversal del circuito.»

Esto es, que la corriente en amperios que circula por el circuito es igual a la f.e.m. total del circuito en voltios, dividida por la resistencia total del circuito en ohmios. La diferencia de potencial puede representarse por la letra V o por la E, representándose corrientemente con la V el voltaje terminal y con la E la f.e.m. o voltaje generado.

Ejemplo. La resistencia del arrollamiento inductor de un motor derivación es de 30 ohmios. ¿Cuál será la intensidad de la corriente que circulará por el arrollamiento cuando se conecte a una línea a 115 voltios?

$$I = \frac{E}{R} = \frac{115}{30} = 3{,}83 \text{ amp.}$$

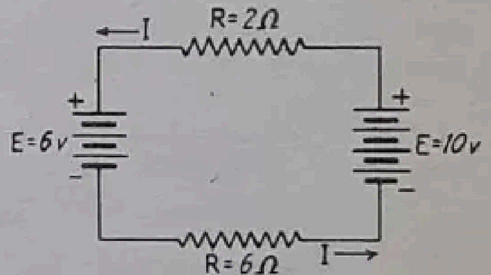


FIG. 21.—Circuito con dos f.e.m. y dos resistencias.

Ejemplo. La figura 21 representa un circuito en serie, en el cual están intercaladas dos baterías cuyas f.e.m. respectivas son 6 y 10 voltios, y dos resistencias de 2 y de 6 Ω [1] respectivamente. Despreciando la resistencia interior de las baterías, hallar la corriente en el circuito.

Es evidente, según muestra la figura 21, que la batería de 6 voltios tiende a establecer una corriente en el sentido de las agujas de un reloj, mientras que la batería de 10 voltios tiende a establecer una corriente de sentido contrario al indicado. Existe, por lo tanto, *oposición* y la f.e.m. efectiva es de 10 − 6 = 4 voltios, circulando la corriente en dirección contraria a las agujas del reloj. La resistencia total es 2 + 6 = 8 ohmios. Según la ley de Ohm,

$$I = \frac{10 - 6}{2 + 6} = 0{,}5 \text{ amp.}$$ que circulan en sentido contrario al de las agujas del reloj.

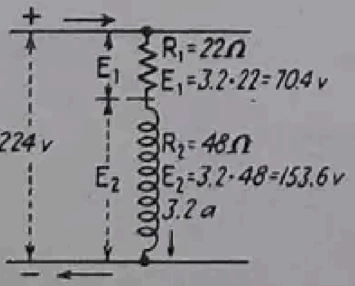


FIG. 22.—Caída de tensión en el inductor y en el reóstato de un generador.

Transformando la fórmula (20) obtendremos

$$E = IR \tag{21}$$

Es decir que el voltaje aplicado a cualquier parte de un circuito es igual al producto de la corriente en amperios por la resistencia en ohmios, *con la condición de que la intensidad de la corriente sea constante y de que no existan otras fuentes de f.e.m. aplicadas a esta parte del circuito.*

Ejemplo. La resistencia en el arrollamiento inductor de una dínamo shunt es de 48 ohmios y la resistencia de su reóstato es 22 ohmios (véase fig. 22). Si la corriente en el inductor es de 3,2 amp., ¿cuál es la diferencia de potencial entre los terminales del inductor, en el reóstato y entre terminales del generador?

$$E_1 = 3{,}2 \cdot 22 = 70{,}4 \text{ voltios en el reóstato}$$
$$E_2 = 3{,}2 \cdot 48 = \underline{153{,}6} \text{ voltios en el arrollamiento}$$
$$\text{Total, } 224{,}0 \text{ voltios entre los terminales del generador.}$$

---

[1] La letra griega Ω (omega mayúscula) se usa en electrotecnia como símbolo del ohmio (véase apéndice K).

También, como comprobación,

$$E = I(R_1 + R_2) = 3{,}2\ (22 + 48) = 224{,}0 \text{ voltios}$$

La misma fórmula (20) puede escribirse despejando la resistencia

$$R = \frac{E}{I} \tag{22}$$

Es decir, la resistencia del circuito, o de una parte cualquiera del mismo, es igual a la diferencia de potencial dividida por la intensidad de la corriente, admitiendo que esta última es constante y que no hay otras fuentes de f.e.m. dentro de la parte de circuito considerado. Esta fórmula se utiliza mucho en las medidas de resistencias (véase § 123).

Ejemplo. El voltaje aplicado al inductor de una dínamo es de 220 voltios y la corriente es de 4 amperios. ¿Cuál es la resistencia del circuito inductor?

$$R = \frac{E}{I} = \frac{220}{4} = 55 \text{ ohmios.}$$

35. Circuito en serie. Como queda indicado en el § 10 (pág. 15), si se empalman varias resistencias en serie, la resistencia total es igual a la suma de las resistencias individuales. Esta propiedad puede probarse como sigue: en la figura 23, la tensión total vale

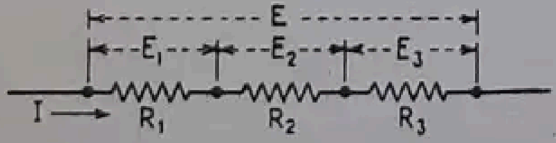


FIG. 23.—Resistencias en serie.

$$E = E_1 + E_2 + E_3$$
$$= IR_1 + IR_2 + IR_3$$

Pero

$$E = IR$$

siendo R la resistencia equivalente a las tres dispuestas en serie. De aquí

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

y

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \tag{23}$$

El valor de la corriente es

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{24}$$

Ejemplo. Un relevador de 50 ohmios está conectado en serie a un solenoide de resistencia de 30 ohmios y a una lámpara piloto con resistencia de 5 ohmios. El voltaje aplicado es de 115 voltios. Determinar la intensidad de la corriente en el circuito del relevador.

$$I = \frac{115}{50 + 30 + 5} = \frac{115}{85} = 1{,}35 \text{ amp.}$$

36. Circuito en paralelo. En el § 11 (pág. 16) se ha encontrado el valor de la resistencia total equivalente a varias resistencias empalmadas en paralelo, pasando de las conductancias a las resistencias. Esta relación puede deducirse de la ley de Ohm, como sigue: consideremos el circuito de la figura 24, que comprende las resistencias R_1, R_2, R_3 en paralelo, a las que está aplicada la f.e.m. E. Sea I_1 la intensidad de la corriente en la resistencia R_1, I_2 en la resistencia R_2, e I_3 en R_3. Tendremos (fórmula 20)

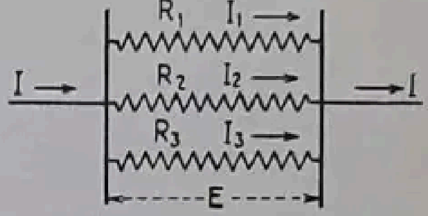


FIG. 24.—Ramales en paralelo.

$$I_1 = \frac{E}{R_1} \qquad I_2 = \frac{E}{R_2} \qquad I_3 = \frac{E}{R_3}$$

cuya suma es

$$I_1 + I_2 + I_3 = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3} = E\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right).$$

La intensidad de corriente total es $I = I_1 + I_2 + I_3$.

Sea R la resistencia equivalente a las resistencias en paralelo. Tendremos

$$I = \frac{E}{R}.$$

Substituyendo $I_1 + I_2 + I_3$ por I,

$$I = \frac{E}{R} = E\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

o sea

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{25}$$

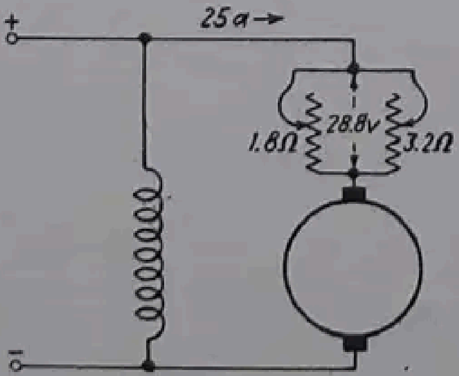


FIG. 25.—Reóstatos en paralelo, conectados en serie con el inducido de un motor.

Es decir, *el valor inverso de la resistencia equivalente a la de un circuito en paralelo es igual a la suma de los inversos de las resistencias parciales.*

Cuando se trata solamente de dos resistencias (ver § 11).

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{26}$$

Ejemplo. Dos reóstatos, conectados en paralelo, están en serie con el inducido de un motor eléctrico (fig. 25). Uno de los reóstatos está en la posición que corresponde a una resistencia de 3,2 ohmios y el otro a 1,8 ohmios. (*a*) ¿Cuál es la resistencia en serie con el inducido? (*b*) Si la corriente en el inducido es de 25 amperios, ¿cuál es la caída de tensión en las dos resistencias?

(*a*) Por medio de la fórmula (25)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{3{,}2} + \frac{1}{1{,}8} = 0{,}312 + 0{,}556 = 0{,}868 \text{ siemens o mhos}$$

$$R = \frac{1}{0{,}868} = 1{,}152 \text{ ohmios}$$

Por medio de la fórmula (26) obtendremos el mismo resultado,

$$R = \frac{3{,}2 \cdot 1{,}8}{3{,}2 + 1{,}8} = 1{,}152 \text{ ohmios.}$$

luego

$$E = 25 \cdot 1{,}152 = 28{,}8 \text{ voltios}$$

(La caída de tensión debe ser la misma para cada uno de los reóstatos, puesto que están en paralelo).

Ejemplo. Determinar la corriente total en un circuito que comprende cuatro resistencias de 4, 6, 8 y 10 ohmios, conectadas en paralelo a una f.e.m. de 10 voltios.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = 0{,}25 + 0{,}167 + 0{,}125 + 0{,}10 = 0{,}642 \text{ siemens}$$

$$R = \frac{1}{0{,}642} = 1{,}56 \text{ ohmios}$$

$$I = \frac{10}{1{,}56} = 6{,}42 \text{ amperios}$$

También se puede resolver el problema como sigue: [véase fórmula (10), pág. 17].

$$R = \frac{4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}{4 \cdot 6 \cdot 8 + 6 \cdot 8 \cdot 10 + 8 \cdot 10 \cdot 4 + 10 \cdot 4 \cdot 6} = 1{,}56 \text{ ohm.}$$

37. División de la corriente en un circuito en paralelo. En la figura 26 tenemos dos resistencias R_1 y R_2 conectadas en paralelo y con una diferencia de potencial E entre sus extremos. Luego

$$I_1 = \frac{E}{R_1} \text{ amperios}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} \text{ amperios}$$

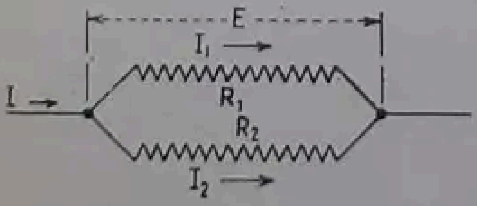


FIG. 26.—Distribución de la corriente entre dos ramales en paralelo.

de donde

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{E}{R_1} : \frac{E}{R_2} = \frac{R_2}{R_1} \qquad (27)$$

Es decir que *en un circuito formado por dos ramales en paralelo, las intensidades de las corrientes son inversamente proporcionales a las respectivas resistencias.* (Esta relación no es válida cuando hay un manantial de f.e.m. en cada ramal. Por ejemplo, *no se obtiene con ella la distribución de la corriente entre el inductor y el inducido de un motor en derivación, cuando está en marcha, puesto que el inducido del motor genera una f.e.m.*).

Ejemplo. Una corriente de 16 amp. se distribuye entre dos ramales en paralelo, uno de los cuales contiene una resistencia de 8 ohmios y el otro una resistencia de 12 ohmios. ¿Qué corriente pasa por cada ramal?

Si I_1 es la corriente en el ramal de 8 ohm., e I_2 la corriente en el ramal de 12 ohm.,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{12}{8} \quad \text{(form. 27)} \qquad \text{(I)}$$

y también

$$I_1 + I_2 = 16 \qquad \text{(II)}$$

Luego

$$I_1 = I_2 \frac{12}{8} = I_2\ 3/2$$

valor que reemplazado en (II) da

$$I_2\ 3/2 + I_2 = 16$$

de donde

$$I_2 = 6{,}4 \text{ amp. y según (II)} \quad I_1 = 12 - I_2 = 9{,}6 \text{ amp.}$$

Las caídas de tensión serán

$$9{,}6 \cdot 8 = 76{,}8 \text{ voltios}$$
$$6{,}4 \cdot 12 = 76{,}8 \text{ voltios}$$

Según (27) la intensidad total de la corriente valdrá

$$I = I_1 + I_2 = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} \qquad E = I_1 R_1$$

$$I = \frac{I_1 R_1}{R_1} + \frac{I_1 R_1}{R_2} = I_1 R_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = I_1 R_1 \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad (28)$$

y análogamente

$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad (29)$$

aplicando (28) y (29) al ejemplo anterior

$$I_1 = 16 \frac{12}{12 + 8} = 9{,}6 \text{ amp.} \qquad I_2 = 16 \frac{8}{8 + 12} = 6{,}4 \text{ amp.}$$

Si el circuito consta de tres ramales en paralelo (fig. 27), cuyas resistencias son R_1, R_2, R_3, las corrientes se hallarán como sigue:

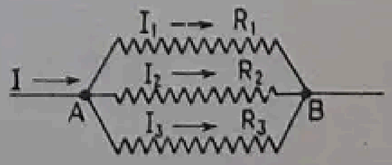


Fig. 27. — Distribución de la corriente entre tres ramales en paralelo.

Sea $I = I_1 + I_2 + I_3$ la corriente total, R la resistencia equivalente del circuito, es decir, la resistencia medida entre los puntos A y B, y E la caída de tensión entre A y B. Tendremos

$$E = IR \quad \text{y} \quad E = I_1 R_1 \quad \text{luego} \quad IR = I_1 R_1$$

de donde

$$\frac{I}{I_1} = \frac{R_1}{R} \qquad \text{(I)}$$

y de un modo análogo

$$\frac{I}{I_2} = \frac{R_2}{R} \quad \text{(II)} \qquad \frac{I}{I_3} = \frac{R_3}{R} \quad \text{(III)}$$

Combinando (I) con (10) § 11, obtenemos la fórmula (30). De un modo análogo, de la (II) y de la (III) con la (10) se deducen las (31) y (32).

$$I_1 = I \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \tag{30}$$

$$I_2 = I \frac{R_3 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \tag{31}$$

$$I_3 = I \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \tag{32}$$

(Obsérvese el orden cíclico de los subíndices).

Ejemplo. Una corriente de 25 amp. circula por un circuito que comprende tres resistencias de 2,5, 4,0 y 6,0 ohmios en paralelo. Determinar la distribución de la corriente entre las tres resistencias.

Sea R la resistencia equivalente del conjunto. De la fórmula (25) página 45:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2{,}5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = 0{,}817 \text{ siemens}$$

$$R = \frac{1}{0{,}817} = 1{,}225 \text{ ohmios}$$

Según la expresión (I)

$$\frac{I}{I_1} = \frac{R_1}{R} \quad , \qquad \frac{25}{I_1} = \frac{2{,}5}{1{,}225} \text{ de donde } I_1 = 12{,}25 \text{ amp.}$$

De un modo análogo,

$$I_2 = \frac{25 \cdot 1{,}225}{4} = 7{,}65 \text{ amp.}$$

$$I_3 = \frac{25 \cdot 1{,}225}{6} = 5{,}10 \text{ amp.}$$

Corriente total = $12{,}25 + 7{,}65 + 5{,}10 = 25{,}00$ amp.

Este ejemplo puede resolverse también de las expresiones (30), (31) y (32):

$$I_1 = 25 \frac{4{,}0 \cdot 6{,}0}{2{,}5 \cdot 4{,}0 + 4{,}0 \cdot 6{,}0 + 6{,}0 \cdot 2{,}5} = \frac{24}{49} = 12{,}25 \text{ amp.}$$

$$I_2 = 25 \frac{6{,}0 \cdot 2{,}5}{49} = 7{,}65 \text{ amp.}$$

$$I_3 = 25 \frac{2{,}5 \cdot 4{,}0}{49} = \underline{5{,}10} \text{ amp.}$$

$$\text{Total} \quad 25{,}00 \text{ amp.}$$

38. Circuito en serie-paralelo. Un circuito puede comprender grupos de resistencias en paralelo montadas en serie con otras resistencias, como se representa en la figura 28. Cuando se presenta este caso, cada grupo de resistencias en paralelo se reemplaza por su resistencia equivalente y después el circuito se calcula como si estuviera en serie.

Ejemplo. Determinar la corriente total en el circuito de la figura 28; determinar: (*a*) la resistencia equivalente de cada grupo de resistencias; (*b*) la resistencia total; (*c*) la intensidad de la corriente; (*d*) las diferencias de potencial E_1, E_2 y E_3, y (*e*) la intensidad de la corriente en cada una de las resistencias.

(*a*) Reemplacemos las resistencias de 10 y 12 ohmios por la resistencia equivalente R_1, haciendo

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = 0{,}10 + 0{,}0833 = 0{,}1833 \text{ mho}$$

$$R_1 = 5{,}45 \text{ ohmios}$$

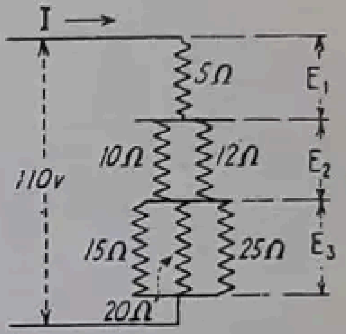


FIG. 28. — Circuito en serie-paralelo.

Reemplazando el grupo de tres resistencias por una R_2 se tiene

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{15} + \frac{1}{20} + \frac{1}{25} = 0{,}0667 + 0{,}050 + 0{,}040 = 0{,}1567 \text{ mho}$$

$$R_2 = 6{,}38 \text{ ohmios}$$

(*b*) $R = 5 + 5{,}45 + 6{,}38 = 16{,}83$ ohmios.

(*c*) $$I = \frac{110}{5 + 5{,}45 + 6{,}38} = 6{,}54 \text{ amperios}$$

(*d*)
$$\begin{aligned} E_1 &= 6{,}54 \cdot 5{,}0 = 32{,}7 \text{ voltios} \\ E_2 &= 6{,}54 \cdot 5{,}45 = 35{,}6 \text{ voltios} \\ E_3 &= 6{,}54 \cdot 6{,}38 = \underline{41{,}7} \text{ voltios} \\ \text{Total} &= 110{,}0 \text{ voltios} \end{aligned}$$

(*e*) Corriente en la resistencia de 10 ohmios $= \dfrac{35{,}6}{10} = 3{,}56$ amp.

Corriente en la resistencia de 12 ohmios $= \dfrac{35{,}6}{12} = \underline{2{,}97}$ amp.

Total 6,53 amp.

Corriente en la resistencia de 15 ohmios $= \dfrac{41{,}7}{15} = 2{,}78$ amp.

Corriente en la resistencia de 20 ohmios $= \dfrac{41{,}7}{20} = 2{,}09$ amp.

Corriente en la resistencia de 25 ohmios $= \dfrac{41{,}7}{25} = \underline{1{,}67}$ amp.

Total = 6,54 amp.

39. Potencia eléctrica. El vatio, unidad práctica en el sistema m k s de la potencia eléctrica, se ha definido en el § 29 (pág. 37). Como el vatio se define por la potencia desarrollada por la circulación de un amperio entre dos puntos cuya diferencia de potencial es de un voltio, la potencia P quedará determinada por la expresión:

$$P = EI \text{ vatios} \tag{33}$$

Según la ecuación (21), página 43, $E = RI$ en un circuito que contenga una sola resistencia, luego la (33) se puede escribir así

$$P = IR.I = I^2R \tag{34}$$

Reemplazando I por su valor $I = E : R$ en (33)

$$P = \frac{E^2}{R} \tag{35}$$

La expresión (33) es utilizable cuando se conocen la tensión y la intensidad de la corriente, la (34) cuando conocemos la intensidad de la corriente y la resistencia, y la (35) cuando nos dan la tensión y la resistencia.

La expresión (35) puede emplearse solamente para las partes de un circuito en las cuales hay *solamente resistencia;* no puede aplicarse si en ellas hay fuentes de f.e.m., como en las baterías, o inducidos que generan una f.e.m.

Ejemplo. La resistencia de un voltímetro de 150 voltios es de 12000 ohmios. Calcular la potencia consumida cuando está conectado a una diferencia de potencial de 125 voltios.

Conocidos el voltaje y la resistencia puede aplicarse la fórmula (35)

$$P = \frac{125^2}{12000} = 1{,}3 \text{ vatios}$$

Puede comprobarse este resultado con la (33)

$$I = \frac{125}{12000} = 0{,}0104 \text{ amp.}$$

$$P = 125 \cdot 0{,}0104 = 1{,}3 \text{ vatios}$$

Ejemplo. Un reóstato de campo se gradúa hasta que deja pasar una corriente de 4,7 amp. La resistencia del reóstato es de 12,8 ohmios. Determinar la pérdida de potencia por calentamiento del reóstato.

Como que nos dan la corriente y la resistencia aplicaremos la expresión (34)

$$P = 4{,}7^2 \cdot 12{,}8 = 283 \text{ vatios}$$

Como la conductividad vale $G = 1/R$, de (35) se deduce que la potencia vale

$$P = \frac{E^2}{R} = E^2G \tag{36}$$

El vatio es a menudo demasiado pequeño como unidad, especialmente cuando han de medirse potencias considerables, de modo que se emplea el *kilovatio* (igual a 1000 vatios). En algunos sistemas eléctricos, la potencia que ha de considerarse es tan grande que resulta útil emplear el *megavatio* (un millón de vatios o un millar de kilovatios).

Es necesario a menudo transformar la energía eléctrica en mecánica y viceversa, y conviene conocer la relación entre las unidades correspondientes que se utilizan.

$$736 \text{ vatios} = 1 \text{ CV} \tag{37}$$

$$0{,}736 \text{ kilovatios} = 1 \text{ CV} \tag{38}$$

y [1]

$$1 \text{ HP} = 736 \text{ vatios} \approx {}^{3}/_{4} \text{ kilovatio} \tag{39}$$

$$1 \text{ kw} \approx {}^{4}/_{3} \text{ HP} \tag{40}$$

Ejemplo. Un motor eléctrico absorbe 28 amp. a 550 voltios y tiene un rendimiento de 89 %. Determinar su potencia en caballos.

$$\text{Potencia absorbida} = 28 \cdot 550 = 15\,400 \text{ vatios}$$

$$\text{Potencia útil} = 15\,400 \cdot 0{,}89 = 13\,700 \text{ vatios}$$

$$\frac{13\,700}{736} = 18{,}61 \text{ CV en la polea}$$

40. Potencia máxima. En la figura 29 se representa una resistencia fija de R' ohmios, en serie con una resistencia variable de R ohmios, existiendo entre los extremos del circuito una f.e.m. constante de E voltios. Se desea determinar el valor de R para el cual la potencia P desarrollada en R sea máxima. Evidentemente $P = 0$ cuando $R = 0$, y también cuando R valga infinito; por lo tanto, debe existir por lo menos un valor de R que haga que la potencia sea máxima. Este valor se determina de la siguiente manera:

$$I = \frac{E}{R + R'}$$

$$P = I^2 R = \frac{E^2}{(R + R')^2} R = E^2 \frac{R}{(R + R')^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = E^2 \frac{(R + R')^2 - R \cdot 2(R + R')}{(R + R')^4} = 0.$$

$$R^2 + 2RR' + R'^2 - 2R^2 - 2RR' = 0.$$

$$R = R'$$

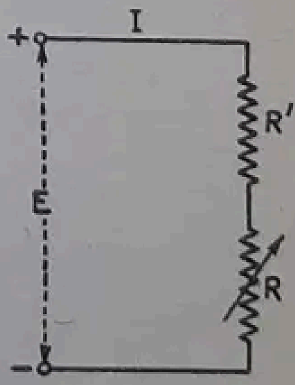


FIG. 29. — Condiciones de las resistencias para que la potencia sea máxima.

Luego, para que la potencia P desarrollada por la resistencia variable R sea máxima, esta resistencia debe ser igual a la fija R'.

41. Energía eléctrica. La potencia puede ser *trabajo realizado* o *consumo de energía* en la unidad de tiempo. Por esto, la energía eléctrica es igual al producto de la potencia eléctrica por el tiempo (véase § 39). La unidad práctica, o del sistema m.k.s., de energía es el *julio*, definido en el § 29 (página 37) y que es igual a un vatio por segundo. El julio es también igual a 10^7 (10000000) ergios, siendo el ergio la unidad c.g.s. de energía. El *ergio* es igual a una *dina-centímetro,* que es el trabajo producido cuando una fuerza de 1 dina actúa sobre una distancia de 1 cm en la dirección de la fuerza.

---

[1] HP es el símbolo del «caballo de fuerza» inglés, y CV el del «caballo de vapor» francés.

Del § 29 se deriva que

$$W = EIt \text{ vatios-segundo o julios} \tag{41}$$

donde t es el tiempo en segundos, E está en voltios e I en amperios.

El vatio-segundo es ordinariamente demasiado pequeño como unidad para fines comerciales y se emplea una unidad mayor, el kilovatio-hora (kw-h), que es igual a $1\,000 \cdot 60 \cdot 60 = 3\,600\,000$ julios o vatios-segundo.

La diferencia entre potencia y energía (o trabajo) debe retenerse claramente. La potencia es la *intensidad* con que se realiza un trabajo, del mismo modo que la velocidad es la intensidad con que se realiza un movimiento. Por otra parte, la energía es el trabajo total realizado y es igual a la potencia multiplicada por el tiempo durante el cual la potencia actúa, de la misma manera que la distancia recorrida es igual a la velocidad o intensidad del movimiento, multiplicada por el tiempo. Hablando de un tren que marcha a 60 Km por hora no se da ninguna idea de la distancia que el tren recorre. De igual manera, al hablar de 50 kw no se da ninguna precisión sobre la energía consumida. La afirmación «la electricidad se paga a tantos céntimos el kilovatio» es incorrecta. La expresión correcta es «la *energía* eléctrica se paga a tantos céntimos el kilovatio-*hora*». Para mayor claridad:

Ejemplo. Si la energía se paga a 10 cts. por kilovatio-hora (kwh), ¿cuántos kilovatios se pueden adquirir por 20 cts.? Esta pregunta, tal como está hecha, no puede contestarse, puesto que no se da el *tiempo.* Si, sin embargo, se presume que la potencia se utilizará durante una hora

$$\frac{20 \text{ cts.}}{10 \text{ cts.}} = 2 \text{ kwh utilizables}$$

$$\frac{2 \text{ kwh}}{1 \text{ h}} = 2 \text{ kw utilizables}$$

Si se utilizan durante 0,5 hora

$$\frac{2 \text{ kwh}}{0{,}5 \text{ h}} = 4 \text{ kw}$$

y si es durante 0,001 hora

$$\frac{2 \text{ kwh}}{0{,}001 \text{ h}} = 2000 \text{ kw}$$

así, los 20 cts. pueden servir para adquirir *cualquier número de kilovatios*, según el tiempo durante el cual se suministre la potencia.

De una manera análoga, el caballo de potencia es intensidad de ejecución de un trabajo y es equivalente a 75 Kgm *por segundo* y *no* a 75 Kgm. Un motor que desarrollase 1/8 CV podría realizar el trabajo de 75 Kgm en 8 segundos. Cuando se habla de *trabajo* y se emplea el caballo, la unidad que debe aplicarse es el caballo-hora.

Ejemplo. Un motor eléctrico desarrolla 2 CV durante 5 horas. Determinar la energía desarrollada en (*a*) vatios hora; (*b*) kilovatios hora.

(*a*)
$$2\cdot 5 = 10 \text{ CVh}$$
$$10 \text{ CVh}\cdot 736 = 7\,360 \text{ vatios-hora}$$
$$7\,360\cdot 3\,600 = 2{,}65\cdot 10^7 \text{ vatios-segundo}$$

(*b*) Como un kilovatio es igual a 1 000 vatios, de los resultados anteriores se deduce que serán 7,36 kwh.

42. Calor y energía. Es un hecho bien conocido que la energía térmica puede convertirse en energía mecánica y en energía eléctrica e, inversamente, que la energía mecánica y la energía eléctrica pueden transformarse en energía calorífica. El ciclo completo de la transformación de la energía se comprende bien en la instalación de una máquina de vapor. La energía llega en el carbón en forma de *energía química.* Los componentes del carbón se combinan con el oxígeno del aire, con lo que la energía química se transforma en *energía calorífica.* Cierta proporción de esta energía calorífica se transmite al agua de la caldera y produce vapor. La expansión del vapor en los cilindros de la máquina, o a través del distribuidor y las paletas de la turbina, convierte la energía térmica del vapor en *energía mecánica.* Esta energía mecánica acciona el generador eléctrico, que convierte una gran proporción de ella en *energía eléctrica.* Una parte de esta energía se transforma en calor en los conductores, barras, transformadores y en la línea de transporte. Finalmente, el resto se utiliza para mover motores, alumbrar lámparas, accionar tranvías y una parte también para operaciones químicas. Como proceso final, toda la energía aparece de nuevo en forma de energía térmica o queda convertida en otras formas de energía.

La tabla siguiente indica aproximadamente la transformación sucesiva de cada 100 unidades de calor que existen inicialmente en el carbón, en las

RENDIMIENTO EN LA CONVERSIÓN DE ENERGÍA

	Forma de energía	Rendimiento por 100	Unidades de calor transformadas
Carbón	Química	—	100,00
Generador de vapor	Térmica	85	85,0
Turbina	Mecánica	34	28,9
Generador eléctrico	Eléctrica	98	28,3
Líneas de transporte (hasta el punto de utilización)	Eléctrica	85	24,1
Subestación de transformación	Eléctrica	99	23,8
Motores grandes (promedio)	Mecánica	88	21,0
Motores pequeños (promedio)	Mecánica	70	16,7
Lámparas	Luminosa	3,5	0,67

más modernas y eficaces instalaciones de centrales de vapor, dotadas de recalentadores, condensadores y grandes unidades y funcionando en las mejores condiciones.

La figura 30 representa la circulación de la energía (expresada en función de la potencia) en una instalación eléctrica moderna, desde la energía química contenida en el carbón que se introduce en los hogares bajo las calderas, hasta el punto de utilización de la energía eléctrica, representado, en este caso, por motores.

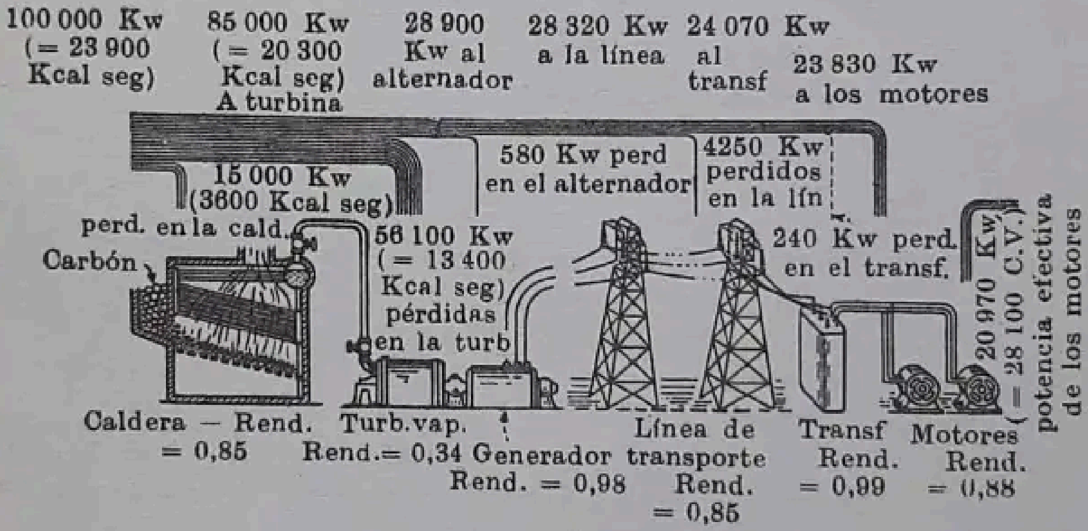

100 000 Kw (= 23 900 Kcal seg)
85 000 Kw (= 20 300 Kcal seg) A turbina
28 900 Kw al alternador
28 320 Kw a la línea
24 070 Kw al transf
23 830 Kw a los motores
15 000 Kw (3600 Kcal seg) perd. en la cald.
Carbón
56 100 Kw (= 13 400 Kcal seg) pérdidas en la turb
580 Kw perd en el alternador
4250 Kw perdidos en la lín
240 Kw perd. en el transf.
20 970 Kw (= 28 100 C.V.) potencia efectiva de los motores
Caldera — Rend. = 0,85
Turb.vap. Rend.= 0,34
Generador Rend. = 0,98
Línea de transporte Rend. = 0,85
Transf Rend. = 0,99
Motores Rend. = 0,88

FIG. 30.—Transformación y transporte de la energía —química, térmica, mecánica y eléctrica— en un sistema de producción y consumo.

La energía penetra en el hogar en forma de carbón a razón de 23 900 calorías por segundo, que corresponden a 100 000 kilovatios. (La equivalencia exacta es 1 kw = 0,2390057 Kcal/seg). La potencia perdida y la potencia transportada se indican como si fueran caudales de agua en la parte superior del dibujo.

Esta instalación es un prototipo de gran eficacia, y los rendimientos corresponden a un funcionamiento en condiciones muy favorables. Para simplificar el dibujo se han omitido muchos detalles de la instalación, como interruptores, transformadores elevadores, barras del cuadro (véase también la fig. 430 y vol. II, fig. 374).

Debe consignarse que en las instalaciones más modernas de centrales de vapor funcionando en las condiciones más favorables, la turbina de vapor consume mucho, convirtiendo en energía mecánica solamente el 34 % de la energía térmica que recibe. El rendimiento global de las instalaciones modernas no es elevado, siendo solamente del 21 % en el ciclo que va desde el carbón hasta los bornes de los motores. El rendimiento propio de los motores, luces y otros aparatos reduce aún el rendimiento global a tipos inferiores.

43. Unidades térmicas. En el sistema c.g.s., la unidad de calor es la caloría-gramo, que es igual a la cantidad de calor necesario para elevar de 1°C la temperatura de 1 g de agua. Una caloría-gramo (cal) es igual a 4,2 vatios-segundo o julios. También se utiliza la kilocaloría (Kcal), que vale 1000 calorías-gramo. El *equivalente mecánico del calor*, o sea la relación con que se verifica toda transformación de energía calorífica en mecánica, es

$$1 \text{ Kcal} = 427 \text{ Kgm}$$

La unidad de energía calorífica en medidas inglesas es el B.t.u. (British thermal unit), que es igual a la cantidad de calor necesario para elevar de 1°F la temperatura de una libra de agua. Es igual a 778 pies-libra (valor, en el sistema inglés, del *equivalente mecánico del calor*).

Según la ley de Joule, el calor desarrollado en un circuito es

$$W = \frac{1}{4{,}2} I^2Rt = 0{,}24\, I^2Rt \text{ calorías gramo} \tag{42}$$

expresando t en segundos, I en amperios y R en ohmios.

Ejemplo. Se utiliza una potencia de 10 CV para hacer circular 1500 litros/minuto por una instalación de refrigeración. Determinar la elevación de temperatura en grados centígrados del agua por la acción de la bomba.

$$10 \text{ CV} = 10 \cdot 75 = 750 \text{ Kgm/seg.} \quad 750 \times 60 = 45\,000 \text{ Kgm por minuto}$$

$$\frac{45\,000}{427} = 105{,}4 \text{ Kcal/minuto}$$

$$1\,500 \text{ l de agua pesan } 1\,500 \text{ Kg, luego } \frac{105{,}4}{1\,500} = 0{,}07\,^\circ\text{C}$$

Ejemplo. Una lámpara de incandescencia que absorbe 0,5 amp. a 110 voltios se sumerge en un recipiente que contiene 2000 cm³ de agua. Haciendo caso omiso de la radiación, ¿cuántos grados por minuto se elevará la temperatura del agua?

$$W = 0{,}24 \cdot 0{,}5 \cdot 110 \cdot 60 = 792 \text{ cal/min.}$$

$$\frac{792}{2000} = 0{,}396\,^\circ\text{C}$$

44. Caída de tensión en los cables de alimentación de un receptor. La figura 31 representa una línea (línea de alimentación que comprende los dos cables positivo y negativo) que alimenta un motor. La línea está conectada a las barras del cuadro cuya diferencia de potencial es 220 voltios, tiene una longitud de 300 m y está constituída por dos conductores de 120 mm². La carga máxima que debe soportar es de 250 amperios. Se trata de determinar el voltaje en los bornes del motor y el rendimiento del transporte.

Como quedó establecido en el § 31 (pág. 39), la f.e.m. en los bornes del motor será inferior a la que existe entre las barras, debido a la pérdida de tensión en la línea.

La resistencia de un cable de 120 mm² y 300 m de longitud es de 0,0444 ohmios. Como se indica en el § 31, la f.e.m. neta en el extremo del receptor de la línea es menor que en el extremo conectado a las barras, en virtud de la pérdida correspondiente al cable de *ida* y al de *retorno*. Por lo tanto, la caída que debe tomarse corresponde a 600 m de longitud de cable y a una resistencia total de 0,0888 ohmios. La corriente es de 250 amperios.

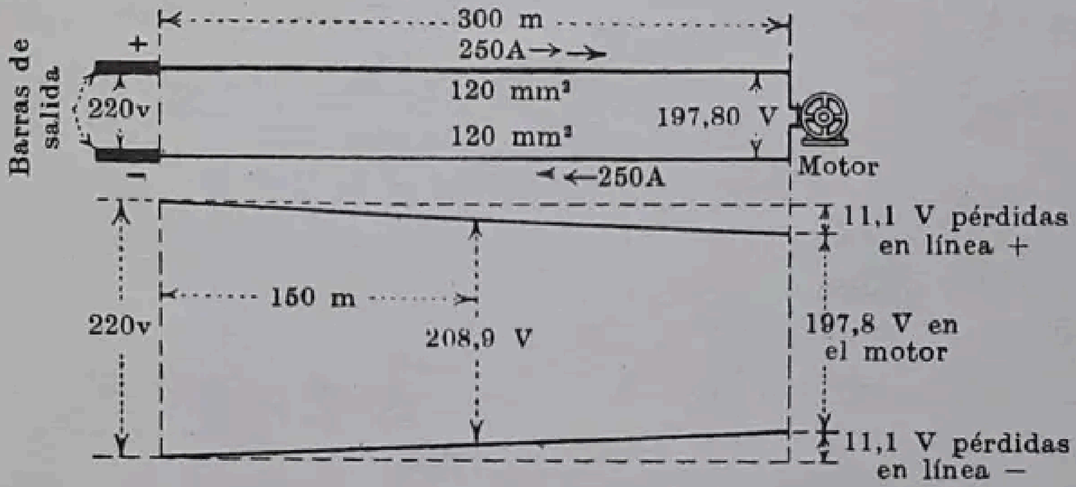


FIG. 31. — Caída de tensión en una línea que alimenta un solo receptor.

Por medio de la fórmula (21), § 34, se obtiene como caída de tensión en la línea

$$E' = 250 \cdot 0{,}0888 = 22{,}20 \text{ voltios}$$

Por lo tanto, la diferencia de potencial entre los bornes del motor es

$$220 - 22{,}2 = 197{,}8 \text{ voltios}$$

En la figura 31, la tensión a lo largo de la línea se ha representado gráficamente. La tensión en el extremo por el que se alimenta la línea es de 220 voltios y hay una caída gradual en cada conductor que varía de cero a 11,1 voltios, con lo que la caída total es de 22,2 voltios. La diferencia de potencial entre los dos conductores a 150 m del origen es $220 - 11{,}1 = 208{,}9$ voltios, como se ve.

La potencia absorbida por el motor es	$197{,}8 \cdot 250$ vatios
La potencia suministrada a la línea es	$220 \cdot 250$ »

$$\text{El rendimiento de la línea } \frac{197{,}8 \cdot 250}{220 \cdot 250} = 89{,}9 \text{ por } 100$$

Con un solo receptor, el rendimiento de la transmisión viene dado por el cociente de dividir la tensión en el receptor por la tensión en el extremo por el que se alimenta la línea.

45. Caída de tensión en una línea que alimenta dos receptores en puntos distintos. En la figura 32 se representa una línea de 150 mm² que suministra 200 amp. a un receptor situado a 250 m de las barras y 150 amp. a otro receptor situado 125 m más lejos. Si la tensión en barras se mantiene constante a 240 voltios, veamos cuál será la tensión en los bornes de cada receptor, las pérdidas totales en la línea y el rendimiento del transporte.

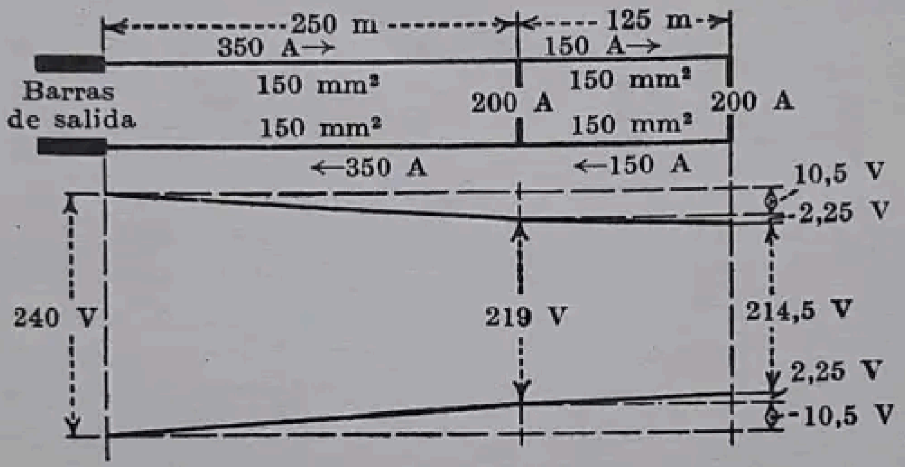


Fig. 32.—Caída de tensión en una línea que alimenta dos receptores.

La resistencia kilométrica de un cable de 150 mm² es de 0,119 ohmios por kilómetro y la de 250 m será $0{,}25 \times 0{,}119 = 0{,}03$ ohmios.

Caída de tensión hasta el receptor de 200 amperios ($I = 350$ amp.)

$$E' = 350\ (2 \times 0{,}03) = 21 \text{ voltios}$$

Tensión en los bornes del receptor de 200 amp.

$$E_1 = 240 - 21 = 219 \text{ voltios}$$

Resistencia de un conductor desde el receptor de 200 amp. al receptor de 150 amp. $= \dfrac{125}{1000} \cdot 0{,}119 = 0{,}0149$ ohmios.

Caída de tensión entre los dos receptores

$$E'' = 150\ (2 \cdot 0{,}0149) \approx 4{,}5 \text{ voltios}$$

Tensión en los bornes del receptor de 150 amp.

$$E_2 = 219 - 4{,}5 = 214{,}5 \text{ voltios}$$

La distribución de la tensión a lo largo de la línea queda representada gráficamente en la figura 32.

Para determinar el rendimiento calculemos las pérdidas de potencia por calentamiento de los conductores (fórmula 34, pág. 50):

Línea hasta el primer receptor

$$P_1 = 350^2 \cdot 2 \cdot 0{,}03 = 7\,350 \text{ vatios}$$

Línea entre los dos receptores

$$P_2 = 150^2 \cdot 2 \cdot 0{,}0149 = 670 \text{ vatios}$$

Pérdida total en la línea

$$P_1 + P_2 = 7\,350 + 670 = 8020 \text{ vatios ó } 8{,}020 \text{ kw}$$

Rendimiento

$$\frac{\text{Potencia total} - \text{Pérdidas}}{\text{Potencia total}} = \frac{(240 \cdot 350) - 8\,020}{240 \cdot 350} = 90{,}4\,\%$$

46. Cálculo de los cables alimentadores. Hemos visto en el § 13 que un mm²-Km de cobre tiene una resistencia de 17,24 ohmios. En muchos casos es suficientemente exacto suponer que este valor es igual a 17 ohmios. Supongamos que la densidad de corriente en un alimentador es de 2 amp. por milímetro cuadrado. Llamémosla *densidad de corriente normal.* (Las barras de cuadro y los alimentadores de gran sección funcionan a una densidad muy cercana a ésta).

La caída de tensión en un conductor de 1 Km de longitud y 1 mm² de sección, por el que pasa una corriente de 2 amp/mm², es

$$E = IR = 2 \cdot 17 = 34 \text{ voltios}$$

Cualquier otro mm²-Km que transporte 2 amp. tendrá también una caída de 34 voltios entre sus extremos. Si los ponemos uno al lado de otro, la pérdida a lo largo de ambos será aún de 34 voltios. Cualquiera que sea el número de hilos que tengan cada uno una sección de 1 mm² y una longitud de 1 Km y conduzcan una corriente de intensidad de 2 amp., la caída de tensión entre sus extremos será 34 voltios. Los hilos pueden estar separados o juntos, formando un cable.

La caída de tensión por kilómetro de conductor de cobre cuya resistividad sea 17 ohmios por mm²-Km es igual a 34 voltios si la densidad de corriente es de 2 amp. por milímetro cuadrado. Si la densidad de corriente es distinta de 2 amp/mm², la caída de tensión será directamente proporcional a la densidad de corriente, según se deduce de la fórmula 21, página 43.

Si se emplea el circular mil-pie, la densidad normal de corriente (que equivale a la de 2 amp/mm²) resulta ser de 0,001 amp. por circular mil, y la caída de tensión de 0,01 voltios por circular mil-pie, cifra fácil de recordar.

Ejemplo. Un motor situado a 500 m = 0,500 Km de una central absorbe 600 amp. a la tensión de 230 voltios en las barras del cuadro. ¿Qué sección de cable se necesita para que la caída de tensión no exceda de 40,8 voltios?

Un cable que trabaje a la densidad normal de corriente debe tener

$$600 : 2 = 300 \text{ mm}^2$$

La caída de tensión será entonces

$$34 \cdot 0{,}5 \cdot 2 = 34 \text{ voltios}$$

Como que la caída admitida es de 40,8 voltios, puede reducirse la sección del cable de acuerdo con la siguiente proporción:

$$300 \times \frac{34}{40,8} = 250 \text{ mm}^2$$

La densidad efectiva de corriente será

$$\frac{600}{250} = 2,4 \text{ amp/mm}^2$$

El cálculo precedente se puede ejecutar partiendo de otro punto de vista.

La caída de tensión por unidad de longitud del conductor se denomina *gradiente de tensión* (o de potencial) en el conductor y la pendiente está representada gráficamente en la figura 31 (pág. 56). La relación entre el gradiente de tensión y la densidad de corriente se encuentra combinando las expresiones 21 (pág. 43) y 1 (pág. 11), o sea $E = IR = I\rho L/A$, de lo que resulta

$$\frac{E}{L} = \rho \frac{I}{A} \qquad \text{(I)}$$

Así, resulta que el gradiente de tensión (E/L) es igual al producto de la densidad de corriente (I/A) por la resistividad ρ, que es de 17 ohmios mm²/Km, es decir que la caída de tensión por kilómetro es igual a 17 veces la densidad de la corriente en amperios por mm².

El problema anterior puede resolverse de este modo. El gradiente de tensión en el cable es $40,8 : (2 \times 0,5) = 40,8$.

Con la fórmula (I)

$$40,8 = 17 \cdot \frac{600}{A}$$

de donde

$$A = 250 \text{ mm}^2$$

que corresponde a una densidad de 2,4 amp/mm². Esta densidad es algo mayor que la densidad normal, pero no más de lo debido.

47. Pérdidas de potencia en un alimentador. El método del apartado anterior puede aplicarse a la determinación de las pérdidas de potencia en un conductor de cobre. A la densidad normal

$$P = I^2R = 2^2 \times 17 = 68 \text{ vatios por mm}^2\text{-Km} \qquad \text{(I)}$$

La pérdida total a la *densidad normal* es, por tanto,

$$P_0 = 68 \cdot A \cdot L \qquad \text{(II)}$$

siendo A la sección del cable en mm² y L su longitud en Km.

La pérdida *efectiva* de potencia es proporcional al *cuadrado* de la relación entre la densidad efectiva y la normal. Es decir

$$P = P_0 (D'^2 : D^2) \qquad \text{(III)}$$

donde P es la pérdida efectiva, P_0 la pérdida a la densidad de corriente normal, D y D' la densidad efectiva de corriente en amperios por mm².

Ejemplo. Determinar la pérdida de potencia en el ejemplo del § 46.

$$P_0 = 68 \times 250 \times 0{,}5 \times 2 = 17\,000 \text{ vatios a la densidad normal}$$

La pérdida efectiva es

$$P = 17\,000 \cdot (2{,}4 : 2)^2 = 17\,000 \times 1{,}2^2 = 24\,480 \text{ vatios}$$

También, si se conocen la caída de tensión y la intensidad de la corriente, se determina rápidamente la pérdida de potencia. Por ejemplo, en el problema precedente, la caída de tensión es 40,8 voltios y la intensidad de la corriente es de 600 amp. Por lo tanto, la pérdida de potencia es

$$P = 40{,}8 \cdot 600 = 24\,480 \text{ vatios} = 24{,}48 \text{ kw}$$

Lo que acabamos de decir da un método fácil y rápido de solución para muchos problemas. Es suficientemente exacto en la práctica.

Las relaciones que anteceden pueden también transformarse como a continuación se indica. De las fórmulas 34 y 2 (págs. 50 y 12) se puede deducir la pérdida de potencia en un conductor, que es

$$P = I^2 R = I^2 \rho \frac{V}{A^2} = \left(\frac{I}{A}\right)^2 \rho V \qquad \text{(IV)}$$

siendo V el volumen.

También por medio de la 35 (pág. 50) y la 2 (pág. 12),

$$P = \frac{E^2}{R} = \frac{E^2}{\rho L^2 : V} = \left(\frac{E}{L}\right)^2 \frac{V}{\rho} \qquad \text{(V)}$$

y por medio de la (IV) y la (V)

$$\frac{P}{V} = \rho \left(\frac{I}{A}\right)^2 = \frac{1}{\rho}\left(\frac{E}{L}\right)^2 \qquad \text{(VI)}$$

Si con el mm²-Km de cobre, $\rho = 17$ e $I : A = 2$ amp. (densidad de corriente normal), $P : V = 17 \cdot 2^2 = 68$ vatios por mm²-Km a la densidad de corriente normal, que está de acuerdo con (I).

Igualmente, a la densidad de corriente normal, la caída de tensión por mm²-Km es $E : L = 17$ voltios y $P : V = 68$ vatios (VI).

La pérdida *total* de potencia viene dada por (IV) y (V).

Ejemplo. Repitiendo el ejemplo precedente y empleando la fórmula (IV):

$$P = (600/250)^2 \times 17 \times 250 \times 0{,}5 \times 2 = 24\,480 \text{ vatios}$$

En este ejemplo, la pérdida efectiva de potencia por unidad de volumen (VI)

$$\frac{P}{V} = 17\left(\frac{600}{250}\right)^2 = 97{,}92 \text{ vatios/mm}^2\text{-Km (que no es excesiva)}$$

NOTA. El transporte de energía se estudia en el capítulo XV.

CAPÍTULO III

FUERZA ELECTROMOTRIZ DE LAS BATERÍAS
LEYES DE KIRCHHOFF

48. Fuerza electromotriz y resistencia de una batería. Si conectamos un voltímetro entre los terminales de una batería (fig. 33), si el interruptor S está abierto, el instrumento acusará una determinada diferencia de potencial E. Si el interruptor S está cerrado, permitiendo que circule una corriente de intensidad I, el instrumento indicará una diferencia de potencial V que será menor que la E que antes señalaba.

La diferencia de potencial E, medida cuando la batería no suministra corriente al circuito exterior, es la *fuerza electromotriz* (f.e.m.) *interna* de la batería; la V, medida cuando circula la corriente por el circuito exterior, se denomina *fuerza electromotriz externa* o *diferencia de potencial entre terminales*, de la batería, correspondiente al valor particular I que tenga la intensidad de la corriente.

La diferencia entre la f.e.m. E y el voltaje V, que se mide cuando la corriente sale de la batería, es la *caída de tensión* en la misma, debida a su resistencia interna. Todas las baterías tienen una resistencia, producida en su mayor parte por el electrólito y parcialmente en las placas y en los bornes. Cuando el circuito externo está cerrado y la corriente puede circular, la diferencia de potencial se invierte tanto en mantener la corriente a través de la resistencia de la batería, como en establecer el paso de una corriente a través de la resistencia externa.

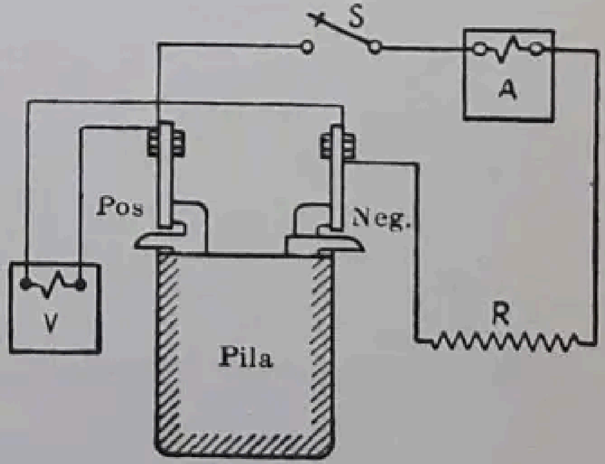


FIG. 33. — Conexiones para medir la resistencia de una pila o acumulador.

Si la f.e.m. E, medida en los terminales de la batería cuando el circuito está abierto, se reduce al valor V cuando el circuito está cerrado, la diferencia $V_b = E - V$ es la caída de tensión producida por el paso de la corriente por la batería. Supongamos que la resistencia interna sea r. Por medio de la ley de Ohm obtendremos:

$$E - V = V_b = Ir \qquad \text{(fórmula 21, pág. 43)}$$

de donde

$$r = \frac{V_b}{I} = \frac{E - V}{I} \qquad \text{(fórmula 22, pág. 44)} \qquad (43)$$

Es decir que: *la resistencia interna de una batería es igual a la diferencia entre los valores de las diferencias de potencial en los bornes cuando el circuito está abierto y cuando está cerrado, dividida por la intensidad de la corriente*

$$E = V + Ir \qquad (44)$$

Y también, *la f.e.m. de la batería es igual a la diferencia de tensiones entre los terminales cuando el circuito está cerrado más la caída de tensión debida a la resistencia interna.*

$$I = \frac{E - V}{r} \qquad (45)$$

De aquí que la intensidad de la corriente en la batería es igual a la caída de tensión en las mismas, dividida por la resistencia interna.

Ejemplo. La f.e.m. con el circuito abierto de un acumulador es de 2,20 voltios. La f.e.m. entre los terminales, medida cuando existe una corriente de intensidad de 12 amperios, resulta ser 1,98 voltios. ¿Cuál es la resistencia interna del acumulador?

La caída de tensión en la pila es de $E - V = 2{,}20 - 1{,}98 = 0{,}22$ voltios

Luego

$$r = \frac{0{,}22}{12} = 0{,}0183 \text{ ohmios}$$

Al hacer mediciones de este género, debe recordarse que cuando el circuito está abierto, los voltímetros ordinarios absorben cierta corriente. Si la capacidad del elemento es pequeña (caso de la pila Weston), la intensidad de corriente necesaria para vencer la resistencia del voltímetro puede por sí sola reducir la f.e.m. entre los terminales a un valor que sea la mitad, o aún menor, que la tensión con circuito abierto. En estos casos no puede emplearse el voltímetro ordinario para determinar la f.e.m. de una pila o acumulador.

Además, es imposible medir directamente la f.e.m. interna de una batería cuando está conectada a un circuito al que suministra corriente, puesto que la caída de tensión se produce *en la propia* batería. Esto es, la f.e.m. interna puede medirse de modo directo únicamente en circuito abierto y si el aparato de medida no absorbe corriente o lo hace en proporción despreciable comparada con la capacidad de la batería.

La f.e.m. E y la resistencia r son raras veces constantes y dependen más o menos de la intensidad de la corriente. También las afecta la temperatura, cambio del peso específico del electrólito, polarización de los electrodos, etc. (véase pág. 108).

49. Resistencia y corriente de una batería. Como queda dicho en el § 48, la resistencia interna de una batería tiende a reducir la intensidad de la corriente. Si, en la figura 33, el interruptor S está cerrado, la fuerza electromotriz E del elemento actuará sobre un circuito que comprenderá la resistencia interna r de la pila y la resistencia del circuito exterior R montada en serie con la primera, siendo la suma de ambas la resistencia total del circuito. Por medio de la ley de Ohm, se tiene la corriente

$$I = \frac{E}{r + R} \tag{46}$$

La pérdida de potencia en la pila será:

$$P = I^2 r \tag{47}$$

Si el elemento está en corto circuito, R es igual a cero e $I = E/r$. En tales condiciones, toda la energía eléctrica desarrollada por el elemento se convierte en calor dentro de la misma pila.

Ejemplo. Un elemento cuya f.e.m. es 2,2 voltios y cuya resistencia interna es 0,03 ohmios se conecta a una resistencia exterior de 0,10 ohmios. Determinar la corriente y el rendimiento del elemento en estas condiciones de funcionamiento,

$$I = \frac{2{,}2}{0{,}03 + 0{,}10} = 16{,}92 \text{ amperios}$$

Potencia perdida en el elemento

$$P = 16{,}92^2 \cdot 0{,}03 = 8{,}59 \text{ vatios}$$

Potencia utilizable

$$P' = 16{,}92^2 \cdot 0{,}10 = 28{,}63 \text{ vatios}$$

P' es igual a la potencia total P_0 menos las pérdidas en el elemento.

$$P_0 = 2{,}2 \cdot 16{,}92 = 37{,}22 \text{ vatios}$$

$$P' = 37{,}22 - 8{,}59 = 28{,}63 \text{ vatios}$$

$$\text{Rend.} = \frac{28{,}63}{28{,}63 + 8{,}59} = 0{,}769 \text{ ó } 76{,}9\ \%$$

Lo que antecede es un complemento de la ley de Ohm, que puede enunciarse diciendo: *la corriente en un circuito es igual a la f.e.m. total que actúa en el circuito dividida por la resistencia total del mismo circuito* (véase § 34, pág. 42).

50. Potencia máxima suministrada por una batería. Supongamos que la f.e.m. y que la resistencia interna r (fig. 33) son constantes y que podemos variar la resistencia exterior R. Si la pila suministra una corriente i, la potencia p, aportada al circuito exterior, será $vi = i^2R$, donde v es la diferencia de potencial entre bornes. Teniendo en cuenta que esta última vale $v = E - ir$, v disminuirá a medida que i aumente, como se vió en el § 49. Por esta razón, la potencia p, suministrada al circuito exterior, es el producto de dos variables, una de las cuales, v, decrece cuando la otra, i, crece. La potencia exterior será máxima cuando lo sea el producto vi. Las condiciones en las cuales tendrá esto lugar pueden determinarse como sigue:

$$p = vi = (E - ri)i = Ei - i^2 r \tag{I}$$

Derivando la expresión (I) con relación a la variable i e igualando a cero

$$\frac{dp}{di} = E - 2ri = 0;\ i = \frac{E}{2r} = \frac{E}{r + r}$$

que comparando con la (46) nos da

$$R = r$$

Es decir que: *el máximo valor de la potencia se obtiene cuando la resistencia exterior es igual a la resistencia interna.*

Por lo tanto,

$$E = v + ri \quad \text{y} \quad v = iR = ir \tag{48}$$

$$E = 2v; \qquad v = \frac{E}{2} \tag{49}$$

O sea, *cuando una batería suministra su máxima potencia, la diferencia de potencial entre los bornes es igual a la mitad de la f.e.m. en circuito abierto.*

La potencia *total* que una batería suministra es igual al producto de su f.e.m. interna por su corriente I. Es decir

$$P_0 = EI \tag{50}$$

La pérdida de potencia dentro de la batería es I^2r, y la potencia suministrada al circuito exterior es I^2R. Como $r = R$, se desprende que $I^2r = I^2R$.

Es decir, *cuando una batería suministra su máxima potencia, la mitad de su valor se pierde dentro de la misma batería.* Por lo tanto, el rendimiento en tales condiciones es sólo el 50 %.

Como ha sido demostrado, la *corriente máxima* se produce cuando la resistencia exterior R se anula. En tales condiciones, la tensión entre los terminales v es cero, y la potencia suministrada al circuito exterior es núla. La potencia total EI, desarrollada por la batería, se pierde en calentar la propia batería.

Por lo regular, no es económico hacer funcionar una batería de manera que produzca su potencia máxima, porque el rendimiento es bajo y porque la batería se calienta más de lo debido. En ciertas ocasiones, sin embargo, las pilas y acumuladores actúan de este modo durante períodos cortos. Por ejemplo, las baterías para el arranque de los automóviles durante el período inicial funcionan frecuentemente con una corriente tal que la tensión entre sus bornes se aproxima a la mitad de la f.e.m. y, por lo tanto, la potencia desarrollada por la batería no está lejos de su valor máximo.

Ejemplo. Un elemento de batería tiene una f.e.m. de 1,2 voltios y una resistencia interna de 0,8 ohmios. Determinar: (*a*) Valor de la corriente para el que alcanzará la potencia el valor máximo; (*b*) Potencia en este caso; (*c*) Resistencia exterior que le corresponde; (*d*) Intensidad de corriente de la potencia cuando la resistencia exterior es de 1,0 ohmios; (*e*) Idem si es de 0,6 ohmios; (*f*) Máxima corriente que puede suministrar el elemento; (*g*) Potencia exterior en el caso (*f*).

(*a*) La potencia es máxima cuando la tensión entre los bornes es $V = E : 2 = 1{,}2 : 2 =$ $= 0{,}60$ voltios. La corriente es $I = \dfrac{1{,}2 - 0{,}6}{0{,}8} = 0{,}75$ amperios.

(*b*) $P = 0{,}60 \cdot 0{,}75 = 0{,}45$ vatios.

(*c*) La resistencia exterior es $R = V : I = 0{,}60 : 0{,}75 = 0{,}8$ ohmios (igual a la resistencia interna).

(*d*) $I = \dfrac{1{,}2}{0{,}8 + 1{,}0} = 0{,}6667$ amperios.

$V = 1{,}2 - 0{,}6667 \cdot 0{,}8 = 0{,}6667$ voltios.

$P = VI = 0{,}6667 \cdot 0{,}6667 = 0{,}4445$ vatios.

(*e*) $I = \dfrac{1{,}2}{0{,}8 + 0{,}6} = 0{,}857$ amperios.

$V = 1{,}2 - 0{,}857 \cdot 0{,}8 = 1{,}2 - 0{,}686 = 0{,}514$ voltios.

$P = VI = 0{,}514 \cdot 0{,}857 = 0{,}440$ vatios.

(*f*) $I = 1{,}2 : 0{,}8 = 1{,}5$ amperios.

(*g*) Siendo $V = 0 \qquad p = 0 \cdot 1{,}5 = 0.$

Debe observarse que el producto VI alcanza su valor máximo cuando $V = E : 2$. En (*d*) V es mayor que en (*a*), pero I es tanto menor cuanto más pequeño es el producto VI. En (*e*) I es mayor que en (*a*), pero V es tanto menor cuanto más reducido es el producto VI. (*d*) y (*e*) pueden resolverse con mayor facilidad empleando la expresión $p = I^2R$, pero ésta no pone tan claramente de manifiesto el hecho de que el producto VI sea máximo.

51. Baterías en carga. Si se conecta una resistencia a una batería, la corriente pasará desde el terminal positivo de la batería hacia el circuito exterior y volverá al terminal negativo de la batería. Como se ha indicado antes, la tensión entre los bornes será menor que la que se obtiene cuando el circuito está abierto, debido a la resistencia interna de la batería. En estas condiciones, una batería de acumuladores es un manantial de energía que actúa como generador, o sea que *suministra* energía.

Si se fuerza una corriente a *entrar* en la batería por su terminal positivo ya no suministrará energía, sino que la recibirá. Esta energía se puede tomar de cualquier otra procedencia, como, por ejemplo, de otra batería, o, como es más corriente, de un generador. El elemento representado en la figura 34 tiene una f.e.m. de 2 voltios, y un voltímetro V, conectado a sus terminales, señala 2 voltios cuando no circula ninguna corriente, es decir, cuando el interruptor S está abierto. Otra fuente de energía, tal como un generador de corriente continua, se dispone de modo que la tensión entre sus terminales sea 2 voltios exactamente. El terminal negativo (—) del generador se conecta con el negativo (—) de la batería. El terminal positivo (+) del generador se conecta al interruptor que, al comenzar, está abierto. Sin embargo, cuando se cierra el interruptor S y se conecta el terminal positivo (+) de la batería con el positivo (+) del generador, como se indica en la figura, no circula corriente alguna. El voltímetro *V* continúa marcando 2 voltios, y el amperímetro *A* permanece en el cero. Es decir, la batería no suministra ni recibe energía y no se notan otros efectos que los que se observaron cuando el circuito estaba abierto. En tales condiciones se dice que la batería está «en equilibrio».

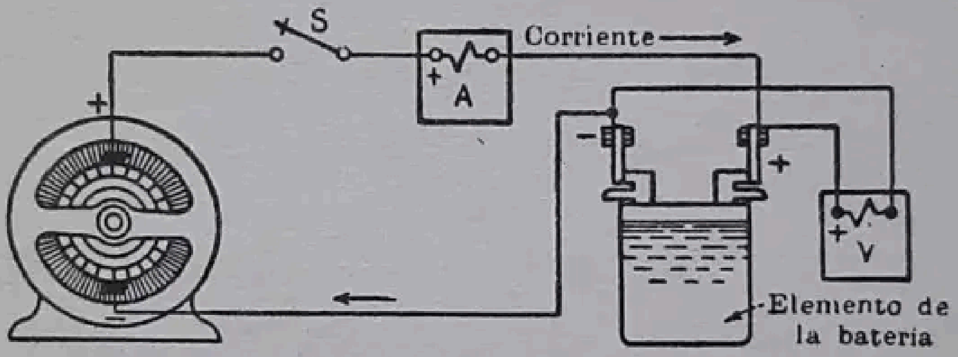


FIG. 34.—Generador cargando una batería.

Si, no obstante, la tensión en el generador se va elevando paulatinamente, el amperímetro *A* indicará que circula una corriente desde el terminal positivo del generador *hacia* el borne positivo de la batería, en dirección opuesta a aquella que tenía la corriente cuando la batería *suministraba* energía. El voltímetro ya no marcará 2 voltios, sino que indicará una diferencia de potencial un poco superior a ésta.

La relación entre generador y batería se puede aclarar por medio de una comparación mecánica. La figura 35 representa un vagón colocado sobre una vía. Se necesita una fuerza de 180 Kg para vencer la resistencia al rozamiento en reposo del coche sobre la vía. En uno de los extremos del vagón se aplica la fuerza *F;* para que mueva el vagón es preciso que su valor llegue, por lo menos, a 180 Kg. Cuando *F* tiene exactamente los 180 Kg, el vagón está aún inmóvil, del mismo modo que no circula corriente entre el generador y la batería cuando las tensiones entre sus terminales son las mismas. Cuando la fuerza *F* sobrepase los 180 Kg, el vagón se pondrá en movimiento, y la fuerza que lo producirá será el exceso de *F* sobre los 180 Kg. Así, si $F = 200$ Kg, se utilizan 180 Kg en vencer la resistencia opuesta por el rozamiento, y 20 Kg en fuerza útil para mover el vagón. (El rozamiento en reposo, es decir, estático, es ordinariamente mayor que el rozamiento dinámico).

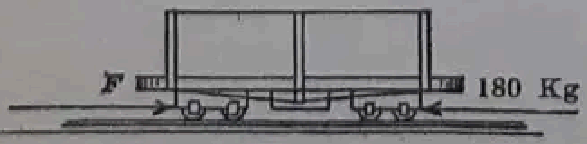


FIG. 35.—Fuerza necesaria para el arranque de un vagón.

En el caso de la batería no se registrará el paso de corriente hasta tanto que el generador no produzca un exceso de tensión sobre los 2 voltios. Así, si la tensión producida por el generador sube hasta 2,4 voltios, 2,0 voltios de ellos son utilizados para «neutralizar» los 2,0 voltios del elemento, y 0,4 voltios en enviar corriente útil hacia el citado elemento. Así, si la resistencia del elemento es 0,1 ohmio, la corriente será

$$I = \frac{0,4}{0,1} = 4,0 \text{ amperios}$$

suponiendo que la resistencia de los conductores es despreciable.

Por lo tanto, si E es la f.e.m. de una batería, r su resistencia, y V la tensión entre sus bornes cuando la corriente entra por el positivo

$$I = \frac{V - E}{r} \tag{51}$$

y

$$E = V - Ir \tag{52}$$

Es decir, la f.e.m. de una batería es *menor que la tensión entre los terminales* en una cantidad igual a la caída de tensión producida por la resistencia de la batería. Estas expresiones deben compararse con las (44) y (45) de la página 62.

En estas condiciones, la batería *recibe* energía eléctrica, como es el caso de una batería de acumuladores que está en carga.

Ejemplo. La f.e.m. de una batería de acumuladores de tres elementos es de 5,80 voltios, y su resistencia interior es 0,072 ohmios. La batería se está cargando con una corriente de 12 amperios de intensidad. Determinar: (*a*) la tensión entre los terminales de la batería; (*b*) la pérdida de potencia debida al calentamiento interno de la batería; (*c*) la energía almacenada por segundo.

(*a*) La tensión entre los bornes debe ser igual, cuando menos, a la fuerza contraelectromotriz antes de que la corriente pueda circular y además se debe añadir la caída de tensión producida por la resistencia interna. Por lo tanto,

$$V = 5,80 + 12 \cdot 0,072 = 5,80 + 0,864 = 6,664 \text{ voltios}$$

(*b*) $P = 12^2 \cdot 0,072 = 10,37$ vatios.

(*c*) La energía almacenada debe estar representada por la corriente que circula en *dirección opuesta* a la f.e.m. de la batería. Por esto, la energía almacenada en un segundo será:

$$w = 5,80 \cdot 12 = 69,6 \text{ vatios-segundo o julios}$$

52. Batería en serie. Una batería consiste en varias pilas o elementos acoplados.

Cuando las pilas o elementos se conectan en serie, sus f.e.m. se suman para obtener la f.e.m. total de la batería, y sus resistencias sumadas nos dan la resistencia total de la batería.

Así, si varios elementos que generan f.e.m., E_1, E_2, E_3, E_4, etc., respectivamente, y tienen resistencias, r_1, r_2, r_3, r_4, etc., se empalman en serie, la f.e.m. total del conjunto es

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + \ldots \tag{53}$$

y la resistencia total es

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + \dots \tag{54}$$

La expresión (53) supone que las conexiones se han hecho empalmando el positivo de un elemento al negativo del siguiente, para que sus f.e.m. se sumen. Si algún elemento se conectara de tal manera que su f.e.m. se opusiera a las demás, su f.e.m., en la expresión (53), tendría que estar afectada de signo menos.

Si se conecta una resistencia exterior R a la serie de los elementos de la batería, la ley de Ohm (pág. 42) y la expresión (46) nos darán la intensidad de la corriente, cuyo valor será

$$I = \frac{E}{r + R} = \frac{E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + \dots}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + \dots + R} \tag{55}$$

Ejemplo. Cuatro pilas secas que tienen por f.e.m. respectivas, 1,30, 1,30, 1,35, 1,40 voltios y cuyas resistencias son de 0,3, 0,4, 0,2, 0,1 ohmios, se conectan en serie para mover un relevador cuya resistencia es de 10 ohmios. Determinar la corriente en el relevador.

$$I = \frac{1{,}30 + 1{,}30 + 1{,}35 + 1{,}40}{0{,}3 + 0{,}4 + 0{,}2 + 0{,}1 + 10} = \frac{5{,}35}{11} = 0{,}486 \text{ amperios}$$

Una batería que comprenda n *elementos iguales tiene una f.e.m. igual a* n *veces la de un elemento, pero la intensidad de la corriente producida es igual a la de uno solo de sus elementos.*

53. Batería en paralelo. Para que funcionen satisfactoriamente en paralelo, todos los elementos de la batería deben tener la misma f.e.m. El funcionamiento de elementos con distintas f.e.m. se explica en el § 56 (véanse también § 57 y § 67, pág. 92).

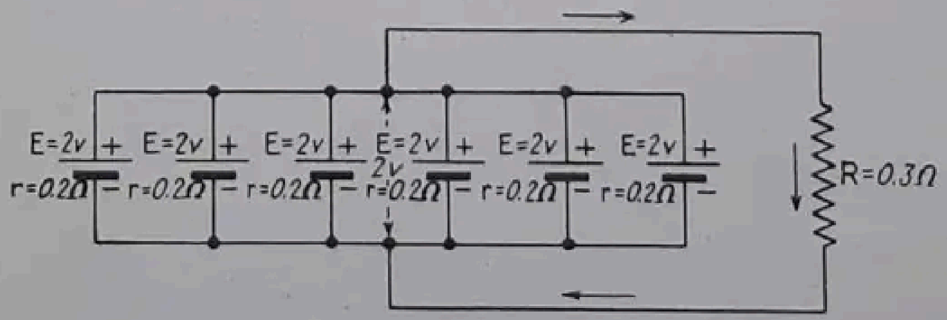


Fig. 36.—Acoplamiento en paralelo de pilas o acumuladores iguales.

La figura 36 representa una batería de seis elementos, cada uno de los cuales tiene una f.e.m. de 2,0 voltios y una resistencia de 0,2 ohmios. Es evidente que la f.e.m. de la batería completa no es mayor que la f.e.m. de uno de los elementos. La corriente, sin embargo, cuenta con seis caminos de paso. Por lo tanto, para una intensidad de corriente en el circuito exterior determinada, la caída de tensión en cada elemento es una sexta parte de la que se produciría si toda la corriente circulara por uno solo. Si la resistencia interna de un elemento es 0,2 ohmios, la resistencia de la batería será 0,2 : 6 = 0,033 ohmios.

Ejemplo. La resistencia exterior conectada a los terminales de la batería de la figura 36 es 0,3 ohmios. Determinar la intensidad de la corriente.

Resistencia de la batería = 0,2 : 6 = 0,033 ohmios

$$I = \frac{2,0}{0,033 + 0,3} = \frac{2,0}{0,333} = 6 \text{ amperios} \qquad \text{Fórmula (46)}$$

Si la resistencia de los elementos no es la misma para todos aun siendo iguales las f.e.m., y sus valores respectivos son r_1, r_2, r_3, etc., la resistencia r se calcula teniendo en cuenta que se trata de resistencias acopladas en paralelo [fórmula (8), pág. 16].

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \dots \tag{56}$$

Ejemplo. Una batería está constituída por cuatro elementos conectados en paralelo, teniendo cada uno una f.e.m. de 2,0 voltios y resistencias de 0,30, 0,25, 0,22, 0,20 ohmios.

Si se conecta una resistencia de 0,50 ohmios a los terminales de esta batería, determinar: (*a*) la intensidad de la corriente; (*b*) la diferencia de potencial entre terminales; y (*c*) la intensidad de la corriente en cada elemento.

$$(a) \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{0,30} + \frac{1}{0,25} + \frac{1}{0,22} + \frac{1}{0,20} = 16,87 \text{ mhos}$$

$$r = \frac{1}{16,87} = 0,0593 \text{ ohmios}$$

$$I = \frac{2,0}{0,0593 + 0,50} = 3,576 \text{ amperios}$$

(*b*) La diferencia de potencial o tensión entre terminales será

$$V = IR = 3,576 \cdot 0,5 = 1,788 \text{ voltios}$$
$$= 2,0 - 3,576 \cdot 0,0593 \text{ voltios}$$

(*c*) La corriente en cada elemento puede determinarse por medio de la fórmula (45), página 62, en la que despejando las I se obtiene

$$I_1 = \frac{2,0 - 1,788}{0,30} = 0,707 \text{ amp.}$$

y de un modo análogo

$$I_2 = \frac{2,0 - 1,788}{0,25} = 0,848 \text{ amp.}$$

$$I_3 = \frac{2,0 - 1,788}{0,22} = 0,964 \text{ amp.}$$

$$I_4 = \frac{2,0 - 1,788}{0,20} = 1,060 \text{ amp.}$$

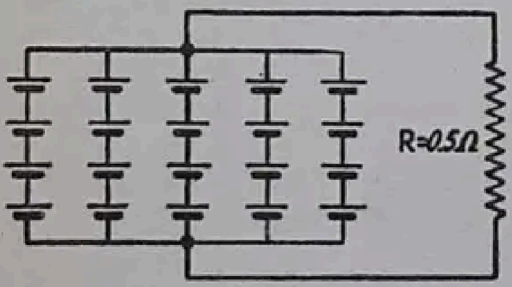
$$\text{Corriente total } I = \overline{3,579} \text{ amp.}$$

Teniendo en cuenta que la tensión entre terminales de cada uno de los elementos es la misma, se sigue que el producto de la intensidad de la corriente por la resistencia es también el mismo para cada elemento. O sea

$$0{,}707 \cdot 0{,}30 = 0{,}848 \cdot 0{,}25 = 0{,}964 \cdot 0{,}22 = 1{,}060 \cdot 0{,}20 = 0{,}212$$

Los elementos conectados en paralelo *deben tener la misma tensión entre terminales*, puesto que todos los positivos de un lado y todos los negativos del otro están conectados a un mismo conductor. Si la f.e.m. de todos los elementos es la misma, la f.e.m. de la batería es igual a la de cualquiera de los elementos. La resistencia total de la batería debe determinarse por la expresión que da el valor de las resistencias en paralelo. *Si las f.e.m. son iguales*, la corriente en cada elemento es inversamente proporcional a la resistencia del mismo. La intensidad de la corriente suministrada por la batería es la suma de las intensidades de corriente de cada uno de los elementos.

54. Montaje de elementos en serie-paralelo. Se pueden conectar varias series de elementos de manera que entre ellas estén en paralelo. La figura 37 representa cinco filas de cuatro elementos en serie, montadas en paralelo.



$E' = 0{,}9$ V cada pila
$r' = 0{,}08\ \Omega$ cada pila

FIG. 37.—Acoplamiento serie-paralelo de pilas o acumuladores.

Si en cada fila hay m elementos iguales, enlazados en serie entre sí, la f.e.m. de una fila debe ser

$$E = mE' \text{ voltios [según fórm. (53)]} \qquad (57)$$

siendo E' la f.e.m. de un elemento.

La resistencia de cada fila debe ser

$$r_1 = mr' \text{ ohmios [según fórm. (54)]} \qquad (58)$$

siendo r' la resistencia de un elemento.

Teniendo en cuenta que hay n filas en paralelo, la resistencia del conjunto debe ser

$$r = \frac{r_1}{n} = \frac{m}{n} r' \text{ ohmios} \qquad (59)$$

Si se conecta una resistencia exterior R a la batería, la corriente será, según la fórmula (46) (pág. 63).

$$I = \frac{mE'}{\frac{m}{n} r' + R} \text{ amp.} \qquad (60)$$

Ejemplo. Supongamos que cada uno de los elementos de la figura 37 tenga una f.e.m. de 0,9 voltios y una resistencia interior de 0,08 ohmios y que la resistencia exterior R es de 0,5 ohmios. Determinar el valor de la intensidad de la corriente.

$$I = \frac{4 \cdot 0{,}9}{{}^4/_5\, 0{,}08 + 0{,}5} = \frac{3{,}6}{0{,}564} = 6{,}38 \text{ amp.}$$

55. Acoplamiento de elementos. Una primera consideración en el acoplamiento de elementos es la que se refiere a la tensión necesaria. Los elementos deben agruparse para dar esta tensión sin tener en cuenta otra consideración. Sin embargo, si no está definida ésta, pueden tenerse en cuenta las consideraciones que siguen:

a) *Para obtener la economía mayor,* agrupar los elementos de manera que la resistencia de la batería sea tan baja como sea posible. Esto exige el conectar en paralelo todos los elementos que económicamente sean admisibles.

b) *Para obtener la máxima corriente con una resistencia exterior prefijada,* hacer que la resistencia interna $(m : n)r'$ de la batería sea igual a la resistencia exterior. Esta solución no es económica, puesto que sólo la mitad de la energía producida se utiliza en el circuito exterior; la otra mitad se pierde en la misma batería. En estas condiciones, la potencia suministrada por la batería alcanza su máximo valor (véase § 50, pág. 63).

Ejemplo. En el ejemplo del § 54, ¿cómo deben agruparse los elementos para obtener la corriente máxima?

La resistencia total de la batería $(m : n)\ 0{,}08$ debe ser igual a la resistencia exterior. Es decir

$$\frac{m}{n}\,0{,}08 = 0{,}5$$

También $$m \cdot n = 20; \qquad n = \frac{20}{m} \cdot$$

Resolviendo el sistema de dos ecuaciones, obtenemos

$$m^2 = 125 \qquad\qquad m = 11 \text{ por defecto.}$$

El mejor montaje es poner dos series de 10 elementos cada una en paralelo. (Once elementos en serie no se podrían acoplar satisfactoriamente con otra serie de nueve elementos).

c. Para obtener una acción rápida en operaciones intermitentes, tales como en relevadores y timbres, agrúpense, si es posible, las pilas en serie. Como estos dispositivos son muy inductivos, la intensidad de la corriente tarda en alcanzar el valor necesario (véase fig. 229, § 219). Si se aplica una f.e.m. elevada para vencer la f.e.m. de autoinducción, aumenta la rapidez de crecimiento de la corriente, y la operación resulta rápida.

56. Elementos con fuerzas electromotrices y resistencias desiguales. Dos elementos en paralelo cuyas f.e.m. y resistencias sean desiguales pueden reemplazarse por un elemento único equivalente que tenga la f.e.m. común de los dos elementos en paralelo y sin ninguna resistencia exterior. La resistencia interna del elemento equivalente es la resistencia conjunta de los dos elementos acoplados en paralelo. Estas relaciones pueden justificarse como sigue:

Consideremos primero la figura 38 (*a*), que representa dos series, *A* y *B*, en paralelo sin resistencia exterior, con f.e.m. E_1 y E_2 voltios y con resistencias internas de r_1 y r_2 ohmios. Supongamos que E_1 es mayor que E_2.

La corriente que circula por todos los elementos es

$$I_0 = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} \text{ amperios}$$

La tensión común entre los terminales es

$$V = E_1 - I_0 r_1 = E_1 - \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} r_1 \text{ voltios}$$

$$= E_1 \frac{r_2}{r_1 + r_2} + E_2 \frac{r_1}{r_1 + r_2} \text{ voltios} \qquad \text{(I)}$$

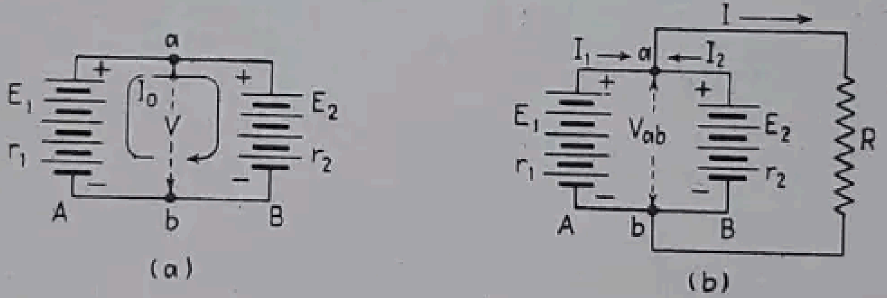


FIG. 38.—Equivalencia de baterías desiguales en paralelo.

Consideremos ahora la figura 38 (*b*) que representa los elementos de la figura 38 (*a*) conectados en paralelo y en serie con una resistencia exterior R. Pongamos que la corriente en A es I_1 y en B, I_2, y que la corriente en la resistencia R sea I.

La tensión común en los terminales será

$$V_{ab} = E_1 - I_1 r_1 = E_2 - I_2 r_2 \text{ voltios}$$

de la que se deduce

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2 + I_2 r_2}{r_1} \text{ amperios} \qquad \text{(II)}$$

La intensidad de la corriente en la resistencia R será

$$I = \frac{V_{ab}}{R} = \frac{E_1 - I_1 r_1}{R} \text{ amperios} \qquad \text{(III)}$$

Por otro lado

$$I = I_1 + I_2 \qquad \text{(IV)}$$

La solución de las ecuaciones (II), (III) y (IV) es

$$I = \frac{E_1 \dfrac{r_2}{r_1 + r_2} + E_2 \dfrac{r_1}{r_1 + r_2}}{R + \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} \text{ amperios} \qquad (61)$$

El numerador de la fórmula (61) es el valor de V dado por (I), que es la tensión común entre los bornes de las dos series cuando están acopladas en paralelo sin resistencia exterior. El denominador de la (61) es la suma de la resistencia exterior R y de la resistencia equivalente de las dos series en paralelo.

Ejemplo. En la figura 38 (*b*), las f.e.m. de las dos series A y B son 12 y 10 voltios, y sus respectivas resistencias internas son 0,5 y 0,3 ohmios. La resistencia exterior es $R = 1{,}156$ ohmios. Determinar la intensidad de la corriente en la resistencia exterior.

La corriente en la batería es

$$I_0 = \frac{12 - 10}{0{,}5 + 0{,}3} = 2{,}5 \text{ amperios}$$

La tensión correspondiente entre los terminales, numerador de la fórmula (61) es

$$V_{ab} = 12 - 2{,}5 \cdot 0{,}5 = 10{,}75 = 10 + 2{,}5 \cdot 0{,}3 \text{ voltios}$$

La resistencia equivalente de los dos elementos en paralelo es

$$r = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}3}{0{,}5 + 0{,}3} = 0{,}1875 \text{ ohmios}$$

La corriente exterior será

$$I = \frac{10{,}75}{1{,}156 + 0{,}1875} = 8{,}00 \text{ amperios}$$

El mismo resultado se obtendría aplicando directamente la fórmula (61).

57. Distribución de la corriente entre dos baterías desiguales conectadas en paralelo. En el método para determinar la corriente suministrada por dos baterías con distintas f.e.m. y resistencias desiguales (§ 56) se tenía

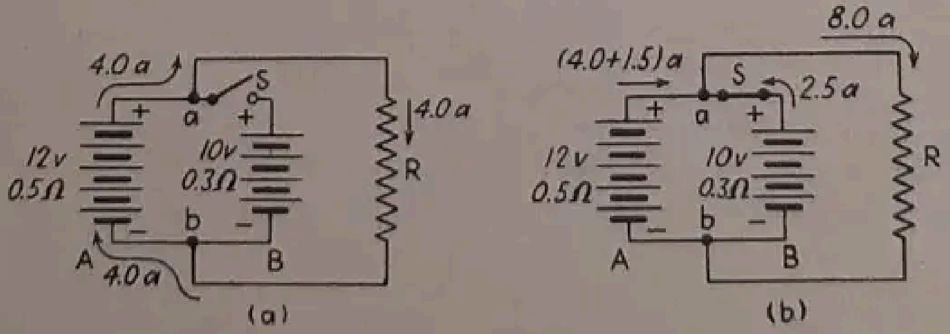


FIG. 39.—Baterías desiguales en paralelo. Método del equilibrio de tensiones.

como dato del problema la resistencia exterior. A continuación se dan dos métodos mediante los cuales puede determinarse la distribución de la corriente entre los dos elementos en función de la intensidad de la corriente en la resistencia exterior, en lugar de determinarla en función de esta resistencia. La distribución de la corriente que nos ocupa se funda en dos principios.

Consideremos, para simplificar, únicamente dos baterías (figs. 39 y 40). Primeramente se establece una corriente inicial en una o en ambas baterías con objeto de equilibrar las tensiones en los terminales de aquéllas. Esta corriente no depende directamente de la corriente exterior total. Después que se ha establecido la igualdad de diferencias de potencial, las dos baterías se comportan como dos elementos cualesquiera que tengan iguales f.e.m. y resistencias internas distintas. De acuerdo con ello (§ 53, pág. 68), cualquier corriente *adicional* se distribuirá en partes inversamente proporcionales a sus resistencias internas. La corriente total suministrada por cada batería se halla entonces fácilmente añadiendo a la corriente inicial de cada una de ellas la corriente adicional, cuya distribución entre las dos baterías se determinó por medio de sus resistencias internas.

Se aplican comúnmente dos métodos. En el primero, la batería que tiene mayor f.e.m. suministra la corriente inicial estrictamente indispensable para igualar la tensión entre sus terminales a la f.e.m. de la segunda, con lo cual esta última ni absorbe ni suministra corriente, sino que queda «equilibrada» (pág. 66). En el segundo método se parte de la consideración de la resistencia exterior con circuito cerrado, y la corriente de circulación que se produce a través de las baterías (fig. 40, *a*) constituye la corriente inicial que tiende a equilibrar las tensiones entre los terminales. (Los dos sistemas se basan en el denominado *principio de superposición*, § 67, pág. 92). Estos métodos se emplean muchas veces para el análisis y solución de los más complejos problemas, tales como la distribución de cargas entre generadores de corriente continua, alternadores y transformadores en paralelo.

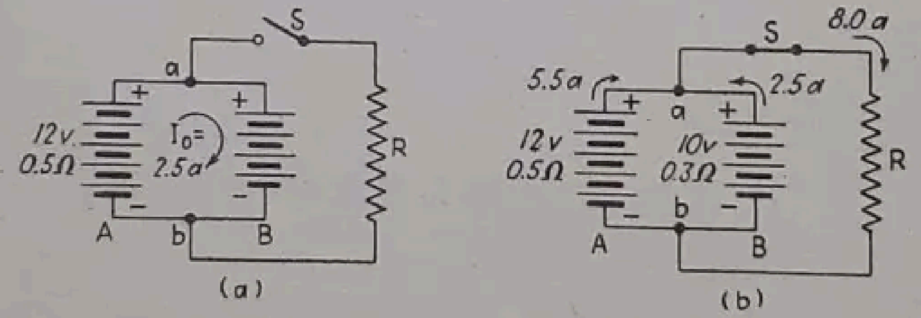


FIG. 40.—Baterías desiguales en paralelo. Método de la corriente de circulación.

La aplicación de los dos métodos a dos baterías en paralelo queda aclarada por el siguiente:

Ejemplo. Dos baterías A y B (fig. 39), cuyas f.e.m. son de 12 y 10 voltios y cuyas resistencias internas respectivas son 0,5 y 0,3 ohmios, están acopladas en paralelo. La resistencia exterior R conectada a las baterías absorbe 8 amp. (Este sistema es el mismo representado por la fig. 38). Determinar: (*a*) La corriente suministrada por cada batería; (*b*) la tensión V_{ab} entre sus terminales; (*c*) el valor de la resistencia exterior R; (*d*) la potencia total desarrollada por cada elemento; (*e*) la potencia útil suministrada al circuito exterior por cada batería.

I. *Método del equilibrio de tensiones.* (*a*) En este método, la batería de menor f.e.m. se considera primero como si estuviese desconectada, por estar abierto el interruptor S en serie con la batería B (fig. 39, *a*). En la batería A, que tiene una f.e.m. mayor, se supone que se inicia la corriente indispensable para igualar la f.e.m. del elemento A a la que tiene el elemento B. Así, en la figura 39 (*a*), el valor de esta corriente es $(12 - 10) : 0{,}5 = 4$ amp. Considerando que ahora la tensión entre los bornes del elemento A es 10 voltios, o sea la misma que para el elemento B, se puede cerrar el interruptor S (fig. 39, *b*) sin introducir ningún cambio en la distribución de las corrientes del sistema. Para cualquier corriente adicional suministrada a la resistencia R, la batería formada por las dos en paralelo se comporta como si cada una de éstas generase igual f.e.m., pero fuesen distintas sus resistencias (§ 53, pág. 68). La corriente adicional necesaria para producir una corriente total de 8 amp. en la resistencia R es 4,0 amp. Esta corriente se distribuirá en razón inversa de las resistencias de las dos baterías, o sea que las fracciones de la corriente adicional aportadas por éstas serán

$$I'_A = \frac{0{,}3}{0{,}8} . 4{,}0 = 1{,}5 \text{ amp}; \qquad I'_B = \frac{0{,}5}{0{,}8} 4{,}0 = 2{,}5 \text{ amp.}$$

Por lo cual, las corrientes totales en las baterías acopladas serán

$$I_A = 4{,}0 + 1{,}5 = 5{,}5 \text{ amp.}; \qquad I_B = 0 + 2{,}5 = 2{,}5 \text{ amp.}$$

(Véase fig. 39, *b*).

(*b*) $V_{ab} = 12 - 5{,}5 \cdot 0{,}5 = 10 - 2{,}5 \cdot 0{,}3 = 9{,}25$ voltios.

(*c*) $R = \frac{9{,}25}{8} = 1{,}156$ ohmios (compárese con el ejemplo § 56, pág. 73).

(*d*) $P'_A = 12 \cdot 5{,}5 = 66$ vatios; $P'_B = 10 \cdot 2{,}5 = 25$ vatios.

(*e*) $P_A = 9{,}25 \cdot 5{,}5 = 50{,}88$ vatios; $P_B = 9{,}25 \cdot 2{,}5 = 23{,}13$ vatios.

II. *Método de la corriente de circulación.* En este método se considera que la resistencia exterior está primeramente desconectada, por estar abierto el interruptor S (fig. 40, *a*). En estas condiciones circulará una corriente I_0 igual a la diferencia entre las f.e.m. de las dos baterías, dividida por la suma de las resistencias internas de las mismas. En la figura 40 (*a*) la corriente valdrá

$$I_0 = \frac{12 - 10}{0{,}5 + 0{,}3} = 2{,}5 \text{ amp.}$$

Teniendo en cuenta que la f.e.m. del elemento A es mayor que la del elemento B, la dirección de la corriente será la de las agujas de un reloj, como está indicado. Es positiva con relación al elemento A y negativa respecto al elemento B. Esta corriente equilibra las tensiones de las dos baterías. Así, $12 - 2{,}5 \cdot 0{,}5 = 10 + 2{,}5 \cdot 0{,}3 = 10{,}75$ voltios.

Después de establecerse esta igualdad de tensiones entre terminales, cualquier corriente adicional se repartirá en razón inversa de las resistencias de los dos elementos, como en el método I y en el § 53 (pág. 68). Considerando que hasta aquí se ha supuesto nula la corriente en la resistencia R, la corriente total correspondiente se debe distribuir entre las dos baterías. De acuerdo con esto se cierra el interruptor S (fig. 40, *b*) y se tiene

$$I_A' = \frac{0{,}3}{0{,}8} \cdot 8 = 3 \text{ amp.}; \qquad I_B' = \frac{0{,}5}{0{,}8} \cdot 8 = 5 \text{ amp.}$$

Teniendo en cuenta que la batería A suministra ya + 2,5 amp., su corriente total será

$$I_A = 3{,}0 + 2{,}5 = 5{,}5, \text{ amp.}$$

La batería B absorbía 2,5 amp. y su corriente total será

$$I_B = 5{,}0 - 2{,}5 = 2{,}5 \text{ amp.}$$

Estos valores son los mismos que se hallaron con el método I (*a*).

Las soluciones de (*b*), (*c*), (*d*) y (*e*) son idénticas a las obtenidas con el método I.

58. Leyes de Kirchhoff. [1] Por medio de las leyes de Kirchhoff es posible resolver muchos problemas de redes de conductores que de otro modo serían difíciles de solucionar aplicando únicamente la ley de Ohm.

1. *En cualquier red de conductores, la suma algébrica de las intensidades de las corrientes que concurren en un nudo ha de ser nula.*

2. *En cualquier circuito eléctrico cerrado, la suma de todas las f.e.m. y de las caídas de tensión debidas a resistencias, tomadas con los signos que correspondan, es igual a cero.*

La primera ley puede expresarse como sigue: en cualquier nudo

$$\Sigma I = 0 \tag{62}$$

La segunda ley se puede expresar de forma similar. En cualquier circuito cerrado

$$\Sigma \text{f.e.m.} + \Sigma I \cdot R = 0 \tag{63}$$

La primera ley es evidente. Establece que la corriente total que se *aleja* de un nudo de una red de conductores es igual a la corriente total que *llega* al mismo nudo.

Esta ley queda aclarada por la figura 41. Cuatro corrientes de intensidades I_1, I_2, I_3 e I_4 concurren en O. Las tres primeras se dirigen *hacia* el nudo O, por lo cual deben afectarse de signo más, porque se *suman* a la cantidad de electricidad que haya en O. La I_4 se aleja del nudo, por cuya razón ha de afectarse de signo menos, ya que se resta de la cantidad de electricidad que haya en el punto O. Luego

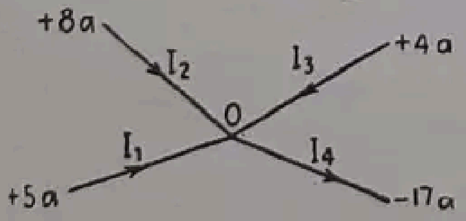


FIG. 41.—Representación gráfica de la primera ley de Kirchhoff.

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = O \tag{64}$$

Supongamos que $I_1 = 5$ amp., $I_2 = 8$ amp., $I_4 = 17$ amp. Tendremos

$$5 + 8 + I_3 - 17 = 0$$

---

[1] Kirchhoff, Gustavo Roberto (1824-1887). Físico alemán nacido y educado en Königsberg; fué nombrado profesor extraordinario de Física en Breslau en 1850, y en 1854 se le dió una cátedra similar en Heidelberg. Se trasladó a Berlín en 1875. Sus contribuciones a la ciencia eléctrica fueron numerosas. Además de las leyes que llevan su nombre, trabajó en la solución de distintos problemas difíciles, tales como la conducción eléctrica en las placas delgadas y en las chapas curvadas, la distribución de la electricidad en dos esferas que se influyen mutuamente, y las leyes de las corrientes inducidas y de la distribución magnética. Contribuyó también al estudio de las radiaciones y del análisis espectrográfico.

y $I_3 = +4$ amp., indicando el signo más que la corriente se dirige hacia el nudo.

La segunda ley es simplemente otra aplicación de la ley de Ohm (fórm. 21, pág. 43). El fundamento de la ley es evidente: si se parte de un punto de un circuito y se sigue continuamente por los conductores que forman una malla hasta alcanzar de nuevo el mismo punto, debe encontrarse el mismo potencial que se tenía al principiar el recorrido. Por lo tanto, las f.e.m. que se vayan encontrando deben ser iguales necesariamente a las caídas de tensión en las resistencias, dando a cada una de ellas el signo adecuado.

La segunda ley queda aclarada por el ejemplo siguiente:

Dos baterías (fig. 42) cuyas f.e.m. son 10 y 6 voltios y cuyas resistencias internas son 1 y 2 ohmios, respectivamente, están conectadas en serie con los terminales invertidos (los dos terminales positivos directamente conectados) y con una resistencia exterior de 5 ohmios entre los bornes negativos. Determinar la corriente y la tensión en distintos puntos del circuito.

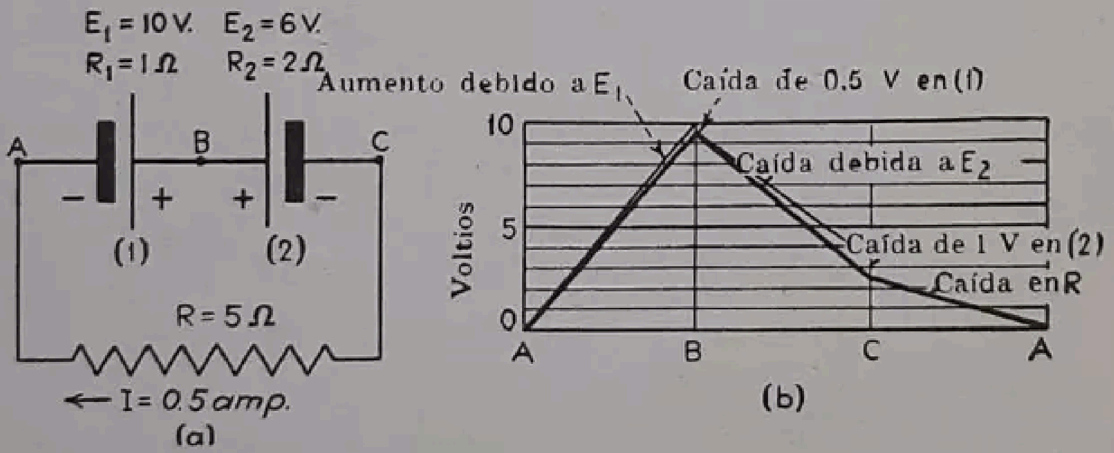


FIG. 42.—Variación del potencial a lo largo del circuito; segunda ley de Kirchhoff.

Funcionando las dos baterías en oposición, la f.e.m. neta del conjunto será $10 - 6 = 4$ voltios.

La corriente será

$$I = \frac{10 - 6}{1 + 2 + 5} = 0{,}5 \text{ amperios}$$

Consideremos el punto A como referencia, suponiendo que está a potencial cero. Al pasar de A a B hay un *aumento* de potencial de 10 voltios, debido a la f.e.m. de la batería 1, pero a lo largo del circuito y en la dirección de la corriente se produce simultáneamente una caída de potencial de 0,5 voltios, debida a la resistencia de 1 ohmio de la batería 1. Por lo tanto, el potencial neto en B es sólo 9,5 voltios mayor que en A, como se indica en la figura 42 (*b*). Al pasar de B a C hay una caída de 6 voltios, debida al paso del terminal positivo al negativo de la pila 2, y hay además una pérdida de potencial de 1 voltio, debida al paso de la corriente de 0,5 amp. a través de la resistencia de 2 ohmios de la batería 2. Esto lleva el potencial neto en C a $9{,}5 - 6 - 1 = +2{,}5$ voltios. Al pasar de C a A se produce una caída de potencial de 2,5 voltios, debida al paso de la corriente de 0,5 amp. a través de la resistencia de 5 ohmios. Cuando se llega al punto A, el potencial se anula de nuevo.

Por lo tanto, la suma de las f.e.m. en el circuito, tomadas con signos adecuados, es igual a la suma de las caídas de tensión Ir. A continuación se resume lo expuesto, para mayor claridad:

Fuerzas electromotrices	Caídas de tensión Ir
Batería $1 = +10$ voltios	Batería $1 = -0{,}5 \cdot 1 = -0{,}5$ voltios
Batería $2 = -6$ voltios	Batería $2 = -0{,}5 \cdot 2 = -1{,}0$ voltios
Total $= +4$ voltios	Resistencia 5 ohmios $= -0{,}5 \cdot 5 = -2{,}5$ voltios
	Total $= -4{,}0$ voltios

$$+4 + (-4) = 0$$

El valor de la corriente puede encontrarse también aplicando directamente la segunda ley de Kirchhoff. Partiendo del punto A que suponemos que se halla a potencial cero,

$$+10 - I(1) - 6 - I(2) - I(5) = 0$$

$$8I = +4; \quad I = +0{,}5 \text{ amp.}$$

La segunda ley de Kirchhoff es aplicable a los casos en que las intensidades de corriente y las f.e.m. son constantes o variables. Sin embargo, si la intensidad varía, entre las f.e.m. han de incluirse todas las de autoinducción (§ 216) y todas las que se originen en las capacidades.

59. Aplicaciones de las leyes de Kirchhoff. En la aplicación de la segunda ley de Kirchhoff a la resolución de problemas, la consideración de los signos algébricos puede resultar enojosa e inducir frecuentemente a errores. Recordando las reglas que a continuación se indican no se tropieza con tales dificultades.

Un aumento de potencial debe ir precedido del signo +

Una caída de tensión debe ir precedida del signo −

Por ejemplo, al pasar por *el interior de una batería* del terminal − al +, el potencial *aumenta* y la tensión correspondiente debe afectarse del signo +. Al contrario, cuando se pasa del terminal + al −, el potencial *disminuye* y la tensión que corresponde debe afectarse del signo −. Estas tensiones se deben a dos fuentes de f.e.m. *Por este motivo, el signo que las precede es independiente de la dirección de la corriente.*

Cuando la corriente pasa a través de una resistencia, el potencial desciende en la dirección de la corriente, de la misma manera que el nivel de una corriente de agua desciende cuando se avanza en la dirección de su marcha. Por esta razón, la caída de potencial a lo largo de una resistencia y en la dirección de la corriente, ya sea una resistencia interna de una pila, ya una resistencia exterior, debe afectarse del signo —. Cuando se recorre una resistencia en sentido *opuesto* al de la corriente, el potencial aumenta del mismo modo que crece el nivel del agua cuando se avanza en el sentido contrario del que lleva la corriente. Por este motivo, la variación de potencial en una resistencia en dirección opuesta a la de la corriente, ya sea resistencia interna de un elemento, ya una resistencia exterior, debe ir precedida del signo +.

Debe notarse que los signos algébricos que afectan a las tensiones entre terminales de resistencias dependen *solamente de la dirección de la corriente y son independientes de la polaridad de cualquier manantial de f.e.m. que afecte al circuito.*

Se aclaran más estos conceptos si se considera el circuito eléctrico representado en la figura 43. Tres pilas cuyas f.e.m. son E_1, E_2 y E_3 están conectadas, como se indica, en distintos puntos de una red en la que hay intercaladas resistencias R_1, R_2, R_3 y R_4. Las direcciones supuestas de las distintas corrientes se indican por medio de flechas. Las resistencias de las pilas se suponen despreciables, comparadas con las restantes resistencias del circuito.

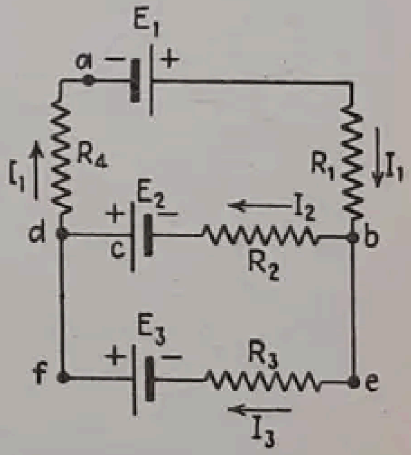


FIG. 43.—Aplicación de las leyes de Kirchhoff.

Si partimos del punto *a*, y aplicamos la segunda ley de Kirchhoff al recorrido *abcda*, podemos escribir:

$$+E_1 - I_1R_1 - I_2R_2 + E_2 - I_1R_4 = 0. \quad \text{(I)}$$

Empezando por *f* y siguiendo el recorrido *febcdf*,

$$-E_3 + I_3R_3 - I_2R_2 + E_2 = 0 \quad \text{(II)}$$

Con ello se obtienen solamente dos ecuaciones para la determinación de tres corrientes desconocidas. Se necesitan tres ecuaciones. Puede obtenerse una tercera ecuación aplicando la segunda ley de Kirchhoff al tercer recorrido *febadf;* sin embargo, cuando se combina con la (I) o con la (II) da como resultado la ecuación (II) o la (I) respectivamente, lo que indica que se necesita otra condición que reúna la red para poder resolver el problema. Esta nueva condición puede obtenerse aplicando la primera ley de Kirchhoff a alguno de los nudos de la red, tal como el *b*.

$$+I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

puesto que se supone que la corriente I_1 se dirige *hacia* el nudo y que las I_2 e I_3 se *alejan* del mismo.

Con estas tres ecuaciones se tiene la posibilidad de determinar las tres corrientes.

Cuando se aplican las leyes de Kirchhoff a cualquier circuito deben cumplirse las siguientes condiciones para resolver el problema:

La primera ley de Kirchhoff debe aplicarse a un número suficiente de nudos para que aparezcan todas las corrientes desconocidas por lo menos una vez.

La segunda ley de Kirchhoff debe aplicarse el número de veces suficiente para que se incluya cada ramal de la red por lo menos una vez.

Ejemplo. La figura 44 representa una red idéntica a la que representaba la figura 43, con la sola diferencia de que figuran los valores numéricos. Las resistencias de las pilas se suponen despreciables en comparación con las resistencias del circuito.

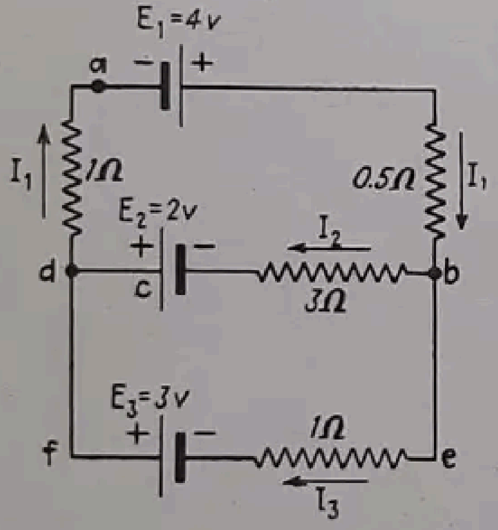


FIG. 44.—Aplicación de las leyes de Kirchhoff.

Consideremos el recorrido *abcda*

$$+ 4 - I_1\cdot 0{,}5 - I_2\cdot 3 + 2 - I_1\cdot 1 = 0$$

de donde

$$1{,}5\cdot I_1 + 3\cdot I_2 = 6 \tag{I}$$

Análogamente, para el recorrido *febcdf*

$$- 3 + I_3 1 - 3I_2 + 2 = 0$$

o sea

$$3\ I_2 - I_3 = - 1 \tag{II}$$

En el nudo *b*

$$+ I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

que equivale a

$$I_1 = I_2 + I_3 \tag{III}$$

Substituyendo el valor (III) en la (I)

$$1{,}5\,(I_2 + I_3) + 3\cdot I_2 = 6$$

o bien

$$4{,}5\cdot I_2 + 1{,}5\cdot I_3 = 6$$

que combinada con la (II) conduce a

$$- 9I_2 + 3I_3 = 3$$

$$9I_2 + 3I_3 = 12$$

que sumadas dan

$$I_3 = 2{,}5 \text{ amp.}$$

Este valor substituído en (II) produce

$$3I_2 - 2{,}5 = - 1$$

de donde

$$I_2 = 0{,}5 \text{ amp.}$$

y por fin

$$I_1 = I_2 + I_3 = 3{,}0 \text{ amp.} \qquad \text{(III)}$$

Como comprobación de la exactitud de la solución podemos aplicar la segunda ley de Kirchhoff al circuito *abefda*, que no se ha utilizado en las ecuaciones:

$$+ 4 - 3{,}0\cdot 0{,}5 - 1\cdot 2{,}5 + 3{,}0 - 1\cdot 3{,}0 = 0$$

60. Procedimiento para el cálculo de redes. Los cálculos de redes o circuitos por medio de las leyes de Kirchhoff se facilitan enormemente, y la probabilidad de error se reduce al mínimo, si se sigue un procedimiento sistemático como el que se sugiere a continuación.

1. Se traza un diagrama bien claro de la red. Sobre él se ponen letras y se marcan las cifras correspondientes a los datos del problema.

2. Se indica la dirección que se supone tiene la corriente en cada ramal de la red. Se designan las corrientes en los ramales por I_1, I_2, I_3, etc. (El número de corrientes desconocidas se puede reducir aplicando la primera ley de Kirchhoff a ciertos nudos, como se ha explicado en el § 61).

3. El número de incógnitas puede encontrarse de acuerdo con los resultados de 2 y se necesita igual número de ecuaciones *independientes* para determinar estas incógnitas. Se plantean las ecuaciones aplicando las dos leyes de Kirchhoff. Cada ecuación debe contener algún elemento que no haya entrado en alguna de las precedentes. Verificar los signos de todas las cantidades.

4. Se resuelven algébricamente las ecuaciones hasta determinar todas las incógnitas y se comprueban las soluciones substituyéndolas en la ecuación de un circuito no utilizado.

Ejemplo. En el circuito representado en la figura 45, determinar la dirección y el valor de las corrientes en cada una de las baterías A, C y E. Las direcciones supuestas se indican con flechas. Debe notarse que la corriente en la batería E es la suma de I_1 e I_2 y así está indicado en la figura (véase § 62). Se requieren dos ecuaciones porque existen dos incógnitas.

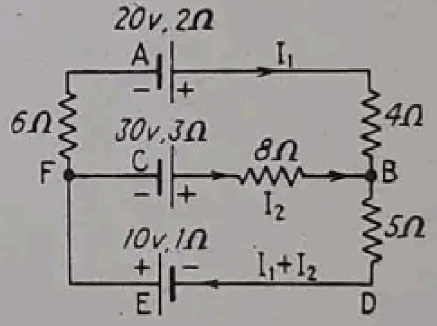


FIG. 45.—Procedimiento para el cálculo de redes.

En el circuito $ABCFA$, partiendo de A, tenemos

$$+20 - 2I_1 - 4I_1 + 8I_2 - 30 + 3I_2 - 6I_1 = 0 \qquad \text{(I)}$$

En el circuito $FCBDEF$, partiendo de F,

$$+30 - 3I_2 - 8I_2 - 5(I_1 + I_2) + 10 - 1(I_1 + I_2) = 0 \qquad \text{(II)}$$

Simplificando

$$-10 = 12I_1 - 11I_2 \qquad \text{(I)}$$

$$40 = 6I_1 + 17I_2 \qquad \text{(II)}$$

sistema de ecuaciones cuya solución es

$I_1 = 1$ amp. = corriente en la batería A
$I_2 = 2$ amp. = corriente en la batería C
$I_1 + I_2 = 3$ amp. = corriente en la batería E

Las direcciones de las corrientes que se han supuesto son acertadas, pues no ha resultado ningún valor negativo.

En el circuito $ABDEFA$, partiendo de A se tiene

$$20 - 2I_1 - 4I_1 - 5(I_1 + I_2) + 10 - 1(I_1 + I_2) - 6I_1 = 0$$

o sea

$$30 = 18I_1 + 6I_2 \qquad \text{(III)}$$

$$30 = 18\cdot 1 + 6\cdot 2$$

lo que comprueba que la solución es exacta.

61. Dirección supuesta para la corriente. Al aplicar las leyes de Kirchhoff para resolver problemas referentes a circuitos y redes eléctricas, se presenta a menudo la cuestión de la supuesta dirección de la corriente. Se tiene que *suponer* que la corriente circula en una de las dos direcciones. Si la dirección que suponemos no es la que realmente tiene, aparecerá afectada de un signo menos al resolver las ecuaciones. Sin embargo, cuando se ha admitido una dirección para una corriente, no deberá cambiarse durante todas las operaciones del problema.

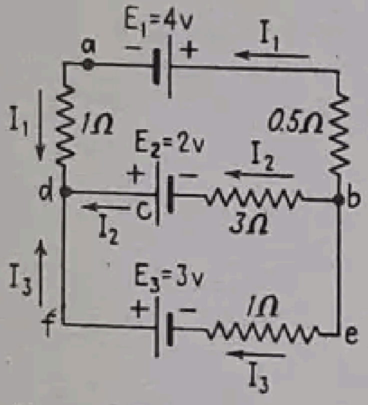


FIG. 46. — Dirección supuesta de la corriente.

Ejemplo. El aspecto anterior queda aclarado si suponemos que las tres corrientes que aparecen en la figura 44 del § 59 tienen direcciones que concurren hacia el punto *d*, como se indica en la figura 46. Desde luego, esta condición es imposible.

Considerando el circuito *abcda*, y partiendo de *a*

$$+ 4 + 0{,}5I_1 - 3I_2 + 2 + I_1 = 0$$

o sea

$$1{,}5 \cdot I_1 - 3I_2 + 6 = 0$$

De un modo análogo, para el circuito *febcdf*, empezando en *f*

$$- 3 + I_3 - 3I_2 + 2 = 0$$

o bien

$$I_3 - 3I_2 - 1 = 0$$

Las tres corrientes se dirigen hacia *d*, luego

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Substituyendo y resolviendo las ecuaciones hallamos

$$I_1 = -3 \text{ amp.}$$
$$I_2 = 0{,}5 \text{ amp.}$$
$$I_3 = 2{,}5 \text{ amp.}$$

El signo menos de I_1 significa que esta corriente circula en sentido opuesto del que supusimos y que señala la flecha en la figura 46. Los valores positivos de las otras dos corrientes indican que las direcciones supuestas eran acertadas.

62. Otras aplicaciones de las leyes de Kirchhoff. Se ha dicho en el § 59 (pág. 80) que la primera ley de Kirchhoff debe aplicarse al número suficiente de nudos para que aparezcan, por lo menos una vez, cada una de las intensidades de corriente. También la segunda ley de Kirchhoff debe aplicarse por lo menos una vez a cada ramal de la red. Adoptando estas dos reglas, el número de ecuaciones independientes será igual al número de las incógnitas. Estos aspectos quedan patentes en los ejemplos de los §§ 59 y 61.

Puede suceder, sin embargo, que sea posible reducir el número de intensidades de corriente desconocidas, y consecuentemente el número de ecuaciones, combinando las corrientes directamente sobre la figura, de acuerdo con la primera ley de Kirchhoff. En el ejemplo del § 60 se aclaran en parte estos aspectos y aún más mediante el ejemplo que sigue, en el cual la resistencia de los elementos de batería no se considera ya despreciable.

Ejemplo. Determinar todas las intensidades de corriente en la red representada en la figura 47, así como las tensiones entre *e* y *d* y entre *d* y *c*. Hay seis corrientes desconocidas, pero combinándolas en los nudos *e* y *d*, como indica la figura, su número se reduce a tres solamente. De la segunda ley de Kirchhoff sacamos para el recorrido *abcdea*,

$$-12 + 0{,}5 \cdot I_1 + 6(I_1 + I_2 + I_3) + 3(I_1 + I_2) + 1\, I_1 = 0$$

o sea

$$10{,}5 \cdot I_1 + 9I_2 + 6I_3 = 12 \qquad \text{(I)}$$

Recorrido *efgde*

$$-10 + 0{,}4I_2 - 1{,}5 \cdot I_3 + 3(I_1 + I_2) = 0$$

o bien

$$3I_1 + 3{,}4 \cdot I_2 - 1{,}5 \cdot I_3 = 10 \qquad \text{(II)}$$

Recorrido *cdghc*

$$+6(I_1 + I_2 + I_3) + 1{,}5 \cdot I_3 - 6 + 0{,}3(I_2 + I_3) = 0$$

que se reduce a

$$6I_1 + 6{,}3 \cdot I_2 + 7{,}8 \cdot I_3 = 6 \qquad \text{(III)}$$

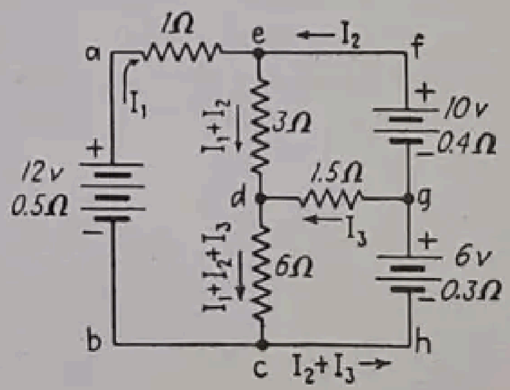


FIG. 47.—Circuito eléctrico.

Las expresiones (I), (II) y (III) son tres ecuaciones independientes con tres incógnitas I_1, I_2, I_3, por lo que constituyen un sistema determinado.

Por ejemplo, si eliminamos I_3 entre (I) y (II) y luego entre (II) y (III) tendremos

$$22{,}5 \cdot I_1 + 22{,}6 \cdot I_2 = 52$$
$$32{,}4 \cdot I_1 + 35{,}95 \cdot I_2 = 87$$

de donde

$$I_1 = -1{,}244 \text{ amp.}$$
$$I_2 = +3{,}540 \text{ amp.}$$

que substituídos en (II) dan

$$I_3 = -1{,}126 \text{ amp.}$$

De los signos resulta que I_1 e I_3 circulan en sentidos opuestos de los que se había presumido

La intensidad de la corriente de *e* a *d* es igual a $I_1 + I_2 = +2{,}296$ amp.
La intensidad de la corriente de *d* a *c* es igual a $I_1 + I_2 + I_3 = +1{,}17$ amp.
La intensidad de la corriente de *c* a *h* y a $g = I_2 + I_3 = +2{,}414$ amp.
La tensión entre *e* y *d* es $= 2{,}296 \cdot 3 = 6{,}89$ voltios.
La tensión entre *d* y *c* $= 1{,}173 \cdot 6 = 7{,}03$ voltios.
La tensión entre *c* y *e* $= 12 - (-1{,}244)(1{,}5) = 13{,}9$ voltios.

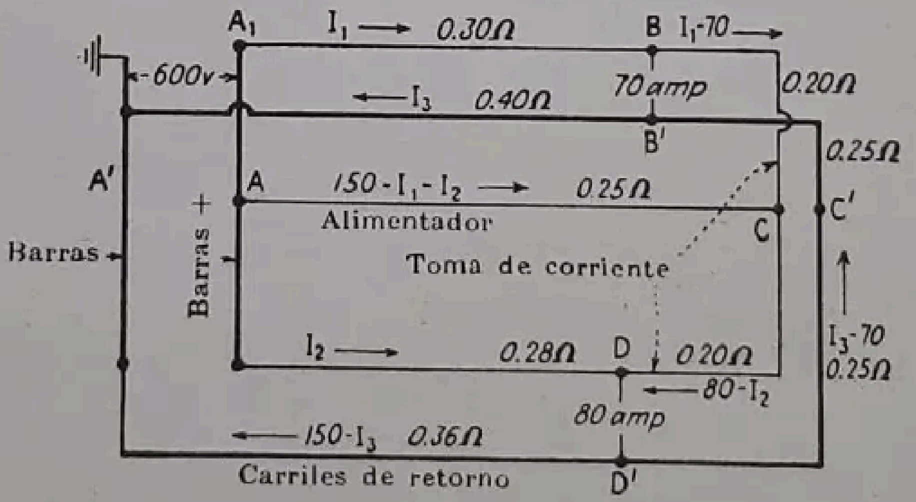
Como última comprobación de los resultados se puede aplicar la segunda ley de Kirchhoff al circuito *abchgfea*, que no ha sido utilizado para plantear las ecuaciones (I), (II) y (III).

$$-12 + (-1{,}244)\,0{,}5 + 6 - 2{,}414 \cdot 0{,}3 + 10 - 3{,}540 \cdot 0{,}4 + (-1{,}244)1 = 0$$

que equivale a la identidad

$$+16 - 16 = 0$$

63. Aplicaciones de las leyes de Kirchhoff a los sistemas ferroviarios. Las leyes de Kirchhoff pueden aplicarse a los problemas relativos a ferrocarriles eléctricos, redes de distribución, etc., en los que se suministra la energía a los receptores por distintos alimentadores y desde distintas subestaciones. En la práctica, no obstante, no resulta siempre posible aplicar las leyes de Kirchhoff directamente a los sistemas de ferrocarriles eléctricos, por razón de las amplias fluctuaciones de las cargas, cuyo punto de aplicación está siempre mudando de lugar, por lo que se hace difícil formular una solución definida. Sin embargo, puede suponerse una distribución de cargas que represente las condiciones típicas de funcionamiento y, entonces, aplicar las leyes de Kirchhoff. En la práctica, un análisis de esta índole ha de complementarse con el conocimiento de la distribución de los potenciales en el sistema. De los datos obtenidos por este sistema, unidos a los resultados del cálculo analítico, puede deducirse con bastante aproximación el número y sección de los alimentadores necesarios.



A_1
$I_1 \rightarrow$ 0.30Ω
B I_1-70 →
-600v
$\leftarrow I_3$ 0.40Ω
70 amp
0.20Ω
B'
0.25Ω
A'
A
$150 - I_1 - I_2 \rightarrow$ 0.25Ω
C'
Alimentador
C
Barras
Barras +
Toma de corriente
$I_2 \rightarrow$
0.28Ω
D
0.20Ω
I_3-70
0.25Ω
$\leftarrow 80 - I_2$
80 amp
$\leftarrow 150 - I_3$ 0.36Ω
Carriles de retorno
D'

FIG. 48.—Aplicación de las leyes de Kirchhoff a un circuito ferroviario.

En los circuitos y redes que se han considerado hasta ahora, se han dado las tensiones y resistencias. En tracción eléctrica y en las redes de distribución de energía, se conocen, en general, la tensión de suministro, las resistencias de las líneas de contacto, alimentadores y carriles, y las cargas expresadas en amperios, así como los puntos en que están localizadas. Sin embargo, las leyes de Kirchhoff se aplican del mismo modo que anteriormente se ha expuesto.

El siguiente ejemplo pondrá en claro cómo se procede para aplicar las leyes de Kirchhoff a un sencillo sistema ferroviario.

Ejemplo. En la figura 48 se representa un sistema ferroviario sencillo con línea de contacto (hilo de trole) de ida y vuelta y un alimentador único unido a las barras de la central en A y a la línea de contacto en C. Las barras de la central A se mantienen a una diferencia de potencial de 600, siendo positiva la A, y negativa, y puesta a tierra, la A'. La resistencia de estas barras es despreciable. La resistencia de la línea de contacto es la que sigue: de A_1 a B, 0,30 ohmios; de B a C, 0,20 ohmios; de C a D, 0,20 ohmios; de D a A, 0,28 ohmios. El alimentador está conectado entre A y C, y su resistencia es de 0,25 ohmios. La resistencia del carril y retorno por tierra está distribuída como sigue: de A' a B', 0,40 ohmios; de B' a C', 0,25 ohmios; de C' a D', 0,25 ohmios; de D' a A', 0,36 ohmios. Un coche con trole está en BB' y absorbe 70 amp., y otro, en DD', absorbe 80 amp. Determinar: (a) la corriente en cada sección de la línea de contacto y del alimentador; (b) la tensión en cada tranvía y en el punto CC' de unión del alimentador.

La intensidad de las corrientes que circulan entre A_1 y B y A y D las denominaremos, respectivamente, I_1 e I_2. Siendo la intensidad de la corriente total de 150 amp., en el alimentador AC será igual a $150 - I_1 - I_2$. Aplicando el principio del § 62, las intensidades de las corrientes entre los puntos B y C, y C y D pueden expresarse en función de I_1 y de I_2, como está indicado.

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff al recorrido A_1BCA, tendremos

$$(a)\quad -0{,}30\cdot I_1 - 0{,}20(I_1 - 70) + 0{,}25(150 - I_1 - I_2) = 0$$
$$-0{,}75I_1 - 0{,}25I_2 + 51{,}5 = 0 \qquad \text{(I)}$$

Aplicando la ley indicada al recorrido $ACDA$,

$$-0{,}25(150 - I_1 - I_2) - 0{,}20(80 - I_2) + 0{,}28I_2 = 0$$
$$0{,}25I_1 + 0{,}73I_2 - 53{,}5 = 0 \qquad \text{(II)}$$

Multiplicando la (II) por 3 y sumando término a término con (I)

$$\begin{array}{rl} 0{,}75\cdot I_1 + 2{,}19\cdot I_2 - 160{,}5 = 0 & \text{(II)} \\ -0{,}75\cdot I_1 - 0{,}25\cdot I_2 + 51{,}5 = 0 & \text{(I)} \\ \hline 1{,}94\cdot I_2 - 109 = 0 & \end{array}$$

$$I_2 = 56{,}2 \text{ amp.}$$

Substituyendo este valor en (II)

$$0{,}25\cdot I_1 + 41{,}0 - 53{,}5 = 0$$
$$I_1 = 50 \text{ amp.}$$

La corriente de B a C es

$$50 - 70 = -20 \text{ amp.}$$

es decir que, al resultar con signo menos, circula en realidad de C a B.

La corriente de C a D es $80 - I_2 = 23{,}8$ amp.

La corriente en el alimentador AC es $150 - 50 - 56{,}2 = 43{,}8$ amp.

(Estos resultados pueden comprobarse aplicando la segunda ley de Kirchhoff al recorrido AA_1BCDA).

(b) El potencial en B (con respecto al correspondiente a la barra negativa de la central) es

$$600 - 50\cdot 0{,}30 = 585 \text{ voltios}$$

Del mismo modo, el potencial en C es

$$600 - 43{,}8\cdot 0{,}25 = 589{,}1 \text{ voltios}$$

y el punto D

$$600 - 56{,}2\cdot 0{,}28 = 584{,}2 \text{ voltios}$$

Antes de determinar el potencial en los puntos donde se encuentran los vehículos y el del punto C con respecto a tierra, debemos determinar la caída de tensión a lo largo de los carriles y del suelo. Esto puede lograrse aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito de tierra, representado por el recorrido $A'B'C'D'A'$,

$$+ 0{,}40 I_3 + 0{,}50\,(I_3 - 70) - 0{,}36\,(150 - I_3) = 0$$
$$1{,}26 I_3 = 89; \qquad I_3 = 70{,}6 \text{ amp.}$$

La intensidad de la corriente de D' a A' es

$$150 - 70{,}6 = 79{,}4 \text{ amp.}$$

La caída de tensión entre B' y A' es

$$70{,}6 \cdot 0{,}40 = 28{,}2 \text{ voltios}$$

La caída de tensión entre D' y A' es

$$79{,}4 \cdot 0{,}36 = 28{,}6 \text{ voltios}$$

La caída de tensión entre B' y C' y entre D' y C' es de $0{,}6 \cdot 0{,}25 = 0{,}15$ voltios y puede despreciarse.

Por esta razón, el potencial en el coche BB' es

$$585 - 28{,}2 = 556{,}8 \text{ voltios}$$

y en el coche DD' es

$$584{,}2 - 28{,}6 = 555{,}6 \text{ voltios}$$

El potencial de C con respecto a tierra es prácticamente 589,1 voltios.

Debe observarse que la distribución de las corrientes en la línea aérea depende solamente de las resistencias de esta línea y es independiente del sistema unido a tierra. Además, la distribución de corrientes en el circuito de tierra depende solamente de su propia resistencia.

64. Aplicación de las leyes de Kirchhoff a las distribuciones de energía.

El ejemplo que damos a continuación hace comprender la aplicación de las leyes de Kirchhoff a una red de distribución a 220 voltios. Este sistema no difiere del sistema ferroviario del § 63 más que en que los conductores de ida y de retorno son aquí simétricos, lo que simplifica la solución porque las corrientes en ambos sistemas son iguales. Para aclarar bien los procedimientos se dan dos métodos de cálculo, de los cuales el segundo es el más sencillo.

Ejemplo. En la figura 49 se representa una distribución constituída por dos centros receptores B y C alimentados desde una subestación A a 220 voltios por medio de un circuito cerrado. Entre A y B, distantes 300 m, se han instalado dos alimentadores en paralelo de 500 mm² de sección; entre A y C, distantes 400 m, hay tres conductores en paralelo de 500 mm² de sección; entre B y C, que distan 200 m, sirve de enlace un conductor de 500 mm² de sección. Determinar la intensidad de la corriente en cada uno de los alimentadores y la tensión en cada uno de los dos centros de distribución, cuando la carga es de 2000 amp. en B y de 3500 amp. en C.

Suponiendo que la resistencia es de 17,8 ohmios mm²/Km:

$$\text{Resistencia de línea de } A \text{ a } B = \frac{17{,}8}{1\,000} \times 0{,}3 = 0{,}00534 \text{ ohmios}$$

$$\text{Resistencia de línea de } B \text{ a } C = \frac{17{,}8}{500} \cdot 0{,}2 = 0{,}00710 \text{ ohmios}$$

$$\text{Resistencia de línea de } A \text{ a } C = \frac{17{,}8}{1\,500} \cdot 0{,}4 = 0{,}00475 \text{ ohmios}$$

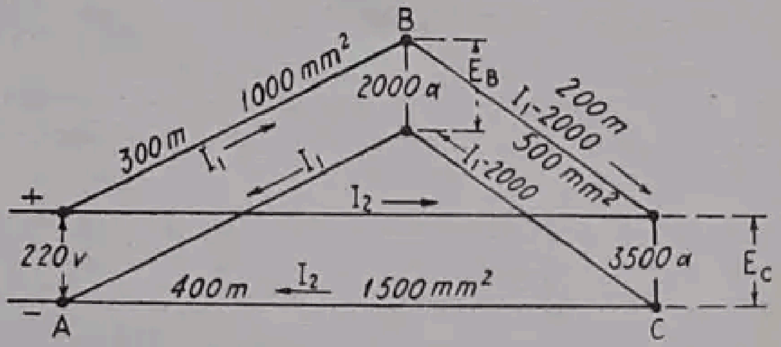


FIG. 49.—Circuito de alimentación cerrado.

Recorriendo el circuito $ABCBA$ siguiendo a la ida el conductor positivo y a la vuelta el negativo,

$$220 - I_1 \cdot 0{,}00534 - (I_1 - 2\,000)\, 0{,}0071 - E_C - (I_1 - 2\,000)\, 0{,}0071 - I_1 \cdot 0{,}00534 = 0$$

$$220 - 0{,}02488 \cdot I_1 + 28{,}4 = E_C \qquad \text{(I)}$$

Si se va directamente de A a C:

$$220 - I_2 \cdot 0{,}00475 - E_C - I_2 \cdot 0{,}00475 = 0$$

$$220 - 0{,}0095 \cdot I_2 = E_C \qquad \text{(II)}$$

Igualando las expresiones (I) y (II)

$$220 - 0{,}02488 \cdot I_1 + 28{,}4 = 220 - 0{,}0095 \cdot I_2$$

$$0{,}02488 \cdot I_1 - 0{,}0095 \cdot I_2 = 28{,}4 \qquad \text{(III)}$$

En el nudo C se tiene

$$I_1 - 2\,000 + I_2 = 3\,500$$

$$I_1 + I_2 = 5\,500 \qquad \text{(IV)}$$

Substituyendo en (III) $I_1 = 5\,500 - I_2$, obtenemos sucesivamente

$$\begin{aligned} 0{,}02488\,(5\,500 - I_2) - 0{,}0095 \cdot I_2 &= 28{,}4 \\ 136{,}84 - 0{,}02488 \cdot I_2 - 0{,}0095 \cdot I_2 &= 28{,}4 \\ 0{,}03438 \cdot I_2 &= 108{,}44 \\ I_2 &= 3{,}154 \text{ amp.} \\ I_1 &= 2{,}346 \text{ amp.} \end{aligned}$$

Por medio de (II)

$$E_C = 220 - 0{,}0095 \cdot 3{,}154 = 190{,}04 \text{ voltios}$$

$$E_B = 220 - 2 \cdot 0{,}00534 \cdot 2{,}346 = 194{,}97 \text{ voltios}$$

El problema puede resolverse, sin embargo, sin hacer intervenir las tensiones en A, B y C. Considerando el recorrido desde la barra positiva A y siguiendo el conductor positivo hasta B y C, y volviendo luego a A siguiendo el positivo del alimentador de 1500 mm², se puede escribir:

$$-0{,}00534 \cdot I_1 - 0{,}00710\,(I_1 - 2\,000) + 0{,}00475 \cdot I_2 = 0$$

o bien

$$0{,}01244 \cdot I_1 - 0{,}00475 \cdot I_2 = 14{,}2$$

que es la (III) dividida por 2; y en el nudo C,

$$I_1 - 2000 + I_2 = 3500$$

o sea

$$I_1 + I_2 = 5\,500 \text{ amp.}$$

que es la misma que la ecuación (IV).

Debe observarse en este ejemplo que, como en los problemas típicos de tracción eléctrica, tanto las intensidades de corriente como las f.e.m. y las resistencias están incluídas en los datos.

65. Ecuaciones de Maxwell para las mallas. Hasta aquí, en las aplicaciones de las leyes de Kirchhoff a los circuitos eléctricos, se han utilizado las intensidades de corriente en cada elemento individual de los circuitos, como elementos básicos para el planteamiento de las ecuaciones. Sin embargo, Maxwell[1] estableció un método para el estudio de dichos circuitos, en el que las ecuaciones se basan en el conocimiento de *las intensidades de las corrientes de circulación en las mallas* de los mismos. Para ello, los circuitos deben dividirse en *mallas* (figura 50), suponiendo que se produce en cada una de ellas una corriente de circulación. La intensidad de la corriente de circulación en cada malla se considera como uno de los elementos que han de utilizarse para la resolución de las ecuaciones. Si bien, para obtener una solución correcta, es necesario asignar una determinada dirección a las corrientes de circulación en las mallas, sea en el sentido del movimiento de las agujas del reloj o en el contrario, el procedimiento de cálculo se sistematiza mejor si se considera que todas las corrientes circulan en la misma dirección. Como las rotaciones que llevan el sentido de las agujas del reloj parecen las más naturales, ésta es la que ordinariamente se elige, si bien puede servir igualmente el suponer la opuesta.

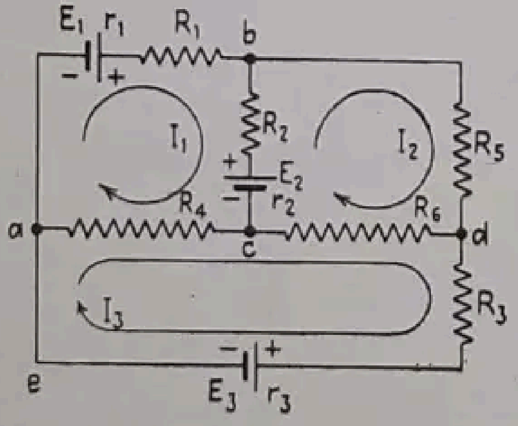


FIG. 50.—Mallas y corrientes de circulación.

Si se aplica la segunda ley de Kirchhoff a las tres mallas de la figura 50, se obtendrán las siguientes ecuaciones:

Malla *abca*

$$+E_1 - I_1r_1 - I_1R_1 - I_1R_2 - E_2 - I_1r_2 - I_1R_4 + I_2(r_2 + R_2) + I_3R_4 = 0 \qquad \text{(I)}$$

o sea

$$+E_1 - E_2 - I_1(r_1 + R_1 + R_2 + r_2 + R_4) + I_2(r_2 + R_2) + I_3R_4 = 0 \qquad \text{(II)}$$

---

[1] Véase nota del final del § 155.

Malla *cbdc*

$$+E_2 - I_2r_2 - I_2R_2 - I_2R_5 - I_2R_6 + I_1(R_2 + r_2) + I_3R_6 = 0 \qquad \text{(III)}$$

o sea

$$+E_2 - I_2(r_2 + R_2 + R_5 + R_6) + I_1(R_2 + r_2) + I_3R_6 = 0 \qquad \text{(IV)}$$

Malla *eacde*

$$-I_3R_4 - I_3R_6 - I_3R_3 - E_3 - I_3r_3 + I_1R_4 + I_2R_6 = 0 \qquad \text{(V)}$$

o sea

$$-E_3 - I_3(R_4 + R_6 + R_3 + r_3) + I_1R_4 + I_2R_6 = 0 \qquad \text{(VI)}$$

Existen varias formas de planteamiento de las ecuaciones de los sistemas mallados, que permiten sistematizarlas y reducir, con ello, las posibilidades de error.

En (I), (III) y (V), las caídas óhmicas de tensión de forma, IR, debidas a las corrientes de circulación en la malla que se considere se toman en la dirección de la corriente y, por lo tanto, son *negativas*. Las caídas de tensión debidas a resistencias atravesadas por corrientes de circulación de las mallas contiguas a la que se considere, como ocurre con las producidas en las resistencias R_2, r_2, R_4 y R_6, situadas en dos elementos que pertenecen a dos mallas contiguas, se toman en dirección opuesta a la corriente y son, por lo tanto, *positivas*. De aquí se deduce que las resistencias de los elementos recorridos por la corriente de circulación que se considere deben todas *sumarse* encerrándolas en un paréntesis que se multiplica por el valor, con signo menos, de la intensidad de la corriente de circulación en la malla que se estudie. Las restantes caídas óhmicas de tensión, debidas a las corrientes de circulación en las mallas contiguas, son todas positivas. Estos resultados se ponen claramente de manifiesto en las ecuaciones (II), (IV) y (VI).

Los signos de la f.e.m. de las fuentes de energía son positivos cuando la corriente pasa del terminal — al +, y negativos cuando pasa del + al —, lo mismo que en los casos ordinarios de aplicación de la segunda ley de Kirchhoff.

Contrariamente a lo que ocurre al emplear en su forma corriente las leyes de Kirchhoff, no es necesario aplicar la primera de ellas a ningún nudo.

Como las intensidades de corriente desconocidas son tantas como el número de mallas, el número de ecuaciones simultáneas que deben plantearse debe también ser igual al número de mallas.

Lo mismo que en el caso normal de aplicación de las leyes de Kirchhoff, si se obtiene un valor negativo de la intensidad de la corriente al resolver las ecuaciones, la dirección real de la corriente será la contraria de la supuesta (véase el caso de I_3 más adelante).

La intensidad de la corriente en los elementos del circuito que son comunes a dos mallas es la diferencia entre las de circulación correspondientes a ellas.

Debe observarse que si se consideran primero las caídas de tensión debidas a la corriente de circulación en una malla, tal como la I_1, la f.e.m. E_2 de las fuentes que existan en los elementos comunes a dos mallas, como el *bc* en la figura 50, no han de tomarse en consideración al establecer el efecto de la intensidad I_2 de la corriente en la malla contigua. Esto es, que en estas condiciones, solamente se deben tener en cuenta las resistencias, incluso la r_2 de la fuente de f.e.m., como se ha hecho en la ecuación (I). Sin embargo, cuando se considera primero la intensidad de corriente I_2, hay que tener en cuenta las f.e.m. de los elementos comunes con las mallas próximas, como se ha hecho en la ecuación (III).

Como se ha indicado antes, la ventaja de las ecuaciones de Maxwell estriba en que el signo de las caídas óhmicas de tensión IR puede escribirse de manera completamente sistematizada, con lo que se evita el peligro de incurrir en errores. También puede comprobarse que el número de ecuaciones simultáneas es menor que el necesario normalmente. En la figura 50, por ejemplo, el circuito tiene seis elementos que exigirían seis ecuaciones que ligaran las intensidades de corriente, mientras que no existiendo más que tres mallas son suficientes tres ecuaciones.

Un caso corriente de aplicación de las ecuaciones de Maxwell es el de estudio de los circuitos de los puentes, como puede verse en el problema 198 de los que se dan al final de este volumen.

Ejemplo. Sean, en la figura 50, $E_1 = 15$ voltios; $E_2 = 12$ voltios; $E_3 = 20$ voltios, y las resistencias, en ohmios, $r_1 = 0{,}2$; $r_2 = 0{,}4$; $r_3 = 0{,}5$; $R_1 = 4$; $R_2 = 3$; $R_3 = 7{,}5$; $R_4 = 2$; $R_5 = 5$ y $R_6 = 6$. Determinar: (*a*) los valores de I_1, I_2, e I_3; (*b*) las intensidades de las corrientes en los elementos *bc*, *ca* y *dc;* (*c*) las tensiones entre *b* y *c*, *c* y *a* y *d* y *c;* (*d*) la tensión en los terminales de la batería de f.e.m. E_1.

(*a*) Substituyendo los datos anteriores en las ecuaciones (II), (IV) y (VI):

$$+15 - 12 - I_1(0{,}2 + 4 + 3 + 0{,}4 + 2) + I_2(0{,}4 + 3) + 2I_3 = 0 \tag*{[(II)]}$$
$$+12 - I_2(0{,}4 + 3 + 5 + 6) + I_1(3 + 0{,}4) + 6I_3 = 0 \tag*{[(IV)]}$$
$$-20 - I_3(2 + 6 + 7{,}5 + 0{,}5) + 2I_1 + 6I_2 = 0 \tag*{[(VI)]}$$

Simplificando las tres ecuaciones se obtiene

$$9{,}6 \cdot I_1 - 3{,}4 \cdot I_2 - 2I_3 = 3 \tag*{(VII)}$$
$$3{,}4 \cdot I_1 - 14{,}4 \cdot I_2 + 6I_3 = -12 \tag*{(VIII)}$$
$$2 \cdot I_1 + 6I_2 - 16I_3 = 20 \tag*{(IX)}$$

De (VII) y (VIII) se deduce por eliminación

$$32{,}2 \cdot I_1 - 24{,}6 \cdot I_2 = -3 \tag*{(X)}$$

y del mismo modo, de (VIII) y (IX)

$$33{,}2 \cdot I_1 - 97{,}2 \cdot I_2 = -36 \tag*{(XI)}$$

La eliminación entre (X) y (XI) da

$$I_1 = 0{,}2568 \text{ amp.}$$
$$I_2 = 0{,}4582 \text{ amp.}$$

y considerando la (IX)

$$I_3 = -\ 1{,}047 \text{ amp.}$$

(*b*) $I_{bc} = I_1 - I_2 = 0{,}2568 - 0{,}4582 = -\ 0{,}2014$ amp.
$I_{ca} = I_1 - I_3 = 0{,}2568 - (-\ 1{,}047) = 1{,}304$ amp.
$I_{dc} = I_2 - I_3 = 0{,}4582 - (-\ 1{,}047) = 1{,}505$ amp.
(*c*) $V_{bc} = -\ I_{bc}(R_2 + r_2) - E_2 = 0{,}2014 \cdot 3{,}4 - 12 = -\ 11{,}32$ voltios
$V_{ca} = -\ I_{ca}R_4 = -\ 1{,}304 \cdot 2 = -\ 2{,}608$ voltios
$V_{dc} = -\ I_{dc} \cdot R_6 = -\ 1{,}505 \cdot 6 = -\ 9{,}030$ voltios
(*d*) $V_1 = E_1 - I_1 r_1 = 15 - 0{,}2568 \cdot 0{,}2 = 14{,}95$ voltios

PRINCIPIOS APLICABLES A LAS REDES [1]

66. Definiciones. Los estudios de las redes pueden simplificarse con frecuencia, mediante la aplicación de ciertos principios que permiten, bien simplificar la red en sí, bien la solución analítica. Estos métodos pueden aplicarse igualmente a los sistemas de corriente alterna, substituyendo las resistencias por las impedancias. Los circuitos, atendiendo a sus características, pueden definirse como sigue:

Un *circuito* es una parte conductora, o un sistema de partes conductoras, por la que circula una corriente eléctrica o se supone que circula. [2]

Se denominan *parámetros* los distintos elementos que caracterizan un circuito. En un circuito eléctrico, los parámetros son la resistencia, la autoinducción y la capacidad. Los parámetros pueden presentarse en forma *concentrada,* como en el caso de un circuito constituído por una capacidad, una bobina de autoinducción y una resistencia aislada, o bien *distribuída,* como ocurre en las líneas de transporte, en las que la capacidad se produce entre los dos conductores, y la resistencia y autoinducción se deben a los propios conductores.

Un *circuito lineal* es aquel en que los parámetros son constantes.

Un *circuito no lineal* es aquel en que los parámetros cambian con la tensión y la intensidad de la corriente.

Los *circuitos bilaterales* son los que tienen las mismas características en ambas direcciones. Por ejemplo, las líneas de transporte corrientes son bilaterales, ya que la energía puede suministrarse en cualquiera de sus extremos y recogerse en el opuesto. La fuente de energía y la carga pueden intercambiarse sin que se alteren las condiciones.

Un *circuito unilateral* es aquel cuyas características cambian al variar la dirección en que se emplean. Un rectificador de vacío se encuentra en este caso, debido a que, si se conecta por un extremo *A* con una corriente alterna, suministra corriente continua en el *B*; pero si se aplica corriente continua en *B*, el circuito no proporciona corriente alterna en *A*.

Una *red eléctrica* es una combinación de un número cualquiera de elementos eléctricos, cuyas impedancias pueden estar concentradas o distribuídas, o ambas cosas, y que se conectan de cualquier modo, sea conductivo, inductivo o capacitivo.[1]

---

[1] Se expone una teoría más completa en *Introduction to Circuit Analysis* de Abner R. Knight y Gilbert H. Fett, Harper & Brothers.

[2] A.S.A. C. 42. *Definición de términos eléctricos,* edición 1941, 35.40.010.

Nota. Una red debe considerarse como pasiva, a menos que se indique lo contrario.

Una *red eléctrica activa* es una red eléctrica que contiene una, o más, fuentes de energía.[2]

Una *red eléctrica pasiva* es una red eléctrica que no contiene ninguna fuente de energía.[3]

Una *red en* L (o circuito L) es una red compuesta de dos impedancias en serie cuyos extremos libres se conectan a un par de terminales y cuyo punto de unión y uno de los extremos libres se conectan a otro par de terminales.[4]

Una *red en* T (o circuito en T o Y) es una red constituída por tres impedancias conectadas en estrella; esto es, un extremo de cada rama se une a un punto común, mientras que los tres extremos restantes se conectan a un terminal de entrada, un terminal de salida y a un terminal común de entrada y salida, respectivamente.[5]

Una *red en* Δ (o circuito en delta) es una red constituída por tres impedancias conectadas en triángulo, es decir, conectadas en serie con cada una de las otras formando un circuito cerrado y de modo que los tres puntos de conexión formen un terminal de entrada, uno de salida y otro común de entrada y salida, respectivamente.[6]

67. Principio de superposición. En una red lineal y bilateral, la intensidad de la corriente en cualquier punto de la misma, o la diferencia de potencial que existe entre dos puntos cualesquiera, debida a la acción simultánea de las distintas f.e.m. distribuídas por toda la red, es la suma de las intensidades componentes o de las tensiones componentes que se presentan en la red. Una intensidad o tensión componente es la que se produce por la acción aislada de una f.e.m. En otras palabras, cada f.e.m. actúa independientemente para producir la intensidad de corriente que se presenta en la red.

Si se aplica el principio de superposición a una red, se considera aplicada cada vez una sola f.e.m., suprimiendo las restantes. Sin embargo, las resistencias interiores de las f.e.m. que se suprimen se han de conservar en el circuito. En la figura 51 se incluye un ejemplo de aplicación de este principio.

Ejemplo. En la figura 51 (a) se consideran dos baterías, conectadas al circuito como se indica, cuyas f.e.m. son de 8 y 12 voltios y las resistencias interiores de 0,2 y 0,4 ohmios.

---

[1] A.S.A. C. 42. *Definición de términos eléctricos*, edición de 1941, 65.20.625.

[2] A.S.A. C. 42. *Definición de términos eléctricos*, edición de 1941, 65.20.630.

[3] A.S.A. C. 42. *Definición de términos eléctricos*, edición de 1941, 65.20.635.

[4] A.S.A. C. 42. *Definición de términos eléctricos*, edición de 1941, 65.20.645.

[5] A.S.A. C. 42. *Definición de términos eléctricos*, edición de 1941, 65.20.655.

[6] A.S.A. C. 42. *Definición de términos eléctricos*, edición de 1941, 65.20.665.

Determinar: *a*) la intensidad de corriente I_1; *b*) la intensidad I_2; *c*) la intensidad I; *d*) la diferencia de potencial entre *a* y *b*.

En (*b*) se ha suprimido la batería de 12 voltios, pero conservando su resistencia de 0,4 ohmios. Las intensidades de corriente I'_1, I' e I'_2 se determinan aplicando simplemente la ley de Ohm.

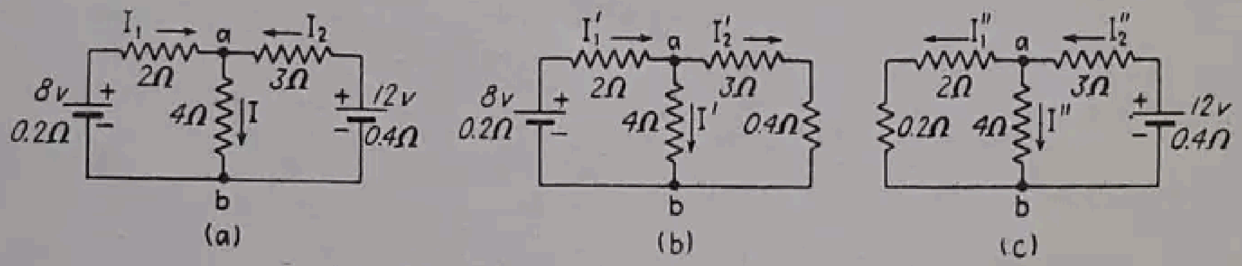


Fig. 51.—Ejemplos del principio de superposición.

La resistencia externa es:

$$R' = 2 + \frac{4 \cdot 3{,}4}{4 + 3{,}4} = 2 + \frac{13{,}6}{7{,}4} = 3{,}839 \text{ ohmios.}$$

$$I'_1 = \frac{8}{0{,}2 + 3{,}839} = \frac{8}{4{,}039} = 1{,}981 \text{ amp.}$$

$$I' = \frac{3{,}4}{7{,}4} \cdot 1{,}981 = 0{,}910 \text{ amp.}; \qquad I'_2 = \frac{4}{7{,}4} \cdot 1{,}981 = 1{,}071 \text{ amp.}$$

En *c*) la batería de 8 voltios se ha suprimido, pero se conserva su resistencia de 0,2 ohmios, determinándose las intensidades de corriente I''_2, I'' e I''_1.

Resistencia exterior:

$$R'' = 3 + \frac{4 \cdot 2{,}2}{4 + 2{,}2} = 3 + \frac{8{,}8}{6{,}2} = 4{,}419 \text{ ohmios}$$

$$I''_2 = \frac{12}{0{,}4 + 4{,}419} = \frac{12}{4{,}819} = 2{,}490 \text{ amp.};$$

$$I'' = \frac{2{,}2}{6{,}2} \cdot 2{,}49 = 0{,}884 \text{ amp.}; \qquad I''_1 = \frac{4}{6{,}2} \cdot 2{,}49 = 1{,}606 \text{ amp.}$$

Por lo tanto: *a*), $I_1 = I'_1 + (-I''_1) = 1{,}981 - 1{,}606 = 0{,}375$ amp.

b), $I_2 = (-I'_2) + I''_2 = -1{,}071 + 2{,}490 = 1{,}419$ amp.

c), $I = I' + I'' = 0{,}910 + 0{,}884 = 1{,}794$ amp.

La tensión entre terminales de la resistencia de 4 ohmios vale:

d) $V_{ab} = 1{,}794 \cdot 4 = 7{,}18$ voltios $= 8 - (0{,}375 \cdot 2{,}2) = 12 - (1{,}419 \cdot 3{,}4)$ voltios

Se dan otras aplicaciones de este método en los problemas 200 a 202.

68. Teorema de Thévenin. Si una resistencia [1] de R ohmios se conecta entre dos cualesquiera de los terminales de una red lineal bilateral, la intensidad de régimen permanente que la atraviesa es igual al cociente de dividir el valor de la diferencia de potencial E' entre los dos puntos de conexión antes indicados por la suma de: 1) la resistencia R' de la red medida entre los dos puntos, y 2) la resistencia R que se ha conectado.

---

[1] En el caso general, en el que se incluyen las corrientes alternas, la «resistencia» R debe substituirse por la «impedancia» Z.

En la figura 52 se indica la forma de aplicación del teorema a una red determinada, en la que una fuente de f.e.m. E con resistencia interior de r ohmios se conecta a un circuito exterior, constituído por dos resistencias en serie de R_1 y R_2 ohmios. Por lo que se refiere a los terminales a y b de R_1, la red actúa como una fuente de f.e.m. de E' voltios, siendo E' la tensión entre a y b antes de conectar la resistencia R, esto es, en las condiciones que se indican en la figura. La resistencia R_0 de la red medida entre los terminales a y b se determina como la de dos resistencias en paralelo (R_1 y $r + R_2$), o sea:

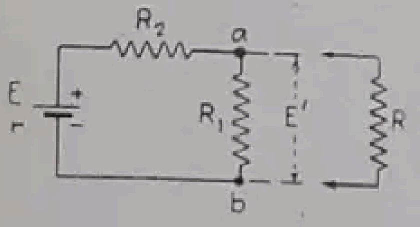


FIG. 52.—Ejemplo del teorema de Thévenin.

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r + R_2} \text{ mhos.}$$

La red, en cuanto a los terminales a y b se refiere, actúa como una fuente que tenga una f.e.m. de E' voltios y una resistencia interior de R_0 ohmios. Por ejemplo, si la resistencia de R ohmios se conectara entre a y b, la intensidad de la corriente que la atravesaría sería

$$I = \frac{E'}{R_0 + R} \text{ amp.}$$

Los valores completos de los parámetros del circuito son

$$E' = \frac{E}{r + R_1 + R_2} R_1; \qquad R_0 = \frac{R_1(r + R_2)}{r + R_1 + R_2}$$

$$I = \frac{E \dfrac{R_1}{r + R_1 + R_2}}{\dfrac{R_1(r + R_2)}{r + R_1 + R_2} + R} = E \frac{R_1}{R_1(r + R_2) + R(r + R_1 + R_2)}$$

Ejemplo. Sean, en la figura 52, $E = 20$ voltios, $r = 1$ ohm, $R_1 = 12$ ohmios, $R_2 = 3$ ohmios y $R = 27$ ohmios. Detérminar: (*a*) f.e.m. equivalente a la de la red con respecto a los terminales a y b; (*b*) resistencia equivalente a la de la red con respecto a los terminales a y b; (*c*) intensidad de la corriente en la resistencia R, cuando ésta se conecta entre a y b.

(*a*) La intensidad de la corriente en la red antes de conectar la resistencia R es

$$I_1 = \frac{20}{1 + 12 + 3} = 1{,}25 \text{ amp.}$$

$$E' = 1{,}25 \cdot 12 = 15 \text{ voltios}$$

(*b*) $$R_0 = \frac{12(1+3)}{1+12+3} = \frac{48}{16} = 3 \text{ ohmios}$$

(*c*) $$I = \frac{15}{3+27} = 0{,}5 \text{ amp.}$$

Si se desea pueden determinarse fácilmente los valores de la intensidad de la corriente en R_1 y en la fuente de f.e.m. E'. Por ejemplo:

Intensidad de la corriente en R_1, $$I'_1 = \frac{0{,}5 \cdot 27}{12} = 1{,}125 \text{ amp.}$$

Intensidad de la corriente en E', $$I''_1 = 0{,}5 + 1{,}125 = 1{,}625 \text{ amp.}$$

Las figuras 38 (*a*) y (*b*) del § 56 (pág. 72) son también un ejemplo del teorema de Thévenin. En la (*a*) la f.e.m. V en ab viene determinada por la ecuación (I, pág. 72). La intensidad de la corriente I (fig. 38, *b*) en R cuando se conecta entre a y b se determina por la expresión (61), en la que el numerador es igual a V y el denominador igual a la suma de la resistencia existente entre a y b en la figura 38 (*a*) y la resistencia R.

(En los problemas 203 a 206 se dan ejemplos de aplicación del teorema de Thévenin.)

69. Principio de reciprocidad. En cualquier red compuesta de elementos bilaterales e invariables puede demostrarse que si se aplica una f.e.m. E en un elemento cualquiera y se determina el valor de la intensidad de la corriente I en cualquier otro elemento, su relación $E : I$, que se denomina *impedancia o resistencia mutua* o *de transferencia*, es igual en magnitud (y en fase) al valor de la misma relación obtenida cuando se intercambian las posiciones de E e I. Si al intercalar una f.e.m. en un punto A de un circuito como el indicado se origina una determinada intensidad de corriente en otro punto B, al trasladar aquella misma f.e.m. a B, en A se originará una corriente de la misma intensidad que en el caso anterior.

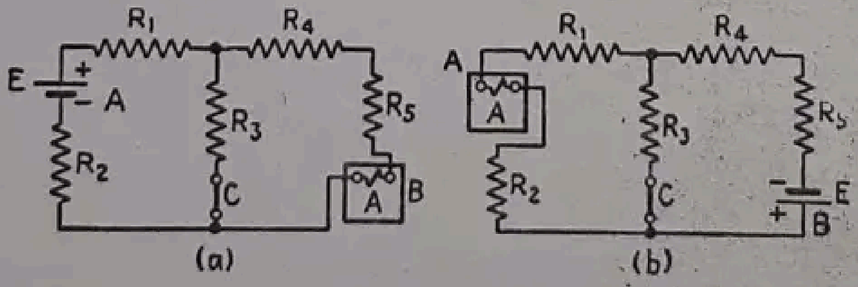


Fig. 53.—Principio de reciprocidad.

Por ejemplo, en la red representada en la figura 53 (*a*), si al colocar la batería E en el punto A de la misma se origina una intensidad de corriente I en el punto B de la red, al disponer, como en la figura 53 (*b*), la batería en el punto B, la intensidad de la corriente en el punto A de la red será de I amperios.

Ejemplo. En la red de la figura 53, sean $E = 16$ voltios; $R_1 = 3$ ohmios; $R_2 = 2$ ohmios; $R_3 = 12$ ohmios; $R_4 = 6$ ohmios; $R_5 = 4$ ohmios. Se considera que la resistencia interna de la batería y la del amperímetro A son despreciables. Determinar: (*a*), en la figura 53 (*a*), la intensidad de la corriente en el amperímetro dispuesto en B cuando E está situado en A; (*b*) en la figura 53 (*b*), la corriente en el amperímetro colocado en A cuando E se aplica en B; (*c*) la resistencia de transferencia.

(*a*) Resistencia equivalente externa a la batería,

$$R = R_1 + R_2 + \frac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5} = 5 + \frac{12 \cdot 10}{22} = 5 + 5{,}45 = 10{,}45 \text{ ohmios.}$$

$$I = \frac{16}{10 \cdot 45} = 1{,}53 \text{ amp.}$$

Intensidad de la corriente en B,

$$I_B = \frac{12}{12 + 10} 1{,}53 = 0{,}835 \text{ amp.}$$

(*b*) Resistencia equivalente externa a la batería,

$$R = R_4 + R_5 + \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = 10 + \frac{12 \cdot 5}{17} = 10 + 3{,}53 = 13{,}53 \text{ ohmios}$$

$$I = \frac{16}{13{,}53} = 1{,}182 \text{ amp.}$$

Intensidad de corriente en A,

$$I_A = \frac{12}{12 + 5} 1{,}182 = 0{,}835 \text{ amp.}$$

Por lo tanto, $I_B = I_A$.

(*c*) La resistencia de transferencia es

$$R_t = \frac{16}{0{,}835} = 1{,}915 \text{ ohmios}$$

(Véanse también los problemas 207 a 210.)

70. Sistemas en triángulo y en estrella equivalentes. El estudio de una red eléctrica por medio de las leyes de Kirchhoff, cuando existe un considerable número de elementos, o ramales, puede resultar complicado debido al gran número de ecuaciones simultáneas que deben resolverse. En muchos casos, estas redes se reducen a circuitos muy sencillos reemplazando las mallas en triángulo (delta) por mallas en estrella (Y) o viceversa. En lo que concierne a los tres terminales respectivos, cualquier sistema de resistencias pasivas[1] puede reemplazarse por una malla equivalente en estrella de tres terminales. De manera análoga, un sistema de tres terminales en estrella puede reemplazarse por su equivalente en triángulo.

---

[1] Véase § 66.

I. *Substitución de un sistema en triángulo por un sistema estrella.* En la figura 54 (*a*) está representado un sistema en triángulo constituído por tres resistencias, R_{12}, R_{23}, R_{31}, cuyos tres terminales son 1, 2, 3. En (*b*) se representa un sistema en estrella que consiste en tres resistencias R_1, R_2, R_3, conectadas respectivamente a los terminales 1, 2, 3. Tratemos de buscar los valores de R_1, R_2, R_3 que hagan el sistema en estrella (*b*) equivalente al sistema en triángulo (*a*) por lo que se refiere a las condiciones en los tres terminales 1, 2, 3.

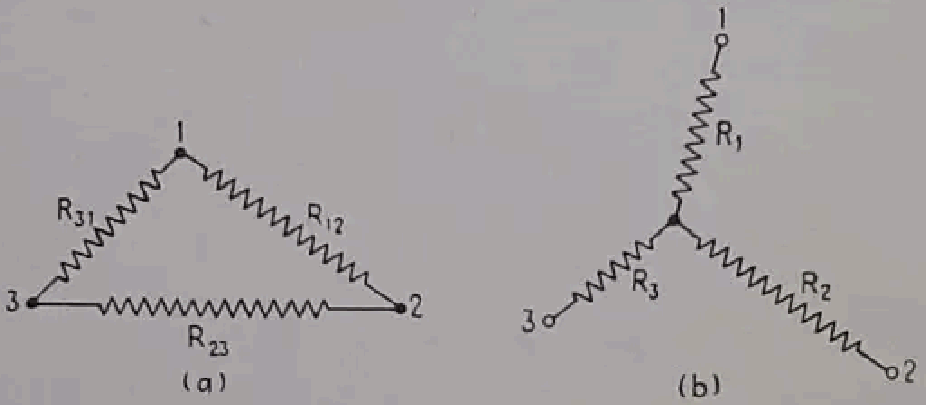


Fig. 54.—Equivalencia de mallas en estrella y triángulo.

En (*b*) la resistencia entre los terminales 1 y 2 es $(R_1 + R_2)$. En (*a*) la resistencia entre los terminales 1 y 2 está integrada por R_{12} conectada en paralelo con R_{31} y R_{23} dispuestas en serie. Por esto,

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{31} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \qquad \text{[ver fórmula (9) pág. 16)]} \qquad \text{(I)}$$

De una manera análoga, para los terminales 2 y 3, y los 3 y 1,

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \qquad \text{(II)}$$

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{31}(R_{23} + R_{12})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \qquad \text{(III)}$$

Así tenemos tres incógnitas y tres ecuaciones (I), (II) y (III). Resolviendo el sistema

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{\Sigma R_n} \qquad (65)$$

$$R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{\Sigma R_n} \qquad (66)$$

$$R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{\Sigma R_n} \qquad (67)$$

donde

$$\Sigma R_n = R_{12} + R_{23} + R_{31}$$

II. *Substitución de un sistema en estrella por un sistema en triángulo.* La conversión del sistema en estrella al sistema en triángulo se obtiene fácilmente por medio de las ecuaciones (65), (66) y (67). Pongamos primero

$$\Sigma R_0 = R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1 \tag{IV}$$

Multiplicando la (65) por la (66), la (66) por la (67), y la (67) por la (65) y luego sumando se obtiene

$$R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1 = \frac{R_{12}^2R_{23}R_{31} + R_{12}R_{23}^2R_{31} + R_{12}R_{23}R_{31}^2}{(R_{12} + R_{23} + R_{31})^2} \tag{V}$$

De las ecuaciones (IV) y (V)

$$\Sigma R_0 = \frac{R_{12}R_{23}R_{31}(R_{12} + R_{23} + R_{31})}{(R_{12} + R_{23} + R_{31})^2}$$

$$R_{12} = \frac{\Sigma R_0(R_{12} + R_{23} + R_{31})}{R_{23}R_{31}}$$

De la ecuación (67)

$$R_{23}R_{31} = R_3(R_{12} + R_{23} + R_{31})$$

y por consiguiente

$$R_{12} = \frac{\Sigma R_0(R_{12} + R_{23} + R_{31})}{R_3(R_{12} + R_{23} + R_{31})} = \frac{\Sigma R_0}{R_3} \tag{68}$$

y análogamente

$$R_{23} = \frac{\Sigma R_0}{R_1} \tag{69}$$

$$R_{31} = \frac{\Sigma R_0}{R_2} \tag{70}$$

Ejemplo. En la figura 55 (*a*) está representada una red de resistencias AB. Los números que figuran al lado de cada elemento son las resistencias en ohmios. Determinar la resistencia equivalente a la de la red entre los puntos A y B.

Uno de los métodos de resolver el problema es convertir las mallas en triángulo AOC y aOB en sus equivalentes en estrella. Estas estrellas equivalentes están representadas en (*b*) y (*c*). Emplearemos las ecuaciones (65), (66) y (67) para la conversión.

Por ejemplo, en (*b*)

$$AP = \frac{8\cdot 9}{22} = 3{,}27; \quad OP = \frac{8\cdot 5}{22} = 1{,}82; \quad CP = \frac{5\cdot 9}{22} = 2{,}04$$

y en (*c*)

$$Oq = \frac{4\cdot 6}{20} = 1{,}20; \quad aq = \frac{4\cdot 10}{20} = 2{,}00; \quad Bq = \frac{10\cdot 6}{20} = 3{,}00$$

De la substitución de los triángulos por las estrellas (*b*) y (*c*) resulta la nueva estructura de la red representada en (*d*). Ésta puede simplificarse otra vez por conversión del triángulo AqP en la estrella representada en (*e*),

$$AS = \frac{3{,}27\cdot 14}{20{,}29} = 2{,}26; \quad qS = \frac{3{,}02\cdot 14}{20{,}29} = 2{,}08; \quad PS = \frac{3{,}27\cdot 3{,}02}{20{,}29} = 0{,}487$$

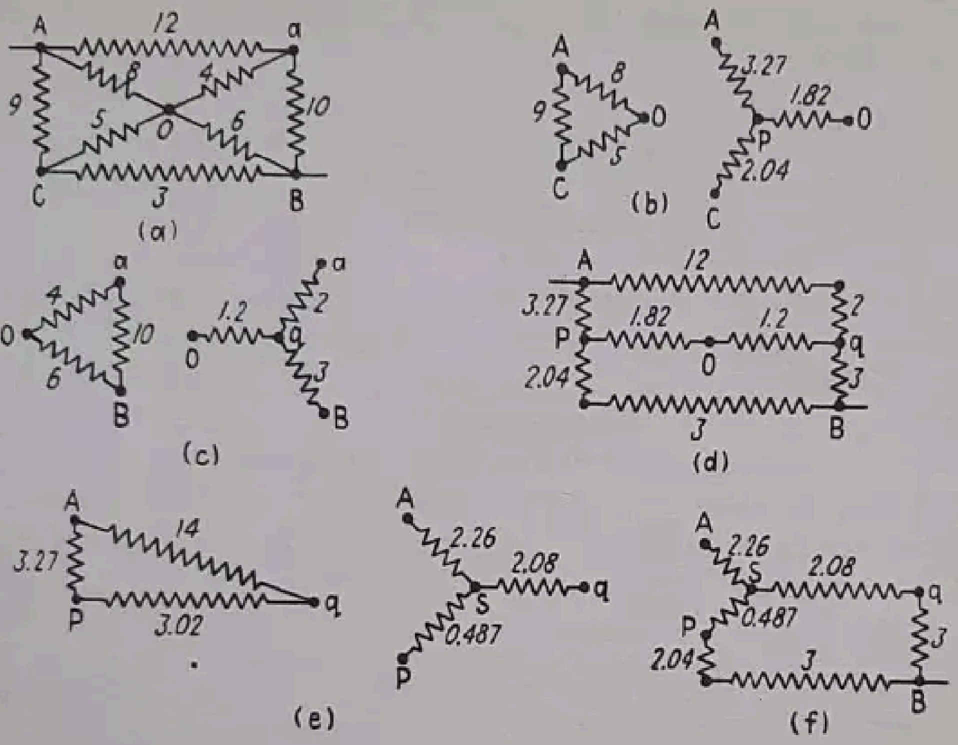
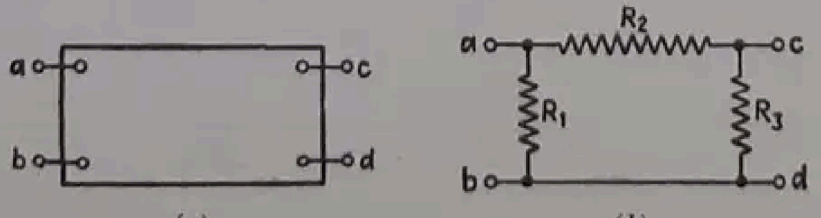

A
12
a
9
8
4
10
5
0
6
C
3
B
(a)
A
8
9
0
5
C
(b)
A
3.27
1.82
0
P
2.04
C
a
4
10
0
6
B
1.2
0
2
q
3
B
(c)
A
12
3.27
1.82
1.2
2
P
q
0
2.04
3
3
B
(d)
A
14
3.27
P
3.02
q
A
2.26
2.08
q
S
0.487
P
(e)
A
2.26
S
2.08
q
P
0.487
2.04
3
3
B
(f)

Fig. 55.—Simplificación de una red compleja.

Poniendo esta estrella en lugar del triángulo equivalente en (*d*) obtendremos la nueva forma representada en (*f*), que consiste pura y simplemente en un circuito serie-paralelo cuya resistencia es

$$R = 2{,}26 + \frac{(3{,}0 + 2{,}08)\,(0{,}487 + 2{,}04 + 3{,}0)}{3{,}0 + 2{,}08 + 0{,}487 + 2{,}04 + 3{,}0} = 2{,}26 + 2{,}65 = 4{,}91 \text{ ohmios}$$

71. Redes de cuatro terminales. Una red de cuatro terminales es aquella en la que los terminales pueden agruparse en dos pares, uno de los cuales se emplea como terminales de entrada y el otro como terminales de salida. Así, en la figura 56 (*a*), que representa una red pasiva, los terminales *a* y *b* se emplean para la entrada, y los *c* y *d* para la salida, o viceversa. Estos circuitos se emplean mucho en las líneas de comunicación como líneas artificiales, filtros, redes alternativas, etc.


a
c
b
d
R₂
a
c
R₁
R₃
b
d

(*a*) (*b*)

Fig. 56.—Red general y red en π.

Una red de cuatro terminales, aunque sea muy complicada, puede definirse en función de tres factores. Por ejemplo, en la figura 56 (*a*), la red puede caracterizarse en función de los tres siguientes: resistencia R_{ab} entre los terminales *ab* cuando los *cd* están abiertos. Resistencia R_{cd} entre los terminales *c* y *d* cuando los *a* y *b* están abiertos; resistencia R'_{ab} entre los terminales *a* y *b*, cuando los *c* y *d* se cortocircuitan; resistencia R'_{cd} entre los terminales *c* y *d* cuando los *a* y *b* están en corto circuito. Como la red se define con tres cantidades, la cuarta es innecesaria.

Red en π. Como una red pasiva puede caracterizarse mediante tres factores o propiedades, también puede substituirse por redes equivalentes π o T, que están constituídas por tres elementos independientes. Por ejemplo, en la figura 56 (*b*) se representa una red en π que consiste en tres elementos independientes R_1, R_2, R_3. Interesa que este circuito se constituya de modo que pueda substituir al que se representa en la figura 56 (*a*) por lo que se refiere al comportamiento del mismo en sus terminales *ab* y *cd*. Para cumplir plenamente esta condición son necesarias las siguientes relaciones:

Con los terminales *c* y *d* en circuito abierto,

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} = \frac{1}{R_{ab}} \text{ mhos.} \tag{71}$$

o sea

$$\frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_{ab} \text{ ohmios} \tag{72}$$

Con los terminales *a* y *b* en circuito abierto

$$\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{R_{cd}} \text{ mhos.} \tag{73}$$

o sea

$$\frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_{cd} \text{ ohmios} \tag{74}$$

Con los terminales *c* y *d* en corto circuito

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R'_{ab}} \text{ mhos} \tag{75}$$

o sea

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = R'_{ab} \text{ ohmios} \tag{76}$$

La red en π puede también definirse por la resistencia R'_{cd} medida entre los terminales *c* y *d* con *a* y *b* en corto circuito, uniendo a este valor cualquiera de las otras dos cantidades R_{ab}, R_{cd} o R'_{ab}.

Ejemplo. Las medidas realizadas entre los terminales *a* y *b* y *c* y *d*, de la figura 56 (*a*), dan los siguientes valores: con los *c* y *d* en circuito abierto, $R_{ab} = 37{,}4$ ohmios; con los *a* y *b* en circuito abierto, $R_{cd} = 32{,}8$ ohmios; con los *c* y *d* en corto circuito, $R'_{ab} = 18{,}12$ ohmios. Determinar las resistencias R_1, R_2 y R_3 del circuito en π equivalente (fig. 56, *b*), esto es, uno que represente el de la figura 56 (*a*).

Según las fórmulas (72), (74) y (76)

$$\frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 37{,}4 \text{ ohmios} \tag{I}$$

$$\frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = 32{,}8 \text{ ohmios} \tag{II}$$

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 18{,}12 \text{ ohmios} \tag{III}$$

En la (III)

$$R_1 = \frac{18{,}12 \cdot R_2}{R_2 - 18{,}12} \text{ ohmios} \tag{IV}$$

Substituyendo el valor (III) en (I) y (II) se obtiene

$$R_2^2 + R_2 R_3 - 35{,}1 \cdot R_3 = 0 \tag{V}$$

$$R_3(R_2^2 - 32{,}8 \cdot R_2 + 594) = 32{,}8 \cdot R_2^2 \tag{VI}$$

De (V) y (VI)

$$R_3 = \frac{-R_2^2}{R_2 - 35{,}1} \text{ ohmios} \tag{VII}$$

$$R_3 = \frac{32{,}8 \cdot R_2^2}{R_2^2 - 32{,}8 \cdot R_2 + 594} \text{ ohmios} \tag{VIII}$$

e igualando estas dos últimas expresiones

$$32{,}8\ R_2 - 1{,}15 = -R_2^2 + 32{,}8 \cdot R_2 - 594$$

$$R_2 = 23{,}6 \text{ ohmios}$$

Substituyendo R_2 en (IV)

$$R_1 = 78 \text{ ohmios}$$

Substituyendo R_2 en (VII)

$$R_3 = 48{,}4 \text{ ohmios}$$

Por lo tanto, el circuito en π (fig. 56, *b*), con $R_1 = 78$ ohmios, $R_2 = 23{,}6$ ohmios y $R_3 = 48{,}4$ ohmios, puede reemplazar la red de la figura 56 (*a*) por lo que se refiere a sus condiciones en los terminales *ab* y *cd*.

Redes en T. Cualquier red pasiva, como la de la figura 56 (*a*), puede también reemplazarse por una red en T (fig. 57) que, como la π, está constituída por tres elementos independientes R_1, R_2 y R_3. Para que sea equivalente a la red general de la figura 56 (*a*), deben cumplirse plenamente las siguientes condiciones:

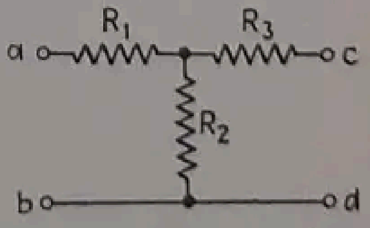


FIG. 57.—Red en T.

$$R_{ab} = R_1 + R_2 \text{ ohmios} \tag{77}$$

$$R_{cd} = R_2 + R_3 \text{ ohmios} \tag{78}$$

$$R'_{ab} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \text{ ohmios} \tag{79}$$

Ejemplo. Determinar una red en T (fig. 57), equivalente a la red general de la figura 56 (*a*), cuando en ésta $R_{ab} = 37{,}4$ ohmios, $R_{bc} = 32{,}8$ ohmios y $R'_{ab} = 18{,}12$ ohmios, utilizando un método similar al empleado para obtener el circuito en π equivalente.

Según (77) $\qquad R_2 = 37{,}4 - R_1$ ohmios (I)

Según (78) $\qquad R_2 = 32{,}8 - R_3$ ohmios (II)

De (I) y (II) $\qquad R_3 = R_1 - 4{,}6$ ohmios (III)

Substituyendo los valores (I) y (II) en la fórmula (79)

$$R_1 + \frac{(37{,}4 - R_1)(R_1 - 4{,}6)}{(37{,}4 - R_1) + (R_1 - 4{,}6)} = 18{,}12 \text{ ohmios}$$

y como el denominador es igual a 32,8

$$32{,}8 \cdot R_1 + 37{,}4 \cdot R_1 - 172 - R_1^2 + 4{,}6 \cdot R_1 = 32{,}8 \cdot 18{,}12$$

$$R_1^2 - 74{,}8 \cdot R_1 = -766$$

$$R_1 = \frac{74{,}8}{2} \pm \sqrt{\frac{74{,}8^2}{2^2} - 766} = 37{,}4 \pm \sqrt{632{,}76}$$

$$= 37{,}4 \pm 25{,}17$$

o sea $\qquad R_1 = 62{,}57 \qquad$ ó $\qquad R_1 = 12{,}23$ ohmios

Si se emplea el valor 62,57 ohmios, R_2 en (I) resulta negativa, lo que está en contradicción con las condiciones de la red pasiva. Por lo tanto

$$R_1 = 12{,}23 \text{ ohmios}$$

De (I) y (III)

$$R_2 = 25{,}17 \text{ ohmios}, \qquad R_3 = 7{,}63 \text{ ohmios}$$

Puede observarse que, en el aspecto eléctrico, la red en π de la figura 56 (*b*) es idéntica a la red en triángulo, figura 54 (*a*); y que la red en T de la figura 57 es idéntica a la red en estrella de la figura 54 (*b*). En realidad, el último ejemplo puede resolverse convirtiendo el circuito de triángulo a estrella mediante la aplicación de las fórmulas (65), (66) y (67) de la página 97.

En los casos generales, las resistencias R_1 y R_3 en los circuitos en π y en T de las figuras 56 (*b*) y 57 son desiguales, y las redes son *asimétricas*. Cuando $R_1 = R_3$ las redes son *simétricas*.

Redes en L. Si, en las figuras 56 (*b*) ó 57, se suprime la resistencia R_1 o la R_3, se obtiene una red en L de cuatro terminales, como se indica en las figuras 58 (*a*) y (*b*). Las redes en L pueden transformarse en equivalentes a una red de tipo general, como la de la figura 56 (*a*), por lo que se refiere, como siempre, a sus características en los terminales *a* y *b* o *c* y *d*. Esta condición sigue siendo cierta con independencia de la impedancia o de la carga conectada al otro par de terminales, por ejemplo los *b* y *c* si los que se han considerado son los *a* y *b*. Sin embargo, cuando sólo hay dos elementos independientes, ninguna red en L puede hacerse equivalente a una red pasiva, en un sentido bilateral.

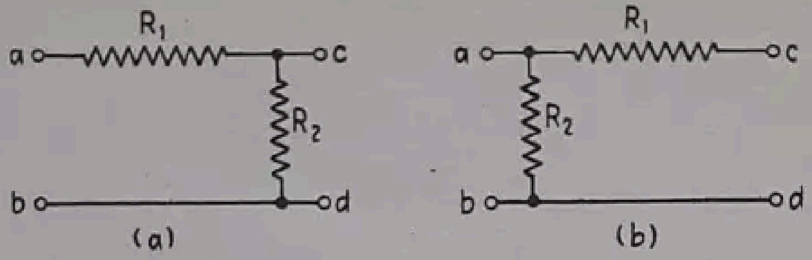


FIG. 58.—Redes en L.

Ejemplo. Si $R_{ab} = 37{,}4$ ohmios y $R'_{ab} = 18{,}12$ ohmios, en la red de la figura 56 (*a*), determinar los dos tipos de redes en *L*, representados en las figuras 58 (*a*) y 58 (*b*), que reemplazan a la red en sus terminales *a* y *b*.

(*a*)
$$R_{ab} = R_1 + R_2 = 37{,}4 \text{ ohmios}$$
$$R'_{ab} = R_1 = 18{,}12 \text{ ohmios}$$
$$R_2 = 19{,}28 \text{ ohmios}$$

(*b*)
$$R_{ab} = R_2 = 37{,}4 \text{ ohmios}$$
$$R'_{ab} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 18{,}12 \text{ ohmios}$$
$$\frac{37{,}4 \cdot R_1}{R_1 + 37{,}4} = 18{,}12 \text{ ohmios}$$
$$R_1 = 35{,}1 \text{ ohmios.}$$

CAPÍTULO IV

BATERÍAS PRIMARIAS Y SECUNDARIAS

72. Principio de la pila eléctrica. Si se sumergen dos cintas o placas de cobre en una solución diluída de ácido sulfúrico (fig. 59, *a*), y se conectan los terminales a un voltímetro, no se aprecia ningún movimiento sensible de la aguja indicadora del aparato. Esto prueba que no existe ninguna diferencia apreciable de potencial eléctrico entre las dos cintas de cobre. Pero si reemplazamos una de las cintas de cobre por una cinta de cinc (fig. 59, *b*), la aguja del voltímetro se moverá hasta indicar aproximadamente 1 voltio de diferencia de potencial existente entre las dos cintas. Será necesario conectar la cinta de cobre al terminal positivo y el cinc al terminal negativo del voltímetro para hacer la lectura indicada. Esto prueba que, en cuanto al *circuito exterior*, el cobre es positivo con relación al cinc.

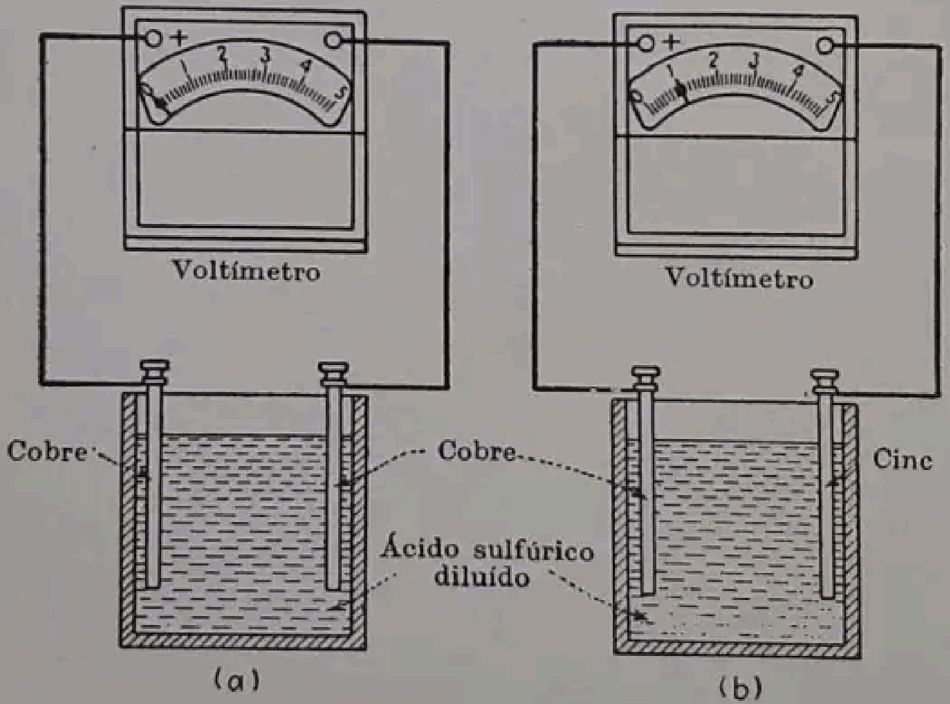


Fig. 59.—Pila primaria elemental.

El mismo experimento se puede repetir con otros metales o substancias. Por ejemplo, el carbón o el plomo pueden reemplazar al cobre, y se puede obtener una diferencia de potencial entre cualquiera de estos dos y el cinc, aunque no se alcanzará el mismo valor que se obtuvo con la combinación cobre-cinc. El cinc puede ser reemplazado por varios metales y se encontrará que se producen diferencias de potencial entre uno de ellos y el cobre.

Además, no es necesario que la solución sea precisamente de ácido sulfúrico. Otros ácidos, tales como el clorhídrico y el crómico, pueden reemplazar al sulfúrico; o también soluciones salinas, como la de sal común (cloruro de sodio), o la sal amoníaco (cloruro amónico), o el sulfato de cobre o el de cinc.

Debido al primitivo descubrimiento de Galvani y de Volta, [1] estas pilas se conocen con el nombre de pilas o elementos *galvánicos* o *voltaicos*.

Las soluciones que se utilizan para las pilas se denominan *electrólitos*, o *conductores electrolíticos*, y se definen como «medios conductores en los cuales el paso de la corriente eléctrica viene acompañado por un movimiento de materia». [2] Un electrólito se define también como «una substancia que, cuando se disuelve en un disolvente determinado (generalmente agua) se transforma en un medio conductor». [3]

Si se quiere obtener una diferencia de potencial entre dos placas metálicas, solamente se han de cumplir dos condiciones:

1. Las placas han de ser de metales distintos.
2. Se las debe sumergir en una solución de un electrólito, sea ácida, alcalina o salina.

Además, si se quiere que la pila representada en la figura 59 (*b*) suministre energía, conectando una resistencia AB entre sus terminales (fig. 60), la corriente exterior pasará del cobre a la resistencia AB y de ésta al cinc. En el interior de la pila, la corriente circulará *desde el cinc hacia el cobre*, a través del electrólito, como se indica en la figura 60. Como la dirección de la corriente es *del cinc al cobre en el interior de la pila*, se dice que el cinc es electroquímicamente positivo respecto al cobre. Por lo tanto, cuando consideramos una de estas pilas electroquímicas, el cobre es positivo con relación al cinc cuando nos referimos al circuito exterior, pero el cinc es electropositivo con relación al cobre cuando nos referimos solamente a las placas y al electrólito que las baña.

---

[1] El descubrimiento de las corrientes debido a Luigi Galvani (véase nota pág. 150), fisiólogo de Bolonia, se debió a la observación realizada hacia el año 1768 de que, cuando dos metales diferentes, como el hierro y el cobre, por ejemplo, se ponían en contacto con un nervio de una anca de rana y luego en contacto entre sí, se producían movimientos convulsivos del anca. Atribuyó este efecto a electricidad generada en la propia anca de rana. Sin embargo, Alessandro Volta comprobó (véase nota pág. 36) que la corriente eléctrica no se originaba en el músculo o nervio del anca de rana, sino que se producía por el contacto de dos metales diferentes y que los movimientos convulsivos del anca se debían a esta corriente. Volta realizó con ello el descubrimiento de que la producción de energía eléctrica por acción electrolítica era debida al contacto de dos metales diferentes. Entonces realizó un experimento más convincente. Colocó dos discos de metales distintos, tales como cobre y cinc, en contacto. Sobre el disco de cobre dispuso un pedazo de papel secante o de franela humedecidos con salmuera, añadiendo después otro par de discos de cobre y cinc. De este modo construyó lo que se conocía con la denominación de *pila voltaica*, mediante la cual se adicionaban los efectos eléctricos haciendo que fuese capaz de suministrar una cantidad sensible de energía eléctrica. Debido a los descubrimientos de los dos hombres de ciencia citados, la electricidad dinámica o las corrientes eléctricas se denominan, a veces, electricidad *galvánica* y también *voltaica*. Después, Volta inventó una batería como las actuales, que consistía en varios elementos electrolíticos en serie, utilizando como electrodos *tiras de cobre y cinc* y, *como electrólito*, salmuera o ácido diluído.

[2] A.S.A. *Definición de términos eléctricos*, edición de 1941, 60.05.020.

[3] A.S.A. *Definición de términos eléctricos*, edición de 1941, 60.05.021.

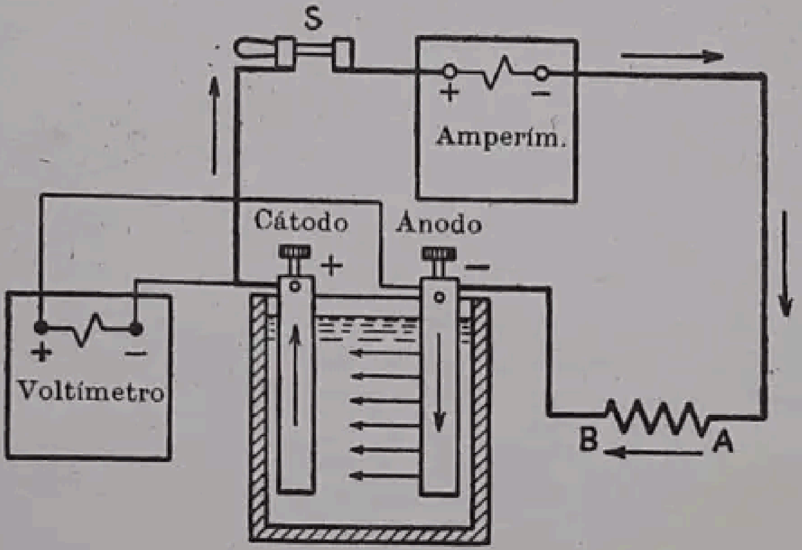


FIG. 60.—Dirección de la corriente en una pila.

73. Definiciones de los elementos que intervienen en la electrólisis. La pila descrita en el § 72 es una *pila electrolítica*. Estas pilas se definen como sigue: [1]

«Una *pila electrolítica* es un aparato proyectado para que se realice en él una reacción electroquímica y comprende una vasija, dos o más electrodos y uno o más electrólitos.»

«Un *electrodo* es un conductor que pertenece a la clase de los conductores metálicos, pero no necesariamente un metal, y a través del cual penetra o sale una corriente en una pila electrolítica...»

«Un *ánodo* es un electrodo a través del cual penetra la corriente en un conductor de clase no metálica...»

«Un *cátodo* es un electrodo a través del cual sale la corriente de un conductor de clase no metálica...»

En las dos últimas definiciones, el «conductor de clase no metálica» es, evidentemente, el electrólito. En una pila electrolítica que suministre energía (fig. 59, *b*), el ánodo es el terminal negativo, o sea el cinc, y el cátodo es el terminal positivo, es decir, el cobre.

«Un *elemento primario* es una pila destinada a generar una corriente eléctrica mediante una reacción electroquímica cuya reversibilidad no se produce con rendimiento adecuado y, por lo tanto, cuando la pila se descarga, no puede cargarse con buen rendimiento mediante una corriente eléctrica.»

---

[1] A.S.A. *Definiciones normalizadas de los términos eléctricos*, edición de 1941, 60.05.050, 60.05.030, 60.05.040, 60.05.045, 60.11.005, 60.12.005.

«Un *acumulador* es una pila electrolítica destinada a la generación de energía eléctrica y que, después de descargarse, puede restituirse a la situación de cargada mediante una corriente eléctrica que circule en dirección opuesta a la de la corriente producida cuando el acumulador se descarga». Los acumuladores se denominan frecuentemente *pilas secundarias*.

En una pila electrolítica, la energía se almacena en forma de *energía química*, y la energía eléctrica se produce a expensas de los electrodos, que, bien pasan al electrólito, bien se convierten en una forma degradada de energía química. Por ello, una pila primaria transforma *energía química* en *energía eléctrica*.

74. Pilas primarias. Aunque ya nos hemos referido en el § 72 a que había muchas combinaciones de metales y de soluciones capaces de engendrar una f.e.m. y constituir así una pila, solamente un número limitado de tales combinaciones es comercialmente realizable. Las condiciones a las cuales debe ajustarse una buena pila son las que siguen:

a) No deben producirse acciones locales, es decir que no debe haber ningún o poco desgaste de materiales cuando la pila no produce corriente.

b) La f.e.m. debe ser de tal magnitud que permita a la pila suministrar una cantidad razonable de energía con una corriente moderada.

c) No debe ser necesario reemplazar los materiales con frecuencia y el coste de éstos debe ser reducido.

d) La resistencia interna y los efectos de polarización no deben ser importantes, porque de otra manera la pila no puede suministrar ni siquiera cantidades moderadas de corriente durante un tiempo adecuado.

Así, por ejemplo, la pila representada en la figura 59 (*b*) no sería realizable, porque el cobre y el cinc se gastarían, hasta cuando la pila no suministrase corriente alguna. La polarización (§ 76) sería importante, y la pila solamente podría suministrar una corriente relativamente pequeña.

75. Resistencia interna. Como se ha señalado en el capítulo III, cualquier pila o acumulador tiene una resistencia interior, que tiende al mismo tiempo a reducir la magnitud de la corriente y de la tensión entre terminales, cuando suministran corriente. Esta resistencia se produce en los electrodos, en la superficie de contacto entre los electrodos y el electrólito y en el propio electrólito. Puede reducirse modificando las dimensiones de la pila, del mismo modo que con cualquier conductor eléctrico. La sección transversal del camino que sigue la corriente en el interior de la pila debe ser tan grande como sea posible. Esto representa que debe existir una gran superficie de contacto entre los electrodos y el electrólito. La sección transversal de los electrodos debe ser también bastante amplia para transportar la corriente a los terminales de la pila sin excesiva caída de potencial. Se presentan ligeras dificultades para conseguir que las pérdidas de tensión en las mismas placas sean despreciables. Se comprende que a mayores electrodos corresponden mayores pilas, con mayor capacidad de corriente. Además del medio de aumentar la superficie de contacto de los electrodos con el electrólito, la resistencia de la pila puede reducirse disminuyendo la distancia entre los electrodos. Con ello se reduce la longitud del recorrido de la corriente dentro de la pila y se reduce proporcionalmente la resistencia de la pila.

Aumentando el tamaño de la pila no aumenta su f.e.m. La f.e.m. depende únicamente del material de los dos electrodos y del electrólito. Por ejemplo, si en dos pilas, una mucho mayor que la otra, se han empleado idénticos materiales para los electrodos y se utiliza el mismo electrólito, las dos generarán f.e.m. iguales. Es decir que si se conectan uniendo los terminales negativos y los positivos no deberá circular corriente alguna entre las dos pilas. Sin embargo, al aumentar el tamaño de los elementos de una pila, se incrementa su capacidad.

76. Polarización. Si se lleva a cabo un ensayo para determinar el descenso de la tensión entre los terminales cuando se toma corriente de una pila, como por ejemplo una pila seca, conectando un voltímetro, un amperímetro y una resistencia exterior, como en la figura 60, los resultados serán aproximadamente los siguientes:

Cuando la pila está en circuito abierto, el voltímetro indicará la f.e.m. de la pila E (fig. 61). Cuando se cierra el interruptor S, la corriente circula y la tensión entre los terminales descenderá rápidamente desde A hasta B. La distancia AB representa, aproximadamente, la caída de potencial debida a la resistencia interior de la pila, de la que hemos hablado más arriba. Pasando el tiempo, la tensión entre los terminales continúa descendiendo, como indica la porción BB' de la curva (fig. 61), aun cuando la resistencia exterior se mantenga constante. Esta ulterior caída de tensión se debe enteramente a la *polarización.*

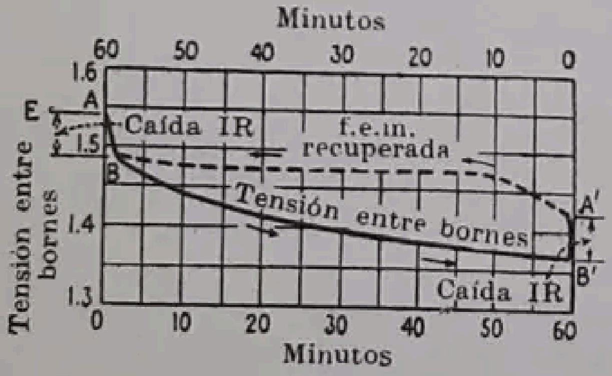


Fig. 61.—Curvas de descarga y de regeneración características de una pila.

Si al llegar al tiempo correspondiente al punto B', se pone la resistencia exterior en corto circuito, la tensión entre los terminales se eleva casi inmediatamente hasta el valor A', representando la distancia $B'A'$ la caída de tensión debida a la resistencia interior de la pila. Pasado algún tiempo más, contándolo ahora de derecha a izquierda y según la escala de la parte alta del diagrama (fig. 61), la f.e.m. de la pila se recupera gradualmente, debido a que se desprenden las burbujas de hidrógeno generadas en el cátodo.

La polarización se debe al hecho de que cuando la pila suministra corriente, se forman pequeñas burbujas de hidrógeno sobre la placa positiva o cátodo, que cubren prácticamente su superficie y dan lugar a dos efectos.

1. Un aumento efectivo de la resistencia de la superficie de contacto entre el cátodo y el electrólito.
2. Una acción secundaria entre el hidrógeno y la placa positiva o cátodo, que produce una *fuerza electromotriz de polarización* opuesta a la de la pila.

Estos dos efectos explican la reducción de la f.e.m. y la capacidad de muchos tipos de pilas después de algún tiempo de prestar servicio.

Despolarización. Puede obtenerse una despolarización parcial o casi completa, tanto por procedimientos físicos como químicos. La despolarización física se obtiene haciendo rugosas las superficies de los electrodos. En ocasiones se consigue esto mediante la electrodeposición de una masa suelta de metal sobre la superficie del electrodo, como, por ejemplo, de negro de platino sobre una superficie de platino. El hidrógeno se desprende mucho más fácilmente si las superficies son rugosas.

En la práctica, sin embargo, la despolarización se realiza casi siempre por medios químicos, como los de empleo de un agente oxidante, tal como el ácido crómico o el bióxido de manganeso, dispuesto en íntimo contacto con el cátodo. El hidrógeno se combina fácilmente con el oxígeno de estos agentes para formar agua (H_2O). Este método se emplea en la pila de bicromato, en la de Leclanché y en las pilas secas.

77. Pila de Daniell. Esta pila (figura 62) es del tipo de dos líquidos con placas de cobre y de cinc como electrodos. Consiste en un vaso de vidrio que contiene en su interior otro recipiente menor de un material poroso dentro del cual hay una solución de sulfato de cinc o de esta sal y ácido sulfúrico. El ánodo o electrodo negativo está sumergido en este electrólito. Alrededor del vaso poroso hay una solución de sulfato de cobre con algunos cristales de esta sal en el fondo del vaso de vidrio. Una placa de cobre, que hace de cátodo, rodea el vaso poroso. Éste mantiene separadas las dos soluciones. Como el cobre se encuentra dentro de una solución saturada de sulfato de cobre no hay polarización. Esta pila está indicada para emplearla cuando el circuito está continuamente cerrado. Si se deja abierto el circuito, los electrodos se consumen rápidamente. Cuando la pila queda fuera de servicio por algún tiempo, conviene retirar los electrodos y lavar completamente el vaso poroso. La f.e.m. de esta pila

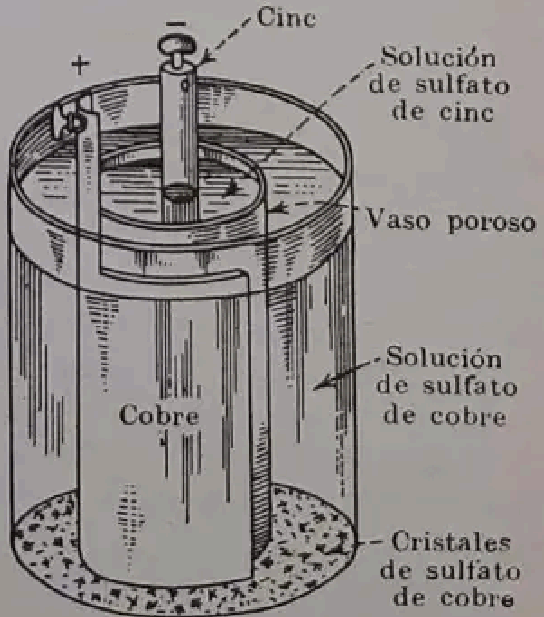

−
Cinc
+
Solución de sulfato de cinc
Vaso poroso
Solución de sulfato de cobre
Cobre
Cristales de sulfato de cobre

FIG. 62.—Pila de Daniell.

es aproximadamente de 1,1 voltios. Atendiendo al aspecto práctico de su utilización, la pila Daniell está anticuada, pero da un ejemplo del principio en que se basan las pilas de gravedad.

78. Pila de gravedad. Esta pila es una modificación de la de Daniell, utilizándose la diferencia de densidad y no una pared porosa para mantener separados los dos electrólitos. Esta pila está representada en la figura 63. El cátodo, que es de cobre, está formado por cintas delgadas, unidas entre sí y colocadas en el fondo del vaso, junto con cristales de sulfato de cobre. Una solución de sulfato de cobre llena el vaso hasta poca distancia del borde. La conexión del electrodo de cobre con el terminal se suele hacer por medio de un hilo de cobre aislado, que pasa por la solución y emerge fuera del vaso. Deben quedar siempre cristales de sulfato de cobre en el fondo.

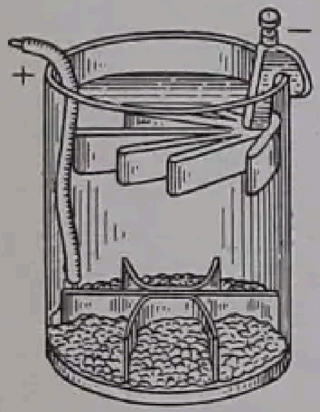


FIG. 63.—Pila de gravedad.

El ánodo, que es de cinc y por lo general más bien macizo, se hace fundido y en forma de pata de gallo, disponiéndolo colgado del borde del vaso. Este electrodo está rodeado por una solución de sulfato de cinc que queda separada por densidad de la solución de sulfato de cobre, que es más pesada y tiende a quedarse en el fondo. Las soluciones deben verterse cuidadosamente, puesto que si la solución de sulfato de cobre se pone en contacto con el cinc, se forma un depósito de cobre sobre él. Este depósito se ha de quitar si por casualidad llegara a formarse. Durante el funcionamiento de la pila, el cinc se disuelve en el sulfato de cinc, y el cobre metálico del sulfato se deposita sobre el electrodo de cobre. El cátodo aumentará, por lo tanto, de peso mientras que el ánodo lo irá perdiendo. Ésta es la razón por la cual se hace macizo el ánodo de cinc y delgadas las cintas del cátodo de cobre cuando se prepara la pila. La f.e.m. de la pila es prácticamente igual a la de la Daniell y aproximadamente de 1,09 voltios, variando ligeramente con la concentración de las soluciones.

Para evitar que el sulfato de cinc ascienda por capilaridad, se parafina la parte alta del vaso. Para dificultar la evaporación se suele recubrir con aceite la superficie del electrólito. Cuando se carga de nuevo la pila, se añade cinc metálico y cristales de sulfato de cobre y se quita cobre metálico y sulfato de cinc.

La pila de gravedad es del tipo de *circuito cerrado* y debe mantenerse así el circuito para obtener los mejores resultados. De otro modo, el sulfato de cobre se mezclará gradualmente con el sulfato de cinc. Esta pila se ha utilizado para las señales ferroviarias, aparatos de alarma de incendio y servicios telefónicos, en cuyo caso se trabaja en circuito cerrado. Las baterías de acumuladores las han reemplazado en muchas ocasiones, y con frecuencia utilizando corriente alterna de las redes de distribución, previamente rectificada.

79. Pila de Leclanché. La pila de Leclanché es quizás el tipo más familiar de pila primaria, porque constituye el fundamento de la pila seca, que tan amplia aplicación ha conseguido. De hecho, la pila seca es pura y simplemente una forma de pila de Leclanché, en la cual el electrólito queda retenido por un medio absorbente. El cátodo es de carbón moldeado y el ánodo es de cinc amalgamado. El electrólito es sal amoníaco (cloruro amónico). Debido a que se polariza rápidamente, esta pila se utiliza sólo para instalaciones en circuito abierto, o sea para funcionamiento intermitente. Su f.e.m. varía entre 1,4 y 1,5 voltios, pero debido a la caída de tensión ocasionada por la resistencia interior y a la que produce la polarización, la *tensión en terminales* debe considerarse que es sólo de 1 voltio cuando la pila está en servicio. El medio más empleado para reducir la polarización es poner bióxido de manganeso en contacto íntimo con el carbón. El bióxido de manganeso cede fácilmente oxígeno, que se une a las burbujas de hidrógeno para formar agua.

En uno de los tipos de pilas de Leclanché se suspende una varilla de cinc en el centro de un cilindro hueco de carbón y bióxido de manganeso. Un tipo más perfeccionado, la pila de vaso poroso, está representada en la figura 64. Consta de un vaso de carbón lleno de bióxido de manganeso rodeado por la placa de cinc, curvada en forma de cilindro, manteniéndose la separación entre ambos por medio de aros de caucho.

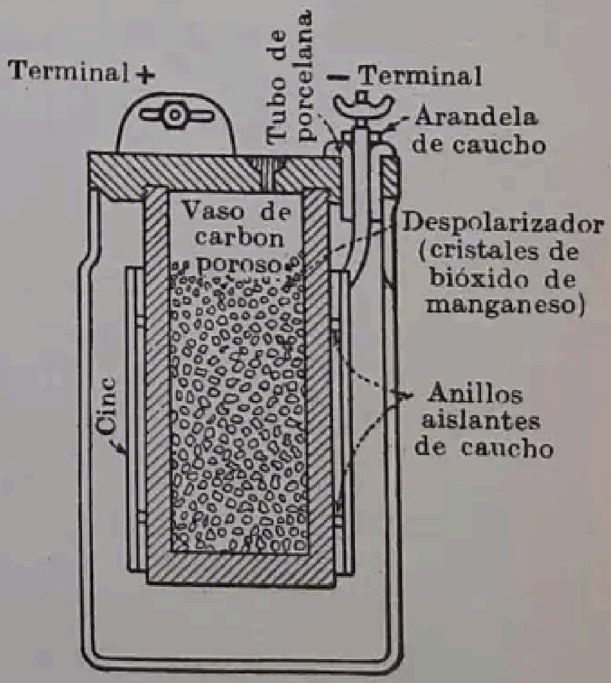


FIG. 64.—Pila de Leclanché, de vaso poroso.

La solución suele constituirse disolviendo 150 g de cloruro amónico en un litro de agua. Si la solución es más concentrada se producen cristales de cloruro de cinc sobre el cinc y el carbón. Para evitar que la solución ascienda por las paredes del vaso se recubren éstas con parafina y el extremo del carbón se embadurna con cera.

Debido a su simplicidad y al hecho de que no contiene ácidos o álcalis nocivos, este tipo de pila se empleó mucho para circuitos de funcionamiento intermitente, tal como timbres de puertas, teléfonos y telégrafos. La pila seca, de forma más conveniente, ha reemplazado casi completamente este tipo de pila.

80. Pilas secas. La pila seca es en realidad una pila de Leclanché en la que el electrólito está impregnando un material absorbente y todo el conjunto va herméticamente cerrado para evitar la evaporación. Como este tipo de pila es relativamente muy ligero, portátil y conveniente, ha reemplazado prácticamente los demás tipos de pilas primarias. El nombre «pila seca» es realmente inapropiado, puesto que ninguna pila verdaderamente seca puede suministrar una corriente apreciable. Realmente la causa primordial de agotamiento de una pila seca es que, efectivamente, se quede seca.

La sección transversal de una pila seca típica se representa en la figura 65. El ánodo es de chapa de cinc y tiene forma de vaso cilíndrico, que sirve como envoltura de la pila. El terminal correspondiente está soldado en el borde superior del cinc, el cual está recubierto con un material no conductor, como papel secante o yeso. El cátodo está formado por una barra de carbón recubierta por una mezcla de coque, carbón, etc. La barra varía de forma según la fábrica de procedencia. Está colocada en el centro de la envoltura de cinc y el terminal correspondiente se fija en su extremo. El agente despolarizador, polvo de bióxido de manganeso, se mezcla con coque muy fino y se comprime bien en el espacio comprendido entre el carbón y la capa de material no conductor que recubre el cinc. Se llena con ello la envoltura hasta unos 3 cm del borde. Se añade una solución de cloruro amónico con una ligera proporción de sulfato de cinc y se tapa con cera o con un producto alquitranado. La parte exterior de la envoltura de cinc se barniza las más veces y el conjunto se pone siempre dentro de una envoltura cerrada de cartón.

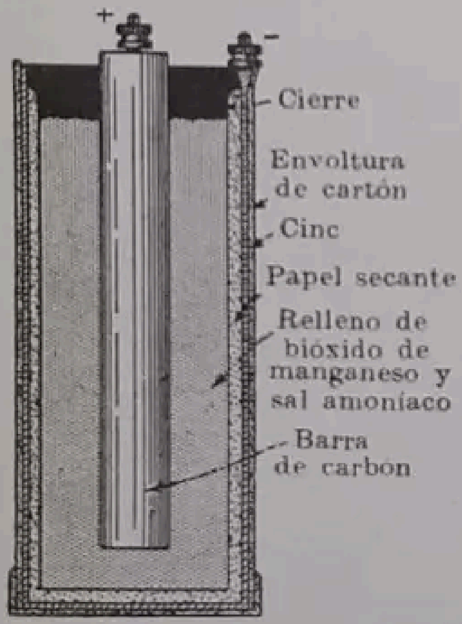


FIG. 65. — Sección de una pila seca.

La f.e.m. de una pila seca varía entre 1,5 y 1,6 voltios cuando está nueva, pero baja a 1,4 voltios con el tiempo, aun cuando la pila esté inactiva. El que la f.e.m. sea muy inferior a 1,5 voltios indica ordinariamente que se ha empezado a deteriorar. La resistencia interior de una pila nueva es de 0,1 ohmios aproximadamente y aumenta varias veces con el tiempo. El efecto de polarización es grande en comparación con la resistencia interior, de manera que un valor reducido de la resistencia interior no tiene importancia, excepto en el aspecto de indicar una pérdida de condiciones de la pila. Un método para ensayar estas condiciones es ponerla en corto circuito con un amperímetro y si marca un valor instantáneo de $1{,}5 : 0{,}1 = 15$ amperios, es que se halla en buenas condiciones. Cuando está nueva, la corriente llega a alcanzar, por este método, hasta 25 amperios. Cuando suministra una corriente apreciable, la tensión entre terminales se acerca mucho a 1 voltio.

Una de las causas principales de que una pila se gaste es que el cinc se deteriora como resultado de las reacciones electroquímicas en el interior de aquélla. La solución rezuma por los poros y el interior se seca, con lo que la pila queda inutilizable. La vida de una pila puede prolongarse temporalmente reponiendo la solución, pero en general los resultados obtenidos están lejos de ser satisfactorios.

Como ya se sabe, las pilas secas se prestan a muchas aplicaciones. Donde pueden aplicarse es en el suministro de corrientes moderadas para servicios intermitentes, pero también permiten suministrar una corriente ininterrumpida de una intensidad de 0,1 amperio. Se usan en gran escala para timbres de llamada, campanas eléctricas, zumbadores, teléfonos, telégrafos, encendedores de aparatos de gas, lámparas de destellos y otras muchas aplicaciones. Se emplean también como baterías *A*, *B* y *C* en los receptores de radio de corriente continua.

81. Pila de Ruben. La pila de Ruben (R. M.)[1] se estudió conjuntamente por los Laboratorios Ruben y P. R. Mallory y Cía., durante la segunda guerra mundial, para cubrir las necesidades de las fuerzas armadas, en cuanto a baterías secas necesarias para sus equipos de radar y otros aparatos electrónicos que requieren una relación alta entre la capacidad en amperios hora y el volumen y densidades de corriente más elevadas que las que en general podían obtenerse con las pilas de Leclanché. El ánodo es de cinc amalgamado,

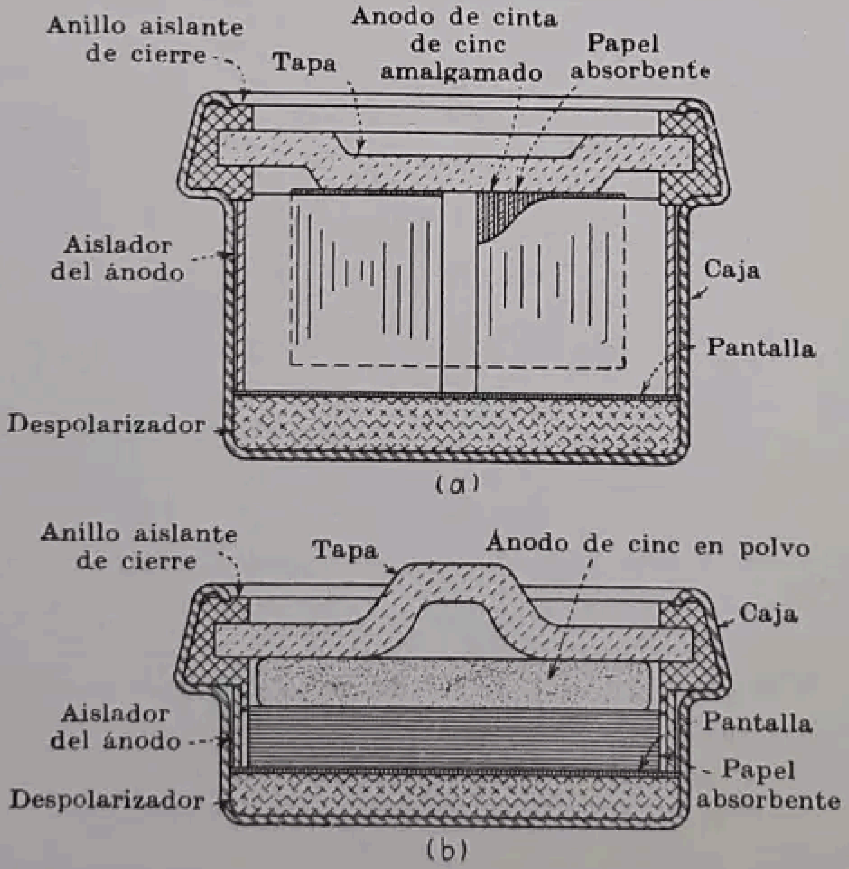

Anillo aislante de cierre
Tapa
Anodo de cinta de cinc amalgamado
Papel absorbente
Aislador del ánodo
Caja
Pantalla
Despolarizador
(a)
Anillo aislante de cierre
Tapa
Ánodo de cinc en polvo
Caja
Aislador del ánodo
Pantalla
Papel absorbente
Despolarizador
(b)

Fig. 66.—Pila de Ruben.

---

[1] Ruben, Samuel: «Balanced Alkaline Dry Cells», *Trans. Electrochem. Soc.*, vol. 92, 1947.

y el cátodo se constituye con una íntima mezcla de óxido mercúrico, como despolarizante, y grafito, para reducir su resistividad. El electrólito es una disolución de potasa cáustica (KOH) que contiene cincato potásico. Las pilas se construyen de dos formas. En una de ellas, el ánodo consiste en una tira ondulada de cinc, arrollada en espiral (fig. 66, *a*), de un espesor de 0,051 a 0,13 mm, que se amalgama después de conformarla. Con la cinta de cinc se arrollan dos tiras de papel absorbente y resistente a los álcalis (electrólito), de modo que el cinc sobresale en la parte superior y el papel en la inferior. Este ánodo se aísla de la caja de acero que contiene a la pila, con un aislador de poliestireno. El despolarizador catódico se separa del ánodo con una pantalla de papel resistente a los álcalis. La tapa de la pila es de cobre que está en contacto con la cinta de cinc formando el terminal negativo. La pila se hace estanca con un anillo aislante de neopreno. La caja de acero, que es químicamente inerte para los ingredientes que contiene la pila, forma el electrodo positivo.

En el segundo tipo de pila de Ruben, denominado de «botón» (fig. 66, *b*), el ánodo está constituído por un disco de polvo comprimido de amalgama de cinc. Los otros elementos de la pila son idénticos a los del tipo representado en la figura 66 (*a*). Este segundo tipo tiene un rendimiento volumétrico superior al anterior, lo que, unido a otros factores, ha hecho que lo reemplace.

La diferencia de potencial entre bornes, en circuito abierto, es de 1,34 voltios, y no varía con el tiempo ni cambia con la temperatura. Las ventajas de esta pila son su larga «vida en almacén», que permite conservarla indefinidamente; su larga vida en servicio, que es aproximadamente el cuádruplo de la que tienen las pilas secas de Leclanché, de volumen equivalente; escaso peso; una característica de tensión muy plana, que es ventajosa para usos electrónicos, ya que las características de las válvulas varían mucho con la tensión; adaptación a trabajos con altas temperaturas, sin averías y alta resistencia a los golpes.

Como ejemplo de la alta capacidad de las pilas de Ruben en comparación con los tipos ordinarios de pilas secas, puede citarse el caso de utilización de ambos tipos en un equipo portátil de radioteléfono. La batería de pilas secas pesaba 4,3 Kg y hubo que substituirla después de un funcionamiento continuo de 7,8 horas; en cambio, la de pilas de Ruben, que tenía un peso de 4 Kg, funcionó 38 horas antes de cambiarla.

82. Pilas de cloruro de plata y magnesio, activadas con agua. Al comenzar la segunda guerra mundial y debido a las diversas mejoras en los equipos electrónicos de los ejércitos, se hizo imprescindible el disponer de baterías de pilas de muy poco peso, pequeño tamaño y gran capacidad. Tanto los acumuladores como las baterías de pilas que existían resultaban demasiado grandes o no tenían la capacidad necesaria para cubrir las necesidades de los nuevos equipos electrónicos ligeros y pequeños. Además, como las baterías se empleaban en todo el mundo, era necesario que, aun al almacenarlas indefinidamente, no perdieran sus características. Como resultado de ello, los C. F. Burgess Laboratories [1] desarrollaron el tipo de pila de cloruro de plata y magnesio, activada con agua. El electrodo positivo está constituído por una lámina de plata de 0,025 a 0,076 mm de espesor, con un recubrimiento por deposición electrolítica de cloruro de plata, y el electrodo negativo se forma con lámina de magnesio. En los tipos construídos para tensión moderada, pero gran intensidad de corriente, la hoja de plata está recubierta por ambos lados con cloruro de plata, y a cada electrodo se suelda un hilo terminal. Los dos electrodos se arrollan en espiral interponiendo entre ambos papel absorbente, lo que constituye una pila cilíndrica en cuyo extremo emergen dos hilos. La pila constituída de esta manera, totalmente en seco, es completamente inerte y se conserva indefinidamente. Cuando el papel absorbente se satura de un electrólito, preferiblemente agua dulce o salada, la pila puede suministrar una corriente eléctrica sensible.

Para constituir una batería de dos o más pilas, es conveniente encintar la pila cilíndrica con cinta de plástico o papel barnizado y, entonces, enrollar sobre ella una segunda pila. Cuando se quieren obtener tensiones elevadas, pero intensidades pequeñas de corriente, las baterías se hacen preferentemente de forma plana y la hoja de plata se cubre con el cloruro de plata solamente por una cara.

Las pilas pueden suministrar corriente de intensidad relativamente alta con tensiones en descarga, de 1,3 a 1,5 voltios entre terminales, que se conserva relativamente constante, aun por encima del régimen de descarga. Una pila con un electrodo de 44,5 mm de diámetro y 82,5 mm de altura tiene una capacidad de 0,875 amperios-hora cuando se descarga con tensión de 1 voltio, y pesa 74 g seca y 110 g húmeda. El promedio de amperios-hora y vatios-hora por kilogramo es de 6,4 y 42,7 respectivamente, valores que son muy superiores a los de los otros tipos de baterías y que son el doble del que corresponde a los elementos con electrodos de plomo con electrólito ácido. Además, como en todas partes se encuentra agua, las baterías pueden expedirse a cualquier lugar, sin electrólito. Estas pilas se adaptan muy bien para determinadas aplicaciones, como por ejemplo para las radios instaladas en boyas de salvamento, que se lanzan al mar desde los aeroplanos cerca de los puntos en que se encuentren las tripulaciones de aparatos derribados. En cuanto la boya toca al agua, el agua del mar penetra en la batería y la activa, con lo que suministra corriente a un emisor de radio automático que guía las embarcaciones de salvamento o los aeroplanos hacia el lugar adecuado. Las pilas de este tipo son caras, pero su precio está justificado por los servicios especiales que pueden prestar.

83. Pila patrón de Weston. En los trabajos prácticos es esencial poder contar con un patrón de corriente, de diferencia de potencial y de resistencia. Naturalmente que el conocimiento de dos de estas cantidades nos permite determinar la tercera fácilmente, por medio de la ley de Ohm. No es un problema difícil fabricar y reproducir patrones de resistencia, ya que no son más que tiras u otras formas de metal, cuidadosamente montadas y calibradas. Estos patrones son prácticamente eternos, porque su resistencia permanece constante por tiempo indefinido.

---

[1] MULLEN, J. B. y P. L. HOWARD: «Characteristics of the Silver Chloride-Magnesium Water Activated Battery», *Trans. Electrochem. Soc.*, vol. 90, pág. 529, 1946.

Los patrones de intensidad de corriente o de tensión son mucho más difíciles de reproducir y de mantener que el patrón de resistencia, y se ha comprobado que es más fácil conseguir un patrón de diferencia de potencial que uno de intensidad de corriente. Este patrón es la f.e.m. de una *pila normal* o *patrón*. La f.e.m. de una pila depende de los materiales que la constituyen y de sus impurezas, de la concentración del electrólito, de la temperatura, de los efectos de polarización, etc. Se hace difícil, por lo tanto, elegir estos materiales para una pila de manera que permitan reproducirla en distintos momentos y en lugares diferentes con el grado suficiente de precisión. El elemento de Weston cumple dichos requisitos y en la actualidad se emplea universalmente como pila patrón.

En esta pila, el cátodo es de mercurio y el ánodo, de amalgama de cadmio. El electrólito es una solución de sulfato de cadmio y sulfato mercurioso.

La pila se fabrica en dos formas, la *pila patrón* y la *pila secundaria* no saturada. En la pila patrón se dejan cristales de sulfato de cadmio en contacto con la solución, con lo que se consigue que esté siempre saturada. Su f.e.m. queda ligeramente afectada por la temperatura, produciéndose un cambio de unos 50 microvoltios por grado centígrado para temperaturas comprendidas entre 25 y 40ºC, pero se pueden hacer correcciones precisas. Es posible reproducir estas pilas con f.e.m. que difieran entre sí solamente de algunas millonésimas.

El vaso que contiene la pila es un tubo de vidrio en forma de H, cuyos brazos tienen 25 mm de diámetro. El tubo está cerrado herméticamente. El cátodo de mercurio se dispone en el fondo de uno de los brazos del tubo en H, y sobre él la pasta de sulfato mercurioso. En el fondo del otro brazo está el ánodo de amalgama de cadmio. Los terminales enlazados al cátodo y al ánodo se sueldan al fondo de los brazos. Los rápidos cambios de temperatura no afectan por igual los dos brazos, lo que da origen a errores hasta que la temperatura se estabiliza. Para reducir estos efectos al mínimo posible, se encierra la pila en una caja de baquelita (fig. 67) cuya parte frontal se ha suprimido para que se vea la forma constructiva de la pila. Recientemente se ha añadido una cubierta de cobre (fig. 67), para disminuir aún más la acción de la temperatura.

La tensión entre los terminales de cualquier pila difiere de su f.e.m. de una cantidad igual al producto RI, caída de tensión debida a la resistencia de la pila. Como la resistencia de una pila de Weston es de unos 125 ohmios, es evidente que, si suministra una corriente apreciable, su tensión entre los bornes será muy pronto distinta de su f.e.m. La pila debe emplearse, por lo tanto, de tal manera que la intensidad de la corriente producida no sea apreciable. Por medio del llamado *método de Poggendorf*, que se describe en el § 137, la pila se utiliza sin que produzca corriente alguna. No debe suministrar la pila más de 0,0001 amperios en ningún instante. Si se absorbe una corriente sensible, la f.e.m. cae, pero cuando el circuito se abre de nuevo, la f.e.m. vuelve lentamente a su valor inicial.

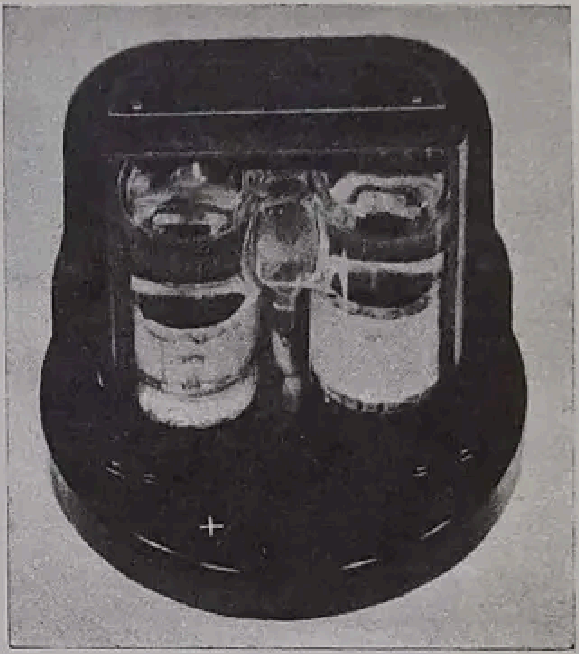


FIG. 67. — Vista interior de una pila Weston de tipo normalizado (no saturada).

ACUMULADORES

84. Acumuladores. Los elementos secundarios, llamados *acumuladores*, se fundan en los mismos principios que los primarios o pilas, pero ambos difieren en la manera de regenerarlos. Los materiales de una pila primaria que se han gastado durante el proceso de generación de corriente han de reemplazarse por otros nuevos, mientras que, en un acumulador, los materiales constitutivos vuelven a su condición inicial haciendo pasar la corriente en sentido opuesto. Por esta razón, los productos electroquímicos que se producen durante la descarga deben conservarse dentro del acumulador. Por lo tanto, si un acumulador durante su funcionamiento da lugar a productos que escapan, ordinariamente en forma de gases, de manera que no pueden volver a recuperarse cuando se invierte la corriente, este acumulador no resultará conveniente. Por ejemplo, la pila de Leclanché desprende gas amoníaco y, por lo tanto, no puede servir de acumulador. Las pilas de Daniell y de gravedad son reversibles y, por esta razón, son teóricamente utilizables como acumuladores; pero como los materiales activos quedan disueltos y no pueden recuperarse durante el ciclo inverso, su vida como acumuladores sería muy corta. Se utilizan ordinariamente tres tipos de acumuladores: el de *placas de plomo y ácido;* el *níquel, hierro y álcali*, y el *níquel, cadmio y álcali*. En todos estos tipos, los elementos activos quedan en los electrodos.

85. Acumuladores de plomo y ácido. El principio fundamental del acumulador de placas de plomo se apoya en el siguiente y sencillo experimento: dos placas planas de plomo (fig. 68) se sumergen en una solución de ácido sulfúrico (peso específico = 1,2 aprox.). Estas placas se conectan en serie con una lámpara de incandescencia, o una resistencia cualquiera equivalente, y el conjunto se conecta a la red de suministro de corriente continua a 115 voltios. Cuando la corriente circula por el acumulador, se desprenden burbujas de gas de las dos placas, pero se observa que estas burbujas son mucho más numerosas en una placa que en la otra. Después de cierto tiempo, se observará que una de las placas ha adquirido una coloración chocolate oscura, y que la otra aparentemente no ha cambiado de aspecto. Un examen cuidadoso, sin embargo, hará ver que el plomo compacto de la última placa comienza a hacerse esponjoso.

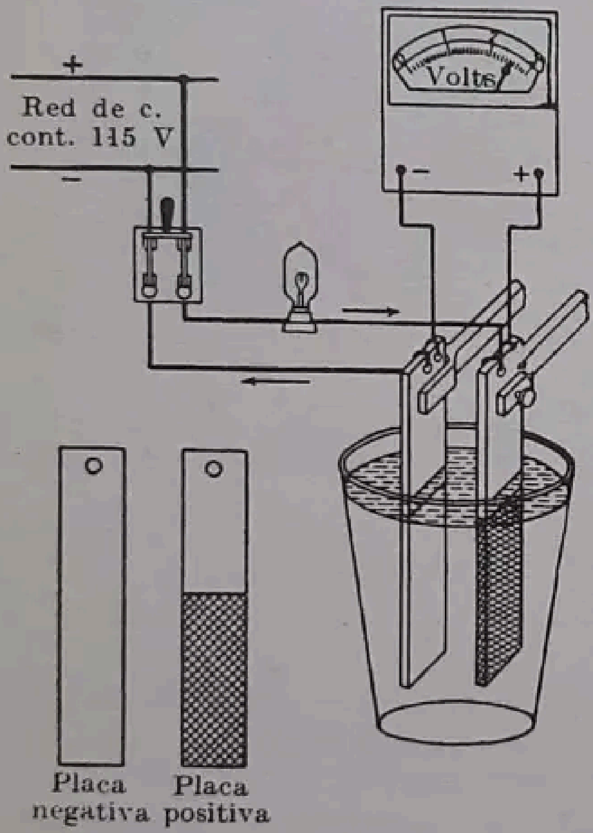


Fig. 68. — Formación de las placas de un acumulador elemental.

Cuando la corriente pasa por el acumulador, se produce la carga y el voltímetro conectado a sus bornes acusa una diferencia de potencial de 2,5 voltios aproximadamente entre ellos. Si se interrumpe la corriente abriendo el interruptor, la lectura del voltímetro se reduce a unos 2,05 voltios, y el acumulador será capaz ahora de suministrar una pequeña corriente. Sin embargo, la energía que puede suministrar este acumulador es muy limitada e incluso con una pequeña intensidad de corriente se agota en muy poco tiempo. Durante la descarga del acumulador, la tensión cae lentamente hasta 1,75 voltios, después de lo cual desciende más rápidamente hasta que llega a anularse, lo que aparentemente indica que el acumulador está agotado. El color pardo oscuro adquirido por una de las placas se volverá más claro y tenderá a parecerse más al primitivo color del plomo. Después de un corto descanso, el acumulador recobrará ligeramente su posibilidad de suministrar corriente por un tiempo breve.

La placa que ha adquirido color chocolate oscuro durante el experimento mencionado es la placa positiva o cátodo, y la que se convirtió parcialmente en plomo esponjoso es la negativa o ánodo. Las burbujas se producen más en el ánodo y son de hidrógeno libre. Algunas burbujas que aparecen también en la placa positiva son de oxígeno. Cuando se hace pasar una corriente por un acumulador de este género, el plomo metálico de la placa positiva se convierte en peróxido de plomo, mientras que la placa negativa no cambia de composición química, pero el plomo se vuelve más poroso que el metálico ordinario, adquiriendo una estructura esponjosa más blanda. Cuando el acumulador se descarga, el peróxido de plomo de la placa positiva se transforma en sulfato de plomo, y el plomo esponjoso de la placa negativa se transforma también en sulfato de plomo, de manera que ambas placas tienden a hacerse equivalentes desde el punto de vista electroquímico.

El principio electrolítico del acumulador es el mismo que el de una pila primaria. Cuando las dos placas de plomo son electroquímicamente iguales, es decir, cuando ambas son de sulfato de plomo, no existe diferencia de potencial entre ellas. Cuando la placa positiva se transforma en peróxido y la negativa en plomo esponjoso por la acción de la corriente durante la carga, las dos placas dejan de ser iguales y existe entre ellas una f.e.m. Esta f.e.m. es de unos 2,05 voltios, y la diferencia entre esta f.e.m. y la de 2,50 voltios que hay entre terminales durante la carga son los 0,45 voltios necesarios para vencer la resistencia interna y los efectos de polarización. Este sencillo experimento pone de manifiesto el principio fundamental del funcionamiento de los acumuladores de placas de plomo.

Las reacciones químicas que se producen en un acumulador son:

Acumulador descargado						Acumulador cargado				
(placa +)		(placa −)				(placa +)		(placa −)		
$PbSO_4$	+	$PbSO_4$	+	$2H_2O$	$\rightleftarrows$	PbO_2	+	Pb	+	$2SO_4H_2$
Sulfato de plomo	+	Sulfato de plomo	+	agua	se transforman en	Peróxido de plomo	+	Plomo	+	Ácido sulfúrico

Cuando se lee de izquierda a derecha esta ecuación química, representa la reacción que se produce al cargar el acumulador. Cuando se lee de derecha a izquierda, indica las reacciones que se producen durante la descarga.

Cuando el acumulador está en carga, el solo cambio que se produce en el electrólito es que el agua descompone el sulfato convirtiéndose en ácido sulfúrico. Esto se nota porque aumenta el peso específico del electrólito durante la carga. Durante la descarga, el ácido sulfúrico disociado por la corriente reacciona con el peróxido de plomo y forma agua. Por lo tanto, en la descarga, el peso específico del electrólito disminuye. Cuando se carga el acumulador queda hidrógeno libre en la placa negativa y oxígeno en la placa positiva. Debido a la naturaleza explosiva del hidrógeno, *no debe encenderse ninguna llama en la proximidad de una batería de acumuladores que se esté cargando.*

86. Placas Planté. No sería práctico construir los acumuladores con placas planas de plomo, como hemos visto en el experimento precedente. La superficie de las mismas expuesta a la acción electroquímica sería tan pequeña comparada con el volumen del plomo, que la capacidad del elemento en amperios-hora sería demasiado pequeña para tener un valor comercial. Además, con una carga relativamente pequeña, el peróxido oscuro que se forma en la placa positiva se desprendería en escamas y se depositaría en el fondo del elemento.

Es necesario, por lo tanto, construir placas que tengan una superficie relativamente grande expuesta a la acción electroquímica y en las que, al mismo tiempo, se reduzcan al mínimo las posibilidades de formación de escamas de peróxido en la placa positiva. Hay dos métodos para alcanzar este resultado: el de Planté y el de Faure. En el método de Planté, el material activo de las placas se forma a partir de plomo metálico haciendo pasar una corriente a través del acumulador, primero en una dirección y luego en la opuesta, con lo cual se transforma el plomo de la superficie de las placas en material activo.

Un método para conseguir que la superficie de contacto sea muy grande es el que se sigue con las placas Gould, representadas en la figura 69. Una placa lisa de plomo atacado, sin antimonio, que se somete previamente a un proceso mecánico de labra con discos circulares, o de ranurado (fig. 69, superior) para formar delgadas aletas con núcleo de plomo sólido (fig. 69, inferior). La placa se coloca entonces en una solución oxidante y se carga. Mediante este proceso se forma en las aletas el peróxido de plomo activo, que se acusa por la presencia entre ellas de materia oscura (fig. 69, inferior). El núcleo, de plomo sólido, queda más o menos protegido contra la acción

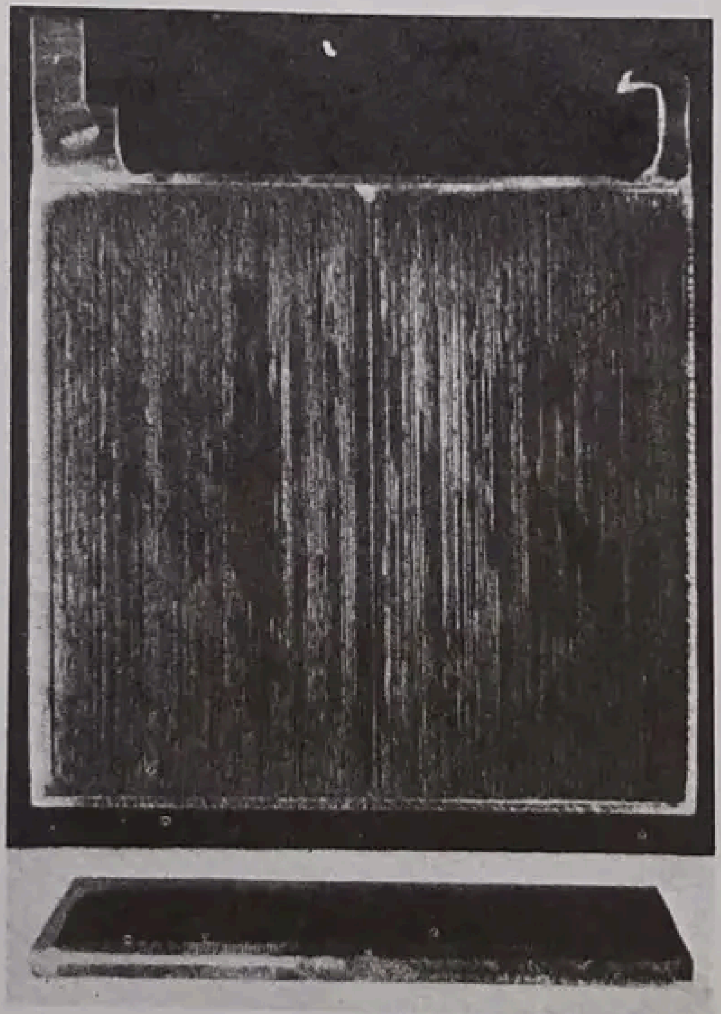


Fig. 69. — Placa labrada de Gould.

del electrólito y permanece como elemento conductor. Al mismo tiempo proporciona el plomo necesario para, transformándose en material activo, suplir el que se desprende de la superficie o pierde el contacto con ella.

Otro tipo de placa Planté, es la Exide-Manchester, que se representa en la figura 70. Es una rejilla constituída por una placa perforada de plomo y antimonio. El material activo consiste en una cinta ondulada de plomo, arrollada en espiral e introducida a presión en los taladros de la rejilla. El peróxido tiene mayor volumen que el plomo de que procede. Por lo tanto, cuando se carga el acumulador, las espirales se dilatan y quedan aún más adheridas a la placa. La rejilla, pòr su parte, no sufre un ataque apreciable, pero sirve de soporte mecánico. La ventaja de este tipo de placa es su rigidez y su resistencia mecánica. Como la rejilla actúa simplemente como soporte de las espirales de plomo, la placa puede utilizarse hasta que todo el plomo se transforme en material activo, sin que el conjunto de la placa se desintegre.

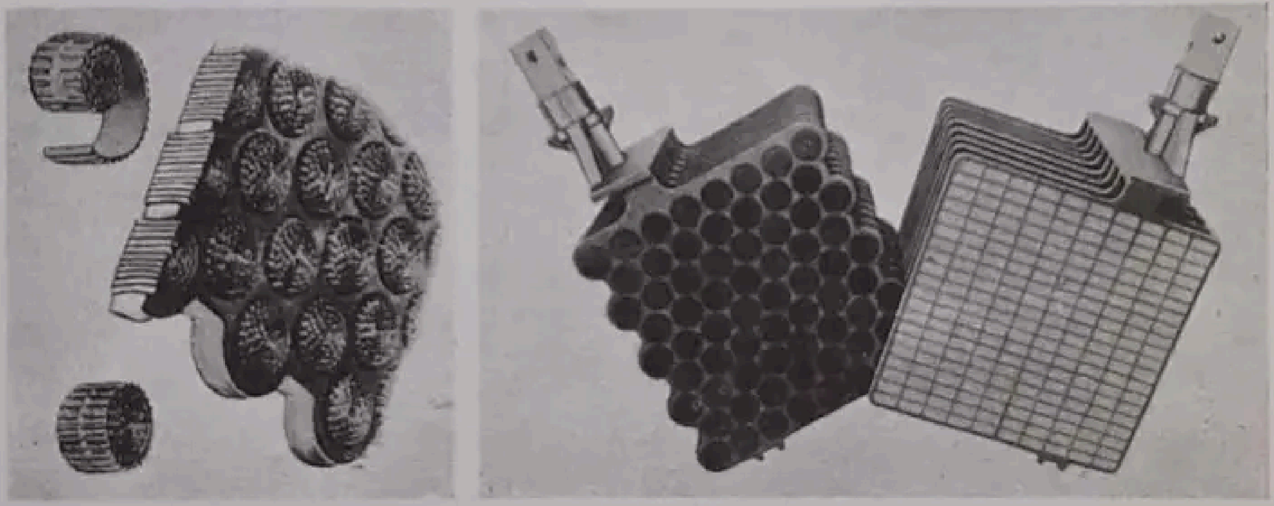


Fig. 70.—1.° Botón Planté (Manchester) y grupo positivo.—2.° Grupos de placas positivas y negativas empastadas.

Las placas positivas Planté se considera que pueden soportar de 1800 a 2400 ciclos completos de carga y descarga. En las placas Planté, las cargas y descargas producidas mientras se utiliza el acumulador, convierten poco a poco toda la placa en material activo. Por este motivo, debe quitarse paulatinamente de las placas positivas una parte del material activo para dejar espacio para el nuevo que se forme. Por lo tanto, debe dejarse espacio suficiente entre el fondo de los vasos y el borde inferior de las placas para que el peróxido de plomo desprendido, al acumularse en el fondo, no establezca un corto circuito entre dos placas.

Las placas negativas Planté deben soportar de 2500 a 3000 ciclos completos de carga y descarga antes que su capacidad se reduzca al 80 % de su valor inicial. Su pérdida de capacidad se debe más a una degradación de su estructura esponjosa que a una desintegración mecánica de la placa. Sólo de manera excepcional se utilizan placas negativas de tipo Planté, empleándose casi siempre placas Faure, o empastadas, incluso con placas positivas Planté.

87. Placas Faure o empastadas. Este tipo de placa consiste en una especie de enrejado de plomo antimonioso sobre el que se aplica el óxido de plomo en forma de pasta. Después se carga el acumulador. La pasta de la placa positiva se convierte en peróxido y la de la placa negativa en plomo esponjoso. El enrejado de una placa positiva del tipo empastado está representado en la figura 71.

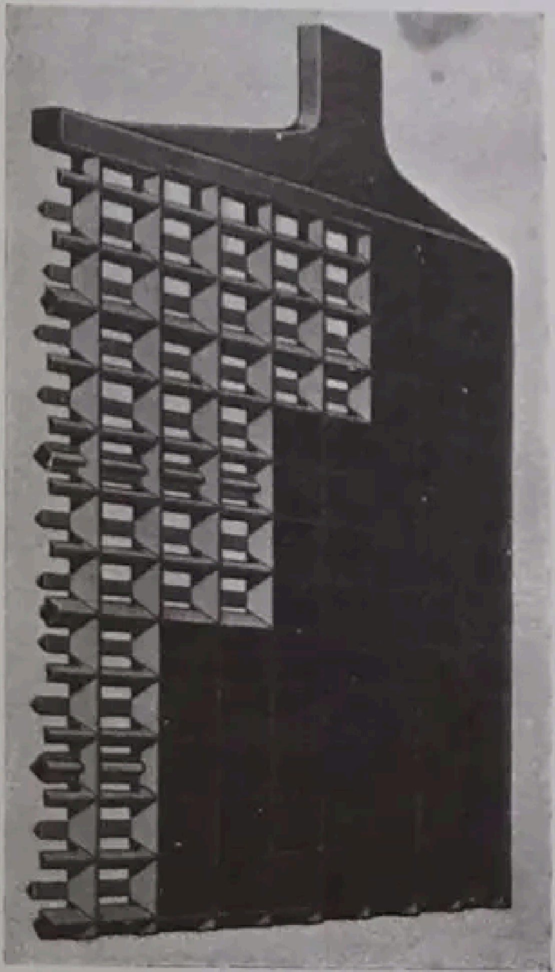


FIG. 71. — Placa empastada o de Faure. Rejilla positiva o negativa parcialmente empastada con material activo.

La principal ventaja de la placa empastada es su elevada capacidad de energía, especialmente para períodos cortos, junto con su tamaño más reducido y su menor coste y peso para determinada duración de la descarga. Se emplea mucho cuando se requiere ligereza y poco volumen, como en las baterías para vehículos eléctricos y en las de encendido y arranque de los automóviles.

También las placas positivas empastadas si se hacen lisas pierden el material activo, porque se desprende en escamas o por la erosión producida por las burbujas. Una placa empastada debe soportar de 300 a 400 ciclos completos de carga y descarga antes que su capacidad se reduzca al 80 % de su valor inicial.

Colocando esterillas de fibra de vidrio sobre las placas positivas, que actúan retardando la erosión, se consigue aumentar la vida del acumulador hasta 750 ciclos, si bien sacrificando un poco sus características eléctricas, sin duda porque se retarda la circulación del electrólito libre. Estas placas se emplean también cuando quieren obtenerse las mejores cualidades eléctricas a expensas de la duración, siempre que haya otros factores que interesen más que la vida de las placas.

Las placas positivas empastadas ganan en capacidad durante sus primeros tiempos, produciéndose un aumento hasta del 120 % aproximadamente de su primitivo valor. Esta capacidad suplementaria es precisa durante la mayor parte de la vida de la placa, ya que se requiere material activo de nueva formación tan rápidamente como se va desprendiendo. Sin embargo, tan pronto como se ha utilizado toda la reserva de material activo, las erosiones que se producen después dan origen a pérdidas considerables de la capacidad. La erosión y la rapidez con que se reduce la capacidad de las placas son entonces tan considerables que la vida utilizable de la placa toca prácticamente a su fin.

Si las descargas son elevadas, las placas empastadas tienen mucha más capacidad en amperios, por unidad de superficie, que las placas Planté. Por otro lado, las placas Planté son más rugosas y duran más.

En todos los acumuladores se coloca una placa negativa, más que las positivas. Esto permite que todas las placas positivas trabajen por *ambas* caras. Si alguna placa positiva trabaja solamente por una cara, como el material activo se dilata durante su transformación en peróxido de plomo por efecto de la carga, la dilatación que sufren las dos caras es distinta y la placa se alabea.

88. Acumulador blindado Exide. Para la propulsión de vehículos de varias clases y para muchas otras aplicaciones en las que conviene combinar las características de la placa empastada con muchas de las debidas a la rugosidad y larga duración de las placas Planté, se emplea en la mayor parte de las ocasiones el acumulador blindado Exide. Sus placas positivas consisten en un bastidor de plomo antimonioso que soporta cierto número de tubos perforados de ebonita. Dentro de cada tubo se pone un núcleo de forma irregular de plomo antimonioso, que sirve de colector de corriente. El peróxido, o material activo, se comprime dentro de los tubos hasta llenar el espacio que queda entre el núcleo irregular y la cara interior del tubo. Las perforaciones son tan pequeñas que el peróxido no se desprende, eliminándose así, prácticamente, el efecto de la erosión de las placas positivas. Una placa ordinaria empastada, un poco gruesa, se emplea en este acumulador como placa negativa. Aun cuando un poco más caro, este tipo de acumulador dura dos o tres veces más que el usual de placas empastadas. También puede soportar un trabajo muy duro. La figura 72 representa la vista y un corte parcial de un acumulador blindado Exide.

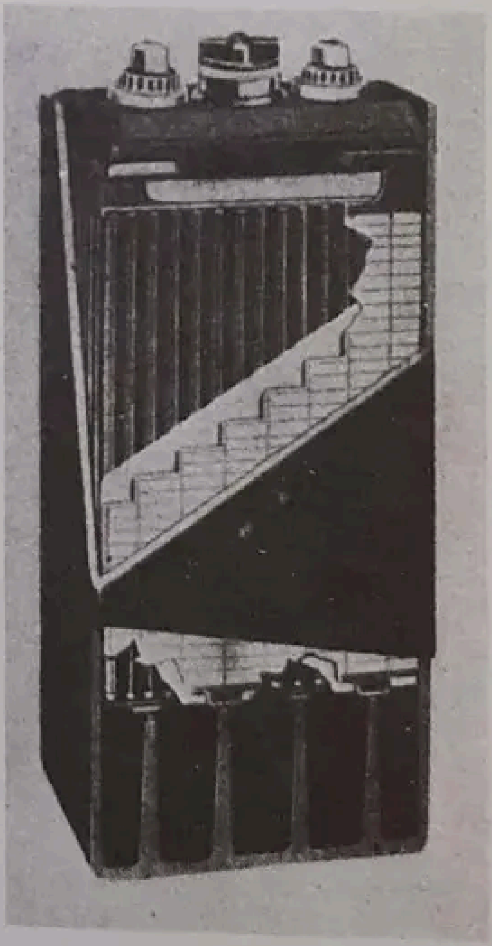
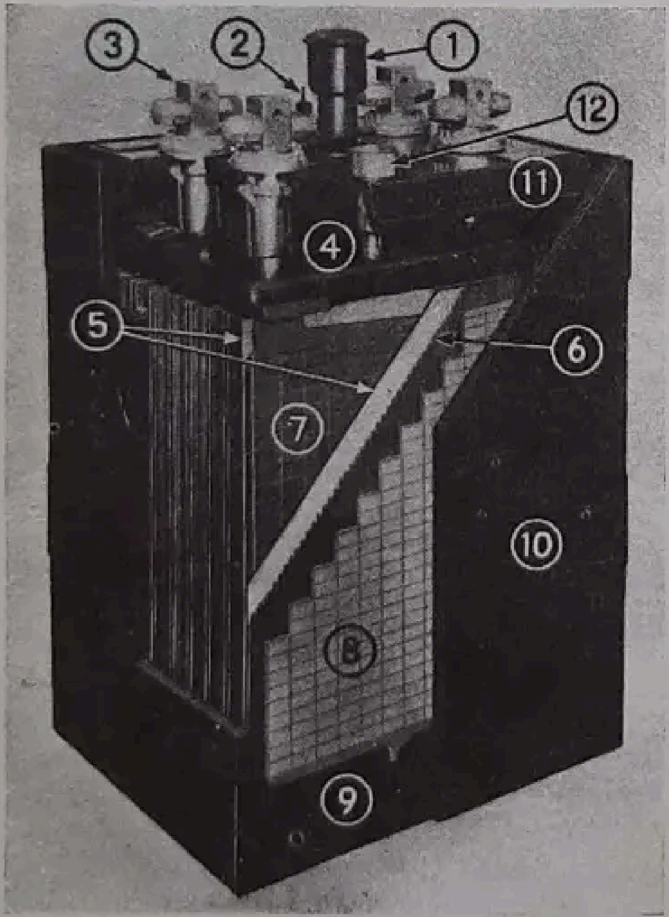


FIG. 72.—Corte de un elemento blindado Exide.

Los acumuladores pueden ser de dos tipos: *fijos* y *transportables.*

89. Acumuladores fijos. Las placas de este tipo de acumuladores pueden ser del modelo de Planté o del modelo empastado, según sea el servicio al que se destinen. Para un servicio de «ciclo» continuo o para una misión de regulador a una intensidad moderada, pero uniforme, de carga y de descarga, la placa Planté es preferible. Cuando se instala una batería de acumuladores para un servicio de auxilio, que sufrirá una sobrecarga durante el corto período correspondiente a la punta que no puede soportar el generador, es preferible emplear placas empastadas Faure. Para una superficie dada en planta, una batería de placas empastadas puede suministrar por hora el doble de la corriente que una batería equipada con placas Planté, y para la intensidad máxima de corriente esta relación es aún mayor. Este factor es muy importante en los barrios de las ciudades con gran densidad de edificación, en los que se instalan con frecuencia estas baterías, ya que en ellos la superficie disponible tiene mucho valor.



1. Salida de gases.
2. Indicador de nivel del electrólito.
3. Borna con tuerca de cierre.
4. Caperuza colectora de gas.
5. Sujeciones de vitrex, junto a las placas positivas.
6. Separadores de madera acanalados.
7. Placas positivas.
8. Placa negativa.
9. Nervios de soporte de las placas.
10. Recipiente de paredes gruesas de ebonita.
11. Cubierta, con junta hermética.

FIG. 73.—Tipo de acumulador para baterías telefónicas fijas.

Cuando los acumuladores se deben emplear para servicios de ciclo continuo o de regulación, conviene utilizar placas de tipo Planté en las baterías fijas, debido a su gran duración. Sin embargo, en muchas de las instalaciones modernas, se utilizan placas gruesas empastadas. Debido al perfecto ajuste de los elementos del acumulador en su vaso, que permite que los separadores presionen contra las superficies de las placas, el desprendimiento de material activo se reduce al mínimo y se consigue una larga duración de las placas. Las placas empastadas ofrecen ventajas para los servicios de auxilio, ya que pueden soportar una sobrecarga elevada durante un tiempo pequeño.

Los vasos se hacen de ebonita y se proveen de tapas para evitar salpicaduras de ácido. (Antes se utilizaban vasos de vidrio o de madera recubierta de plomo, pero han sido substituídos por los de ebonita). La figura 73 es una vista de un acumulador de batería fija de los utilizados para servicio telefónico.

90. Separadores. Excepto en los casos especiales en que se cuenta con un amplio espacio entre las placas, todos los acumuladores, sean abiertos o cerrados, están provistos de dispositivos colocados entre las placas para separarlas. Los separadores cumplen misiones distintas. Actúan como separadores mecánicos, destinados a evitar que las placas se toquen. Evitan la progresión de las excrecencias formadas por pequeñas partículas que se desarrollan y crecen en las placas negativas y que, en caso contrario, alcanzan la placa positiva produciendo cortos circuitos. Actúan, asimismo, como soportes impidiendo que el material activo se desprenda de las placas.

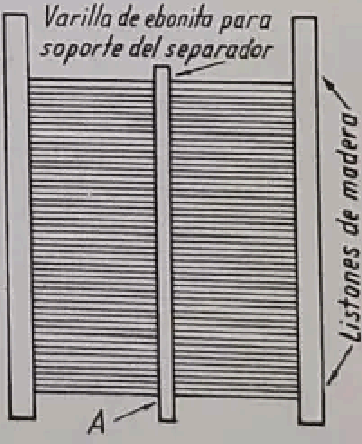


FIG. 74.—Acoplamiento de separadores de madera.

Todos los separadores deben permitir la circulación del electrólito. Durante varios años, los separadores de chapa de madera se manifestaron como eminentemente satisfactorios. La madera, no obstante, debe someterse a tratamiento empapándola en una solución alcalina caliente, para eliminar el ácido acético y otros productos que harían que el ácido sulfúrico ejerciera una acción química sobre la madera y la desintegrara. Aun cuando se haya tratado, el oxígeno desprendido en la placa positiva ataca la madera, lo que hace necesario ranurar verticalmente los separadores o disponer clavijas o espigas de ebonita (fig. 74). También se emplea, con frecuencia, la madera combinada con otros materiales, en la forma que más adelante se indicará. Una vez tratada, no debe dejarse que la madera se seque, porque se desintegraría, haciéndose inservible.

Los separadores de madera ranurada se utilizan únicamente para las baterías de arranque y alumbrado de automóviles, de precio bajo y poca duración.

Las planchas de lana de vidrio se emplean frecuentemente combinadas con madera, disponiendo la lana de modo que comprima la placa positiva y evite el desprendimiento de material activo. Las planchas separan la madera de la placa positiva evitando con ello su oxidación.

También se emplean láminas delgadas de ebonita, bien perforadas por agujeros redondos, bien con ranuras longitudinales. Este tipo de separador se emplea con frecuencia, unido a madera ranurada, para baterías de gran duración (véase separadores Vitrex, fig. 73).

Se construyen, por varias empresas constructoras de acumuladores, separadores de caucho o de látex, con poros microscópicos. Se fabrican en forma de láminas planas o ranuradas, del mismo modo que los separadores de madera, empleándose las ranuradas para los acumuladores de gran duración.

91. Electrólito. El ácido sulfúrico que forma parte del electrólito debe ser químicamente puro. Atendiendo al aspecto de la duración, interesa que la densidad sea baja, ya que se produce una menor acción local. Por otra parte, una densidad elevada aumenta la potencia del acumulador y reduce la cantidad de electrólito necesaria, lo que se traduce en que el elemento es más pequeño y ligero. De aquí que la densidad del electrólito no debe ser superior a 1,3, ya que, si tiene un valor superior, las acciones locales son excesivas. Por otra parte, es conveniente que la densidad al final de la descarga no sea menor de 1,1, puesto que, si no, la f.e.m. del acumulador caería rápidamente. Por ello, en las baterías fijas en las que no representa una desventaja importante el que contengan gran cantidad de electrólito, se acostumbra hacerlas trabajar con variación de la densidad de éste entre 1,21 y 1,15, durante el ciclo de descarga. En baterías transportables, para las cuales el peso y volumen es importante que sean pequeños, se limita la cantidad de electrólito y se trabaja con densidades de 1,275 a 1,125. La solución debe hacerse partiendo de ácido concentrado (aceite de vitriolo de densidad 1,84) y *vertiendo el ácido en el agua*, en la proporción que se indica en la tabla siguiente:

PARTES DE AGUA POR UNA PARTE DE ÁCIDO

Densidad	En volumen	En peso
1,200	4,3	2,4
1,210	4,0	2,2
1,240	3,4	1,9
1,280	2,75	1,5

Cuando se mezclan el ácido y el agua se desprende mucho calor, lo que da origen a una intensa producción de vapor si se echa el agua sobre el ácido. Esto debe evitarse, porque puede hacer que el ácido salpique, que se rompa la vasija y que produzca daños a las personas.

La densidad de las soluciones se debe determinar directamente por medio de un densímetro o pesaácidos, que consiste en un tubo con una ampolla que contiene un lastre y que está graduado, que se hace flotar en el líquido. La densidad se obtiene leyendo la escala en el punto en que la superficie del líquido enrasa con el tubo. En las baterías fijas con elementos del tipo abierto se puede dejar el densímetro flotando siempre en uno de los elementos, que por ello se llama *elemento testigo*.

La pequeña cantidad de líquido y la disposición de las baterías de alumbrado y arranque de vehículos, así como de las baterías fijas del tipo cerrado, hacen imposible el empleo del mencionado densímetro. Para determinar la densidad en estos casos se emplea el densímetro de jeringa. La jeringa contiene un densímetro pequeño en su interior, y si se aspira la cantidad suficiente de solución, el pequeño densímetro flota y se puede hacer directamente la lectura.

En la figura 75 se representa la variación de la densidad del electrólito durante la carga y la descarga a intensidad de corriente constante. Esta relación es muy importante, puesto que el peso específico del electrólito es una indicación precisa del grado de carga de la batería.

Variaciones de densidad. Cuando la batería está cargada, el oxígeno (O_2) se combina con la placa positiva para convertirla en peróxido, y los iones del sulfato (SO_4) van a la placa negativa, transformando el plomo en esponjoso. El oxígeno que se combina con la placa positiva procede de la descomposición del agua, mientras que el hidrógeno de la misma se combina con el SO_4 para dar ácido sulfúrico H_2SO_4 (véase la ecuación química, pág. 119). Por esta razón, el electrólito cede agua, se forma ácido sulfúrico, y la solución, durante la carga, se concentra. Por ejemplo, la densidad pasará del valor 1,160, correspondiente a la descarga completa, al valor 1,210 cuando la batería está a plena carga, como indica la figura 75. El punto *a* recibe el nombre de punto de gasificación, porque en este instante todo el hidrógeno, o el oxígeno, o los dos gases, dejan de ser absorbidos en las reacciones químicas y se desprenden rápidamente en forma de burbujas. En este punto, la densidad baja ligeramente debido a la presencia de dichas burbujas en el electrólito. Una vez que la carga ha cesado, la densidad sigue aumentando durante algún tiempo, debido a que el ácido muy concentrado, que quedó en los poros del material activo, se difunde en la solución, y también porque las burbujas de gas se van desprendiendo. La curva correspondiente a la descarga se representa también en la figura 75. La densidad del electrólito continúa disminuyendo hasta después que la batería ha cesado de suministrar corriente. Esto es debido a que el ácido diluído que quedó en los poros del material activo se difunde en la solución. La densidad es tan buen indicador del estado de carga de la batería que las lecturas del densímetro se emplean generalmente para determinar si los acumuladores están próximos a su carga o descarga totales.

Como que el hidrógeno y el oxígeno que escapan de los acumuladores durante los períodos de carga y descarga se deben simplemente a la descomposición del agua, la batería pierde la cantidad equivalente de este líquido. Ordinariamente, por lo tanto, sólo es necesario añadir agua al electrólito. Una pequeña cantidad de ácido se pierde arrastrado por las burbujas de gas que se desprenden, pero esta pérdida se nota difícilmente. Se necesita, pues, añadir más ácido solamente cuando se manifiesta una pérdida efectiva en el electrólito, como sucede en el caso de un vaso que tiene fugas. Por regla general, se emplea agua destilada, para reemplazar la que pierde el electrólito.

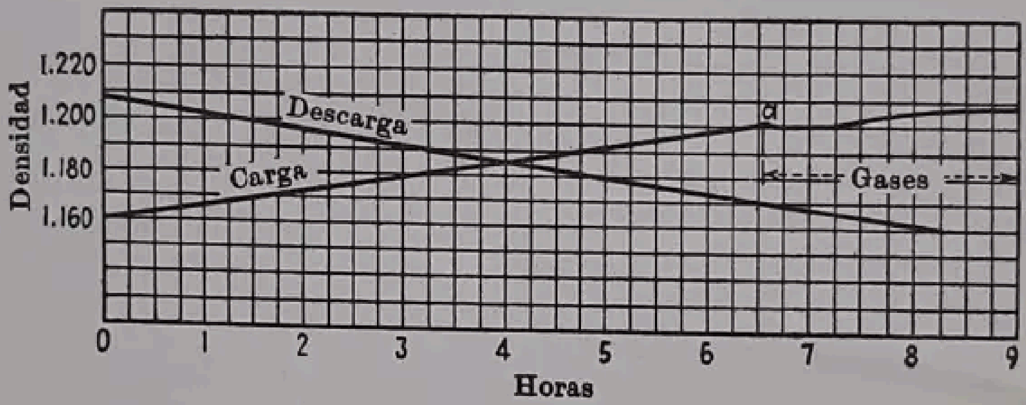


FIG. 75.—Variación de la densidad en una batería fija.

Temperatura. Más adelante se indica la relación entre el punto de congelación del electrólito y su densidad. Debe observarse que el punto de congelación desciende considerablemente al aumentar la densidad, de tal modo que, si la batería está bien cargada, no habrá peligro de que se hiele en las regiones templadas.

Densidad	Punto de congelación en grados	
	Centígrados	Fahrenheit
1,180	−21°	− 6°
1,200	−26°	−16°
1,240	−46°	−51°
1,280	−68°	−90°

La variación de la capacidad con la temperatura es del orden de 0,3 a 0,6 % por grado centígrado, dependiendo su valor de la intensidad de la descarga.

Para temperaturas más altas, la intensidad de difusión del ácido por la masa del material activo aumenta de tal manera que la eficacia de una batería aumenta considerablemente con la temperatura.

92. Instalación y separación del servicio. Las baterías de tipo cerrado se adquieren completas con el electrólito dispuesto en los elementos y prontas para el servicio. Debe dárseles una carga de prueba después del montaje y antes de ponerlas en servicio.

Si la batería no se usa durante largo tiempo, el material activo se transforma más o menos en sulfato de plomo inactivo, que no es conductor y que, por ello, es difícil de reducir eléctricamente. Por lo tanto, si la batería queda fuera de uso debe ser cargada de tiempo en tiempo. Si la batería se va a dejar sin funcionar mucho tiempo y no es fácil cargarla periódicamente, es necesario emplear el siguiente procedimiento para evitar la sulfatación: Poner la batería en plena carga, después extraer el electrólito por medio de un sifón y almacenarlo para emplearlo de nuevo en otra ocasión. Llenar los vasos con agua y dejarlos así durante 12 a 15 horas. Si se extrae luego el agua con el sifón se pueden dejar los acumuladores de este modo indefinidamente, sin que haya peligro de deterioro de las placas. Para ponerlos nuevamente en servicio, se han de reemplazar los separadores si están alabeados o hendidos, se llenan los vasos con el electrólito de 1,210 de densidad y se carga de la misma manera que si se tratara de la primera vez.

93. Baterías portátiles. Las baterías para propulsión de vehículos o para el arranque e iluminación de automóviles, es preciso que suministren una descarga intensa con un mínimo de peso y de tamaño. Para las baterías portátiles y aun para algunas baterías fijas, son importantes los dos últimos factores. Por lo tanto, se han de emplear placas empastadas, tanto para las positivas como para las negativas. Éstas se construyen de un espesor relativamente pequeño y se aíslan entre sí con separadores delgados. Se empaquetan fuertemente dentro de un vaso de ebonita de composición especial o de plástico. El conjunto es en esencia el mismo que en el acumulador blindado que se representa en la figura 73. La tapa se cierra herméticamente con un preparado de asfalto para evitar las salpicaduras del líquido. Hay un orificio en la parte superior del vaso, cerrado con un tapón, que hace posible reponer el agua que falte en el electrólito. Un orificio de ventilación dispuesto en el tapón permite la salida de los gases. La intensidad de descarga de este tipo de acumuladores puede ser elevada cuando, por ejemplo, se utilizan para el arranque. Además, la capacidad en amperios-hora, con relación al peso y volumen del elemento, debe ser elevada. Por esta razón, el volumen del electrólito es reducido y su densidad debe variar entre límites amplios. Cuando la batería está a plena carga, la densidad llega a valer 1,28 y 1,30, y cuando está completamente descargada, baja hasta 1,10.

Los elementos se disponen en conjuntos o en cajas para unidades múltiples, según el tipo de servicio al que han de destinarse, y se conectan por su parte superior mediante tiras de plomo empalmadas a los bornes por fusión del plomo o por medio de tuercas. Las baterías de alumbrado y arranque de automóviles se agrupan corrientemente colocando los elementos en cajas de plástico o composición especial, dando una f.e.m. de

6 voltios aproximadamente. Las cajas para unidades múltiples se adaptan para distintos tipos de servicio, tales como propulsión de vehículos, carretones industriales, locomotoras de minas y alumbrado de ferrocarriles. El número de elementos que contiene cada caja debe ser de unos ocho cuando los acumuladores son pequeños y no menor de dos si son grandes, como en los de alumbrado de ferrocarriles. Las cajas, especialmente para tamaños grandes, se hacen en general de acero, mejor que de madera, lo que permite constituir baterías de gran tamaño.

Las baterías portátiles se adquieren, por lo común, ya montadas, con su carga de electrólito y listas para su empleo en cuanto se reciben. Sin embargo, es recomendable una carga de ensayo.

Como el espacio disponible para el electrólito es muy limitado en las baterías para vehículos y hay un desprendimiento considerable de gases, el nivel del electrólito desciende muy rápidamente, de tal manera que se requieren frecuentes adiciones de agua que, por lo regular, se hacen una vez por semana de servicio activo.

94. Características de los acumuladores. Prácticamente todos los acumuladores tienen un tiempo nominal de duración de descarga de unas 8 horas. Así, si una batería Planté puede suministrar una corriente de 40 amp. continuamente y durante 8 horas, su capacidad nominal será de $40 \cdot 8 = 320$ amp.-hora. La intensidad normal de carga de esta batería sería de 40 amp. Suponiendo que fuese capaz de suministrar 40 amp. durante 8 horas, no podría proporcionar 64 amp. durante 5 horas (320 amp.-hora), sino solamente el 88 % de esta cantidad, o sea 56,3 amp. durante 5 horas. Este valor 56,3 se llama la *capacidad para 5 horas*.

A continuación se incluye una tabla en la que se indica el porcentaje de capacidad para varios tipos horarios de descarga.

	Horas				Minutos	
Duración de la descarga	8	5	3	1	20	6
Porcentaje de la capacidad nominal para 8 horas:						
Tipo Planté	100	88	75	55,8	37	19,5
Tipo placa empastada	100	93	83	63	41	25,5

Esta disminución de la capacidad, cuando se producen descargas rápidas, se debe a la dificultad que tiene la solución libre para penetrar rápidamente en los poros del material activo, lo que hace que no es posible reducir todo el material activo durante cortos períodos de descarga. Si la batería deja de suministrar corriente durante un tiempo corto, será posible recuperar alguna parte de energía y suministrar más corriente, aunque en apariencia la batería estaba agotada. Esto es debido a la penetración final en los poros del material activo de la solución libre.

Las baterías pueden soportar descargas extremadamente intensas durante intervalos reducidos. Por ejemplo, a una batería de arranque, que suministre 10 amp. continuos durante 8 horas, se le puede exigir durante un instante, para el arranque, una intensidad de 450 amp.

95. Carga. Para la carga de la batería se puede observar la regla siguiente: La intensidad de carga en amperios puede siempre igualarse al número de amperios-hora que ha suministrado la batería durante la descarga. Por ejemplo, si una batería ha suministrado 200 amp.-hora, puede utilizarse una corriente de 200 amp. para la carga. A medida que la batería se carga, la capacidad en amperios-hora disminuye y debe reducirse proporcionalmente la intensidad de carga. La intensidad nunca debe ser tal que pueda provocar desprendimientos violentos de gases.

El escape de gases representa una disipación de energía, ya que una parte considerable de la suministrada para la carga se gasta simplemente en descomponer el agua en hidrógeno y oxígeno. Por añadidura, la producción de gases tiende a calentar la batería, se pierde ácido con las salpicaduras que producen las burbujas al romperse, y el material activo se desprende de las placas debido a la acción erosiva de las mismas burbujas.

Cuando una batería está totalmente cargada, cualquier corriente producirá burbujas, pero la intensidad puede reducirse a un valor tal que la formación de gases no sea excesiva y sea prácticamente inofensiva. Este valor se denomina intensidad de *final de carga.*

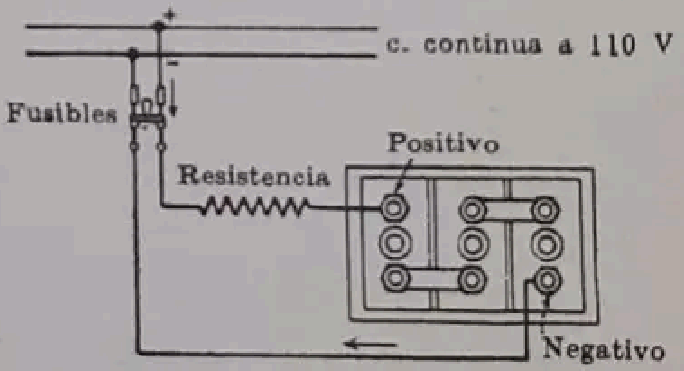


FIG. 76. — Carga de una batería de arranque con corriente de 110 voltios.

Una batería se puede cargar en 5 horas empezando con una intensidad varias veces mayor que la final y reduciéndola paulatinamente a medida que aumenta la carga, hasta alcanzar el valor final mencionado (método del voltaje constante) o bien emplear una corriente constante de intensidad moderada durante un tiempo mucho más largo, de hasta 16 horas (método de corriente constante).

Un ejemplo usual del método de corriente constante es la carga de las baterías de baja tensión utilizando las redes de distribución de 110 voltios. La figura 76 indica cómo se carga una batería para arranque, de 6 voltios. La f.e.m. de la batería es tan pequeña en comparación con la tensión de 110 voltios de la red, que la corriente es absorbida casi enteramente por la resistencia de un grupo de lámparas o por cualquier otra resistencia en serie. Siendo esta resistencia prácticamente constante, la corriente permanece sensiblemente constante, prescindiendo del ligero cambio producido en la f.e.m. de la batería.

Cuando no se dispone de corriente continua, se acostumbra a emplear rectificadores para convertir la corriente alterna en continua para la carga de baterías. Los rectificadores de tipo comercial más corrientes para esta utilización son los de discos secos, como los de óxido de cobre (Rectox), los de selenio y los de cátodo incandescente, como los Tungar y Rectigon (véase vol. II, cap. XV). Estos rectificadores pueden estar adaptados para carga a corriente constante o, modificados, para carga a tensión constante.

Antes de conectar la batería debe confirmarse plenamente si la red suministra *corriente continua*, y es también necesario saber cuál de los conductores es el positivo. Si existe duda en la polaridad y no se dispone de un voltímetro, pueden introducirse los extremos de dos conductores conectados a la línea dentro de un vaso que contenga agua ligeramente acidulada o con sal. Se formarán burbujas en el *negativo*. Cuando se cargue empleando el método de corriente constante, la intensidad de carga deberá reducirse cuando se llegue cerca de la carga completa.

El método de potencial constante es preferible en muchos casos, porque la corriente de carga se reduce automáticamente debido a que se eleva la f.e.m. cuando se alcanza la carga completa y no se requiere ningún cuidado o muy poco. La tensión aplicada debe ser de unos 2,3 voltios por elemento de la batería cuando no se coloca una resistencia en serie en el circuito. La dínamo de polos auxiliares se adapta a este método de carga (véase § 318).

Con 2,3 voltios por elemento y sin resistencia en serie, la corriente al empezar la carga es por lo general excesiva, por lo cual es recomendable intercalar una pequeña resistencia en serie. Si se utiliza esta resistencia es conveniente un voltaje de 2,5 ó 2,6 voltios por elemento, como también deben hacerse otros ajustes durante el período de carga.

Muchas instalaciones, tales como las baterías de mando de interruptores en aceite, que se disponen en las centrales productoras de energía, se hacen funcionar como baterías tampón conectadas continuamente con las barras de salida. Por lo general, estas instalaciones se componen de 60 elementos, y las barras están a una tensión media de 129 voltios, que corresponden a 2,15 voltios por elemento, tensión a la cual se mantienen cargados los acumuladores.

Si se requiere volver a cargar la batería después de una prolongada descarga, o para dar una carga periódica de equilibrio, se eleva un poco la tensión en las barras hasta un límite que viene determinado por el carácter de los receptores conectados.

Cuando no hay medio de elevar la tensión en las barras con el fin que se ha indicado, se utiliza un grupo elevador de tensión para que la corriente de carga alcance el potencial suficientemente alto para que circule por la batería. El grupo está formado en general por una dínamo de baja tensión con excitación en derivación e independiente, accionada por un motor de derivación. La figura 77 representa el esquema de conexiones del grupo elevador. El generador tiene su terminal negativo conectado con la barra positiva y eleva la tensión de las barras desde V_1 hasta V_2 pudiendo corregirse estos valores para que proporcione la corriente de carga que se quiera. Para poner el grupo en marcha se cierra primero el interruptor S_1, con lo que el motor se pone en marcha. Se cierran luego los interruptores S_2 y S_3, y la corriente de excitación de la dínamo se gradúa hasta que su valor V_2 sea igual a la f.e.m. de la batería, lo que se logra por medio de un voltímetro V y sirviéndose del interruptor de dos posiciones S_4 (doble polo-doble salida). Los interruptores S_5, en general de una sola posición, se cierran a continuación, y la excitación de la dínamo se reajusta para obtener la corriente que se desee.

Como ejemplo, consideremos una instalación de 129 voltios con una batería tampón. Como el voltaje medio por elemento es de 2,15 voltios, serán necesarios 60 elementos. Supongamos que la capacidad de la batería es de 320 amp.-hora. La corriente de carga será 320/8 = 40 amp. (a la velocidad normal de carga de 8 horas). La tensión en los elementos debe elevarse para la carga a unos 2,5 voltios. Por lo tanto, la tensión total necesaria será $2{,}5 \cdot 60 = 150$ voltios. De estos 150 voltios, 129 los suministran las barras; el grupo elevador debe aportar los 21 voltios restantes y la potencia necesaria será:

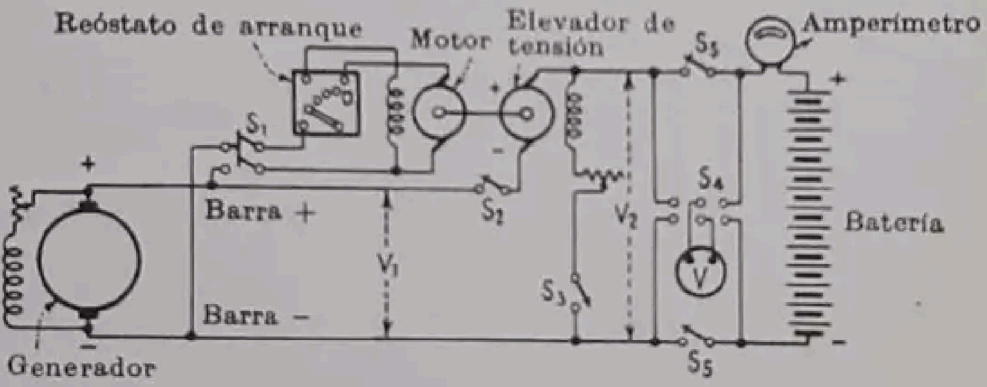


FIG. 77.—Carga de una batería con elevador de tensión.

$$\frac{21 \cdot 40}{1000} = 0{,}84 \text{ Kw}$$

La potencia total utilizada para cargar la batería será

$$\frac{150 \cdot 40}{1000} = 6{,}0 \text{ Kw}$$

(véase también pág. 65).

La tensión en los terminales de un elemento aumenta durante la carga, como puede verse en la figura 78. La tensión entre terminales es de unos 2,18 voltios al comenzar la carga de duración normal de 8 horas, y va aumentando paulatinamente hasta unos 2,4 voltios, y después aumenta más rápidamente hasta 2,6 voltios. Este aumento corresponde al período de desprendimiento de gases e indica también que el elemento está cerca de la carga completa. Es este incremento de la tensión el que produce automáticamente el cese en la acción de la corriente de carga cuando se emplea el método de potencial constante. La tensión no aumenta tan rápidamente cuando la intensidad de carga se reduce hacia el final del período de carga, porque la caída IR es menor en el propio elemento.

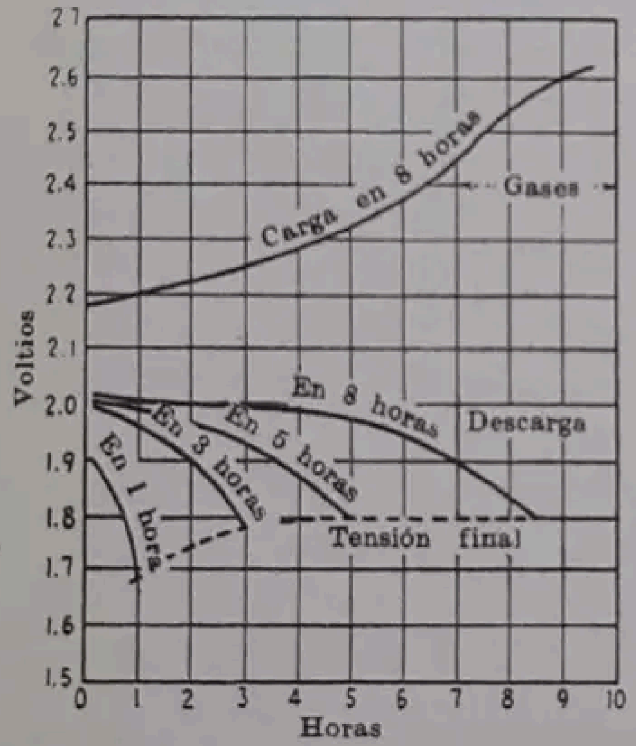


FIG. 78.—Curvas de tensión en carga y en descarga del acumulador de plomo.

En la figura 78, la curva característica de carga corresponde a una temperatura de 21°C. La tensión final se sitúa entre 2,75 y 2,45 voltios para variaciones de temperatura comprendidas entre −1°C y 43°C. Por este motivo, el voltaje final de un elemento no puede tomarse como base para la carga, a menos que se tome en consideración la temperatura del electrólito.[1]

La *caída* de tensión para distintas duraciones de la descarga está representada también en la figura 78. Se puede observar que la tensión de la batería para una descarga de 8 horas de duración es prácticamente constante durante las 5 primeras horas y que, durante las horas que siguen, la variación de voltaje no es importante. Ésta es una marcada ventaja cuando se emplea la batería para la alimentación de lámparas de incandescencia.

ACUMULADORES ALCALINOS EDISON DE NÍQUEL Y HIERRO

Historia. Este tipo de acumulador fué inventado por Edison[2] en 1901 cuando el uso de los vehículos con propulsión eléctrica, como vagonetas, tractores y locomotoras, así como los equipos de alumbrado de coches de pasajeros en los ferrocarriles, impuso la necesidad de un tipo ligero y duradero de batería de acumuladores. El acumulador de Edison es el único del tipo alcalino níquel-hierro comercialmente extendido por los Estados Unidos. El peso reducido y la duración de este acumulador se deben principalmente al empleo del acero en la construcción de las placas y del vaso.

---

[1] Una excelente exposición sobre las baterías de acumuladores de plomo se encuentra en la obra de J. LESTER WOODBRIDGE: *Storage Battery Charging*, Trans. A.I.E.E., vol. 54, pág. 516, 1935.

[2] Thomas A. Edison (1847-1931). Eminente inventor norteamericano. En su juventud vendía periódicos en los trenes, lo que le hizo conocer el telégrafo, del que se servía para enviar por adelantado las noticias más importantes. En una ocasión fué expulsado del tren porque ardió su laboratorio químico improvisado, propagándose el fuego a un coche. Estudió y reprodujo los experimentos de Faraday, se interesó por el telégrafo, e inventó el «contador de votos», y en 1869 la telegrafía duplex. Puso una taller, realizó muchas

96. Construcción de las placas. La placa positiva está constituída por una rejilla de acero niquelado que sostiene tubos del mismo material, en cuyo interior se dispone el material activo positivo. Cuando se introduce en los tubos, el material activo está en forma de hidróxido niqueloso, pero

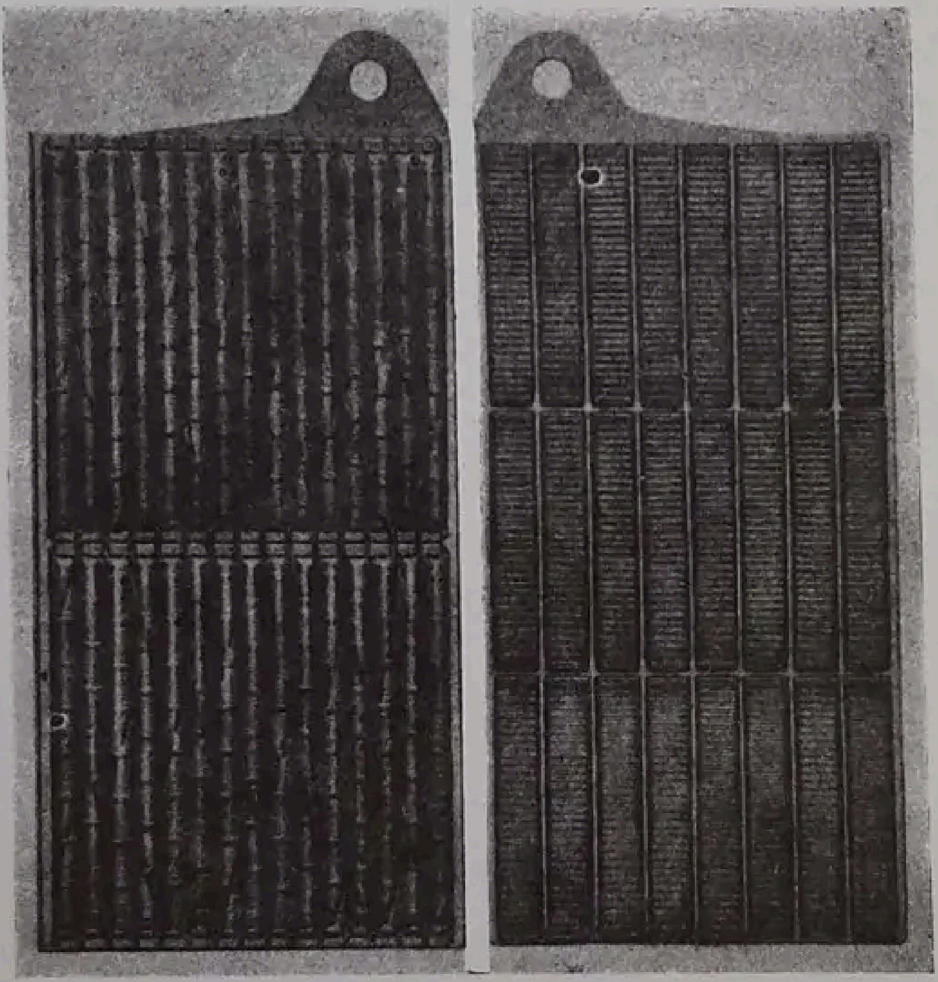


Fig. 79.—Placas positiva y negativa de un acumulador alcalino Edison.

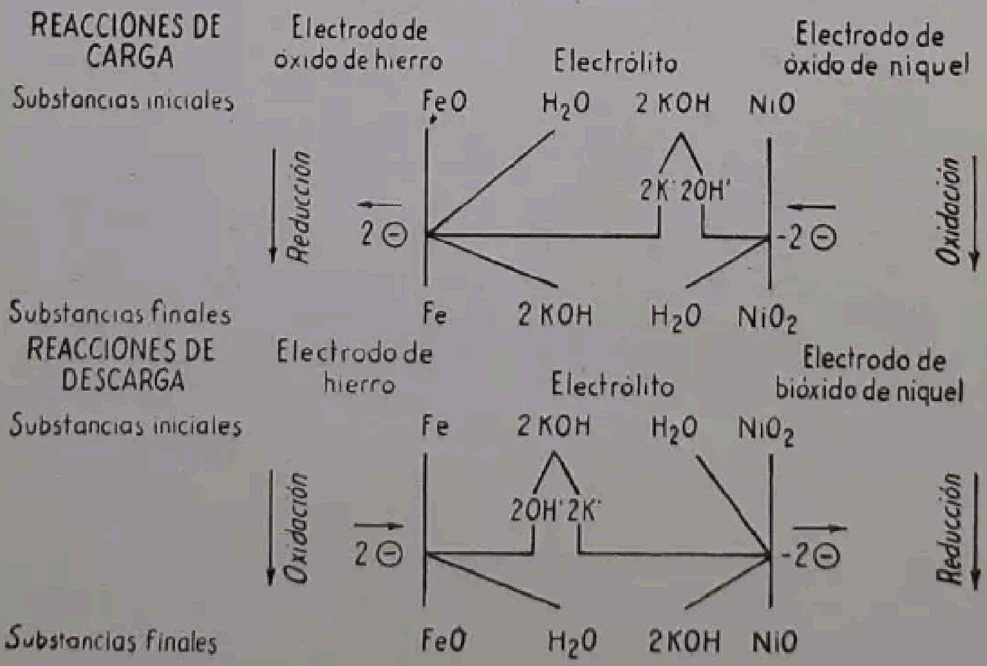
---

mejoras en los instrumentos telegráficos y el registro de cinta, e inventó asimismo el transmisor telefónico de carbón. En 1877 inventó el fonógrafo, y en 1879 la lámpara de incandescencia, que fué su más importante descubrimiento. Mejoró las dínamos e inventó métodos de distribución de la energía eléctrica, incluso el sistema de tres hilos que lleva su nombre. En 1889 inventó el cinetoscopio. También son inventos suyos las pilas primarias y acumuladores que se conocen con su nombre. Fué un trabajador infatigable e ingenioso. Se deben a él más de cien patentes. Sus laboratorios y fábricas estaban situados en Menlo Park, West Orange, N. J.

se transforma en óxido de níquel después del tratamiento de formación de las placas. Con el fin de dar al electrólito libre acceso al material activo, los tubos están perforados. Para mejorar la conductividad eléctrica, el material activo se alterna con capas de limaduras de níquel metálico puro, en el momento de meterlo en el tubo. Los tubos tienen de 0,476 a 0,635 cm de diámetro interior y unos 10 cm de longitud y están reforzados por medio de ocho anillos sin costura, colocados a distancias iguales a lo largo del tubo.

La placa negativa es generalmente de construcción análoga a la positiva, excepción hecha de que la materia activa es óxido de hierro finamente dividido y está contenido en células rectangulares, perforadas, de acero niquelado, en lugar de colocarla en tubos. Las placas positivas y negativas están representadas en la figura 79.

97. Principios electroquímicos. En lugar de emplear un ácido, el acumulador de Edison utiliza un electrólito alcalino, que consiste en una solución al 21 % de potasa cáustica, a la que se añade una pequeña cantidad de hidróxido lítico. El electrólito, en lugar de atacar los tubos de acero, células, rejillas, vaso, etc., en realidad los conserva. Las reacciones químicas que tienen lugar en el interior del acumulador son complejas, pero su naturaleza es la que indican las ecuaciones siguientes:


REACCIONES DE CARGA
Electrodo de óxido de hierro
Electrólito
Electrodo de óxido de niquel
Substancias iniciales
FeO
H2O
2 KOH
NiO
Reducción
2K˙ 2OH'
2⊖
-2⊖
Oxidación
Substancias finales
Fe
2 KOH
H2O
NiO2
REACCIONES DE DESCARGA
Electrodo de hierro
Electrólito
Electrodo de bióxido de niquel
Substancias iniciales
Fe
2 KOH
H2O
NiO2
Oxidación
2OH' 2K˙
2⊖
-2⊖
Reducción
Substancias finales
FeO
H2O
2KOH
NiO

En ningún caso, el electrólito desintegra o disuelve las materias activas, y, teniendo en cuenta que sólo una cantidad relativamente pequeña de la potasa cáustica y el hidróxido lítico es absorbida por el electrodo de bióxido de níquel, la composición del electrólito no varía de un modo apreciable de uno a otro extremo del ciclo de carga y descarga. La conductibilidad y el peso específico del electrólito son, por lo tanto, prácticamente constantes.

Estos procesos se expresan también en el diagrama de reacciones. Durante la carga, el material activo de la placa negativa, óxido ferroso (FeO), se reduce a hierro (Fe). El material activo de la placa positiva, óxido de níquel (NiO), se oxida formándose el bióxido (NiO_2). Durante la descarga se desarrolla el proceso inverso, oxidándose la placa negativa, que se transforma en óxido ferroso, y reduciéndose la placa positiva, que pasa a óxido de níquel. Debe observarse que durante todo el ciclo de carga y descarga, la solución que tiene por composición $2KOH + H_2O$ permanece invariable, tanto químicamente como en concentración. Por este motivo, a menos que haya evaporación, la densidad del electrólito no cambia con la carga y la descarga, como sucede en los acumuladores de plomo y ácido.

98. Montaje. Pasando una varilla de acero de conexión por los orificios que hay en la parte alta de las placas, se unen eléctricamente el grupo de las positivas y el de las negativas. Por medio de arandelas de acero colocadas entre las placas adyacentes y atravesadas por la varilla de conexión, se asegura la separación adecuada entre ellas. Una arandela de cierre y su tuerca atornillada en cada uno de los extremos de la varilla de conexión sujeta firmemente en su posición las placas de un grupo. El grupo positivo y el negativo se intercalan para formar los elementos completos, manteniéndose la distancia entre la placa positiva y la negativa adyacentes por medio de rejillas o varillas verticales de ebonita.

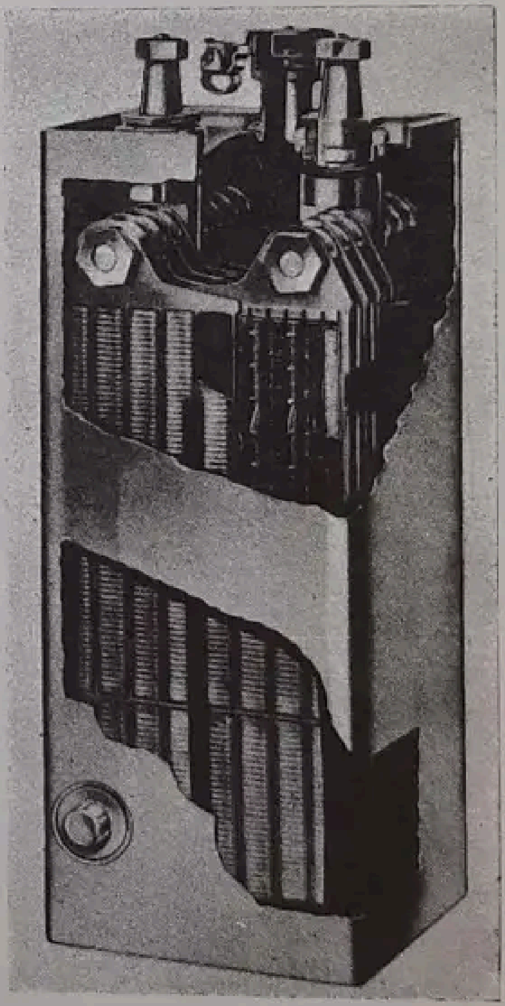


Fig. 80. — Vista interior de un acumulador Edison, en la que se ve el acoplamiento de las placas.

Los elementos acoplados se colocan en un vaso o recipiente de chapa ondulada de acero niquelado y después se suelda la tapa de acero en su posición conveniente, como se indica en la figura 80. Los terminales quedan aislados de la tapa por una serie de arandelas de ebonita y de caucho, que al mismo tiempo procuran un cierre estanco para gases y líquidos. En la tapa se dispone un tubo saliente, para llenar, que lleva un tapón roscado. El tapón se mantiene abierto o cerrado por medio de un cierre con resorte de acero. Del tapón está suspendida una válvula de ebonita, que cierra por su peso propio cuando el tapón está cerrado, con lo que impide la entrada de aire exterior y reduce la evaporación, pero deja salir los gases del interior.

Los extremos de las piezas polares están fileteados. Inmediatamente debajo tienen una parte de menor espesor para fijar las arandelas de los terminales de los conductores de conexión entre elementos de un grupo y entre los grupos. Las arandelas de conexión son de acero forjado y se introducen en la parte más estrecha de las piezas polares y están unidas a conductores gruesos de cobre. Todas las arandelas, conductores y tuercas están niquelados. Los elementos están montados dentro de bastidores metálicos para formar baterías como la representada en la figura 81.

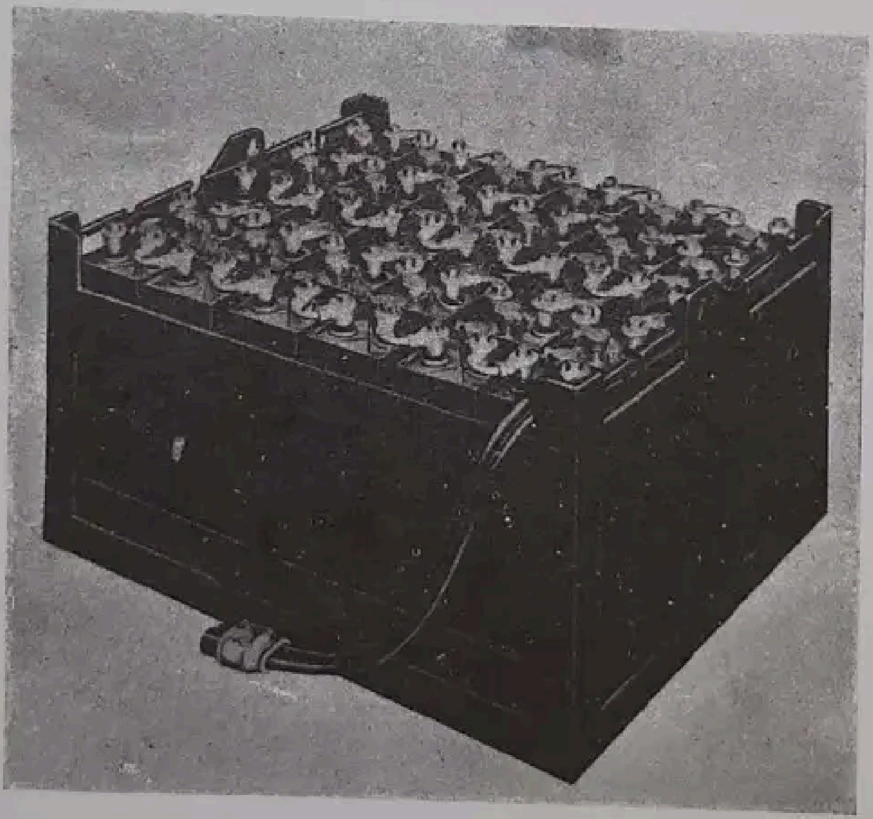


Fig. 81.—Conjunto de una batería de 30 acumuladores Edison, en una caja metálica, para camiones.

99. Características de carga y descarga. La capacidad nominal de un elemento Edison se refiere a una descarga normal durante 5 horas hasta que la tensión se reduce a 1 voltio por elemento para los tipos *A*, *B*, *C*, *D*, *F* y *N*. En la figura 82 se incluyen las curvas características de carga y descarga, para el acumulador Edison tipo *A*. Debe observarse que la tensión media para estos tiempos de descarga es de 1,2 voltios por elemento, poco más o menos. Para períodos de descarga distintos del normal, la tensión variará desplazándose hacia arriba o hacia abajo de la curva media, como indica la figura 83. Estas características de descarga se basan en considerar una carga normal de 7 horas para los elementos de los tipos *A*, *B*, *C*, *D*, *F* y *N*. La densidad del electrólito varía muy ligeramente entre la carga y la descarga, de modo que no puede emplearse para darse cuenta del estado de carga. El término de la carga completa está indicado porque el voltaje deja de subir durante un período de $^1/_2$ hora durante la carga con corriente constante. El estado de la carga puede deducirse aproximadamente en cualquier momento por medio de un contador de amperios-hora o por medio de un aparato aplicado al elemento piloto, que indica la tensión correspondiente a un ritmo de descarga dado.

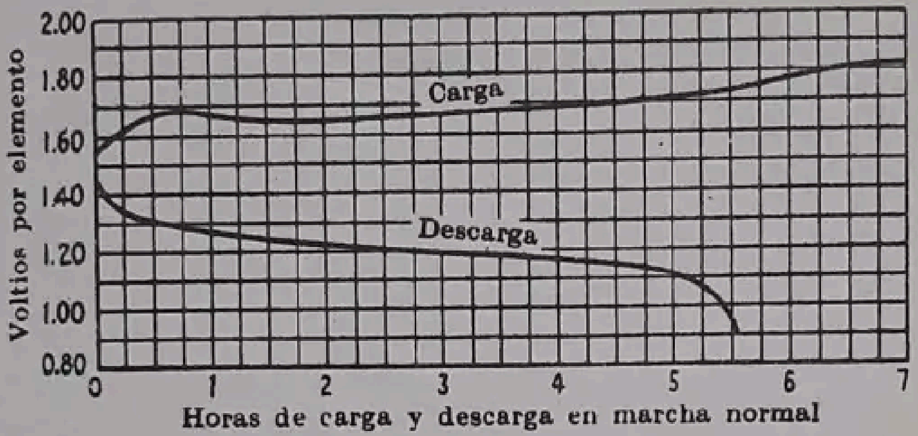


FIG. 82. — Variación de la tensión durante la carga y la descarga de un acumulador Edison.

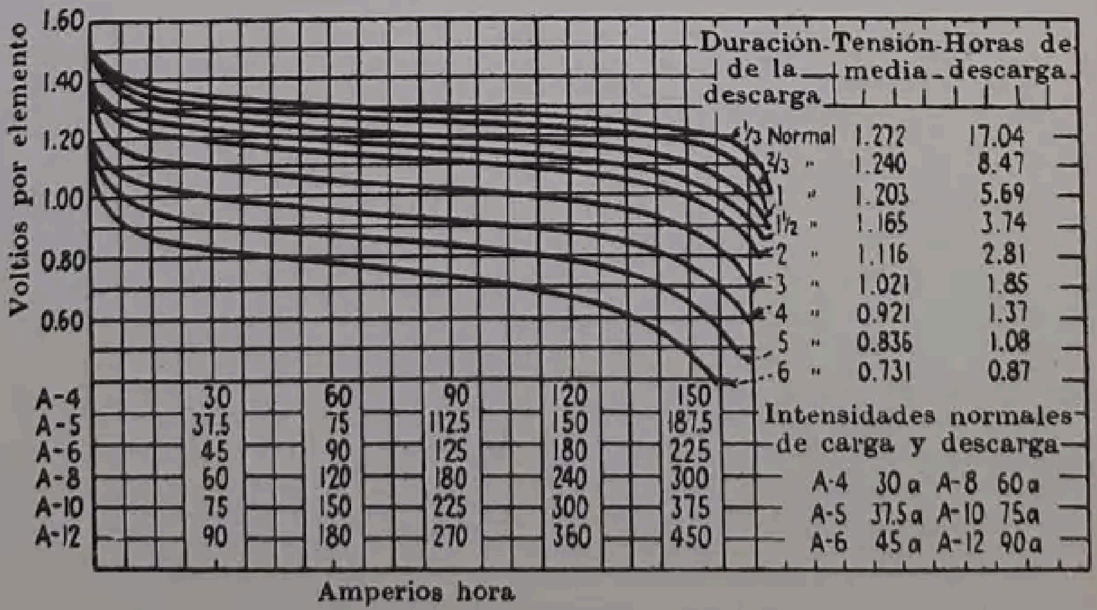


FIG. 83. — Características de la descarga de un acumulador Edison tipo *A* para duraciones distintas de la normal.

100. Electrólito. Como en los otros tipos de acumuladores, el nivel de la solución desciende gradualmente durante el servicio, debido a la descomposición electrolítica del agua en hidrógeno y oxígeno, producida al cargar la batería. Las burbujas de gas arrastran, al desprenderse, pequeñas partículas de solución, la mayoría de las cuales son detenidas por la válvula especial del tapón del orificio para llenar el elemento y vuelven nuevamente al fondo. Una ligera cantidad, no obstante, se escapa y como sólo se emplea agua destilada para compensar las pérdidas, la concentración de la solución se reduce paulatinamente. Después de largo tiempo, que dependerá del uso que se haga del elemento, la densidad de la solución llega a 1,160 a 15ºC (60ºF), en cuyo caso debe reemplazarse por electrólito nuevo de densidad conveniente. La densidad normal del electrólito en elementos nuevos varía entre 1,195 y 1,215 con el nivel de la solución a la altura adecuada por encima de las placas y habiendo efectuado la corrección de temperatura.

101. Ventajas. El acumulador alcalino de níquel-hierro ofrece grandes ventajas, que hacen que sea el preferido en los diversos servicios a los cuales se lo destina. Estas ventajas se deben a la naturaleza de los materiales empleados, al método de construcción, y al principio electroquímico en que se funda. El empleo del acero en gran escala permite mucha precisión en la fabricación y hace que el acumulador pueda resistir las vibraciones y choques que accidentalmente se presentan en servicio normal. Además, el empleo de tubos, células y rejillas de acero hace posible construir las placas con la seguridad de que retendrán los materiales activos y de que se eliminará toda posibilidad de alabeamiento.

Aparte de su construcción robusta, el acumulador Edison tiene otras ventajas, que son su peso ligero por vatio-hora de capacidad y su resistencia contra las variaciones bruscas de corriente. Puede soportar sobrecargas, descargas excesivas, cortos circuitos accidentales, cargas en sentido contrario o el quedar fuera de servicio y descargado durante un tiempo indefinido, sin deteriorarse. Está libre de los efectos corrosivos de los vapores ácidos y no está expuesto a los males usuales de los acumuladores de plomo, como la sulfatación, sedimentación o corrosión de los terminales. Su acoplamiento y sus conexiones son simples, no requieren el recambio de separadores, de tiempo en tiempo, y no los perjudican las heladas. Su funcionamiento merece confianza durante un largo plazo de tiempo.

102. Aplicaciones. Los acumuladores Edison se utilizan muy especialmente en las baterías de los vehículos de servicio urbano, vagonetas para la industria, tractores y locomotoras para minas y fábricas, movidos por acumuladores; para la iluminación y el acondicionamiento de aire de los coches de pasajeros de los ferrocarriles; para el mando de vehículos de tracción de varias unidades; para todos los tipos de señalización ferroviaria tales como los circuitos de vía, iluminación de señales, señales de los cruces, enclavamientos; para fuerza motriz e iluminación en los buques, lámparas de seguridad eléctricas para mineros, iluminación de socorro, centrales eléctricas aisladas de la red; para relojes, señales de alarma de incendio, y otros servicios. Los distintos tipos que se fabrican actualmente no se adaptan a las características del sistema de arranque a baja tensión de los automóviles y no se pueden adquirir para este uso. A continuación se reúnen en una tabla los datos relativos a los acumuladores Edison de distintos tipos.

103. Datos relativos a los acumuladores Edison.

Tipo del acumulador	Características normales [1]			Peso Kg por elemento de tipo normal [2]
	Capacidad Amp.-hora	Amp.	Wh	
D. 4	300	60	360	15,1
D. 5	375	75	450	18,1
D. 6	450	90	540	20,7
D. 7	525	105	630	24,2
D. 8	600	120	720	27,3
D. 10	750	150	900	35,1
D. 12	900	180	1 080	41,5
N. 1	$5\,^{5}/_{8}$	$1\,^{1}/_{8}$	$6\,^{3}/_{4}$	0,74
N. 2	$11\,^{1}/_{4}$	$2\,^{1}/_{4}$	$13\,^{1}/_{2}$	0,88
F. 2. *B.*	10	2	12	0,59

---

[1] Las características se establecen partiendo de 5 horas de descarga para los tipos *A*, *B*, *C*, *D* y *N* con 1,2 voltios por elemento, como término medio, y 1 voltio de tensión final por elemento.

[2] Los pesos se refieren a elementos totalmente equipados, incluyendo caja, conexiones, etcétera.

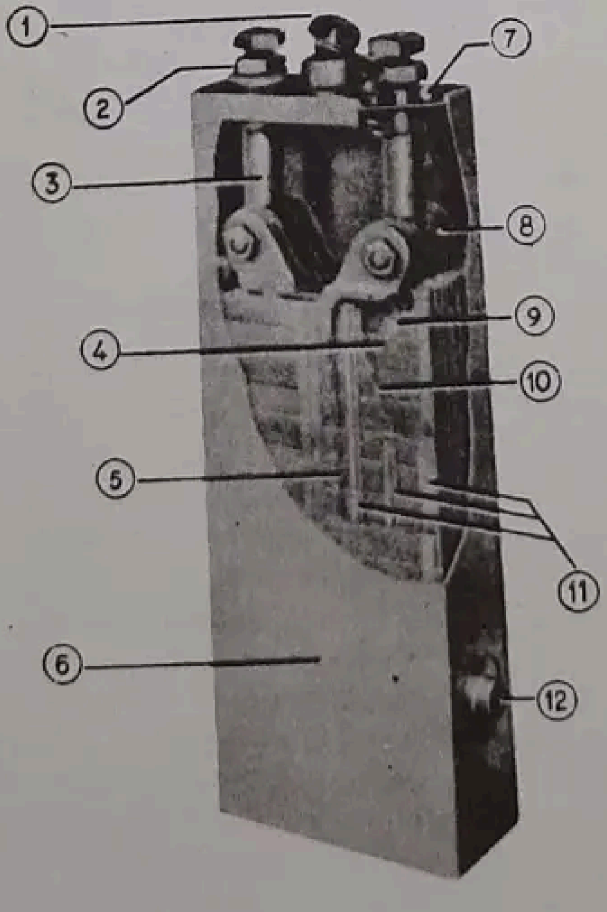
ACUMULADORES ALCALINOS DE NÍQUEL-CADMIO

Historia. Jungner y Berg iniciaron conjuntamente en Suecia, el año 1893, sus trabajos encaminados a la producción de baterías de acumuladores con electrólito alcalino, y en 1903 Berg estableció una patente que cubre los tipos modernos de celdillas. Las investigaciones de estos inventores coincidieron con el momento en que Edison también las efectuaba, y ambos tipos de acumuladores se desarrollaron casi simultáneamente. En los dos se emplea la potasa cáustica (KOH) como electrólito. Primeramente, los investigadores suecos emplearon hidróxido niqueloso (verde) para el electrodo positivo, como Edison, pero con adición de grafito para hacerlo conductor. Últimamente utilizaron el hidróxido niquélico (negro) para el electrodo positivo, manteniendo el grafito como conductor. Este compuesto no se hincha como el hidróxido niqueloso y puede disponerse en celdillas estrechas. En 1905 se adoptó el empleo, para formar el electrodo negativo, del óxido de cadmio en estado de fina división, con la adición de una pequeña cantidad de óxido férrico, que actúa como dispersante.

Si bien este tipo de acumulador se emplea corrientemente en Europa, no se ha introducido ampliamente en los Estados Unidos hasta estos últimos años.

104. Construcción mecánica. Tanto las placas positivas como las negativas están constituídas por estrechas celdillas de acero y con pequeños agujeros, en los que queda seguramente retenido el material activo (figura 84). La materia activa de las placas positivas es hidróxido niquélico y grafito tratado especialmente, y las placas negativas una mezcla de óxidos de cadmio y de hierro. Los separadores son cintas delgadas de poliestireno, que permiten colocar las placas muy próximas. Este hecho combinado con la alta conductibilidad de los materiales activos hace que la resistencia del elemento sea muy baja. Cada grupo completo de placas está constituído por unas cuantas placas positivas y negativas alternadas, ensambladas con pasadores y conectadas a los bornes terminales, comunes para todas las placas de la misma polaridad. El conjunto completo se dispone en un vaso estanco de acero, utilizándose poliestireno para el aislamiento. Los elementos se reunen en cajas de madera para constituir baterías para servicios específicos.

105. Electrólito. El electrólito es potasa cáustica (KOH). Cuando las baterías salen de las fábricas totalmente cargadas, están llenas de electrólito cuya densidad es de 1,210 a 22°C (72°F). Al cargar el elemento,



1. Ventilación.
2. Bornes.
3. Barra conexión.
4. Celdillas con perforaciones finas.
5. Materia positiva activa.
6. Vaso.
7. Anillo de presión.
8. Cuello de las placas.
9. Armazón de las placas.
10. Materia activa negativa.
11. Separadores de poliestireno.
12. Tope de suspensión.

FIG. 84.—Construcción de un acumulador alcalino de níquel-cadmio.

la materia activa del electrodo positivo se oxida, y la del negativo se reduce. Durante la descarga, se produce la reacción opuesta. El electrólito actúa, virtualmente, sólo como un conductor eléctrico y no toma parte en ninguna reacción química permanente con la materia activa de las placas. De aquí que su densidad permanezca constante durante la carga y la descarga. Durante la carga no se producen gases en el acumulador hasta que la tensión por elemento llega a 1,47 ó 1,48 voltios. Los gases están formados por oxígeno e hidrógeno y su presencia representa una ligera pérdida de agua, a pesar de que la válvula de ventilación (fig. 84) evita el que escape gran parte de aquéllos. El nivel del electrólito debe ser siempre el necesario para que cubra las placas.

106. Carga y descarga. La carga puede realizarse tanto por el sistema de intensidad de corriente constante como por el de tensión constante, si bien es más recomendable el primero. Normalmente debe cargarse la batería en 7 horas, si bien puede hacerse más rápidamente. La tensión se mantiene constante y aproximadamente entre 1,4 y 1,5 voltios (fig. 85) hasta las proximidades del final de la carga, y entonces asciende rápidamente hasta unos 1,8 voltios. La batería debe cargarse de modo continuo. En la descarga, la tensión es constante y aproximadamente igual a 1,2 voltios y desciende después al valor final de 1 a 1,1 voltios, según el régimen de descarga (fig. 85).

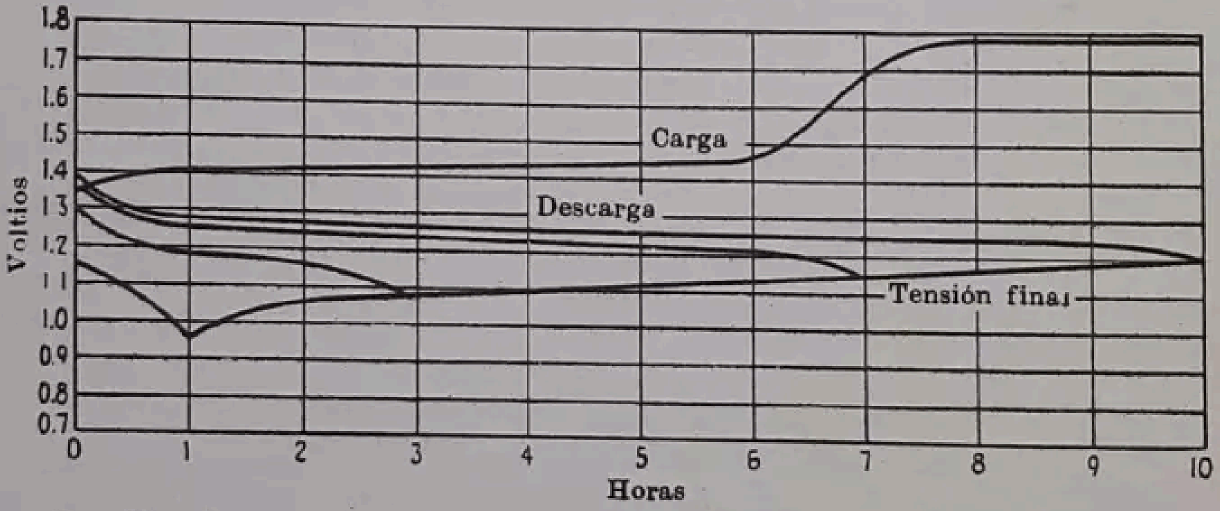


FIG. 85.—Curvas características de carga y descarga de un acumulador alcalino de níquel-cadmio.

107. Aplicaciones y ventajas. Las baterías de níquel cadmio (nicad) se utilizan en muchos servicios, como los de autobuses, radio, iluminación de yates y casas de campo, alumbrado de vehículos ferroviarios, acondicionamiento de aire, señales ferroviarias, lámparas de mano, linternas y para el arranque de motores de combustión. Un tipo especial de las baterías nicad, la «alcad», está proyectado para un régimen severo de descarga, lo que hace que se adapte especialmente para el arranque de los motores Diesel.

Las baterías nicad y alcad tienen la ventaja de su robustez mecánica, no las perjudican las sobrecargas ni los largos períodos de inactividad, la materia activa no se desprende en escamas, trabajan con buenas características en amplias zonas de temperatura, no desprenden gases en la descarga y no existe corrosión, su resistencia interna es baja y la tensión es aproximadamente constante para valores de los amperios-hora de descarga muy diferentes.

108. Rendimiento de las baterías de acumuladores. El rendimiento de una batería es la relación entre la energía suministrada y la energía consumida en vatios-hora.

Ejemplo. Un elemento a plena carga se descarga a una intensidad uniforme de 38 amp. en 6 horas y con una tensión media de 1,95 voltios. El elemento se carga nuevamente a una intensidad de 40 amp. durante 6 horas y a una tensión media de 2,3 voltios. En estas condiciones, el elemento queda de nuevo en el estado inicial de carga. ¿Cuál es su rendimiento?

$$\text{Vatios-hora suministrados} = 38 \cdot 1{,}95 \cdot 6 = 445$$
$$\text{Vatios-hora consumidos} = 40 \cdot 2{,}30 \cdot 6 = 552$$
$$\text{Rendimiento } 445 : 552 = 0{,}807 \text{ u } 80{,}7\ \%$$

Se habla con frecuencia del rendimiento en amperios-hora de una batería de acumuladores. Como los amperios-hora no son unidad de energía, el rendimiento en amperios-hora no es una medida de la capacidad de la batería para acumular energía. En el ejemplo, el rendimiento en amperios-hora se halla como sigue:

$$\text{Amperios-hora suministrados} = 38 \cdot 6 = 228$$
$$\text{Amperios-hora consumidos} = 40 \cdot 6 = 240$$
$$\text{Rendimiento en amperios-hora} = 228 : 240 = 95\ \%$$

El menor rendimiento en vatios-hora es debido a la diferencia entre las tensiones en carga y en descarga, como se indica en los gráficos de las figuras 78, 82 y 85.

El rendimiento de una batería de acumuladores varía con la intensidad de la carga y descarga y con la temperatura. Como a elevada intensidad de carga y descarga corresponde una pérdida por I^2R relativamente alta, así como por polarización, el rendimiento tiene que ser más bajo en estas condiciones. Además, un elemento se puede cargar en 8 horas y descargar en 3 horas con un rendimiento aparente de 60 %, lo que no representa su verdadero rendimiento, ya que el elemento no se habrá descargado completamente, aunque lo parezca. Como habrá sido imposible que el ácido fresco del acumulador impregne la materia activa, mucha parte de ésta no habrá sido reducida, y después de algún tiempo se encontrará que el elemento ha recuperado una parte considerable de energía que podrá restituir.

El rendimiento en amperios-hora de una batería de acumuladores es del orden del 95 %. Para un ciclo completo, el rendimiento de una batería fija de mediano tamaño es, aproximadamente, del 75 % para un período de carga y descarga de 8 horas. El rendimiento en vatios-hora para una gran batería fija es alrededor del 85 % en iguales condiciones. Cuando una batería trabaja como tampón y el ciclo de carga y descarga se produce en minutos y aun en segundos, el rendimiento en vatios-hora puede elevarse a 95 ó 96 %.

Al elegir una batería, el rendimiento es solamente uno de los factores que se han de tener en cuenta. El coste inicial y el de conservación tienen una influencia muy sensible sobre el coste total y por esta razón han de tenerse muy en cuenta. También otros factores como el peso, la solidez, la regularidad de tensión y la capacidad para sobrecargas deben considerarse para cada instalación en particular.

Los usos de las baterías de acumuladores en la producción y en la distribución de energía se detallan en el capítulo XV.

109. Electrólisis. El agua pura es muy mala conductora de la electricidad. En realidad puede considerarse prácticamente como aislante. Si, no obstante, se le añade una pequeña cantidad de ácido, álcali, o sal, la solución se transforma en buena conductora. Además, si una corriente eléctrica pasa a través de dicha solución, disocia las moléculas de la substancia disuelta, o las de la misma agua, en cuerpos simples que aparecen en el ánodo y en el cátodo. El fenómeno de disociación producida por la corriente eléctrica, en las indicadas condiciones, recibe el nombre de *electrólisis.* La solución que se vuelve conductora en tales condiciones se designa con el nombre de *electrólito.*

Si hacemos pasar una corriente por el agua ligeramente acidulada, empleando para los electrodos un material inerte como el platino, se desprenderá hidrógeno en el cátodo y oxígeno en el ánodo, y el volumen de hidrógeno liberado será doble que el volumen de oxígeno. Por esto se dice que la molécula de agua, H_2O, se ha disociado en sus dos constituyentes elementales.

La teoría de la electrólisis se funda en la disociación electrolítica. En la solución, las moléculas de los ácidos, álcalis y sales se disocian en iones positivos y negativos. Así el ácido clorhídrico (HCl) se disocia en un ion positivo (+) H, y un ion negativo (−) Cl. De la misma manera, la molécula de sulfato cúprico ($CuSO_4$) se disocia en +Cu y en $-SO_4$, que son respectivamente sus iones positivo y negativo. De acuerdo con la teoría electrónica, el ion negativo tiene exceso de electrones y el ion positivo está en déficit de electrones. Cuando no se aplica ninguna diferencia de potencial entre los electrodos, los iones están moviéndose en la solución. Pero cuando se aplica una diferencia de potencial a los electrodos introducidos en la solución, los iones positivos se dirigen al electrodo negativo o cátodo y por este motivo se llaman *cationes.* Los iones negativos se van al ánodo o electrodo positivo y por ello reciben el nombre de *aniones.*

Los iones positivos ceden su carga al cátodo y los negativos la ceden al ánodo, y así se produce la corriente. Por esta razón, la conducción de la corriente a través de un electrólito se produce por efecto de convección, en el que las cargas las transportan los iones a los electrodos. Así, la conducción electrolítica difiere de la conducción metálica ordinaria en que hay en ella un transporte de materia y está acompañada de una transformación química.

En la figura 86 están indicados los efectos que se producen cuando se introducen dos placas de cobre en una solución de sulfato de cobre y se hace pasar una corriente eléctrica de una a otra. Los iones positivos de cobre (Cu) se dirigen al cátodo y depositan cobre metálico. Los iones negativos del sulfato (SO_4) se dirigen al ánodo y se combinan con el ion hidrógeno del agua para formar el ácido sulfúrico y dejar en libertad una molécula de oxígeno en el ánodo. La reacción es la que sigue:

$$SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O$$

Esta reacción tiene lugar en la fabricación electrolítica del cobre refinado. El lingote de cobre que se ha de refinar se emplea como ánodo y como cátodo una placa delgada de cobre. El cobre se disuelve en el ánodo y se deposita puro en el cátodo. Las impurezas se depositan como *barro anódico* en el fondo del vaso. Sin embargo, se pueden recuperar metales de gran valor, como la plata y el oro, contenidos en dicho barro.

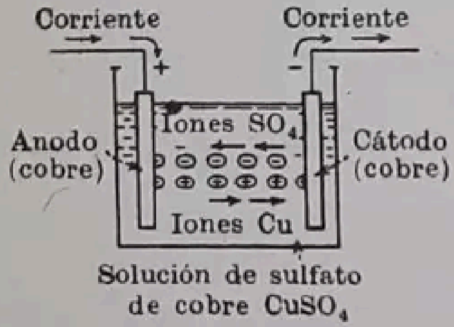


FIG. 86.—Electrólisis del cobre en una solución de sulfato de cobre.

La electrólisis no se limita a las substancias en disolución en el agua, sino que también se produce con sales fundidas. Por ejemplo, por electrólisis del cloruro de sodio fundido (NaCl) se deposita el metal sodio (Na) en el cátodo y el gas cloro (Cl) en el ánodo. El aluminio se extrae por electrólisis del óxido de aluminio o alúmina anhidra (Al_2O_3) fundida a la temperatura de 900° a 1000°C.

110. Leyes de la electrólisis de Faraday. Como resultado de sus experimentos, Faraday descubrió las dos leyes fundamentales de la electrólisis. La primera ley establece que: *el peso del electrólito descompuesto es proporcional a la cantidad de electricidad que ha pasado a través del mismo.* Es decir, el peso

$$p = \varepsilon q = \varepsilon i t \tag{80}$$

donde ε es una constante llamada *equivalente electroquímico* de la substancia; q la cantidad de electricidad en culombios, i la intensidad de la corriente en amperios, y t el tiempo en segundos.

La segunda ley establece que: *para una cantidad dada de electricidad, el peso de los productos de la electrólisis es proporcional a los respectivos equivalentes electroquímicos.* Por ejemplo, el peso atómico del hidrógeno es 1,008 y 1 culombio liberará 0,0104 miligramos. El valor 0,0104 es el equivalente electroquímico del hidrógeno. A continuación se dan los valores de los equivalentes electroquímicos de algunos de los elementos simples.

EQUIVALENTES ELECTROQUÍMICOS EN MILIGRAMOS POR CULOMBIO

Aluminio	0,09316	Níquel	0,3041
Cloro	0,3674	Oro	^{1}2,0436
Cobalto	0,3054		^{3}0,6812
Cobre	^{1}0,6588	Oxígeno	0,08291
	^{2}0,3294	Plata	1,118
Cromo	^{3}0,1797	Plomo	1,0737
	^{6}0,0898	Potasio	0,40516
Estaño	0,3075	Sodio	0,2382
		Volframio	0,3180

Los números volados indican las valencias.

Ejemplo. Una corriente de 25 amp. circula durante 8 horas por un baño electrolítico que contiene una solución de sulfato de cobre y dos electrodos de cobre dispuestos, poco más o menos, como en la figura 86. Determinar los kilogramos de cobre depositados sobre el cátodo. En el sulfato, la valencia del cobre es 2. Ocho horas equivalen a $8 \cdot 3600 = 28\,800$ segundos. Por tanto, empleando la expresión (80) y el equivalente electroquímico del cobre que da la tabla, tendremos el peso de cobre

$$p = 0{,}3294 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 28\,800 = 0{,}237 \text{ Kg.}$$

111. Recubrimiento electrolítico.[1] El recubrimiento electrolítico es una simple aplicación de los principios de la electrólisis indicados en los §§ 109 y 110, que permite recubrir los metales con una capa delgada de otro metal. Como lo que se busca al recubrir un metal es protegerlo con una capa de cobre, níquel, cromo o plata, el recubrimiento electrolítico es una industria importante.

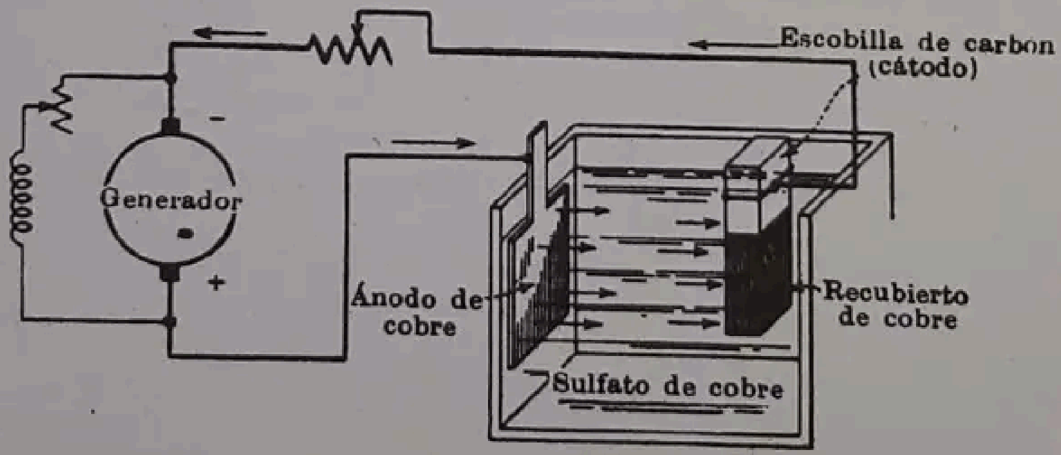


FIG. 87.—Baño de cobrear.

Para mejor comprensión supongamos que se desea cobrear una escobilla de carbón. Las superficies de la escobilla que han de cobrearse se sumergen en una solución de sulfato de cobre, como se indica en la figura 87. Se introduce en el baño una lámina de cobre que se conecta con el polo positivo de una dínamo o de otro generador de corriente continua. La escobilla se conecta con el negativo del mismo generador. De esta manera, la corriente irá del cobre a la escobilla depositando cobre sobre ésta. El cobre que pierde la solución se reemplaza con el que pierde la lámina que hace de ánodo, con lo que la concentración de la solución se mantiene constante. La intensidad de la corriente debe corresponder a una densidad de unos 0,0031 amperios por centímetro cuadrado de superficie que se va a recubrir.

---

[1] Para más detalles, véase *Standard Handbook for Electrical Engineers*, 8.ª edición, sección 20, §§ 49 a 80.

No es necesario que el ánodo sea del metal que ha de ser depositado sobre el cátodo. Pueden utilizarse otros metales. En este caso, no obstante, la solución se contaminará con el otro metal que constituye el ánodo. Si se emplea para formar el ánodo una substancia inerte, como el carbón, se forma ácido en la solución. Si el ánodo es de la misma materia que se ha de depositar en el cátodo, la *única f.e.m. en oposición* que opone el baño es la caída de tensión IR en la solución. Ésta se puede reducir aproximando los electrodos; pero si llegan a estar muy próximos, la capa de metal depositada dejará de ser uniforme. En cambio, si el ánodo está constituído por distinta materia de la que ha de depositarse en el cátodo, como por ejemplo platino cuando el electrólito es sulfato cúprico, se necesitará, además de la tensión necesaria para vencer la caída de tensión IR en el electrólito, otra adicional para compensar la tensión de descomposición del baño. La cantidad de metal depositada por segundo es proporcional a la intensidad de la corriente. Debido a la naturaleza de los baños electrolíticos, la tensión se ha de mantener siempre baja. Cuando es posible, se conectan varios baños en serie. Generalmente se utiliza un generador de baja tensión y gran intensidad, para estos trabajos. En la práctica hay que tener en cuenta muchos detalles.

Se agrega ácido a la solución para impedir que se depositen las impurezas. La solución de cianuro de cobre da mejores resultados que la de sulfato. El níquel, el estaño, el cinc, la plata, el oro, etc., pueden depositarse empleando los electrólitos y electrodos adecuados.

Una pila de gravedad es un ejemplo de recubrimiento electrolítico en el que la corriente se genera en la misma pila. La corriente parte del cinc en dirección al cobre en el interior de la solución, con lo que el cinc se transporta, dentro de la solución, en forma de sulfato, y el cobre se deposita por descomposición del sulfato sobre el electrodo positivo.

Los electrotipos son otra aplicación del recubrimiento electrolítico o galvanoplastia. Se imprimen sobre cera los tipos u objeto que se quiere reproducir. La superficie de la cera se hace conductora aplicándole una fina capa de grafito. Se aplica luego por electrólisis una capa de cobre sobre la superficie mencionada. Se refuerza luego con metal de hacer tipos de imprenta, para que tenga la resistencia mecánica necesaria.

CAPÍTULO V

INSTRUMENTOS Y MEDIDAS ELÉCTRICOS [1]

112. Fundamento de los instrumentos de corriente continua. La mayoría de los instrumentos de corriente continua se fundan en el hecho de que una bobina sobre la que actúa un campo magnético tiende a girar cuando circula por ella una corriente. Esta tendencia a girar es el fundamento de los motores eléctricos y se estudia con más detalle en el capítulo XIII. Puede resumirse como sigue:

Es una ley fundamental que un conductor por el que pasa una corriente y está situado en un campo magnético tiende a moverse según la normal al plano formado por las direcciones de la corriente y del campo magnético (véase § 322). Por ejemplo, en la figura 88, se representa la vista desde arriba de una bobina C, colocada en el campo magnético creado entre dos polos, N y S. La dirección de la corriente en los conductores a, en el lado izquierdo, es hacia fuera, y en los conductores b, a mano derecha, es hacia dentro. Como consecuencia, en los conductores a se generará una fuerza f_1 que tenderá a moverlos hacia arriba; mientras que en los conductores b se generará una fuerza f_2, igual a la anterior, pero que tenderá a moverlos hacia abajo, produciéndose así un par que tiende a hacer girar la bobina en el sentido de las agujas de un reloj.

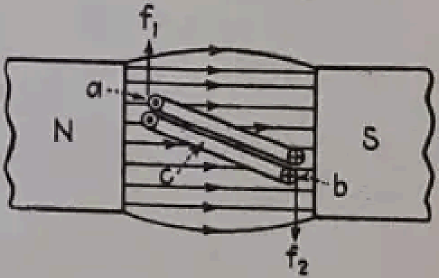


FIG. 88.—Par de rotación en un solenoide por el que pasa una corriente.

Este momento de rotación puede explicarse también como resultado de las acciones atractivas y repulsivas entre polos magnéticos (caps. VI y VII). La corriente que circula por la bobina crea un campo magnético en el interior de la misma, cuyos polos N y S están en sus caras opuestas (figura 89).

Si la bobina está sometida a la acción de un campo magnético, tenderá a girar en la dirección para la cual los amperios-vuelta de la bobina aumenten la intensidad del campo magnético de modo que el valor del flujo magnético total del sistema sea máximo (véase § 160).

---

[1] Con frecuencia digo que cuando puede medirse aquello de que se trata y puede expresarse en números, es que se sabe algo de ello; pero cuando no se puede medir, cuando no se puede expresar en números, nuestro conocimiento es mezquino y no puede satisfacernos; podrá ser el principio del conocimiento, pero hemos avanzado muy poco para considerar que estamos en la fase científica, cualquiera que sea el asunto de que se trate. Lord Kelvin, 1883.

El polo *N* de la bobina será atraído hacia el polo *S* del campo magnético exterior, mientras que el polo *S* será atraído por el polo *N* del mismo campo.

Esta tendencia de la bobina a orientarse como se ha indicado está representada en la figura 90 (*a*), en la que la bobina tiende a girar en la dirección que señalan las flechas dispuestas en *n* y *s*. Si la bobina está montada sobre un pivote de manera que pueda girar libremente llegará a tomar la posición que indica la figura 90 (*b*). En este caso, la bobina se habrá puesto, ella misma, en una posición tal que el flujo que genera tenga la misma dirección que el flujo principal del campo en el que se halla. Así, la cara de la bobina que actúa como polo *n* la atrae el polo *S* del imán y queda colocada ante él. De igual manera, la cara *s* de la bobina es atraída hacia el polo *N* del imán y se sitúa ante él.

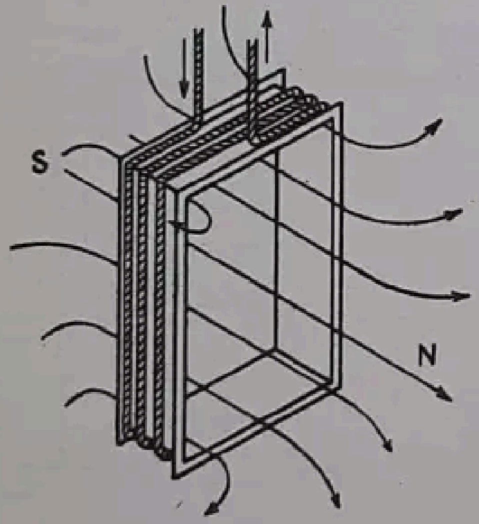
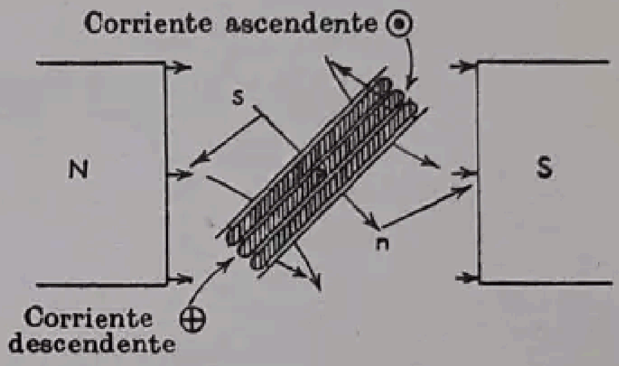
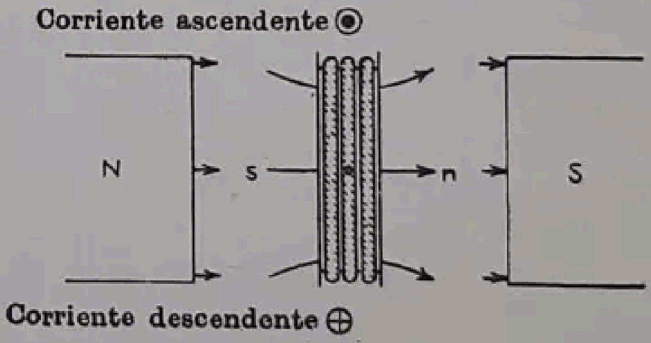


Fig. 89.—Campo magnético producido por el solenoide de un instrumento.



(a) Bobina iniciando su rotación en un campo magnético



(b) Posición final de la bobina

Fig. 90.—Momento de rotación de la bobina de un instrumento.

Esta manera de comportarse las bobinas por las que circula una corriente eléctrica y sobre las que actúa un campo magnético, debe comprenderse bien, porque es el principio fundamental de la mayor parte de los aparatos de medida de corrientes y es al mismo tiempo el principio fundamental de los motores eléctricos.

113. El galvanómetro de D'Arsonval.[1] Un galvanómetro es un instrumento sensible, empleado para detectar y medir corrientes eléctricas pequeñas. El galvanómetro de D'Arsonval, que se funda en el principio de la acción de un campo magnético sobre una bobina giratoria, es el tipo más corriente de galvanómetro. Por su simplicidad ha suplantado prácticamente todos los demás tipos. Además es relativamente más robusto y no le afectan de modo sensible los campos magnéticos parásitos. En la figura 91 se representa esquemáticamente su forma de construcción. Una bobina de hilo muy delgado está suspendida entre los polos de un imán permanente por medio de un hilo, que en general es una cinta de bronce fosforoso. La bobina puede arrollarse con carrete o sin él. El carrete es generalmente de fibra o de aluminio. La ventaja del carrete de aluminio se explicará más tarde. Las piezas polares del imán son, en general, de forma cilíndrica y entre ellas se suspende un núcleo cilíndrico de hierro dulce cuyo eje coincide con el de las caras cilíndricas de las piezas polares (fig. 92). La forma cilíndrica de las caras polares y del núcleo presenta ventajas por dos razones. El entrehierro se reduce de tal manera que el flujo que llega a la bobina aumenta, con lo que el galvanómetro es más sensible; el flujo entre las dos

---

[1] La palabra galvanómetro se deriva del prefijo *galvano*, tomado del apellido de Luigi Galvani, uno de los descubridores de la corriente eléctrica, y de *meter*, que indica medida.

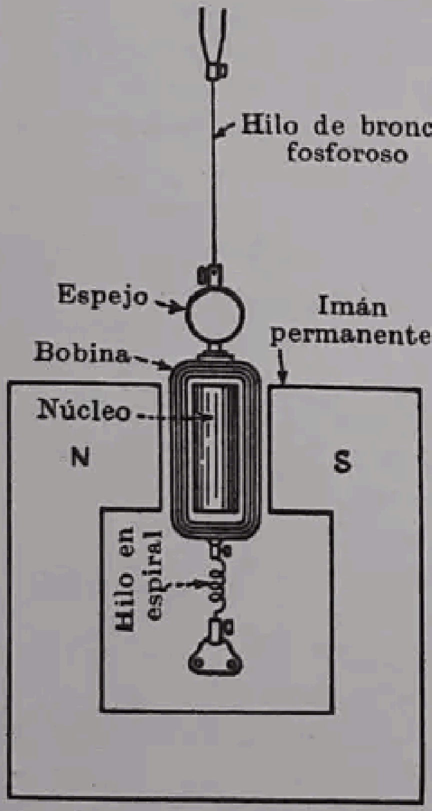


FIG. 91.—Principio del galvanómetro de D'Arsonval.

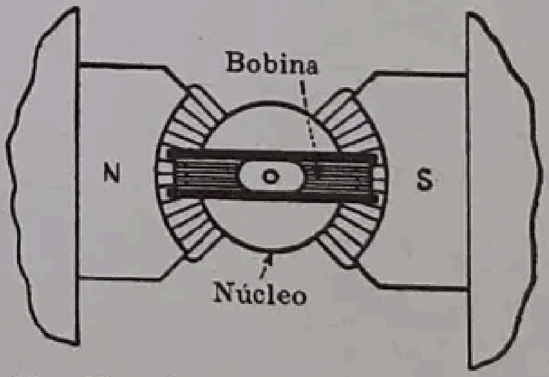


FIG. 92.—Campo radial producido por un núcleo cilíndrico entre dos masas polares.

Luigi Galvani, fisiólogo italiano, nacido en Bolonia el 9 de septiembre de 1737, fué nombrado profesor de anatomía de la Universidad de aquella ciudad, en 1762. Adquirió nombradía como experto en anatomía comparada, debido a sus estudios sobre los órganos de audición de los pájaros. Partiendo de sus experimentos sobre los efectos de la electricidad sobre los músculos de las ranas (véase nota al pie de la pág. 105) enunció una teoría sobre la electricidad animal y publicó un tratado en 1791. El adjetivo *galvánico*, cuando se aplica a la electricidad indica que debe considerarse la electricidad en movimiento, o sea la electricidad *dinámica*, y se deriva del nombre de este investigador. Asimismo, se emplea con frecuencia *galvanismo* para designar la electricidad dinámica. Galvani murió en Bolonia el 4 de diciembre de 1798.

caras polares y el núcleo es prácticamente radial. Dentro de este campo radial, los movimientos de la bobina son directamente proporcionales a la corriente que circula por ella, obteniéndose así una escala uniforme.

En la figura 91 se representa el solenoide suspendido por el hilo de bronce fosforoso. Cualquier rotación de la bobina produce una torsión del hilo que se opone al momento de rotación de la bobina y que se llama *fuerza de restitución.* Cuando el momento de esta fuerza y el momento de rotación debido a la corriente se equilibran, el galvanómetro se estabiliza en una posición. En la práctica puede considerarse que la desviación del galvanómetro es proporcional a la intensidad de la corriente. El hilo de bronce fosforoso se utiliza ordinariamente como uno de los terminales conductor del circuito de la bobina. El otro terminal es un hilo en hélice, muy flexible, fijado a la parte inferior de la bobina, como se ve en la figura 91.

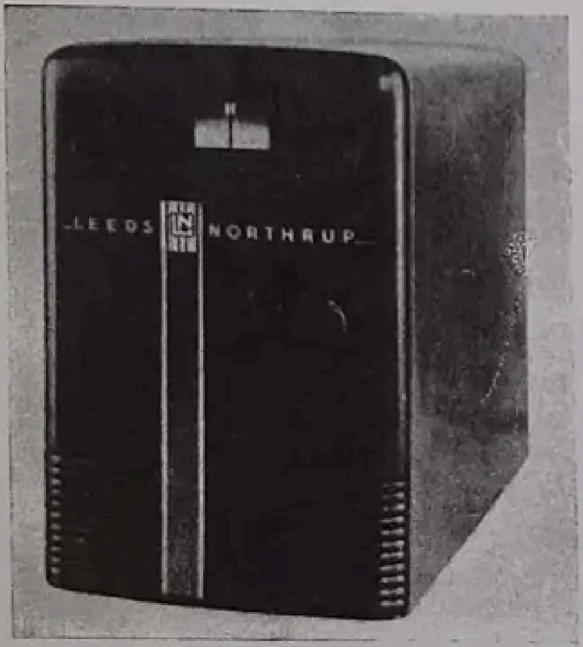


Fig. 93. – Galvanómetro tipo E de gran sensibilidad, de corto período.

Existen dos sistemas corrientes de leer la desviación del galvanómetro. Un espejo plano está solidariamente unido a la bobina, y a 50 cm aproximadamente del mismo hay una escala provista de un anteojo. La imagen de la escala, reflejada por el espejo, se puede leer con el anteojo. Cuando el espejo gira, cambia el punto de la escala que, por reflexión, observa el anteojo. El valor de esta desviación se aprecia por medio de un hilo de retícula en el anteojo.

Otro medio consiste en emplear un espejo cóncavo unido a la parte giratoria del galvanómetro. Disponiendo un filamento de lámpara a cierta distancia del espejo, su imagen se proyecta sobre un cristal unido a una escala graduada en centímetros. Cuando el espejo se desvía, el rayo de luz se traslada a lo largo de la escala. Este principio se ha adoptado en el galvanómetro tipo E de la Leeds and Northrup, en el que se agrupan de manera compacta el galvanómetro, la lámpara, la escala y el dispositivo óptico (fig. 93). Con objeto de que puedan determinarse fácilmente las desviaciones del sistema móvil, el dispositivo óptico proyecta dos manchas luminosas en la escala: una de brillo desusado para lecturas de gran sensibilidad, y otra de brillo normal para lecturas de poca sensibilidad. Cuando se produce desviación tan acusada que la mancha luminosa de gran sensibilidad sale fuera de la escala, la de poca sensibilidad, que solamente recorre la décima parte de la distancia que se mueve la otra, pone de manifiesto a qué lado, con respecto al cero central de la escala, se ha producido el movimiento.

Amortiguamiento. Si la bobina de un galvanómetro, suspendida libremente, empieza a oscilar, continuará haciéndolo a menos que haya algo que la detenga, que amortigue su movimiento. El amortiguador electrodinámico es el más simple y el más eficaz de los que se aplican a los galvanómetros del tipo del de D'Arsonval. Si la bobina está arrollada sobre un carrete de aluminio, el movimiento del carrete dentro del campo magnético inducirá una corriente en él, y ésta circulará en una dirección tal que creará un campo electromagnético, del mismo modo que en los generadores eléctricos. Este campo se opone al movimiento de la bobina. El mismo resultado se puede obtener añadiendo anillos de cobre en corto circuito a la bobina principal, shuntando el galvanómetro exteriormente con una resistencia (véase Shunt Ayrton, pág. 155) o bien poniéndolo en corto circuito. Sin embargo, si se dispone un amortiguamiento excesivo, el movimiento de la bobina se hace tan lento que tardará mucho en alcanzar su desviación de equilibrio, a veces tanto como si la bobina se moviera libremente. El amortiguamiento aumenta cuando la resistencia del circuito de la bobina disminuye; el valor de la resistencia exterior para el cual la desviación de equilibrio se alcanza lo más rápidamente posible se llama *resistencia crítica exterior*, y el amortiguamiento correspondiente, *amortiguamiento crítico*.

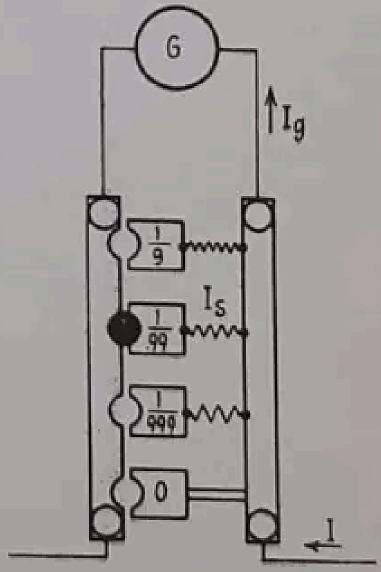


Fig. 94.—Shunt para galvanómetro.

114. Galvanómetros shuntados. Cuando los galvanómetros se emplean para el análisis de corrientes de poca intensidad, como en los métodos que se fundan en la compensación de la corriente (véase puente de Wheatstone, pág. 178), las condiciones pueden ser tales que circule por el galvanómetro una corriente relativamente grande. Ésta da lugar a una fuerte desviación de la bobina y puede averiar el instrumento. En otras mediciones, la corriente que se desea medir con el galvanómetro puede ser tan grande que la desviación sea mayor que lo que permite la longitud de la escala.

En ambos casos se puede reducir la sensibilidad del galvanómetro por medio de un shunt, es decir, una resistencia que derive cierta proporción conocida de la corriente que pasaría por el galvanómetro. Hay dos tipos corrientes de shunt. Uno de ellos se representa en la figura 94 y consiste en tres o cuatro resistencias separadas, de las que solamente una puede acoplarse en paralelo con el galvanómetro por medio de una clavija. Estas resistencias tienen valores tales que para un determinado valor de la corriente que quiere medirse, las intensidades que pasan por el galvanómetro, cuando se intercalan dos resistencias consecutivas, están en la relación de 1 a 10.

Por ejemplo, si el galvanómetro ha de medir un décimo de la corriente exterior, puede ponerse la resistencia superior de las cuatro, figura 94, ya que su valor es tal que deriva los 9/10 del valor de aquélla.

Los valores de estas resistencias se determinan como sigue:

Sean

R_g = resistencia del galvanómetro
I_g = intensidad de corriente que pasa por el galvanómetro
I = intensidad de corriente en el circuito
I_s = intensidad de corriente en el shunt
R_s = resistencia en el shunt

Para reducir la corriente del galvanómetro a un décimo del valor que tendría si toda la intensidad de corriente I pasara por él, habrá que hacer que I_g sea igual a un décimo de I. Es decir

$$\frac{I_g}{I} = \frac{1}{10} \tag{I}$$

La intensidad de la corriente en el shunt será

$$I_s = I - I_g \tag{II}$$

Pero la intensidad de la corriente en el shunt y la que circula por el galvanómetro son inversamente proporcionales a sus resistencias respectivas. Por lo tanto

$$\frac{R_g}{R_s} = \frac{I_s}{I_g} = \frac{I - I_g}{I_g} \tag{III}$$

Si

$$I_g = \frac{I}{10} \qquad \text{(fórm. I)}$$

$$\frac{R_g}{R_s} = \frac{I - I/10}{I/10} = 9$$

$$R_s = \frac{1}{9} R_g \text{ ohmios} \tag{81}$$

Para una reducción de 100 a 1

$$\frac{R_g}{R_s} = \frac{I - \dfrac{I}{100}}{\dfrac{I}{100}} = 99$$

de donde

$$R_s = \frac{1}{99} R_g \tag{82}$$

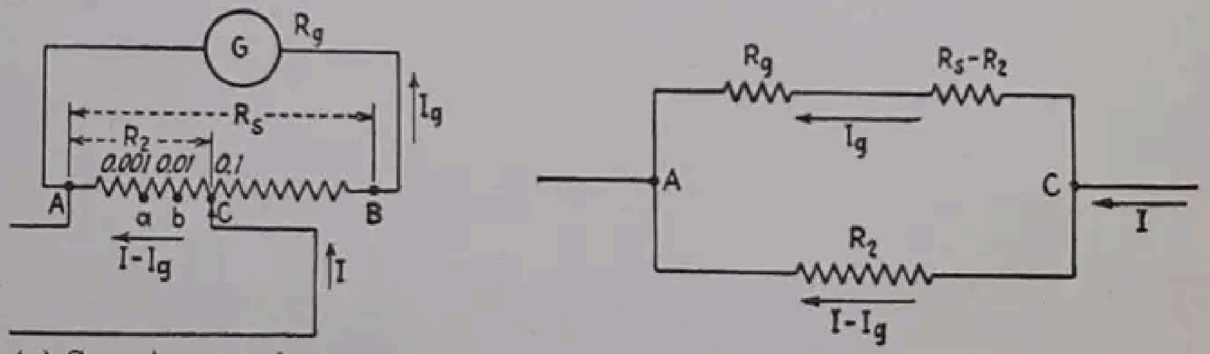
Ejemplo. La resistencia de un galvanómetro es 600 ohmios. Determinar la resistencia que debe emplearse para shuntarlo de manera que sus desviaciones puedan reducirse en la relación de 10 a 1 y de 100 a 1.

$$R_1 = \frac{600}{9} = 66{,}7 \text{ ohmios}$$

$$R_2 = \frac{600}{99} = 6{,}06 \text{ ohmios}$$

Sin embargo, con frecuencia no puede alcanzarse adecuadamente una gran reducción de la intensidad de la corriente que pasa por el galvanómetro; por otra parte, si la resistencia del shunt es demasiado pequeña, el galvanómetro puede sobrecargarse. Estas dificultades se evitan con el shunt de Ayrton.

Shunt de Ayrton. Este dispositivo se representa en la figura 95 (*a*). Una resistencia fija *AB* se conecta a los terminales del galvanómetro. Uno de los cables terminales *A* está conectado permanentemente a uno de los extremos de la resistencia, mientras que el otro terminal de la línea, *C*, es móvil y puede conectarse a varios puntos a lo largo de *AB*. Para una determinada intensidad de corriente en la línea, la máxima desviación se obtiene cuando *C* está en *B*. Si el punto *C* se mueve hasta *a*, siendo la resistencia *Aa* igual a 1/1 000 de la total *AB*, la desviación del galvanómetro será de 1/1 000 de su valor máximo. Si *C* se pone en *b*, por ser *Ab* igual a 1/100 de la resistencia *AB*, la desviación del galvanómetro será 1/100 de su valor máximo, etcétera. Esto puede demostrarse como sigue:



(a) Conexiones reales

(b) Circuito equivalente

FIG. 95.—Shunt de Ayrton.

Sea I la intensidad de la corriente en la línea, I_g la intensidad de la corriente que pasa por el galvanómetro, R_g la resistencia del galvanómetro, R_s la resistencia total del shunt, y R_2 la resistencia entre el punto *A* y el contacto móvil *C*.

El circuito paralelo equivalente al de la figura 95 (*a*) es el indicado en la figura 95 (*b*). La intensidad I de la corriente en la línea se distribuye, en el punto de contacto *C*, en valores inversamente proporcionales a las resistencias de las dos derivaciones paralelas, luego

$$\frac{I_g}{I - I_g} = \frac{R_2}{R_g + R_s - R_2}$$

Despejando el valor de la intensidad de la corriente en el galvanómetro.

$$I_g = I \frac{R_2}{R_g + R_s} \tag{I}$$

o sea

$$I_g = I \cdot \frac{R_2}{R_g + R_s} \cdot \frac{R_s}{R_s} = I \frac{R_s}{R_g + R_s} \cdot \frac{R_2}{R_s}$$

Como para cada combinación particular de galvanómetro y shunt los valores de R_s y R_g permanecen constantes, la expresión anterior puede escribirse

$$I_g = IK \frac{R_2}{R_s} \tag{II}$$

La expresión (II) indica que la intensidad de la corriente en el galvanómetro (y, por lo tanto, la desviación de su bobina) es proporcional a la resistencia intercalada en el shunt, para un valor dado de la intensidad de la corriente exterior.

La igualdad (II) puede escribirse también

$$I = I_g K' \frac{R_s}{R_2}$$

haciendo $K' = 1 : K = (R_g + R_s) : R_s$; y asimismo

$$I = I_g K' M \tag{83}$$

en que $M = R_s : R_2$ es el *poder multiplicador* del shunt, igual a 1000, 100, 10 ó 1, según la posición del contacto móvil C.

Los galvanómetros no acostumbran a utilizarse para la medición directa de intensidades de corriente; con más frecuencia se emplean para comparar dos o más corrientes. Como la desviación de la bobina del galvanómetro es proporcional a la intensidad de la corriente que pasa por él, la (83) puede escribirse

$$I = K'' D M \tag{84}$$

fórmula en que D es la desviación del galvanómetro.

Comparando los valores que da la (84) para dos intensidades I_1 e I_2 de la corriente exterior

$$I_1 = K'' D_1 M_1 \qquad \text{y} \qquad I_2 = K'' D_2 M_2 \tag{III}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{D_1 M_1}{D_2 M_2} \tag{85}$$

Puede observarse que la fórmula (85) es independiente de la resistencia del galvanómetro, figurando en ella únicamente las desviaciones del galvanómetro y la fracción de resistencia que se ha tomado en el shunt de Ayrton, puesto que el valor K'', en el que interviene la resistencia del galvanómetro, no aparece en (85). Este resultado comprueba la posible aplicación general del shunt de Ayrton, ya que la relación entre las intensidades de corriente no depende de la resistencia del galvanómetro. De aquí que este shunt pueda utilizarse con *cualquier* galvanómetro, bien entendido, desde luego, que las dos medidas se tomen con el mismo galvanómetro y que se emplee con él el mismo shunt.

Si no se emplea shunt, la totalidad de la corriente exterior pasará por el galvanómetro. Si el contacto C se mueve hacia B, la intensidad de la corriente que pasa por el galvanómetro se reduce con respecto al valor que tendría si no hubiese shunt. El shunt produce, por lo tanto, una disminución de la sensibilidad del galvanómetro. La sensibilidad del galvanómetro puede definirse por la relación entre los valores de la intensidad de la corriente que pasa por él cuando el contacto móvil del shunt se fija en el punto B y cuando no se emplea shunt.

Cuando C se sitúa en B, $R_2 = R_s$ y, según (I)

$$I_g = I \frac{R_s}{R_g + R_s}$$

La sensibilidad vale, por lo tanto,

$$\frac{I \dfrac{R_s}{R_g + R_s}}{I} = \frac{R_s}{R_g + R_s} \qquad (86)$$

El shunt da los mejores resultados prácticos cuando la resistencia total del mismo es aproximadamente igual a 10 veces la del galvanómetro.

Las ventajas del shunt de Ayrton son las siguientes: (1) entre los límites requeridos para la sensibilidad y el amortiguamiento, este shunt con relaciones fijas de reducción de la corriente es aplicable a cualquier galvanómetro, sin tener que considerar la resistencia propia del mismo; (2) el galvanómetro lleva siempre una resistencia fija en paralelo, lo que hace que el amortiguamiento sea de valor constante en las medidas balísticas a circuito abierto.

Ejemplo. La resistencia de un galvanómetro es de 800 ohmios y se le adapta un shunt Ayrton de 10000 ohmios, con divisiones decimales desde 0,0001 hasta 1. La sensibilidad del aparato es tal que una corriente de intensidad de $8 \cdot 10^{-8}$ amperios, al pasar por el galvanómetro produce la desviación máxima que tolera la escala de 50 cm. Determinar: *a*) la sensibilidad del galvanómetro cuando se emplea con el shunt indicado; *b*) intensidad de la corriente exterior cuando el contacto del shunt está en la división 0,01 y la desviación del galvanómetro sobre la escala es de 20 cm; *c*) intensidad de la corriente exterior cuando el contacto del shunt está en la división 0,001 y la desviación del galvanómetro es de 40 cm.

a) Según la fórmula (86), la sensibilidad es

$$\frac{R_s}{R_g + R_s} = \frac{10\,000}{800 + 10\,000} = 0{,}926$$

b) Si I_{g1} es la intensidad de corriente que corresponde a una desviación de 50 cm, la que corresponde a una de 20 cm será

$$I_{g2} = I_{g1}(20 : 50) = 8 \cdot 10^{-8}(20 : 50) = 3{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ amperios}$$

Según (I) la intensidad exterior vale

$$I = I_{g2}\,\frac{R_g + R_s}{R_2} = 3{,}2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{10\,800}{0{,}01 \cdot 10\,000} = 3{,}456 \cdot 10^{-6} \text{ amperios}$$

c) Aplicando la (85)

$$\frac{I_1}{I} = \frac{D_1 M_1}{DM}$$

$$I_1 = I\,\frac{40 \cdot 1\,000}{20 \cdot 100} = 3{,}456 \cdot 10^{-6}\,\frac{40}{2} = 6{,}912 \cdot 10^{-5} \text{ amperios}$$

115. Aparatos tipo Weston. En general, la medida de intensidades de corriente y de tensiones exige aparatos robustos y transportables que, al mismo tiempo, sean de gran precisión. El galvanómetro de suspensión es obvio que no se adapta a estas condiciones. Para la medida directa de intensidades y tensiones, son de uso universal los aparatos de tipo Weston, que se fundan en el mismo principio que el galvanómetro de D'Arsonval, pero están construídos de manera que sean portátiles y están provistos de una aguja y de una escala para indicar las desviaciones de la bobina móvil. El mismo aparato puede servir de amperímetro o de voltímetro. Para emplearlo como amperímetro, excepto para corrientes extremadamente débiles, está provisto de un shunt a través del cual pasa la mayor parte de la corriente; para utilizarlo como voltímetro se conecta una resistencia en serie con la bobina móvil, de tal manera que el instrumento se puede empalmar directamente entre los dos conductores de la línea sin que circule por él una corriente excesiva.

Las partes esenciales de estos aparatos están representadas en la figura 96. Como en el galvanómetro de D'Arsonval, se necesita un imán permanente que tiene la forma de una herradura. Dos piezas polares de hierro dulce se ajustan a los polos magnéticos y se dispone un núcleo cilíndrico entre dichas piezas por medio de una cinta de latón. Esto da una separación o entrehierro uniforme y un campo magnético radial. El espesor del entrehierro es mucho menor que el que existe normalmente en el galvanómetro de D'Arsonval. La bobina móvil está constituída por un hilo de cobre muy fino, cubierto con hilo de seda y arrollado sobre un carrete de aluminio. El carrete de aluminio, además de servir de soporte mecánico de la bobina, proporciona al aparato un amortiguamiento importante. También se produce algún amortiguamiento por las corrientes inducidas en la propia bobina de aluminio, cerrándose el circuito fuera de la bobina.

En lugar de suspender el carrete por medio de un hilo, se apoya, mediante dos pivotes de acero templado, sobre dos piedras preciosas en forma de copa, que generalmente son zafiros. Este sistema de apoyo del carrete casi no opone ningún rozamiento y permite el transporte del instrumento, mientras que el galvanómetro de D'Arsonval no se puede trasladar. La corriente entra y sale de la bobina por dos conductores planos en espiral, colocados el uno en la parte superior y el otro en la inferior de la bobina. Estos resortes sirven, además, de freno y se oponen a que la bobina gire. Los dos resortes están arrollados en sentidos opuestos, para que los cambios de temperatura, al reducir o al aumentar la tensión, no cambien la posición del cero de la aguja indicadora del instrumento. Esta aguja es de aluminio, muy ligera y delgada y unida solidariamente al carrete móvil para indicar así sus desviaciones. La aguja se compensa cuidadosamente por medio de contrapesos muy pequeños, con el fin de que el carrete móvil se mantenga firmemente en su posición cero, aun cuando el instrumento no esté nivelado. La aguja se mueve sobre una escala graduada, que puede estar dividida en voltios o en amperios, según los casos. Debido a que el campo magnético es radial, las desviaciones de la bobina de este tipo de aparato son prácticamente proporcionales a la intensidad de la corriente que circula por la bobina, de

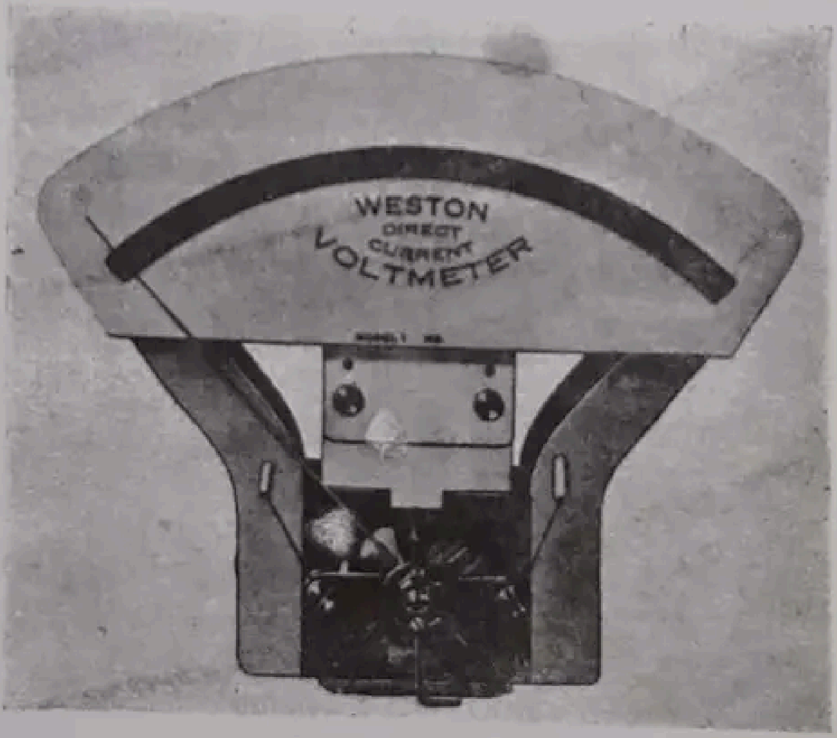


FIG. 96.—Mecanismo de un instrumento Weston.
(Weston Electrical Instrument Company.)

manera que las divisiones de la escala son sensiblemente uniformes, lo que es una ventaja.

Las conexiones interiores de un aparato Weston se representan en la figura 97. Como el cobre de la bobina tiene un valor determinado de coeficiente de temperatura de su resistencia, un aumento de la temperatura da origen a que pase menor proporción de la corriente por la bobina y a que la lectura que dé el aparato sea menor de la debida. Para corregir estos errores debidos a la temperatura, se conecta en serie una resistencia invariable de valor cuádruple o quíntuple del de la resistencia de la bobina y cuyo coeficiente de temperatura es prácticamente nulo. Con ello, las variaciones de resistencia de la bobina ejercen muy poco efecto en la resistencia total del circuito de la misma y los cambios de temperatura dan origen a errores despreciables.

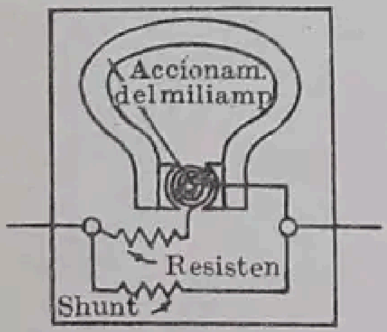


Fig. 97.—Miliamperímetro shuntado, que permite realizar mediciones de intensidades de corriente en amperios. *(General Electric Company.)*

Hay instrumentos de este tipo provistos de resortes muy débiles, que se emplean a menudo como galvanómetros portátiles. Aun cuando no tienen la extremada sensibilidad de los del tipo suspendido, se pueden hacer suficientemente sensibles para cierta clase de mediciones y su mayor solidez y fácil transporte los hacen muy útiles. Un aparato de este tipo, como el que se representa en la figura 112 (pág. 175) puede adaptarse fácilmente para galvanómetro portátil.

116. Amperímetros. En las condiciones prácticas actuales, las bobinas de los instrumentos portátiles de tipo Weston se construyen de modo que con intensidades de corriente de 20 miliamperios se llega hasta la desviación límite de la aguja, que permite la escala. Estos aparatos se denominan *microamperímetros* y *miliamperímetros.* Las bobinas para las intensidades de corriente más pequeñas se construyen con el mayor número posible de vueltas y utilizando hilo de la menor sección posible. Para poder medir intensidades de corriente mayores que las que puede soportar la bobina, se emplean *shunts* para derivar una parte de la corriente. Así, en la figura 97 se utiliza un shunt para aumentar la posibilidad de medida por encima de los 25 miliamperios que puede soportar la bobina. En la figura 98 se representa un aparato con su shunt, establecido para crecidas

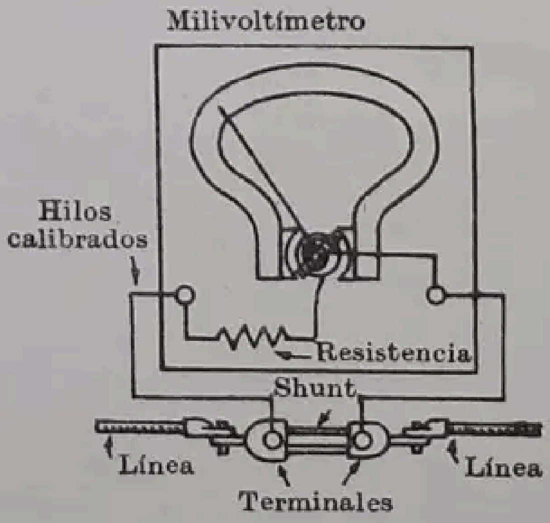


Fig. 98.—Milivoltímetro con shunt exterior. *(General Electric Company.)*

intensidades de corriente. Cuando el aparato haya de emplearse como amperímetro, el arrollamiento de las bobinas debe ser de poca resistencia para que la caída de tensión entre los terminales del instrumento sea baja. El amperímetro no introducirá entonces ninguna resistencia apreciable cuando se le intercale en un circuito. Por consiguiente, la sección transversal del hilo de la bobina debe ser tan grande como se pueda, y el número de vueltas relativamente pequeño. El shunt es simplemente una resistencia débil, generalmente hecha con una cinta de manganina soldada a dos terminales de cobre relativamente grandes (fig. 99). El circuito o línea exterior se conecta a los «terminales de línea» construídos para soportar las intensas corrientes que se han de medir. Los bornes pequeños se utilizan para conectar los conductores del amperímetro. Los terminales grandes de cobre cumplen dos misiones. Son muy buenos conductores del calor, con lo que permiten que se enfríe la cinta de manganina, y su reducida resistencia hace que en todas sus partes exista casi un mismo potencial. Los terminales pequeños se colocan muy cerca de las resistencias, para evitar los errores que pueda producir una distribución no uniforme de la corriente en los bloques de cobre. El amperímetro es, en realidad, un voltímetro que mide la caída de tensión entre los terminales de una resistencia.

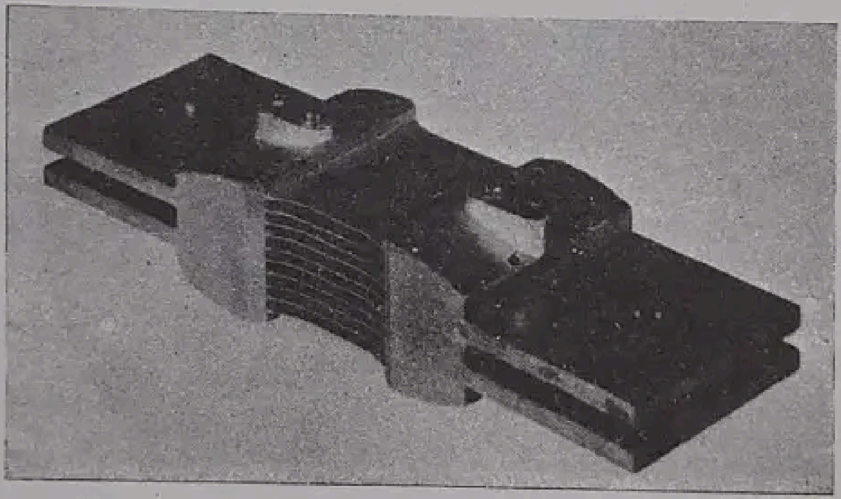


FIG. 99.—Shunt adicional portátil para medida de corrientes intensas.
(General Electric Company.)

La caída de tensión entre terminales del shunt vale

$$V_{sh} = I_{sh}R_{sh} \qquad (87)$$

siendo I_{sh} y R_{sh} la intensidad de la corriente y la resistencia en el shunt. Si R_{sh} es constante, la caída de tensión en el shunt es proporcional a la intensidad de la corriente que circula por él, de manera que las lecturas del instrumento son proporcionales a la intensidad de la corriente que pasa por el shunt. Por esta razón, el amperímetro (fig. 97) solo, sin shunt, suele recibir la denominación de «milivoltímetro» (fig. 98). Para la máxima desviación, la caída de tensión en el shunt es de unos 50 milivoltios. La intensidad de la corriente que pasa por el instrumento es, por lo general, del orden de 25 ma, si bien puede llegar hasta 50 ma. De aquí que la intensidad de la corriente que pasa por el aparato sea casi siempre despreciable, comparada con la corriente en el shunt, por lo que, en muchos casos, la intensidad de la corriente de la línea es prácticamente igual a la del shunt.

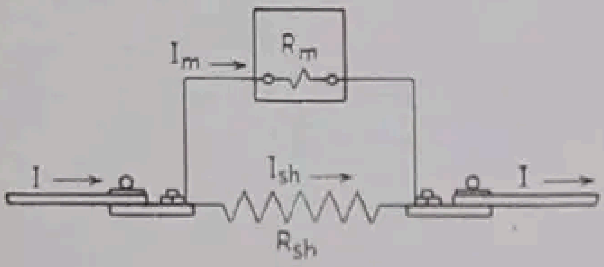


Fig. 100.—Repartición de la corriente entre un amperímetro y su shunt.

Un amperímetro y su shunt pueden considerarse también como un circuito derivado. En la figura 100, supongamos que R_{sh} e I_{sh} sean la resistencia y la intensidad de la corriente en el shunt, respectivamente, y que R_m e I_m sean la resistencia y la intensidad de la corriente en el instrumento. Utilizando la ley de los circuitos derivados,

$$\frac{I_{sh}}{I_m} = \frac{R_m}{R_{sh}} \tag{88}$$

es decir que la corriente se divide entre el instrumento y el shunt en proporción inversa de las resistencias de sus circuitos.

Ejemplo. Supongamos que un instrumento tiene una resistencia de 4 ohmios, el shunt una resistencia de 0,0005 ohmios, y que la corriente en la línea es de intensidad de 90 amperios. Determinar el valor de la intensidad de la corriente en el instrumento.

Como la corriente que pasa por la línea difiere muy poco de la que pasa por el shunt, se puede admitir que ambas son iguales. Entonces,

$$\frac{I_m}{90} = \frac{0{,}0005}{4}$$

$$I_m = 0{,}01125 \text{ amperios}$$

Para mayor exactitud, la corriente debe dividirse siempre entre el instrumento y el shunt según una relación fija. Esto significa, o que la resistencia del shunt y la resistencia del aparato no han de cambiar en absoluto, o que las dos varían en la misma proporción. Como el shunt trabaja a una temperatura más elevada que el aparato, debe fabricarse de un metal como la manganina (véase pág. 23), cuya resistencia no cambia de manera sensible con la temperatura. La resistencia del circuito del aparato debe también permanecer constante. La resistencia de los conductores que conectan el shunt con el aparato debe permanecer constante, y *los conductores de conexión para los que está calibrado el aparato deben usarse siempre para conectarlo al shunt.* Los terminales de los conductores y los bornes deben estar perfectamente limpios de polvo y de óxido. En el interior del aparato se dispone una pequeña resistencia graduable (véase fig. 97). Variando esta resistencia, se ajusta el aparato al shunt.

Un amperímetro con shunt exterior puede adaptarse para emplearlo con un gran número de alcances de la escala. Supongamos que el aparato llega a su máxima desviación cuando la corriente en el mismo es de 0,02 amp. y su resistencia es 2,5 ohmios. La resistencia del shunt es 0,0005 ohmios. La tensión entre los terminales del aparato es $0{,}02 \cdot 2{,}5 = 0{,}050$ voltios o 50 milivoltios. Dividiendo este valor por la resistencia del shunt tendremos la corriente que circula por éste

$$I = \frac{0{,}050}{0{,}0005} = 100 \text{ amp.}$$

El instrumento tiene, pues, su máxima desviación cuando la corriente en la línea es de 100 amp.

Si el shunt precedente se reemplaza por otro con una resistencia de 0,005 ohmios, los 50 milivoltios de caída de tensión entre los bornes del shunt se podrán obtener con 10 amp. ($10 \cdot 0{,}005 = 0{,}050$). Por lo tanto, se obtiene un alcance de la escala hasta 10 amp. Con una elección conveniente de los shunts, el mismo aparato puede servir para dar desviaciones máximas para 1 amp. y para 5000 amp.

En los instrumentos de menor tamaño hasta 50 amp. y cuando se quiere que la escala sea invariable (con un solo alcance), el shunt se coloca generalmente en el interior del propio aparato. Para alcances comprendidos entre 50 y 100 amp. puede optarse por emplear un shunt interior o exterior. Cuando se sobrepasan los 100 amp., lo corriente es que el shunt vaya fuera del aparato, debido a su tamaño y a su radiación de calor.

Un amperímetro puede, en general, diferenciarse de un voltímetro en que los bornes son gruesos y de barra metálica, excepto en el caso de que el shunt sea exterior. Los bornes de los milivoltímetros y voltímetros son de construcción mucho más ligera y la pieza metálica está cubierta con ebonita, principalmente para que sirva de aislante. Considerando que los bornes de los milivoltímetros y de los voltímetros son ordinariamente idénticos, *debe tenerse cuidado en no confundir un milivoltímetro con un voltímetro y emplear el primero como si fuera este último*. Incluso un voltaje relativamente bajo puede averiar seriamente un milivoltímetro.

Cuando se conecta un instrumento a un circuito es necesario que la perturbación que en él produzca sea lo más pequeña posible. Un amperímetro shuntado, como se monta en serie con la línea, debe tener la mínima resistencia que sea posible, para que al montarlo no introduzca más que una pequeñísima resistencia adicional. Para proteger los amperímetros contra las corrientes de mucha intensidad, debe preverse que puedan ponerse en *corto circuito* cuando no sea preciso tomar lecturas.

117. Voltímetros. La construcción de un voltímetro no difiere prácticamente de la de un amperímetro, en lo que se refiere a su accionamiento (fig. 96). La bobina móvil de un voltímetro tiene un arrollamiento que, por lo general, es de más espiras y está hecho con hilo más delgado que en los amperímetros, por lo cual es de mayor resistencia. La principal diferencia, sin embargo, reside en el modo de conectar el instrumento al circuito. Como los voltímetros se conectan directamente entre los dos conductores cuya diferencia de potencial se quiere medir, es conveniente que deriven la mínima corriente que sea posible. Debido a su resistencia relativamente baja, el carrete móvil de un voltímetro no se puede conectar directamente a la línea, porque podría absorber una corriente excesiva, que lo quemaría. Por lo tanto, es necesario disponer una resistencia elevada en serie con la bobina móvil, como muestra la figura 101. Según la ley de Ohm, la corriente que circula por el aparato es proporcional a la tensión que haya entre sus terminales, de manera que la escala del instrumento puede graduarse en voltios. La resistencia que ha de intercalarse se puede determinar fácilmente. Supóngase que el aparato da su máxima desviación cuando la corriente en la bobina móvil es de 0,01 amp. y que la resistencia de ésta es de 20 ohmios. Si se desea que el aparato marque 150 voltios al final de la escala, la resistencia total del circuito del aparato debe ser

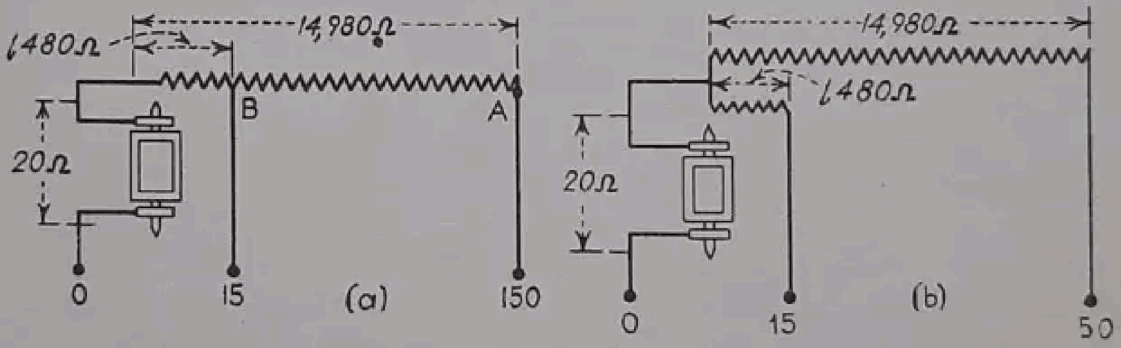


Fig. 101.—Métodos para conectar un voltímetro con resistencia.

$$R = \frac{V}{I} = 150{:}0{,}01 = 15\,000 \text{ ohmios}$$

Como el instrumento tiene una resistencia de 20 ohmios, es necesario añadir una resistencia de 14980 ohmios (fig. 101, *a*). Si se quiere que con el mismo instrumento se obtenga la máxima desviación con 15 voltios, la resistencia de 14980 ohmios se puede dividir de manera que la resistencia entre *O* y *B* (fig. 101, *a*) sea = 15 : 0,01 = 1500 ohmios, y en esta división puede disponerse un borne. Otro método para conseguir el mismo resultado se representa en la figura 101 (*b*). Una resistencia separada de 1500 — 20 = = 1480 ohmios se conecta entre el borne de 15 voltios y la unión entre la resistencia y la bobina móvil. Este último método es preferible porque permite el ajuste independiente de cada una de las resistencias, y además porque una avería o la reparación de una resistencia no afecta la otra.

118. Multiplicadores o bobinas adicionales. La capacidad de medida de un voltímetro que tiene una resistencia en serie instalada en el interior del aparato puede aumentarse agregando una resistencia exterior, conectada en serie con el instrumento.

Ejemplo. Un voltímetro con escala de 150 voltios tiene una resistencia de 17000 ohmios. Determinar la resistencia exterior que debe conectarse en serie con el voltímetro para que éste pueda medir hasta: *a*) 300 voltios; *b*) 600 voltios.

a) Para utilizar la escala hasta 300 voltios, la intensidad de la corriente en el voltímetro, para esta tensión, debe ser igual a la que produce la desviación máxima a 150 voltios. De aquí se deduce que la resistencia total del aparato, cuando la tensión sea de 300 voltios, debe ser doble de la que tenía cuando era de 150 voltios. Por lo tanto, se requerirá una resistencia de $17000 \cdot 2 = 34\,000$ ohmios. Como el aparato tiene ya 17000 ohmios, la resistencia que se añadirá será de otros

$$34\,000 - 17\,000 = 17\,000 \text{ ohmios.}$$

b) La resistencia total debe ser en este caso

$$\frac{600}{150} \cdot 17\,000 = 68\,000 \text{ ohmios}$$

Como el aparato tiene una resistencia de 17000 ohmios, habrá que agregar una resistencia de $68\,000 - 17\,000 = 51\,000$ ohmios en serie con el instrumento.

Las resistencias externas utilizadas en estos casos se llaman *multiplicadores* y, algunas veces, *bobinas adicionales.* Están colocadas, por regla general, dentro de una caja perforada, con sus terminales unidos a bornes dispuestos en la parte exterior. El poder multiplicador correspondiente va marcado cerca de un terminal.

La expresión que da la relación de la resistencia del multiplicador R_x a la resistencia del aparato R_m y al poder multiplicador M es la siguiente:

$$M = \frac{R_x + R_m}{R_m} \tag{89}$$

Ejemplo. En el ejemplo (*b*) precedente, el poder multiplicador de la bobina adicional es:

$$M = \frac{51\,000 + 17\,000}{17\,000} = 4$$

119. Aparatos de imán circular. El conocimiento de diferentes clases de aleaciones alnico (§ 202), para las que los valores de la fuerza coercitiva (§ 150, pág. 221) son muy superiores a los de los aceros al cromo y volframio, ha hecho posible el emplear en los instrumentos de medida (y también en otros aparatos) imanes permanentes pequeños, con reducida relación entre su dimensión longitudinal y la de su sección transversal. Con ello, los aparatos pueden hacerse más compactos y eficaces. La General Electric Co. ha construído diferentes tipos de aparatos de medida, basados en la adopción de formas especiales de los imanes, que solamente son posibles utilizando aleaciones alnico.

En uno de los tipos se sujetan dos piezas de alnico con forma de sector circular, mediante un anillo de hierro dulce, como se representa en la figura 102, en la que se han señalado los polos *N* y *S* del imán de alnico y la trayectoria del flujo magnético. El anillo de hierro dulce sirve para dos cosas: completa el circuito magnético y protege eficazmente contra la acción de cualquier campo parásito. Por consiguiente, no son necesarias protecciones especiales. Las piezas polares de hierro dulce y el núcleo cilíndrico, del mismo material y dispuesto concéntricamente con aquéllas, dan origen a un campo magnético radial, que proporciona la graduación uniforme. La bobina, aguja, resortes de regulación, pivotes y piedras preciosas no difieren de los tipos normales de aparatos Weston que se han descrito en la página 158. Como los imanes alnico son mucho más enérgicos, para igualdad de tamaño, que los de acero al cromo o al volframio, pueden disponerse menos amperios-vuelta en la bobina y conseguir un par mayor, en iguales condiciones de espacio ocupado. Actualmente se dispone de aparatos inspirados en el principio del imán circular, de todos los tamaños usuales.

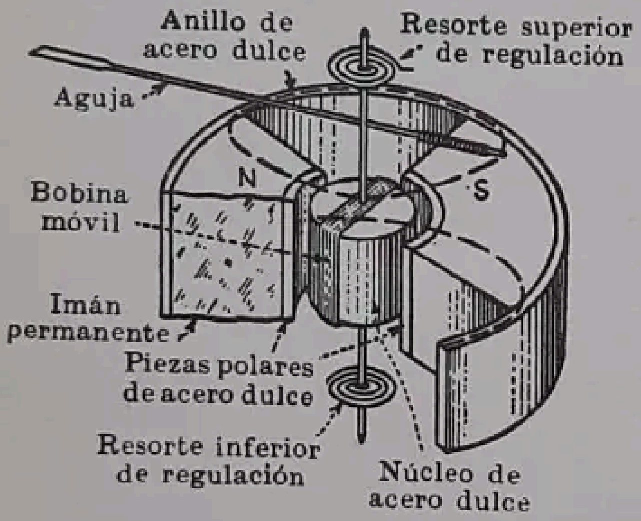

Anillo de acero dulce
Resorte superior de regulación
Aguja
N
S
Bobina móvil
Imán permanente
Piezas polares de acero dulce
Resorte inferior de regulación
Núcleo de acero dulce

FIG. 102.—Disposición de los elementos fundamentales de un aparato de medida con imán circular. *(General Electric Company.)*

120. Aparatos de escala concéntrica. En los aparatos de medida de corriente continua, de tipo ortodoxo, la amplitud de la escala y la facilidad de lectura vienen limitadas por la carga en los cojinetes de apoyo de las agujas cuando son excesivamente largas y por consideraciones referentes a las dimensiones de los aparatos. Una gran parte de estas limitaciones se ha superado mediante la construcción por la General Electric Co. de un aparato, con imán permanente de alnico, que se denomina de «escala concéntrica». La construcción de estos instrumentos difiere de la adoptada para los de tipo normal, en que solamente hay un entrehierro, en lugar de dos, y únicamente actúa uno de los lados, y no los dos, de la bobina para generar el par de rotación. Este modo de construcción, que puede verse en la figura 103, permite que la bobina gire hasta 240° en lugar de los 85 a 90° que normalmente puede girar. Con la longitud usual de las agujas se puede obtener así una escala cuya longitud supera en un 36 % a las corrientes, ocupando un espacio en el cuadro del 40 %. El flujo magnético lo genera un imán de alnico, de forma de sector, y una envuelta de chapas de acero sirve para cerrar el circuito del flujo y, además, para proporcionar una excelente pantalla protectora. La pieza polar norte de acero dulce, fundida al mismo tiempo que el imán, es cilíndrica y, en unión de la pieza polar Sur de acero dulce, da origen a un campo magnético radial que permite una escala uniforme. La trayectoria general del flujo magnético se señala en la figura mediante líneas de trazos. La bobina móvil ha de apoyarse, por un lado, necesariamente, en un pivote. A parte de esto, el sistema móvil con la aguja, resortes de regulación, pivotes y piedras preciosas es el mismo que el de los aparatos de tipo normal. Estos aparatos se fabrican para un gran número de alcances, según las necesidades de los circuitos.

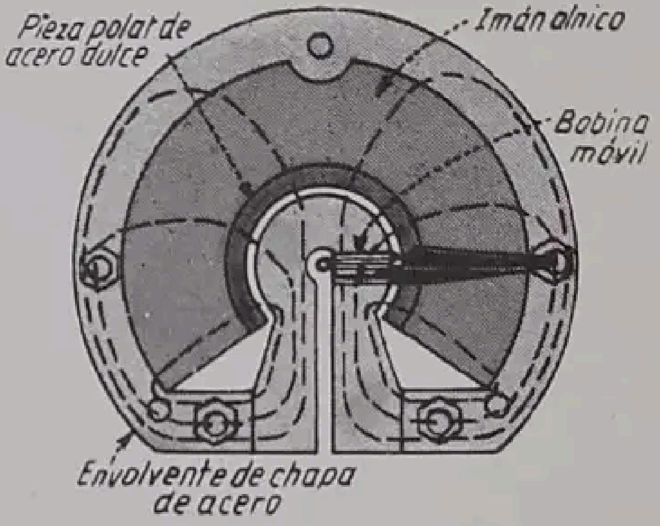


Fig. 103.—Disposición de los elementos fundamentales de un aparato de medida de escala concéntrica. *(General Electric Company.)*

121. Aparatos de termoelemento y vacío. Acoplando un termoelemento con un galvanómetro u otro instrumento sensible, se forma un conjunto que permite medir corrientes, fundado en el efecto térmico de las mismas. Un par térmico muy pequeño está en contacto térmico con una pequeña resistencia, a través de la cual circula la corriente que se desea medir (fig. 104). El par y los pequeños hilos de conexión están encerrados en un tubo en el que se hizo el vacío, reduciéndose así la disipación de calor del par. Los terminales del par están conectados a un galvanómetro o a algún otro aparato sensible, del tipo de D'Arsonval. El paso de la corriente por la resistencia eleva la temperatura del par térmico y, como resultado de la f.e.m. de origen térmico que se genera, el aparato indicador se desvía. Las desviaciones son prácticamente proporcionales al cuadrado de la intensidad de la corriente. Teniendo en cuenta que los efectos de capacidad y de autoinducción son prácticamente nulos, estos aparatos se adaptan bien a las mediciones con radiofrecuencias. El circuito de la resistencia de calefacción es delicado y no soporta más que corrientes de muy pequeña intensidad. Para corrientes muy intensas se necesitan shunts.

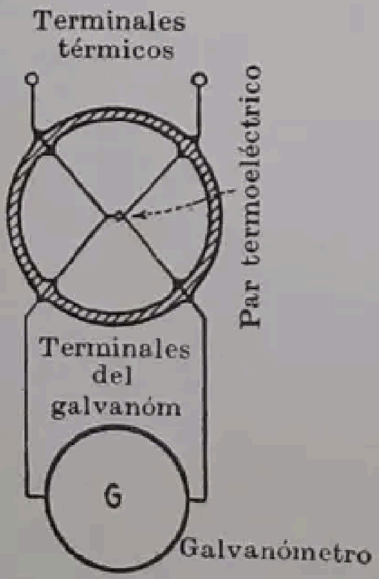


Fig. 104.—Par termoeléctrico de vacío y galvanómetro.

(Los vatímetros y contadores de energía se describen en las págs. 208 a 211).

122. Fotocélulas. A finales del siglo pasado se descubrió que determinados elementos, como el sodio, potasio, selenio y cesio, eran sensibles a la acción de la luz y cuando ésta incidía sobre ellos se generaban f.e.m. débiles. En el estado actual de nuestros conocimientos, este efecto no es otra cosa que el de fotoemisión, es decir la emisión de electrones por la acción de la luz incidente. En 1885, Fritts construyó una pila seca de discos de selenio recubiertos con una fina chapa de oro, en la que «la corriente que se produce es debida a la conversión directa de la energía radiante en eléctrica, sin acción química». Si se exceptúan los perfeccionamientos que hoy tienen, la pila de Fritts reúne todos los atributos de las modernas fotocélulas o células fotoeléctricas y ha dado origen a fotómetros y relevadores fotoeléctricos similares a los actuales. A pesar de que Fritts describió ampliamente su pila en conferencias y escritos, fracasó en cuanto a su industrialización y, por el hecho de que no se construyó en escala suficiente para permitir la conversión de potencias apreciables, no despertó interés. Hasta 1930, en que se emprendió seriamente el estudio de las fotocélulas de tipo seco consiguiendo su sencilla adaptación a las aplicaciones industriales, no fué posible disponer de ellas.

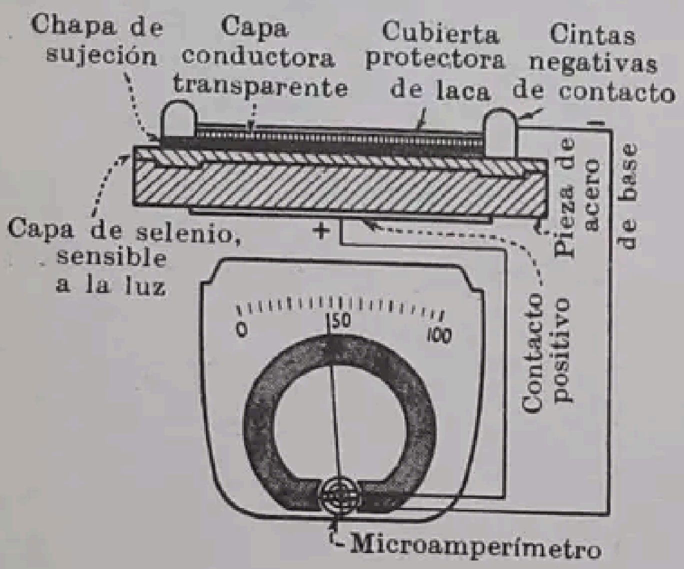

Chapa de sujeción
Capa conductora transparente
Cubierta protectora de laca
Cintas negativas de contacto
−
Pieza de acero de base
Capa de selenio, sensible a la luz
+
Contacto positivo
0
50
100
Microamperímetro

Fig. 105. — Célula sensible a la luz con microamperímetro acoplado de un fotómetro típico.

En la figura 105 se representa una sección transversal de la fotocélula construída por la General Electric. Sobre una lámina de acero, como base, se dispone una capa de selenio, y encima de ella se depositan varias capas finas de metales conductores, cubriendo luego la célula completa, excepto los contactos eléctricos, con una capa de laca transparente que la protege contra los agentes

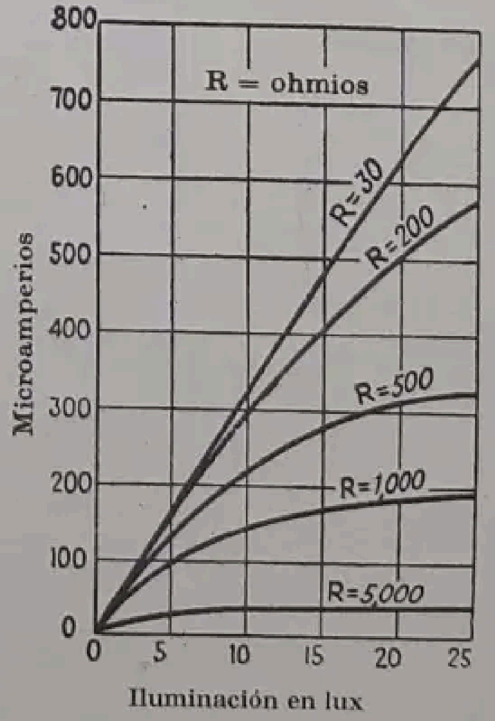


Fig. 106. — Curvas de intensidad de corriente en función de la iluminación de los fotómetros.

atmosféricos, como la humedad por ejemplo. En la figura 106 se indica la intensidad de la corriente generada en función de la iluminación medida en lux y para diferentes valores de la resistencia R del circuito. Las células fotoeléctricas tienen muchas aplicaciones, como, por ejemplo, para fotómetros, que pueden hacerse fácilmente transportables y pueden emplearse para medir la iluminación de cualquier lugar, para mediciones de exposición en fotografía y para regular, mediante relevadores, operaciones industriales de distribución o de vigilancia.

MEDICIONES ELÉCTRICAS

MEDICIÓN DE RESISTENCIAS

123. Método del voltímetro y amperímetro. La resistencia de una parte cualquiera de un circuito eléctrico en el que no exista ninguna f.e.m. es, según la ley de Ohm,

$$R = \frac{V}{I} \tag{90}$$

siendo V la tensión entre los terminales de la parte del circuito considerada, e I la intensidad de corriente constante que circula por ella. Naturalmente, la tensión V puede medirse con un voltímetro, la intensidad I con un amperímetro y se puede calcular con ello el valor de la resistencia R.

Supongamos que se trata de medir la resistencia R del circuito representado en la figura 107, alimentado por una red de 110 voltios. La resistencia R es relativamente pequeña y si se conecta directamente a la tensión de 110 voltios absorberá una corriente excesiva. Por lo tanto es necesario intercalar una resistencia R' en serie con R y limitar así la corriente. El voltímetro, por el contrario, puede conectarse directamente a los terminales de R, ya que se trata de determinar solamente la resistencia de esta parte de circuito.

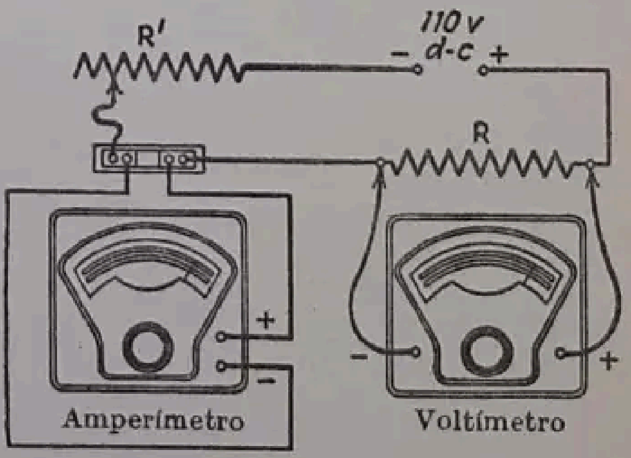


FIG. 107.—Método del voltímetro-amperímetro para medir resistencias.

Ejemplo. El voltímetro (fig. 107) marca 19 voltios cuando en el amperímetro se leen 24 amperios. ¿Cuál es el valor de la resistencia R?

La resistencia es

$$R = \frac{19}{24} = 0{,}792 \text{ ohmios.}$$

Puede tener interés determinar la resistencia de R'. Los bornes del voltímetro se conectan ahora a los extremos de R' en lugar de empalmarlos a los de R. En estas condiciones, el voltímetro marcará 91 voltios (110 — 19) y el amperímetro continuará marcando 24 amperios. Por lo tanto,

$$R' = \frac{91}{24} = 3{,}79 \text{ ohmios}$$

Eliminación de las resistencias de contacto. Algunas veces se presenta la necesidad de medir resistencias de valor tan reducido que, si el voltímetro se conecta directamente a sus bornes, la resistencia de los contactos, que puede ser relativamente grande, introducirá errores considerables porque podrá ser de mayor magnitud que la resistencia que se desee medir. Para eliminar este error debido a la resistencia de contacto, los terminales del voltímetro se conectan bien adentro de los terminales (fig. 108) a través de los cuales la corriente se conduce a la resistencia. Como la corriente que pasa por el voltímetro es muy pequeña, se pueden utilizar contactos en punta *CC*, y teniendo en cuenta que la resistencia del voltímetro es relativamente elevada, es solamente necesario que la resistencia de contacto en *CC* sea despreciable con relación a la del instrumento. Esta condición se cumple fácilmente. Como estos contactos son pequeños y afilados, los puntos de contacto con la muestra se pueden elegir cuidadosamente.

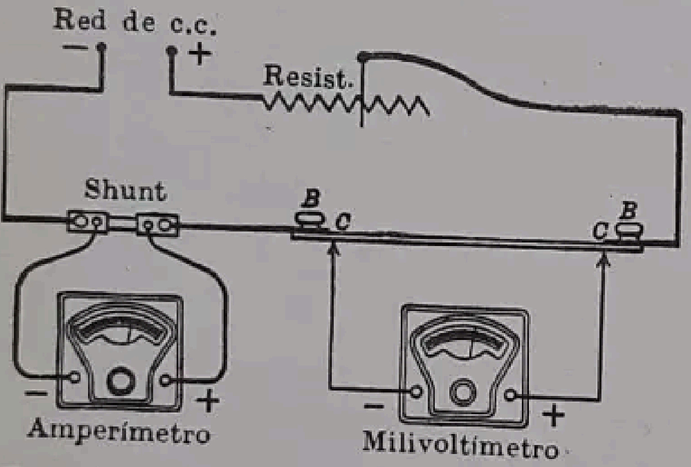


Fig. 108. — Medición de la resistencia de una varilla de metal.

Ejemplo. Cuando el amperímetro (fig. 108) marca 50 amperios, el milivoltímetro indica una tensión de 40 milivoltios. Los contactos *CC* están a una distancia de 560 mm. ¿Cuál es la resistencia por centímetro de longitud de la varilla?

La resistencia para 560 mm = 56 cm

$$R = \frac{0{,}040}{50} = 0{,}00080 \text{ ohmios}$$

Al aplicar la fórmula (90) se considera que la intensidad de la corriente en el voltímetro es despreciable comparada con la que pasa por la resistencia. En general, esto es exacto; pero, si no lo fuese, la fórmula (90) se debe transformar en

$$R = \frac{V}{I - \dfrac{V}{R_v}} \qquad (91)$$

en la que R_v es la resistencia del voltímetro (véase § 142, pág. 206).

La resistencia por centímetro es

$$R = \frac{0{,}00080}{56} = 0{,}0000143 \text{ ohmios}$$

124. Método del voltímetro. Es posible medir una resistencia utilizando solamente un voltímetro, con tal que sea comparable a la del voltímetro. En la figura 109 (*a*) se desea medir la resistencia R. El voltímetro se conecta primero a los terminales de la línea de alimentación, o generador, y se toma la lectura V_1. Luego se acopla de manera que la resistencia R esté en serie con el voltímetro y se toma la lectura V_2.

Como V_1 es la tensión total en el circuito y V_2 es la tensión entre los terminales del instrumento, la tensión entre los terminales de la resistencia que se mide es, evidentemente, $V_1 - V_2$. Cuando el voltímetro está en serie con R, debe circular la misma corriente i a través de ambos, de manera que las tensiones son las que siguen:

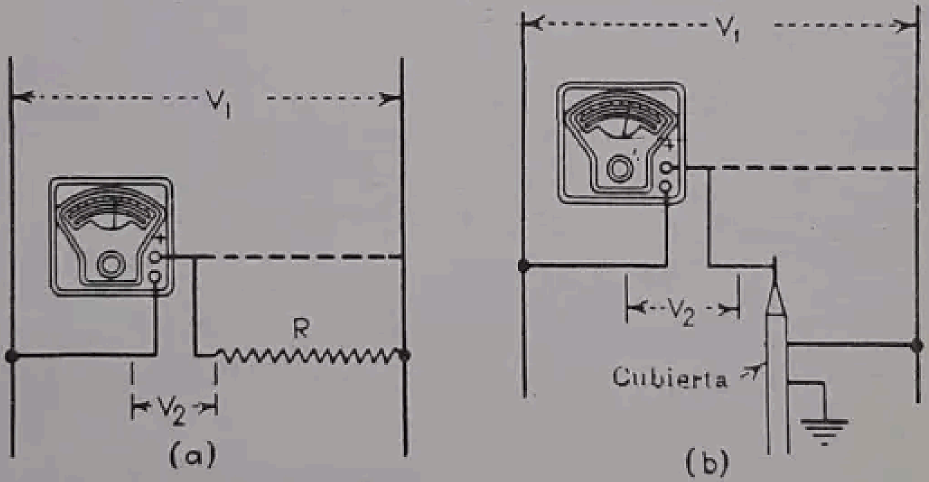


Fig. 109.—Medición de una resistencia por el método del voltímetro.

$$V_2 = iR_v \tag{I}$$

$$V_1 - V_2 = iR \tag{II}$$

siendo R_v la resistencia del voltímetro.

Dividiendo la expresión (II) por la (I) y despejando R,

$$R = R_v \frac{V_1 - V_2}{V_2} \tag{92}$$

Si se desea, se puede medir la tensión V_1 con un segundo voltímetro, lo que permite aumentar V_1 por encima del valor nominal del voltímetro en serie con R y aumentar así la sensibilidad de la medida.

Este método de medición de resistencias se emplea especialmente para la determinación de las resistencias de aislamiento de los arrollamientos de una dínamo o de los cables, por ejemplo. Como estas resistencias son muy elevadas, se expresan generalmente en megaohmios (1 megaohmio = = 1000000 ohmios). Se puede observar en la expresión (92) que cuanto mayor es el valor de R_v, mayor será la resistencia que puede medirse por este método. Con este fin se utilizan voltímetros especiales de 150 voltios de tensión máxima con resistencia de 100000 ohmios (0,1 megaohmio). La sensibilidad de estos instrumentos es unas seis veces mayor que la que puede alcanzarse con los voltímetros ordinarios de 150 voltios. También se construyen voltímetros con sensibilidades de 2000, 5000 y 10000 ohmios por voltio.

La figura 109 (*b*) representa la aplicación de este método a la determinación de la resistencia de aislamiento de un cable. El contacto con tierra de la cubierta del cable representa el caso corriente que se produce cuando la cubierta de plomo está en contacto real con tierra o eléctricamente unida a ella a través de cañerías y otras canalizaciones subterráneas. Por consiguiente, si uno de los extremos de la red está en contacto con tierra, caso frecuente, *este extremo* estará en contacto con la cubierta del cable (teóricamente, en estas condiciones no es preciso que exista conexión entre el conductor a tierra y la cubierta del cable, pero, sin embargo, vale más establecer esta conexión para evitar incertidumbres).

Si uno de los conductores de la línea está puesto a tierra, la conexión de la cubierta en contacto con la tierra con cualquier otro conductor distinto del de tierra estará en *corto circuito*. Si el cable está aislado, es decir, si está arrollado en un carrete con la cubierta aislada del suelo, la conexión a tierra de la figura 109 (*b*) se puede suprimir.

Ejemplo. Cuando un voltímetro de 100000 ohmios se conecta a una línea de corriente continua, la lectura es de 120 voltios. Uno de los terminales del voltímetro se conecta entonces al núcleo de un cable con cubierta de plomo, y esta cubierta se conecta al otro conductor de la línea, como se indica en la figura 109 (*b*). Entonces la lectura del voltímetro es de 10 voltios. ¿Cuál es la resistencia de aislamiento del cable?

$$X = 0{,}1 \cdot \frac{120 - 10}{10} = 1{,}1 \text{ megaohmios}$$

125. Ohmímetros. En el § 123 se ha explicado el método de determinación de las resistencias mediante un voltímetro y un amperímetro, que se utilizan para determinar V e I, calculándose R por la fórmula $R = V : I$. Si se dispone de una fuente de energía de tensión constante, puede eliminarse el voltímetro. La lectura del amperímetro es, entonces, inversamente proporcional a la resistencia total del circuito, y puede establecerse su escala en unidades de resistencia en lugar de unidades de intensidad de corriente. Cuando tiene poca importancia un error de pocas unidades por ciento, las pilas secas suministran ordinariamente una tensión suficientemente constante. Los aparatos que utilizan este procedimiento y llevan en sí la fuente de f.e.m., en los que puede leerse directamente el valor de la resistencia, se denominan *ohmímetros*. Se construyen de dimensiones variadas y diferentes escalas de medida. Algunos llevan unos conmutadores mediante los cuales la misma bobina móvil se conecta a multiplicadores o shunts apropiados, lo que permite utilizar el aparato como voltímetro, amperímetro u ohmímetro, disponiendo en cada caso de varias escalas. Estas combinaciones, que permiten realizar medidas de tensiones, intensidades de corriente y resistencias eléctricas, son muy útiles para la ejecución de pruebas con aparatos portátiles. En la figura 112 se incluye un instrumento de este tipo.

El principio operatorio es el siguiente: en la figura 110 se representa un ohmímetro sencillo con terminales XX, a los que se une la resistencia desconocida R_x que trata de medirse. La resistencia de la bobina del miliamperímetro MA es R_m, y la f.e.m. de la batería, E. Se intercala una resistencia R_1 para limitar la intensidad máxima de la corriente en el miliamperímetro cuando R_x es pequeña. Se utiliza también una resistencia regulable R_v para poner la aguja en la lectura correspondiente cuando $R_x = 0$. La corriente en el miliamperímetro es

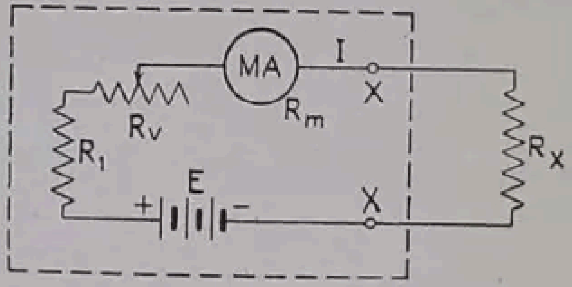


FIG. 110.—Ohmímetro sencillo.

$$I = \frac{E}{R_m + R_v + R_1 + R_x}$$

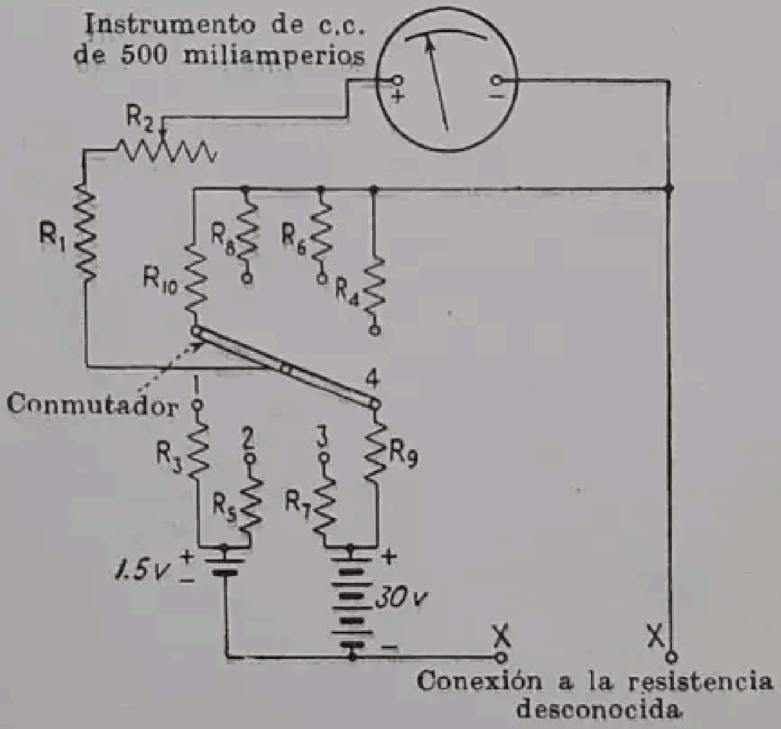
El valor de la intensidad máxima de la corriente I_{max}, que se produce cuando $R_x = 0$, viene determinado por el recorrido máximo que admite la escala del aparato y es

$$I_{max} = \frac{E}{R_v + R_1 + R_m} \quad \text{de donde} \quad R_1 = \frac{E}{I_{max}} - (R_m + R_v) \qquad (93)$$

expresión que permite calcular el valor que debe darse a R_1. De aquí que el cero de la escala de resistencias R, que corresponde al caso en que $R_x = 0$, corresponda con la lectura máxima en la escala de intensidades I. Para que sea $I = 0$, es preciso que R_x sea infinito; por lo tanto, al cero de la escala de las I corresponderá infinito en la escala de las R. La escala del ohmímetro se extiende, por lo tanto, desde cero hasta infinito, pero las divisiones no son uniformes cerrándose progresivamente —para igual intervalo de valores— a medida que aumenta la resistencia. Por esta causa, en la práctica, se alcanza un cierto límite superior para el cual ya no es posible diferenciar las lecturas.

En muchos ohmímetros es suficiente disponer pilas para la medida de resistencias hasta valores de algunos ohmios, y se pueden establecer varias escalas para resistencias más reducidas utilizando diferentes shunts y, en ocasiones, circuitos divisores de tensión que shuntan la batería. Un ajuste previo, el de R_2 por ejemplo en la figura 111, es necesario ordinariamente para cerciorarse de que la aguja está en el cero de la escala cuando los terminales se enlazan en corto circuito.

La forma de empleo y manejo de los ohmímetros, sea con clavijas, con conmutadores y con escalas con factores de multiplicación, depende de la construcción y presentación de cada uno, señalándose ordinariamente en los instrumentos las normas para su utilización.


Instrumento de c.c.
de 500 miliamperios
+
−
R2
R1
R8
R6
R10
R4
4
1
Conmutador
2
3
R9
R3
R5
R7
1.5v
+
−
+
30v
−
X
X
Conexión a la resistencia desconocida

Posición del conmutador	Alcance en ohmios	Escala central
1	3000	30
2	30000	300
3	300000	3000
4	3000000	30000

Resistencia	Ohmios	Resistencia	Ohmios
R_1	500	R_6	110
R_2	500 (reóst.)	R_7	2950
R_3	20	R_8	54
R_4	10	R_9	29500
R_5	200	R_{10}	990

FIG. 111.—Esquema del circuito de un ohmímetro de cuatro alcances. *(General Electric Company.)*

En la figura 111 se indican las conexiones de un ohmímetro General Electric con cuatro alcances, consignándose las diferentes resistencias empleadas. Puede observarse que las resistencias R_4, R_6, R_8, R_{10}, etc., actúan como shunts del aparato. Para la medida de resistencias elevadas se emplea una batería de 30 voltios y, para las pequeñas, una de 1,5 voltios.

La exactitud de las medidas realizadas con el ohmímetro depende de la precisión del aparato y de la habilidad del operador para leer correctamente entre dos valores consecutivos de la escala. La precisión máxima se consigue cuando la resistencia que se mide es igual a la resistencia interior del aparato y con la condición de que la lectura se produzca entonces hacia la mitad de la escala. Debe proscribirse el empleo de las lecturas extremas de la escala. El ohmímetro no es un aparato de precisión, pero resulta utilísimo para la localización de averías, es decir, para aquellos casos en que una medida aproximada y que puede tomarse rápidamente, es todo lo que se necesita para distinguir si un circuito está en debidas condiciones o averiado.

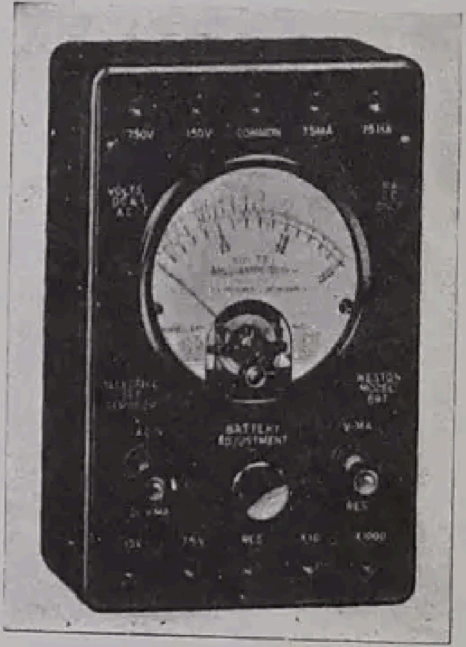


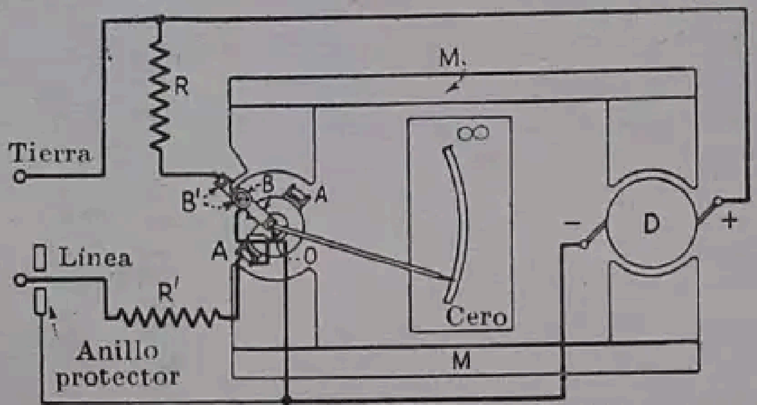
Fig. 112. — Voltímetro, miliamperímetro y ohmímetro, combinados. *(Weston Electrical Instrument Company.)*

126. Megger. El megger es un instrumento del tipo de los ohmímetros, en el que el valor de la resistencia que se mide se registra directamente sobre una escala y esta indicación es independiente de la tensión. El megger consta de dos partes principales: un generador de corriente continua de tipo magnetoeléctrico, movido generalmente a mano, que suministra la corriente para llevar a cabo la medición, y el mecanismo del instrumento por medio del cual se mide el valor de la resistencia que se busca.

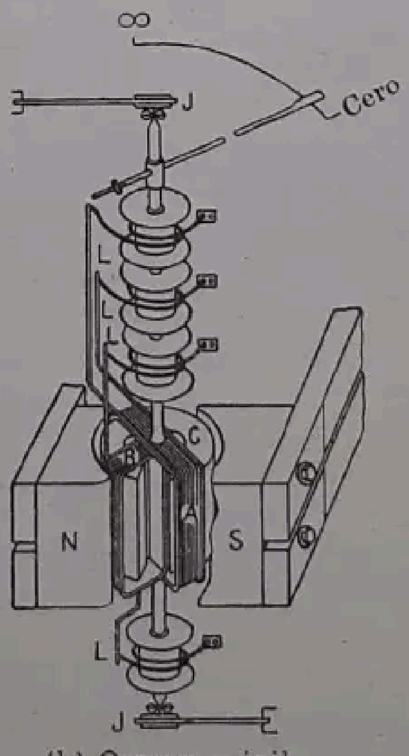
Un esquema de este aparato de prueba se representa en la figura 113 (*a*). *MM* son dos imanes permanentes rectos, colocados paralelamente entre sí. El inducido del generador *D*, junto con sus piezas polares de hierro, está montado entre dos de los polos de los imanes paralelos, y las piezas polares y el núcleo móvil del instrumento se sitúan entre los otros dos polos de los imanes. El inducido del generador se acciona a mano, regularmente, aumentándose su velocidad por medio de engranajes. Para los ensayos corrientes de aislamiento, la tensión que más se usa es la de 500 voltios, pero con el fin de poder practicar ensayos simultáneos a alta tensión, pueden utilizarse tensiones hasta 2 500 voltios.

El instrumento comprende primeramente dos bobinas *A* y *B*, montadas sobre un mismo eje de rotación (fig. 113, *b*). La bobina *A*, llamada *bobina de corriente*, es idéntica a la bobina móvil de un aparato de Weston (figura 96, pág. 159); uno de los terminales se conecta a la escobilla negativa del generador y la bobina se pone en serie con la resistencia *R'* del terminal de «línea». Cuando la resistencia que se ha de medir (que no se representa) se conecta entre los terminales de línea y de «tierra», la bobina *A*, la resistencia *R'* y la resistencia que se mide están, todas, en serie entre las escobillas del generador.

La bobina B, llamada *bobina de potencial*, se conecta entre las dos escobillas del generador y en serie con una resistencia R conveniente. Esta bobina B es más estrecha que la bobina A y se mueve de tal manera que sus posiciones envuelven, como indica la figura, una parte de un núcleo en forma de C, designado por esta letra en la figura 113 (b).



(a) Circuito magnético y conexiones eléctricas



(b) Organo móvil

FIG. 113.—Disposición de un megger. *(James G. Biddle Company.)*

El sistema móvil (fig. 113, b) está montado sobre un árbol sostenido por dos apoyos de piedra fina J, mantenidos por sendos resortes, y puede girar libremente alrededor de este eje, no existiendo en este caso ninguna fuerza moderadora, como la producida por el resorte de los amperímetros y voltímetros Weston. La corriente llega a las bobinas por medio de conductores flexibles LLL, casi exentos de tensión. Por consiguiente, cuando el generador no funciona, la aguja oscila sobre la escala y puede quedarse en cualquier posición mientras se mantienen tales condiciones.

Si los terminales de línea y de tierra están en circuito abierto, o si se conecta una resistencia prácticamente infinita entre dichos terminales, no pasará ninguna corriente por la bobina A, de manera que será solamente la bobina de potencial B la que definirá la posición del sistema móvil. La bobina B tomará una posición opuesta a la que ocupa la abertura del núcleo en forma de C y la aguja marcará «inf» (infinito). Cuando, por el contrario, se conecta una resistencia entre los terminales, la corriente pasará por la bobina A, y el par que se genere llevará al sistema móvil desde su posición *infinito* hacia un campo de intensidad gradualmente creciente, hasta que se equilibren los pares correspondientes a las dos bobinas A y B. Por consiguiente, la escala puede calibrarse en unidades de resistencia y el instrumento da una lectura directa. Como las variaciones de tensión afectan al mismo tiempo las dos bobinas A y B en la misma proporción, la posición del sistema móvil es independiente de la tensión. No hay inconveniente en poner el aparato en corto circuito, porque la resistencia R' es suficiente para proteger la bobina de corriente.

Para obtener mejores proporciones de la escala y hacer que el instrumento sea astático, es decir, indiferente a los campos dispersos, se añade una bobina de compensación B' (fig. 113, *a*) al sistema móvil. Entre la bobina y uno de los extremos de las piezas polares se ejerce una acción mutua. El arrollamiento se realiza en relación astática con la bobina B y la bobina de compensación se dispone en serie con ella.

Debe observarse que el anillo de protección (fig. 113, *a*) tiene el mismo objeto que los hilos de protección de la figura 129 (pág. 195). Cualquier corriente de fuga en los terminales o en el interior del instrumento mismo queda shuntada por el terminal negativo del generador, no pasa por la bobina A y no afecta las indicaciones del aparato. Por lo general se dispone un terminal por medio del cual puede conectarse este anillo protector a un alambre de protección del aislamiento cuya resistencia se mide. (Véase fig. 114.)

Si el megger se emplea para medir la resistencia de dispositivos que tengan una capacitancia relativamente grande, las fluctuaciones de la tensión afectarán la intensidad de la corriente que pasa por la resistencia R', en serie con la capacitancia, más que a la que pasa por la resistencia R. Por este motivo, algunos tipos de meggers están provistos de un embrague que se afloja cuando se alcanza determinado valor máximo de la velocidad del inducido. Por lo tanto, todo el tiempo que se gira la manivela a mayor velocidad que este límite, la velocidad y, por consiguiente, la f.e.m. permanecen constantes, y los inconvenientes debidos a la capacitancia quedan eliminados.

La gama de resistencias que pueden medir los meggers es muy amplia. Para mediciones relativas a aislamientos están graduados en millares de megaohmios. También existen tipos para medir resistencias de algunos ohmios solamente, tales como la resistencia a tierra de los apoyos de las torres de las líneas de transporte o de los cables de tierra. El megger se utiliza mucho para medir la resistencia de los aislantes, como la resistencia entre los arrollamientos y la masa de las máquinas eléctricas, la resistencia de la cubierta aislante de los cables, la de los aisladores o de los casquillos.

La figura 114 representa la vista exterior de un megger.

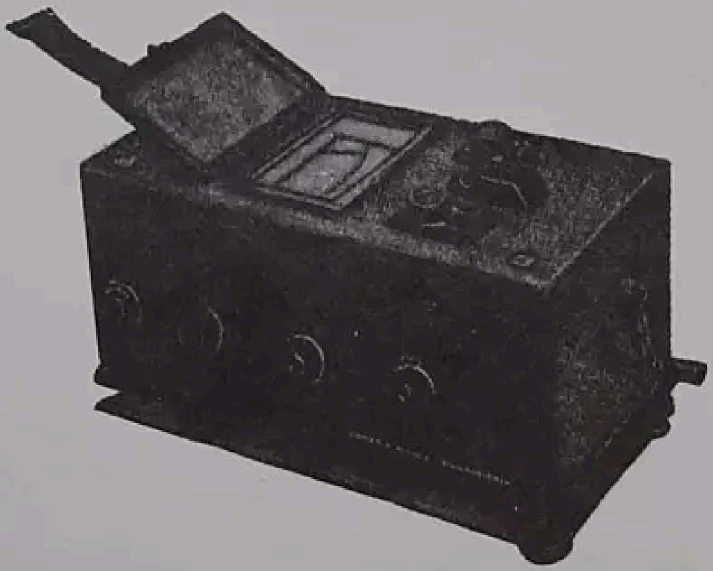


FIG. 114.—Megger para medir resistencias elevadas. *(James G. Biddle Company.)*

127. Puente de Wheatstone.[1] El puente de Wheatstone se diferencia de los métodos precedentes de medida de resistencias, en que la resistencia *desconocida* se equilibra con otra resistencia *conocida*. El puente, en su forma más simple, está representado por la figura 115. Tres resistencias conocidas A, B, P y una resistencia desconocida X se conectan de modo que el circuito tenga forma de rombo. Los brazos A y B están ordinariamente formados por resistencias de valores decimales, tales como 1, 10, 100, 1000 ohmios. El brazo P es graduable, de manera que puedan obtenerse valores de resistencia variables entre 1 y 11000 ohmios, o más todavía. Una pila B se une a los extremos opuestos o y c del rombo. Entre los otros vértices opuestos a y b se conecta un galvanómetro.

---

[1] El circuito que constituye el puente de Wheatstone lo describió primeramente S. Hunter Christie, hombre de ciencia inglés, en una comunicación dirigida a la Royal Society en 1833. Durante diez años fué casi ignorado, pero en 1843 recibió el apoyo de sir Charles Wheatstone. Debido a la personalidad de este último y al interés con que defendió la utilidad del circuito, su nombre se ha asociado a él, a pesar de que otorgó a Christie todo el mérito.

Sir Charles Wheatstone, físico famoso, nació en Gloucester, Inglaterra, en 1802. Se graduó en el King's College de Cambridge, y se dedicó a los negocios como fabricante de instrumentos musicales. El comportamiento de las cuerdas de los instrumentos le llevó a la experimentación sobre las ondas sonoras. En 1834 se le nombró profesor de filosofía experimental del King's College y realizó muchas mejoras en aparatos de medida. Efectuó experimentos para determinar la velocidad del movimiento de la electricidad y proyectó un telégrafo magnético, pero no lo patentó ni hizo aplicación práctica del mismo hasta después que Morse estableció su telégrafo. Fué condecorado en 1868 y murió en París en 1875. Un sobrino suyo, Oliver Heaviside, fué un gran científico y matemático.

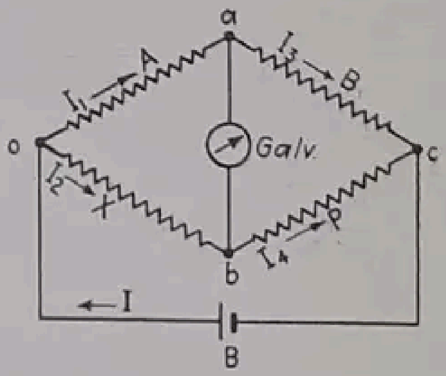


Fig. 115.—Puente elemental de Wheatstone.

Para realizar una medición, en cada uno de los dos brazos A y B se dispone una resistencia determinada, que es por lo regular un valor decimal, 1, 10, 100, 1000 ohmios. La resistencia del brazo P se gradúa hasta que el galvanómetro no se desvía. Si el galvanómetro no se mueve es que no pasa corriente por él y, por lo tanto, los dos puntos a y b deben encontrarse *al mismo potencial.* Como no circula ninguna corriente por el galvanómetro, $I_1 = I_3$ e $I_2 = I_4$.

Si los puntos a y b están al mismo potencial, las caídas de potencial $E_{oa} = E_{ob}$ y, por consiguiente:

$$I_1A = I_2X \tag{I}$$

Como que también las caídas de potencial $E_{ac} = E_{bc}$, se tiene

$$I_3B = I_4P$$

y por ser $I_1 = I_3$ e $I_2 = I_4$

$$I_1B = I_2P \tag{II}$$

Dividiendo la (I) por la (II)

$$\frac{I_1A}{I_1B} = \frac{I_2X}{I_2P} \qquad \frac{A}{B} = \frac{X}{P}$$

de donde

$$X = \frac{A}{B}P \tag{94}$$

que es la ecuación del puente de Wheatstone. Los brazos A y B se llaman *de relación* y el P se llama *brazo equilibrador* o *reóstato.* Naturalmente, la pila y el galvanómetro pueden substituirse mutuamente sin que cambie la relación dada por la ecuación (94).

Los distintos tipos de puente de Wheatstone que se encuentran en la práctica no difieren esencialmente del que representa la figura 115. Las diferencias estriban en la posición geométrica de los brazos A, B, P, sobre el puente, como también en la manera de añadir o separar del circuito las resistencias parciales de estos brazos.

Muchos de los puentes primitivos eran del tipo de clavijas, cuya misión era poner en corto circuito las resistencias parciales cuando no debían formar parte del circuito. El óxido y el polvo se acumulaban fácilmente en los asientos de las clavijas y de ahí la necesidad de limpiezas frecuentes para que las resistencias de los contactos no se hicieran excesivas. Además, el empleo de clavijas para equilibrar las resistencias era inconveniente y fastidioso.

Los puentes del tipo de clavijas han sido reemplazados por los de cuadrante con empleo de resistencias decimales.

La fórmula (94) del puente es independiente de las posiciones de la batería y del galvanómetro. Sin embargo, para una disposición dada de las resistencias de los brazos, la sensibilidad del galvanómetro es máxima cuando la resistencia equivalente a la de los brazos que concurren a los terminales del galvanómetro es igual a la resistencia del galvanómetro. Como no es posible, excepto en condiciones especiales, conseguir que se verifique esta condición, la mejor sensibilidad se obtiene cuando el galvanómetro se conecta a aquellos terminales entre los cuales la resistencia equivalente es más aproximada a la del propio galvanómetro.

Ejemplo. En la figura 115, el puente se equilibra cuando $A = 100$ ohmios; $B = 1\,000$ ohmios; $X = 426{,}4$ ohmios y $P = 4\,264$ ohmios. La resistencia del galvanómetro es de 500 ohmios. Determinar la posición más correcta del galvanómetro, es decir, si debe conectarse entre los terminales *a* y *b* o entre los *o* y *c*.

La resistencia, considerada entre *a* y *b*, es

$$\frac{(A + X)(B + P)}{(A + X) + (B + P)} = \frac{526{,}4 \cdot 5\,264}{526{,}4 + 5\,264} = 478{,}6 \text{ ohmios}$$

y entre *o* y *c*.

$$\frac{(A + B)(X + P)}{(A + B) + (X + P)} = \frac{1\,100 \cdot 4\,690{,}4}{1\,100 + 4\,690{,}4} = 891 \text{ ohmios}$$

Como la resistencia del galvanómetro es de 500 ohmios, que está más cercana a los 478,6 ohmios que a los 891, disponiendo el aparato como indica la figura se obtendrá mayor sensibilidad que si se hubiese conectado entre *o* y *c*.

128. Puentes de décadas y de cuadrantes. La distribución decimal de las resistencias parciales del reóstato *P* está representada en la figura 116. Las resistencias están dispuestas en grupos de igual número de ohmios, constituyéndose con diez solenoides de 1 ohmio el primero, con diez de 10 ohmios el segundo, diez de 100 ohmios el tercero, etc. Cada grupo se llama *década de resistencias*. Solamente se requiere una clavija por década. Esta disposición tiene la ventaja de que: las clavijas están siempre en servicio y que así no es tan probable que se extravíen o que se ensucien; es menos probable cometer errores de lectura; es más sencillo percatarse de que las pocas clavijas empleadas están bien apretadas y de que se puede equilibrar rápidamente el puente. Es evidente que con nueve resistencias por década basta para componer la resistencia que se desee, aun cuando se ponen a menudo 10 por década.

El principio de la década se ha extendido a otro tipo de puente aún más práctico, que es el de cuadrantes. En lugar de las clavijas, se emplea una pieza radial, semejante a la que se emplea en los reóstatos, para elegir la resistencia conveniente. Debido a la facilidad de su manejo, este tipo de puente se ha extendido mucho. Se debe cuidar de que los contactos y el brazo se mantengan limpios de polvo y de oxidaciones.

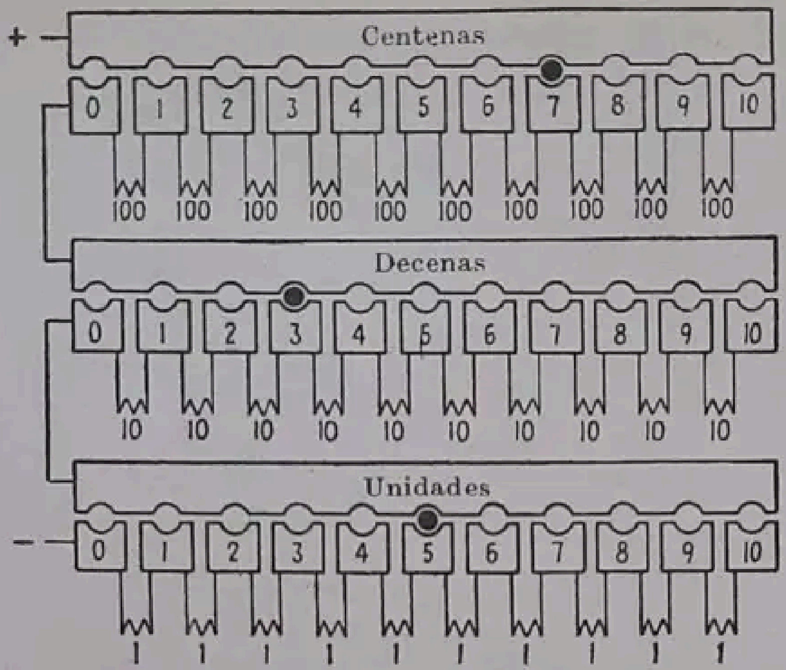


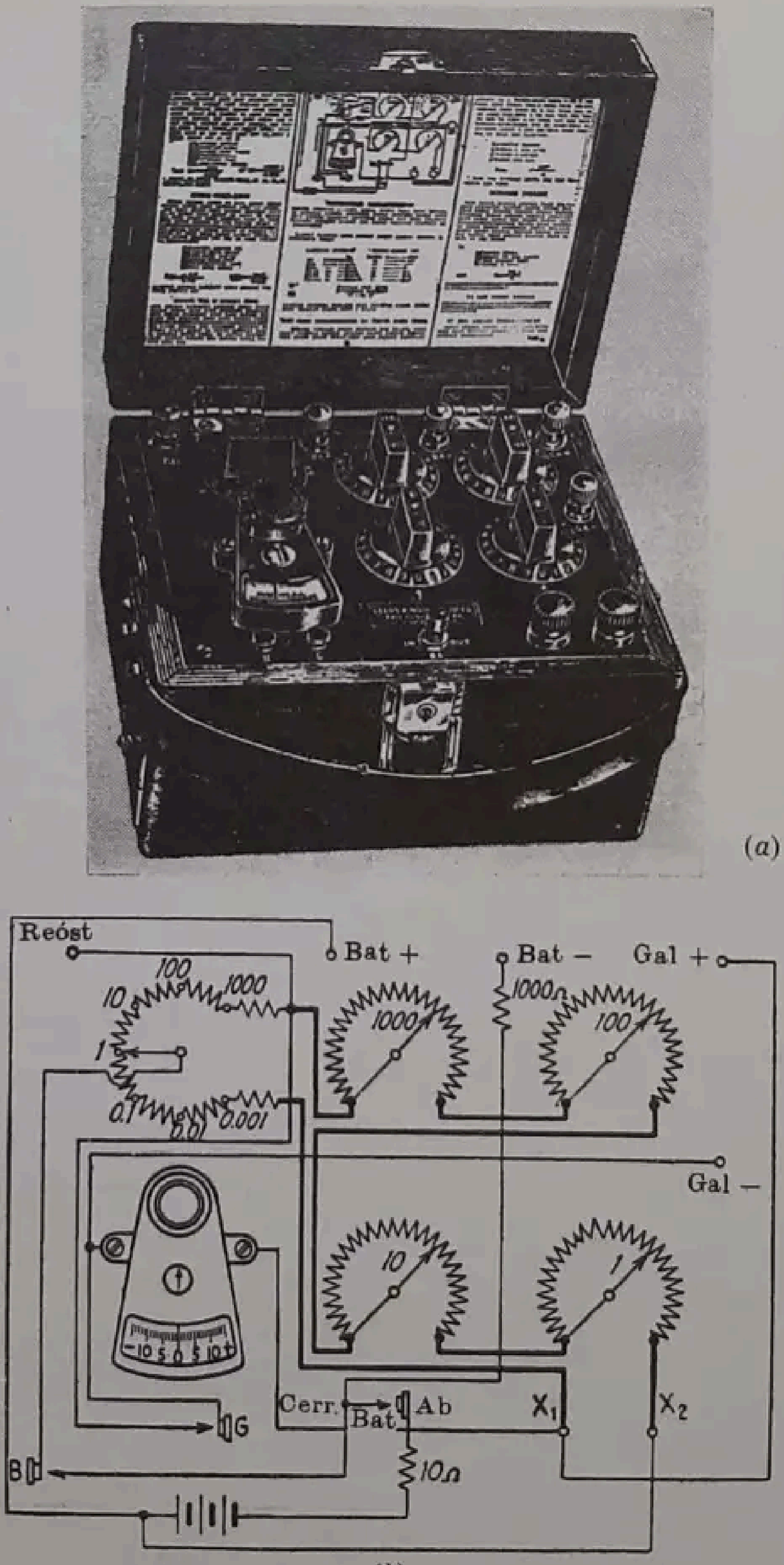
FIG. 116.—Disposición de las clavijas para marcar una resistencia de 735 ohmios.

La figura 117 representa un puente de Wheatstone portátil de cuadrantes con su esquema de conexiones. Aun cuando la batería y el galvanómetro van en el propio aparato, se disponen bornes para emplear elementos exteriores si se desea. Cuando se utiliza la batería propia, el interruptor de batería *Bat* se coloca en la posición correspondiente, y en la otra cuando se emplea una batería exterior. Obsérvese que los dos «brazos de relación» se combinan en un solo «cuadrante de relación» situado en la parte superior izquierda del aparato. Los valores que da son relaciones, no ohmios. La resistencia desconocida se conecta entre los bornes X_1 y X_2. Utilizando los bornes *Reóst* y X_2 puede emplearse el reóstato de cuatro cuadrantes como resistencia patrón.

129. Método para equilibrar un puente. Cuando se utiliza el puente, se puede ganar mucho tiempo si se sigue un método sistemático para equilibrarlo. Supongamos que se trata de medir una resistencia desconocida. La pila y el galvanómetro se conectan a sus respectivos terminales *oc* y *ab* (fig. 115) y la resistencia desconocida a X. Se acostumbra a emplear un shunt con el galvanómetro (§ 114, pág. 153) para evitar desviaciones violentas cuando el puente está muy desequilibrado. Las resistencias de los brazos A y B deben ponerse primero en relación 1 a 1, con 1 000 ohmios en cada una preferentemente.

Con el galvanómetro bien shuntado y todos los cuadrantes de P en el cero ($P = 0$) (véase fig. 117, *b*), se cierra la llave de la pila y después la llave del galvanómetro. Se observa que el galvanómetro se desvía hacia la izquierda. Luego se empieza a dar vuelta al brazo del cuadrante de los millares, cerrando la llave de la pila y después la del galvanómetro para cada nuevo contacto que se ensaya. En el contacto 1, el galvanómetro se desvía hacia la derecha.

Por medio de estas observaciones se han puesto en claro tres hechos. La resistencia desconocida es menor de 1 000 ohmios; cuando el galvanómetro se desvía a la izquierda, el valor de la resistencia en P es demasiado pequeño; cuando se desvía a la derecha, este valor es excesivo. La manivela del cuadrante de los millares se vuelve al cero y se acciona entonces la del cuadrante de las centenas colocándola en el contacto 1; si el galvanómetro se desvía hacia la derecha, indica que una resistencia de 100 ohmios en P es ex-


Reóst
Bat +
Bat −
Gal +
100
10
1000
1
0.1
0.01
0.001
1000Ω
1000
100
Gal −
10
1
-10 5 0 5 10+
Cerr.
Bat
Ab
G
X1
X2
B
10Ω

(a)

(b)

FIG. 117: — Puente de Wheatstone portátil del tipo de cuadrantes: *a*) Tipo de uso general; *b*) Diagrama de conexiones.

cesiva. Se repite la misma operación con el cuadrante de las decenas y se observa, por ejemplo, que para el contacto 1 el galvanómetro se desvía hacia la izquierda y no se desvía hacia la derecha hasta que la manivela se pone en el contacto 3. Por consiguiente, la resistencia desconocida se halla comprendida entre 2 y 3 ohmios. Para obtener un resultado más preciso se debe variar la relación de resistencias A/B. Se hace A igual a 1 ohmio dejando para B el valor 1000 ohmios, y las manivelas de P se ponen a 2000 ohmios. Por ensayos sucesivos, reduciendo siempre el efecto sobre el shunt del galvanómetro, se llega a equilibrar el puente para $P = 2761$ ohmios. Luego,

$$X = \frac{A}{B} P = \frac{1}{1\,000} 2\,761 = 2{,}761 \text{ ohmios}$$

Al equilibrar el puente, siempre la llave de la pila se debe cerrar antes que la llave del galvanómetro, de manera que la corriente en el puente tenga tiempo de alcanzar un valor constante. De otro modo, cualquier f.e.m. de autoinducción podría dar lugar a un error.

130. Puente de cursor. El puente de cursor es una simplificación del puente de Wheatstone, en el que se obtiene el equilibrio por medio de un cursor que se mueve a lo largo de un alambre de manganina, constantán

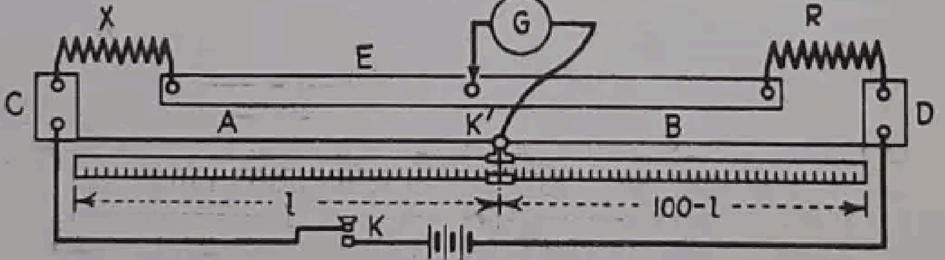


Fig. 118.—Puente de cursor.

u otro material análogo. La figura 118 representa un típico puente de cursor. El alambre de la resistencia AB mide 100 cm de longitud y está tensado entre dos soportes de cobre C y D, situados a la distancia indicada. Sobre el alambre va marcada una escala métrica. Una pieza deslizante K' (cursor) puede moverse a lo largo de la escala y, cuando se cierra, una cuchilla establece contacto con el alambre. El resto del puente comprende una barra gruesa de cobre E, una resistencia conocida R, y la resistencia desconocida X. R se conecta entre D y E, y X entre C y E. Las posiciones de R y X se pueden substituir mutuamente.

El galvanómetro se conecta entre E y el cursor K', y los terminales de la pila se unen con C y D. El equilibrio se consigue moviendo el cursor K' a lo largo del alambre, hasta que el galvanómetro deja de desviarse.

Sea l la distancia en centímetros desde el extremo izquierdo de la escala hasta K' cuando el puente está equilibrado; $100 - l$ será la distancia desde K' al extremo derecho de la escala. Sea r la resistencia por unidad de longitud del alambre del cursor; la resistencia de l será, por tanto, lr, y la del alambre restante $(100 - l)r$.

Según la ley del puente de Wheatstone

$$\frac{X}{lr} = \frac{R}{(100 - l)r} \tag{95}$$

r desaparece de la ecuación y ésta queda, después de despejar X, como sigue:

$$X = l\,\frac{R}{100 - l} \tag{96}$$

que también se puede escribir en la forma

$$\frac{X}{R} = \frac{l}{100 - l} \tag{97}$$

Esto equivale a decir que cuando el puente está equilibrado, el alambre queda dividido por el cursor en dos partes que están en la misma relación que X y R.

El alambre de cursor no es tan preciso como las resistencias de los otros tipos de puentes, porque su sección puede no ser uniforme; las soldaduras de los puntos de contacto C y D hacen que la longitud del alambre sea incierta, aunque es posible corregir este error; el alambre no da lecturas tan precisas como las de un puente con resistencias bien definidas.

Ejemplo. Supongamos que R (fig. 118) es igual a 10 ohmios y que el equilibrio del puente se obtiene cuando el cursor se halla a 74,6 cm del extremo izquierdo de la escala. Hallar la resistencia desconocida X.

Según la expresión (96),

$$X = 74{,}6\,\frac{10}{100 - 74{,}6} = 74{,}6\frac{10}{25{,}4} = 29{,}37 \text{ ohmios}$$

131. Puente de Kelvin. Cuando se miden resistencias muy pequeñas con el puente de Wheatstone, las resistencias de los contactos entre la muestra que se ensaya y los terminales del puente pueden ser suficientes, comparadas con la resistencia de la muestra, para que el resultado obtenido carezca prácticamente de valor (véase también pág. 170). El efecto de estas resistencias de contacto se elimina en el puente de Kelvin (fig. 119, *a*). Como en el puente usual, A y B son los dos brazos que fijan la relación de resis-

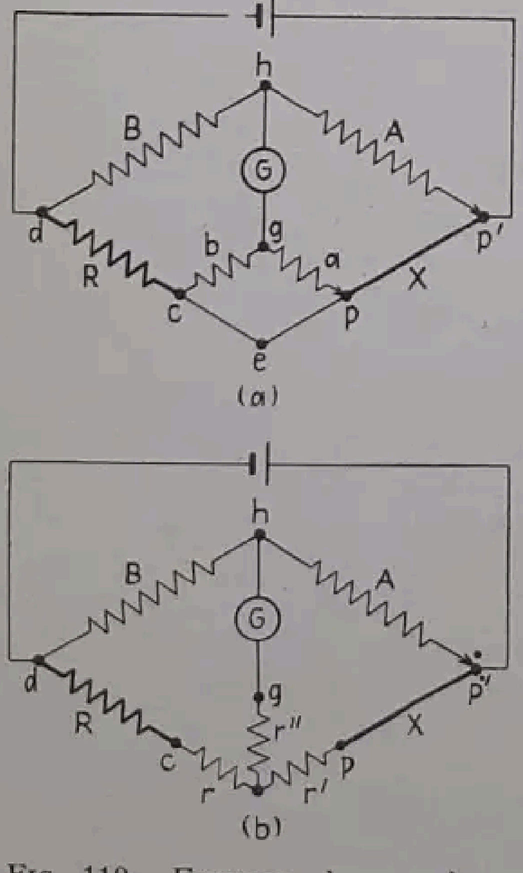


Fig. 119.—Esquema de conexiones del doble puente de Kelvin.

tencias. Los valores de A y B se pueden hacer tan elevados que las resistencias de los contactos en p', h, d sean despreciables en comparación con las otras.

Sea X la resistencia desconocida, que puede ser la comprendida entre dos cuchillas de contacto $p'p$ sobre una varilla de cobre, como indican las figuras 119 y 120. El brazo R o resistencia entre los puntos c y d actúa de reóstato. La resistencia de este brazo debe ser baja y se hace graduable (véase fig. 120). La resistencia de contacto entre X y R es la resistencia de la conexión *pec* y puede representar una parte importante de la de los brazos X y R, e incluso puede exceder el valor de la resistencia del brazo R o de la muestra X. Por consiguiente, a menos que se elimine esta resistencia de contacto, los resultados de la medida de la incógnita quedarán afectados de errores tan grandes que no tendrán ningún valor. Sin embargo, esta resistencia de contacto *pec* puede eliminarse conectando el galvanómetro a la unión de dos resistencias auxiliares a y b, mejor que si se empalma a p o a c, como en el puente usual de Wheatstone. El otro extremo del brazo a se conecta al contacto p, y el otro extremo del b al punto c (fig. 119, a). Si a y b están hechos de manera que $a/b = A/B$, la resistencia de contacto queda eliminada, y $X/R = A/B$ como en el puente ordinario.

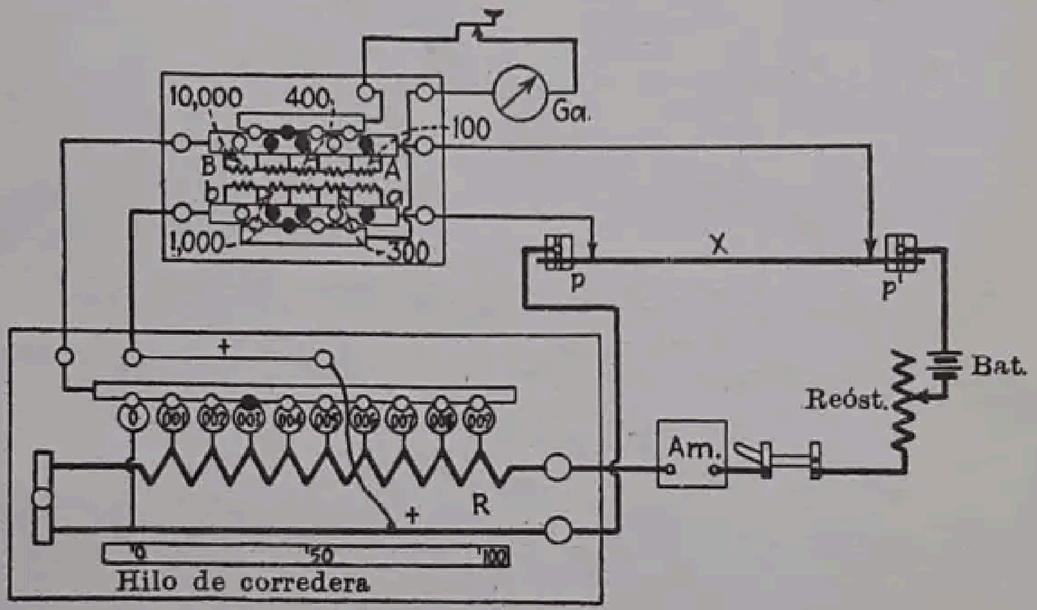


Fig. 120.—Conexiones reales de un puente de Kelvin. *(Leeds & Northrup Company.)*

Para obtener una sensibilidad suficiente, es necesario que la corriente del puente sea de 15 a 150 amp., según sea el valor de las resistencias que el puente está destinado a medir.

Que la relación $X/R = A/B$, cuando $a/b = A/B$, se puede demostrar como sigue:

Las resistencias a, b, (pc) forman un circuito en triángulo, que puede substituirse por su equivalente en estrella (fig. 119, b), utilizando las fórmulas (65), (66) y (67), página 97.

$$r = \frac{b(pc)}{a+b+(pc)}; \quad r' = \frac{a(pc)}{a+b+(pc)}; \quad r'' = \frac{ab}{a+b+(pc)}$$

Según (94), la condición de equilibrio en la figura 119 (b) es

$$\frac{R+r}{B} = \frac{X+r'}{A}$$

o sea

$$\left[R + \frac{b(pc)}{a+b+(pc)}\right] A = \left[X + \frac{a(pc)}{a+b+(pc)}\right] B \qquad \text{(I)}$$

La resistencia r'' en serie con el galvanómetro no tiene ningún efecto cuando el puente está en equilibrio.

Despejando X en (I)

$$X = \frac{A}{B} R + \frac{(pc)}{a+b+(pc)} \left(\frac{A}{B} b - a\right) \qquad \text{(II)}$$

de donde se deduce que si $A/B = a/b$

$$X = \frac{A}{B} R \qquad (98)$$

que es lo que se trataba de demostrar.

La disposición del puente, tal como lo construye la casa Leeds and Northrup Co, se indica en la figura 120. Las letras se corresponden con las del esquema de la figura 119 (a).

En la figura 120, $A = a = 300$ ohmios, y $B = b = 10000$ ohmios. $R = 0{,}003$ ohmios más la lectura que dé la corredera o cursor del alambre.

132. Roturas, tierras y cruces. En las líneas aéreas o en los cables subterráneos, sean para transporte de energía o para telecomunicación, la continuidad del servicio es fundamental. Sin embargo, se producen a veces averías. Las averías pueden ser una *rotura*, una *tierra* o un *cruce*, que también se llama a veces *corto circuito*.

La rotura es la desconexión o interrupción total de un circuito, como puede presentarse cuando se rompe un conductor en el interior de la cubierta aislante de un cable y los extremos se separan lo suficiente para que queden aislados el uno del otro. En el § 260 se describen las pruebas necesarias para localizar esta clase de averías.

Una tierra, o contacto con tierra, se produce cuando el aislamiento de un cable se deteriora o se destruye haciendo posible que en ese punto la corriente pueda pasar de los conductores a tierra o a la cubierta del cable.

Los cruces se producen si, por deteriorarse el aislamiento existente entre dos conductores, la corriente puede pasar de uno al otro. Tanto en las tierras como en los cruces, la resistencia opuesta al paso de la corriente puede ser grande o pequeña. La localización de estas averías se puede conseguir fácilmente por el método de medida de resistencias con puente.

Dos aplicaciones de este método, que se utilizan con frecuencia, son los ensayos de circuito de ida y vuelta de Murray y de Varley. La superioridad de este sistema se debe a que los resultados son independientes de la resistencia propia de la avería.

El primer paso que ha de darse al aplicar ambos métodos es seleccionar el conductor o conductores averiados y determinar el tipo de avería, lo que puede realizarse mediante un voltímetro y una batería, o con un ohmímetro, tal como se indica en la figura 121, en la que se muestran las pruebas para el caso de tierra en el conductor *a*. De manera similar, las pruebas en el caso de rotura, como la que se indica en el conductor *b*, pueden realizarse poniendo a tierra los conductores en el extremo *B* y utilizando el voltímetro o el ohmímetro. La comprobación de cruce se efectúa conectando el voltímetro o el ohmímetro y la batería entre dos conductores *c* y *d* y sus extremos en *A*, desconectando, en cambio, los extremos en *B*.

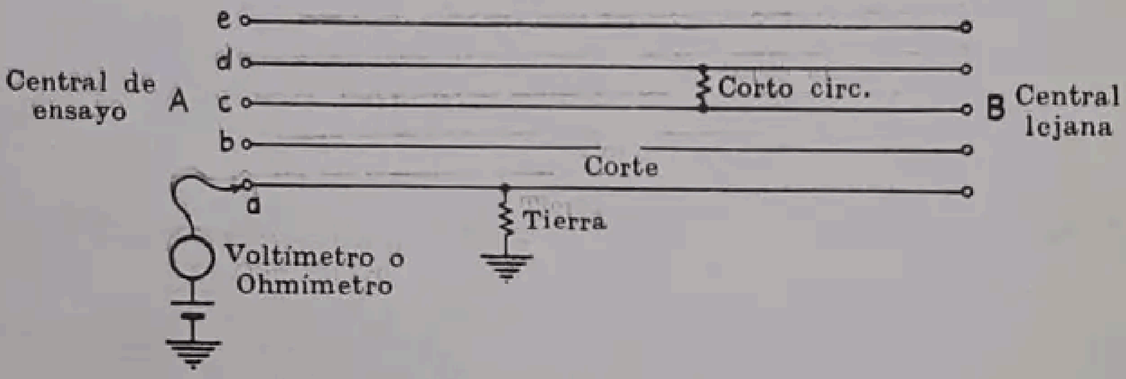


FIG. 121.—Ensayo de avería.

La operación siguiente para los casos de una tierra o cruce consiste en determinar la *resistencia de ida y vuelta*, si no se conoce ya; esta resistencia puede determinarse mediante el puente de Wheatstone normal. (Para medir la resistencia, o para localizar una avería por cualquiera de los métodos de ida y vuelta, debe emplearse un conductor en buen estado para completar el circuito.)

133. Ensayo de Murray. Esta prueba se emplea mucho para la localización de averías en líneas de resistencia relativamente reducida, como en los casos de secciones cortas de cables de telecomunicación o de transporte. Para efectuarla se realizan las conexiones en la forma que se indica en la figura 122.

Las posiciones relativas del galvanómetro y de la batería tienen importancia en este caso; cuando se realizan las conexiones como indica la figura, las corrientes vagabundas y el aumento de resistencia producido por la avería no ejercen acción sobre las lecturas. La f.e.m. de la batería debe ajustarse para obtener la sensibilidad que se desee. Sea X la distancia a que se encuentra la avería, y x la resistencia del cable hasta el punto en que ésta se encuentra.

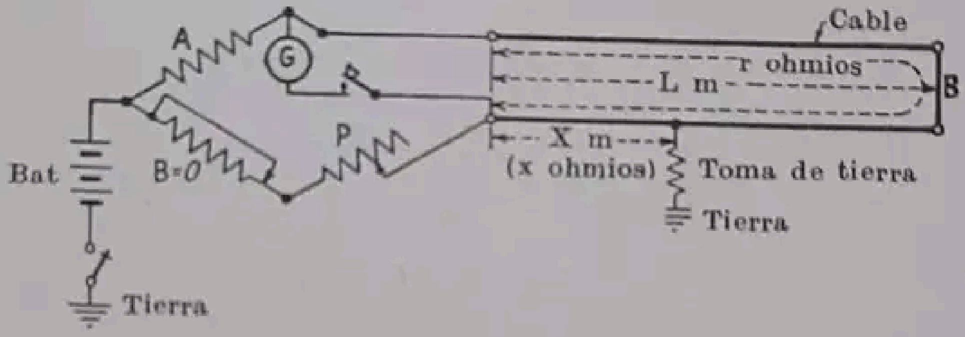

A
G
Cable
r ohmios
L m
B
P
Bat
B=0
X m
(x ohmios)
Toma de tierra
Tierra
Tierra

FIG. 122.—Ensayo de Murray.

Cuando el galvanómetro está en el cero,

$$\frac{A}{P} = \frac{r - x}{x} \tag{99}$$

o sea

$$x = \frac{P}{A + P} r \tag{100}$$

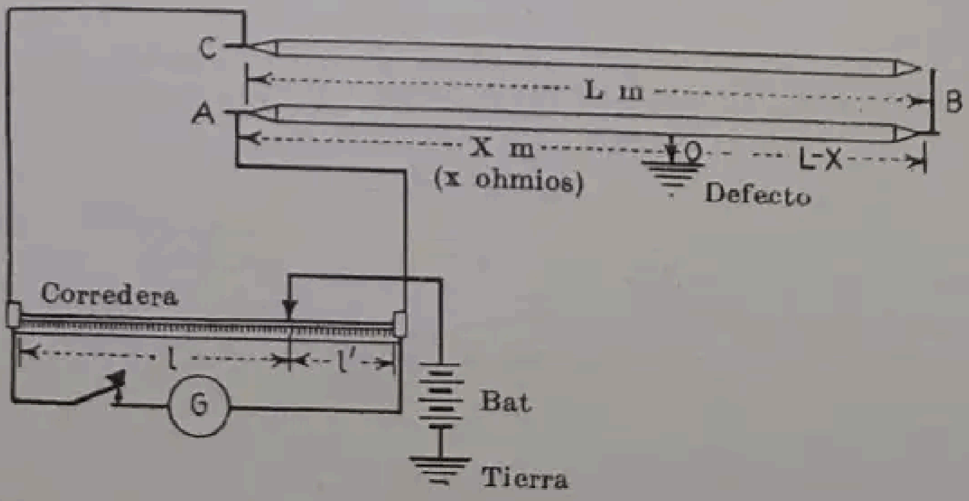

C
L m
B
A
X m
L-X
(x ohmios)
Defecto
Corredera
l
l'
G
Bat
Tierra

FIG. 123.—Ensayo de tierra con la corredera de Murray.

Se puede emplear un hilo con corredera o cursor o un divisor de tensión en lugar de los brazos A y P, como en la figura 123, en la que se representan dos cables, ambos de L metros de longitud. Supóngase también que la resistencia de la línea de ida y vuelta es de r ohmios.

Cuando el galvanómetro está en el cero,

$$\frac{l}{l'} = \frac{r - x}{x} \tag{101}$$

y la resistencia hasta la avería es

$$x = \frac{l'}{l + l'} r. \tag{102}$$

Si ρ es la resistencia por metro de conductor, y X la distancia en metros hasta la avería

$$x = X\rho \qquad \text{y} \qquad r = 2L\rho \qquad \text{luego } X = 2L\left(\frac{l'}{l + l'}\right). \tag{103}$$

Si los dos conductores son semejantes y de resistencia uniforme, la distancia hasta la avería, según (100), será

$$X = 2L\left(\frac{P}{A + P}\right) \tag{104}$$

fórmula en que $2L$ es la longitud de la línea de ida y vuelta.

Ejemplo. Un cable de 700 m de longitud está formado por dos conductores, uno de los cuales tiene una tierra en un punto desconocido. Se realiza una prueba de Murray utilizando un hilo con corredera de 100 cm, conectado como se indica en la figura 123, para localizar el defecto. El equilibrio se consigue cuando la corredera se dispone a 85 cm. Determinar la distancia a la avería o tierra, desde la estación de ensayo.

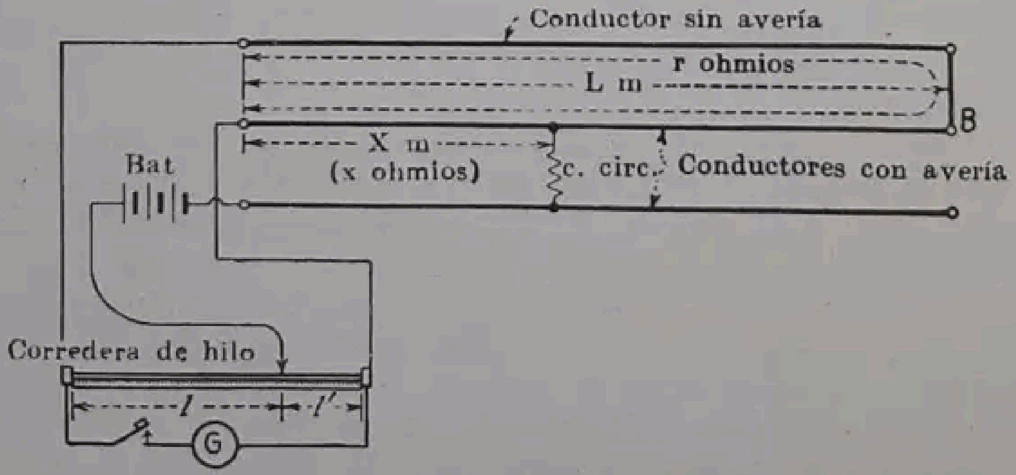


FIG. 124.—Ensayo de corto circuito con la corredera de Murray.

Empleando la fórmula (103)

$$X = 1\,400(15 : 100) = 210 \text{ m}.$$

Si se trata de un cruce, la prueba se realiza conectando la batería a uno de los conductores averiados en lugar de a tierra, y el otro conductor con avería forma la línea de ida y vuelta con uno no averiado (fig. 124). Entonces, como en (101)

$$\frac{l}{l'} = \frac{r - x}{x} \tag{105}$$

y la distancia al cruce es

$$X = 2L\frac{l'}{l + l'}. \tag{106}$$

134. Ensayo de Varley. Este ensayo se adapta mejor para la localización de defectos en el caso de líneas de gran resistencia, como, por ejemplo, en los cables largos de las líneas de comunicaciones. Las conexiones se indican en la figura 125. Sea X la distancia hasta la avería, y x la resistencia del conductor hasta el punto en que ésta se ha producido.

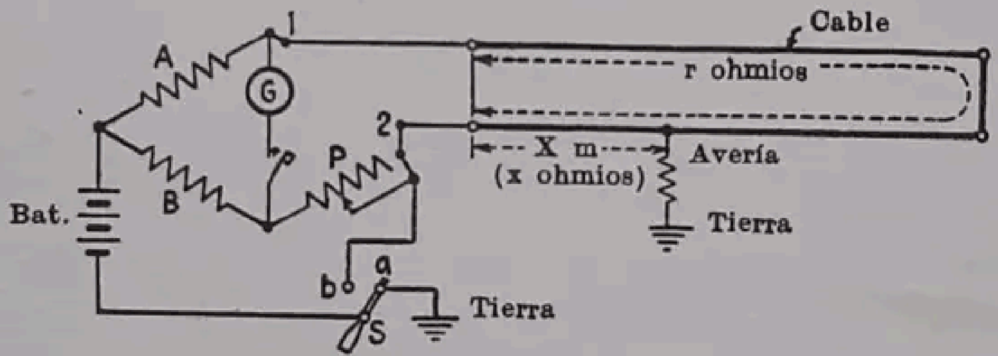


Fig. 125.—Ensayo de tierra de Varley.

A y B son los brazos de relación de un puente, y P el reóstato. Es necesario que la batería y el galvanómetro ocupen las posiciones indicadas en la figura, con objeto de que la resistencia de la avería no afecte las medidas y también para evitar las perturbaciones que puedan producir las corrientes vagabundas en el galvanómetro. El equilibrio del puente para localizar la avería se obtiene primero mediante la resistencia P, con el conmutador S colocado en la posición a.

Antes de que se pueda determinar el valor de X, es necesario conocer la resistencia total r de la línea, colocando el conmutador S en la posición b, con lo cual los dos cables de ida y vuelta se disponen en serie y constituyen el cuarto brazo del puente. Una medición sencilla con el puente da el valor de r.

Cuando el galvanómetro está en el cero (con el conmutador S, en la posición a) se verifica

$$\frac{A}{B} = \frac{r - x}{P + x} \tag{107}$$

de donde

$$x = \frac{Br - AP}{A + B} \tag{108}$$

y como $x = (r/2L)X$,

$$X = \frac{2L}{r}\,\frac{Br - AP}{A + B} \tag{109}$$

Ejemplo. Para localizar una avería con el método de Varley, se emplean las conexiones de la figura 125 colocando el conmutador en *a*. Cada conductor tiene 9 Km de longitud. El equilibrio del puente se produce cuando $A = 10$, $B = 90$ y $P = 2374$ ohmios. Con el conmutador en *b* y mediante una medida normal con el puente de Wheatstone se obtiene como resistencia de la línea 417,2 ohmios.

Según la fórmula (108)

$$x = \frac{90 \cdot 417{,}2 - 10 \cdot 2374}{10 + 90} = \frac{13\,808}{100} = 138{,}08 \text{ ohmios}$$

De acuerdo con (109), la distancia a la avería será

$$X = \frac{2 \cdot 9\,000}{417{,}2} \cdot 138{,}08 = 5\,957 \text{ m}$$

Las conexiones para localizar un cruce se indican en la figura 126. El examen de los circuitos muestra que puede aplicarse la fórmula (107), ya que la resistencia hasta el cruce y la del trozo *ab* de conductor están en el circuito de la batería. Por lo tanto, pueden utilizarse las fórmulas (107) y (108).

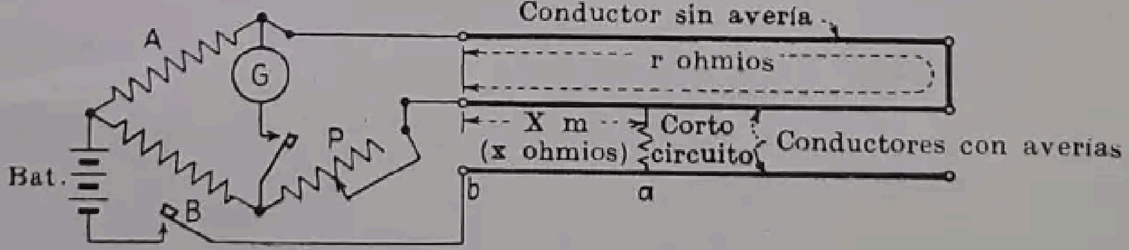


FIG. 126.—Ensayo de corto circuito de Varley.

135. Ensayo de aislamiento. En la práctica es necesario medir la resistencia de la cubierta aislante de los cables, tanto en la fábrica como después de instalados. Un valor reducido de la resistencia del aislamiento puede indicar que el aislante es de calidad inferior. Si el cable ya está instalado, una resistencia insuficiente puede indicar que se ha manejado sin cuidado o que hay un defecto de instalación. El método del voltímetro explicado en el § 124 (pág. 171) puede aplicarse en muchos casos, pero si la resistencia de aislamiento es elevada, aun un voltímetro de alta resistencia puede no ser suficientemente sensible.

Para hacer estas mediciones se utiliza un galvanómetro sensible. Generalmente es necesario emplear una fuente de f.e.m. considerable, de 100 a 500 voltios. Esta tensión puede obtenerse directamente de la red, aunque con pilas secas y pilas de cloruro de plata conectadas en serie se obtiene mejor resultado. El esquema de conexiones se representa en la figura 127.

El método que se emplea es el de substitución. Una resistencia conocida, generalmente de 0,1 megaohmios (100 000 ohmios); se conecta primero con el circuito y se anota la desviación del galvanómetro. La resistencia desconocida X se pone en circuito, a continuación, en lugar de la conocida, y se anota la indicación del galvanómetro. Como las intensidades de corriente en ambos casos son inversamente proporcionales a las resistencias del circuito, se puede determinar la resistencia desconocida, siendo las desviaciones del galvanómetro las que indican los valores efectivos de intensidad de la corriente. Sea D_1 la desviación correspondiente a 0,1 megaohmios, y D_2 la desviación correspondiente a la resistencia desconocida.

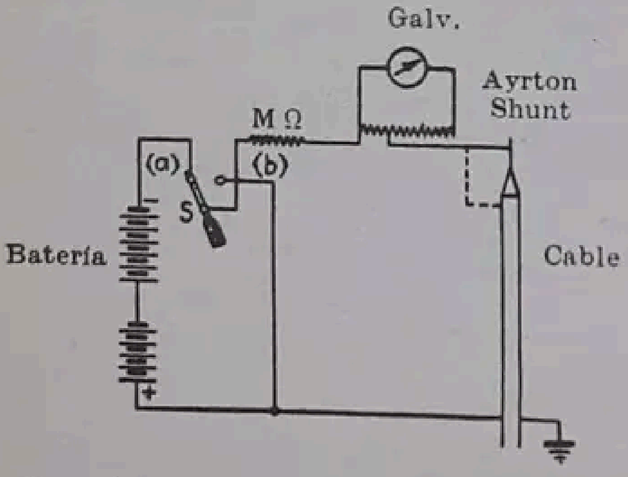


FIG. 127.—Medición de la resistencia del aislamiento de un cable.

$$\frac{X}{0,1} = \frac{D_1}{D_2}$$

$$X = 0,1\,\frac{D_1}{D_2}\ \text{megaohm.} \qquad (110)$$

En condiciones ordinarias no es posible obtener resultados precisos por simple comparación entre las desviaciones del galvanómetro (fórm. 110), porque la resistencia desconocida puede ser de centenares de megaohmios, mientras que la resistencia conocida es de 0,1 megaohmios solamente, con lo cual la desviación D_2 será tan pequeña respecto a la D_1 que resultará ilegible.

Esta dificultad se vence empleando el shunt Ayrton, descrito en el § 114 (pág. 155). Cuando en el circuito no hay más que los 0,1 megaohmios, la sensibilidad del galvanómetro es generalmente tal que la desviación rebasaría la escala a menos de que estuviese shuntado.

Por lo tanto, el shunt se gradúa para un valor bajo de 0,0001 ohmios, por ejemplo. Sea S_1 esta resistencia en el shunt, y D_1 la desviación del galvanómetro. El poder multiplicador del shunt es $M_1 = 1/S_1$. Se introduce ahora el cable en el circuito y se ajusta el shunt hasta que la desviación de la aguja del galvanómetro cae dentro de la escala. Sea D_2 esta desviación y S_2 el valor correspondiente del shunt. Su poder multiplicador será en este caso $M_2 = 1/S_2$.

La relación entre las intensidades de las corrientes en el circuito, correspondientes a los dos casos, es

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{M_1 D_1}{M_2 D_2} \qquad (111)$$

y la resistencia desconocida, según la fórmula (110) será

$$X = 0{,}1\,\frac{I_1}{I_2} = 0{,}1\,\frac{M_1 D_1}{M_2 D_2}\ \text{megaohm.} \qquad (112)$$

En la práctica, en lugar de substituir el cable por la resistencia de 0,1 megaohmios, se pone primero el cable en corto circuito por medio de un conductor, indicado por una línea de trazos en la figura 127, y se determinan las constantes. Luego se quita este conductor poniendo el cable en circuito. La resistencia de 0,1 megaohmios se deja siempre intercalada para proteger el galvanómetro en caso de un corto circuito accidental en el cable. Esta resistencia tiene poco valor, generalmente, si se la compara con la resistencia del aislamiento del cable, de manera que ordinariamente no se hace necesaria ninguna corrección.

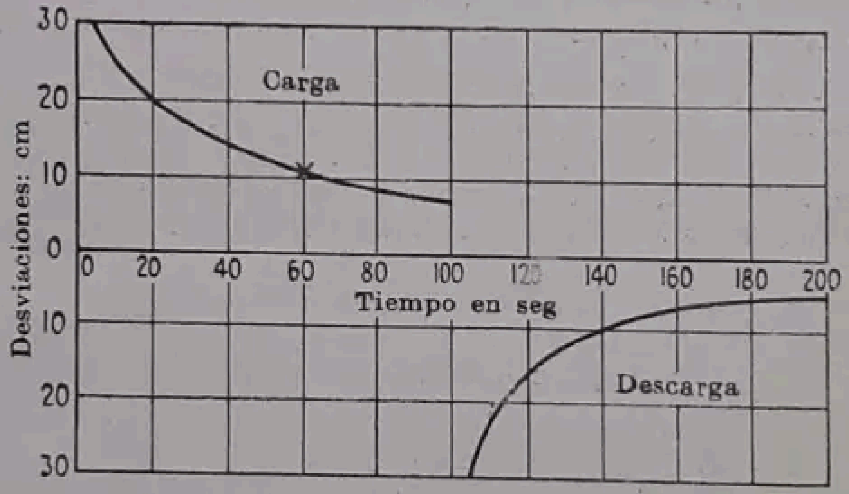


FIG. 128.—Curvas de carga y descarga de un cable.

En general se intercala un conmutador o llave *S*. Cuando está en la posición (*a*) (fig. 127), el cable queda intercalado en el circuito. Cuando se pone en (*b*), el cable, cargado electrostáticamente, se descarga a través del galvanómetro.

Cuando el interruptor se pone primero en (*a*), hay un aflujo de corriente y se carga electrostáticamente el cable (véase § 240, cap. X). Debido a la «absorción» característica del aislante, se invierte cierto tiempo en cargar el cable, y durante algún tiempo circula esta corriente de carga, decreciendo continuamente, como se representa en la figura 128, que indica la variación de las desviaciones del galvanómetro con el tiempo. Como representa a menudo un inconveniente esperar que el galvanómetro alcance una desviación estable, se ha convenido en considerar la desviación que se produce al cabo de un minuto, como valor arbitrario, empleado para la determinación de la resistencia del aislamiento.

Cuando el conmutador S se pone en (b), la carga electrostática del cable fluye hacia el galvanómetro en dirección opuesta. Otra vez, debido también a la absorción, se requiere un tiempo considerable para que el cable se descargue totalmente, lo que también se representa en la figura 128, en la que se ve que la descarga se produce en 100 segundos.

Al practicar mediciones de resistencia de aislamiento, deben tomarse precauciones para aislar completamente el propio aparato. Deben emplearse tacos de ebonita como soportes y, siempre que sea posible, los conductores deben colocarse al aire mejor que dejarlos apoyados en el suelo. Como que la resistencia del aislamiento varía mucho con la temperatura, debe tomarse con cuidado este dato en el momento de hacer la medición.

Aunque se ha descrito este método para el caso de ensayo de aislamiento de cables, puede aplicarse igualmente a cualquier otro tipo de aislamiento como, por ejemplo, al de los transformadores, motores, dínamos, etc.

Ejemplo. Se comprueba la resistencia del aislamiento del cable cuyas características se indican en la figura 128. La desviación de la aguja del galvanómetro cuando sólo hay 0,1 megaohmios en el circuito es de 20 cm y la lectura del shunt es 0,0001. Cuando se ha obtenido la curva de la figura 128, el shunt marca 0,1. El cable tiene una longitud de 670 m. Determinar: a) Su resistencia de aislamiento; b) la resistencia de aislamiento por kilómetro.

$$M_1 = 1/0{,}0001 = 10\,000$$
$$M_2 = 1/0{,}1 = 10$$
$$D_2 \text{ (según la curva)} = 11 \text{ cm.}$$

a)
$$X = 0{,}1\,\frac{10\,000 \cdot 20}{10 \cdot 11} = 182 \text{ megaohmios}$$

b) El aislamiento tendrá una resistencia por kilómetro que será *menor* que la que corresponde a 670 m, porque las pérdidas de corriente son proporcionales a la longitud del cable. Por lo tanto, la resistencia es inversamente proporcional a dicha longitud. La sección transversal del camino recorrido por las corrientes derivadas es mayor para un kilómetro que para 670 m. Por consiguiente, la resistencia del aislamiento por kilómetro será

$$R_k = \frac{670}{1\,000}\,182 = 121{,}94 \text{ megaohmios}$$

136. Hilos de protección. Al determinar la resistencia del aislamiento de los cables y para otros aislamientos, deben tomarse a menudo precauciones contra fugas o pérdidas de corriente, por derivación de la misma en sus extremos. La humedad, combinada algunas veces con el polvo, ofrece, a veces, una resistencia relativamente pequeña a lo largo de la superficie del aislante entre el núcleo y la cubierta. Estos posibles pasos de la corriente shuntan el aislante, de manera que las pérdidas por los extremos pueden dar origen a valores de la resistencia del aislante que sean excesivamente bajos. Para evitar estas pérdidas superficiales, se secan con frecuencia los extremos del cable por medio de una llama, cuidando de no llegar a quemar el aislante, y luego se cubren con parafina.

Si los dos extremos del cable son accesibles, las corrientes de fuga pueden derivarse, de manera que no pasen por el galvanómetro, por medio de los *hilos de protección*, con lo que sus efectos sobre la medida de resistencias quedan así eliminados. El método se representa en la figura 129. Se disponen unas cuantas espiras de hilo apretadas fuertemente alrededor de la cubierta aislante, en a y b, entre la envuelta o «tierra» y el núcleo del cable. Estas espiras de hilo se empalman entre sí y con el terminal C de la batería, que también está en conexión con el galvanómetro (fig. 129). Examinando la figura 129 se observa que cualquier derivación de corriente ha de ir a parar al terminal negativo de la batería, sin pasar por el galvanómetro. Es decir que cuando la corriente derivada, o de fuga, llega a los puntos a y b, se le ofrecen dos caminos para alcanzar el terminal negativo de la batería, uno a lo largo del conductor de débil resistencia aC y otro a través del resto del aislante y el galvanómetro. Prácticamente, toda la corriente de fuga pasará por el hilo aC y no afectará las indicaciones del galvanómetro.

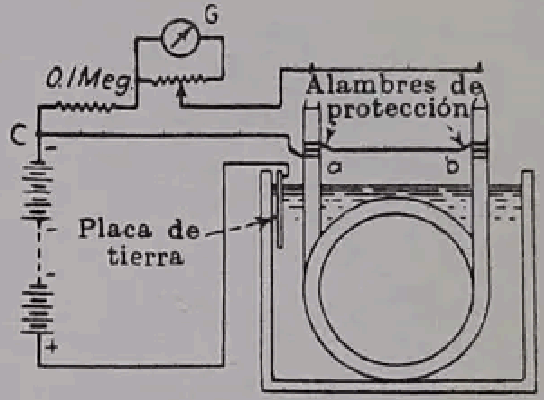


FIG. 129.—Empleo de un alambre de protección para derivar la pérdida superficial de corriente de un cable sumergido en agua.

POTENCIÓMETROS

137. Potenciómetro. El potenciómetro es un aparato que permite realizar medidas precisas de f.e.m. En muchos casos de determinaciones de precisión se emplea más que el tipo corriente de voltímetro, por dos razones. En primer lugar, si ha de medirse la f.e.m. real E, el potenciómetro no da origen a una absorción de corriente, mientras que un voltímetro la absorbe para hacerlo funcionar y así produce una caída de tensión debida a la resistencia interna, con lo que mide la tensión en los bornes V. (Con frecuencia, la caída de tensión debida a la resistencia interior es despreciable). En segundo lugar, los voltímetros más precisos tienen un error del 0,1 %, mientras que con un potenciómetro no es difícil realizar mediciones con error de 0,01 %. El potenciómetro es, en esencia, un medio de comparar una f.e.m. desconocida con la de una pila patrón, como la Weston, por ejemplo (véase § 83, pág. 115). Como no absorbe corriente permite determinar con exactitud una f.e.m. tan pequeña que no podría suministrar ni siquiera la pequeña corriente que requiere un voltímetro para funcionar. El procedimiento utilizado consiste en oponer a la f.e.m. desconocida, otra conocida, conectando entre sí los terminales positivos de ambas y también los negativos, e interponiendo entre estos últimos un galvanómetro, tal como se indica en la figura 130 (a) (véanse figs. 18 y 19, pág. 41). Si el galvanómetro no indica el paso de corriente, las dos f.e.m. deben ser iguales. Para utilizar este método, sin embargo, es preciso disponer de una f.e.m. que pueda variar dando un amplio número de valores conocidos. Como esto no es posible prácticamente con el sistema indicado en la figura 130 (*a*), se conecta en paralelo la f.e.m. desconocida con una resistencia en la que se produce una caída de tensión en oposición a dicha f.e.m. (fig. 130, *b*). Es muy sencillo variar la intensidad de la corriente en esta resistencia y obtener así, con ajuste muy fino, entre sus extremos, la tensión que se desee. La caída de potencial correspondiente puede determinarse con gran aproximación calibrando la resistencia con una pila patrón (véase § 83).

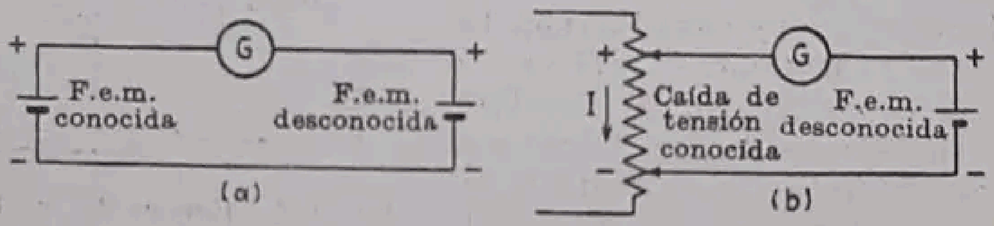
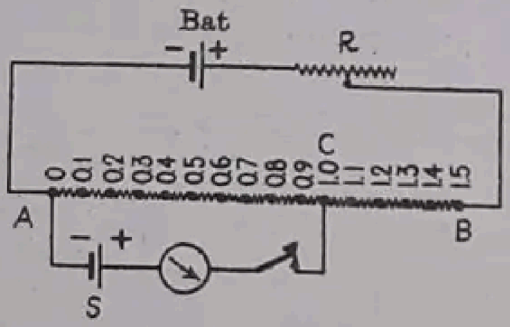


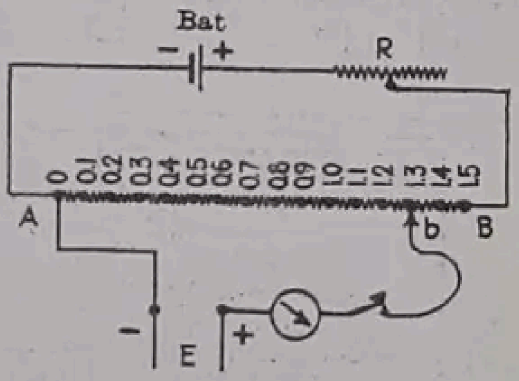
FIG. 130. — Métodos de compensación de fuerzas electromotrices.

Supongamos en la figura 131 (*a*) que la pila patrón S tiene exactamente una f.e.m. de un voltio. Sea *Bat* un acumulador que suministra corriente a un conductor AB a través de un reóstato R. Admitamos que el conductor AB tenga 15 divisiones, de un ohmio de resistencia cada una, con un total de 15 ohmios. Evidentemente, la resistencia del conductor AB puede tener un valor cualquiera, pero en general se le da un valor tal que la magnitud de la intensidad de la corriente con que se opere sea razonable. La pila patrón se conecta de manera que su terminal negativo se empalme con el negativo A del acumulador, y su terminal positivo, a través de un interruptor y un galvanómetro, con el punto C del hilo de resistencia que corresponde a 1 voltio. Si circulan 0,1 amp. a lo largo de AB, la caída de tensión en la parte AC será de 1 voltio. Si se cierra el interruptor, no circulará corriente alguna por el galvanómetro, ya que la f.e.m. de la pila patrón está en perfecta oposición con la caída de tensión de 1 voltio. Si, por el contrario, la corriente en AB no es exactamente de 0,1 amp. circulará una corriente por el circuito de la pila patrón, debida a que la caída de tensión entre A y C será mayor o menor de 1 voltio. Si la corriente es menor que 0,1 amp., el galvanómetro se desvía en una dirección, y si es mayor que 0,1 amp. se desviará en la dirección opuesta. Es naturalmente posible ajustar la corriente en AB a un valor tal que el galvanómetro se mantenga en el cero. En tales condiciones, la corriente en AB es exactamente 0,1 amp. y la caída de tensión en cada división de AB es de 0,1 voltios. Por lo tanto, AB puede graduarse en voltios como en la figura. Se dice entonces que el potenciómetro se ha calibrado.

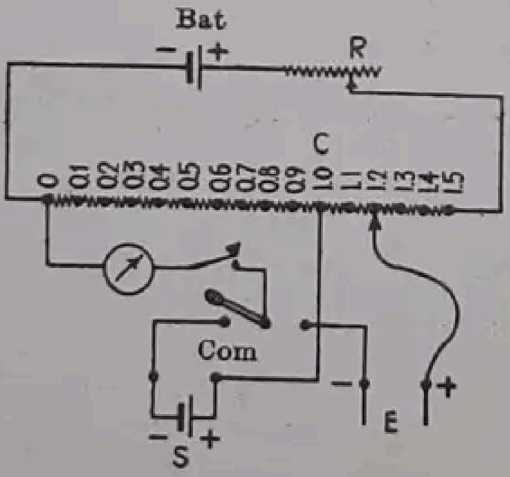
Supongamos que se trata de medir una f.e.m. desconocida E, cuyo valor se sabe que no llega a 1,5 voltios. El terminal negativo de E se conecta con el extremo A del conductor AB (fig. 131, *b*), y el positivo de E con un contacto móvil b, intercalando en el ramal el galvanómetro y el interruptor. Se supone que la corriente en AB se ha ajustado exactamente a 0,1 amp. Se mueve el contacto b a lo largo de AB, hasta lograr que la aguja del galvanómetro esté en el cero, lo que significa que la f.e.m. E está exactamente equilibrada por la caída de tensión en AB. Como AB está graduada en voltios, el valor de E se puede leer directamente sobre la escala. Este método de medición de voltajes se llama *método de Poggendorff* y es el principio fundamental de los potenciómetros.


Bat
R
C
0 01 02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12 13 14 15
A
B
S

(a) Graduación de la resistencia AB


Bat
R
0 01 02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12 13 14 15
A
b
B
E

(b) Medición de una f.e.m. desconocida


Bat
R
C
0 01 02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12 13 14 15
Com
S
E

(c)

FIG. 131.—Potenciómetro elemental.

Los dos esquemas (*a*) y (*b*) (fig. 131) pueden combinarse en uno solo empleando un conmutador unipolar de dos posiciones *Com* (fig. 131, *c*). Cuando el conmutador está en la posición de la izquierda, la pila patrón está en circuito, para calibrar el potenciómetro, como en (*a*), y cuando está en la posición de la derecha, la f.e.m. se conecta con el conductor AB, lo que permite determinar su valor.

138. Potenciómetro de baja resistencia Leeds & Northrup. La figura 132 representa el esquema del potenciómetro de baja resistencia Leeds & Northrup. Su principio es el mismo que el del potenciómetro sencillo de la figura 131.

Una batería de 2 voltios se conecta a los terminales *+Bat* y *−Bat.* La corriente de trabajo del potenciómetro se regula mediante tres reóstatos graduables (indicados con los términos «basto», «medio» y «fino»). La corriente, a partir del terminal positivo de la batería, pasa por el hilo de corredera de la pila patrón y su shunt, el hilo principal de corredera y su shunt *BD*, el conmutador de cuadrante y el conmutador de escala o alcance *C*. Moviendo este último para colocarlo en 0,1 ó 0,01, la corriente en la corredera principal y en el conmutador de cuadrante se reduce a 0,1 ó 0,01 de su valor normal y el alcance del potenciómetro se reduce en igual proporción. La resistencia del cuadrante está dividida en 15 divisiones de 5 ohmios y 0,1 voltios. Como la resistencia correspondiente a 0,1 voltios es 5 ohmios, la corriente de trabajo es 0,1 : 5 = 0,02 amp. La corredera principal, o conmutador principal deslizante, está constituída por un simple hilo, de unos 5 m de longitud, arrollado, con 11 vueltas, sobre una ranura en espiral, labrada en un cilindro de baquelita de 15 cm de diámetro. El contacto *M'* está formado por un resorte de cinta de bronce fosforoso con un extremo de acero duro pulimentado. El terminal negativo de la pila patrón se co-

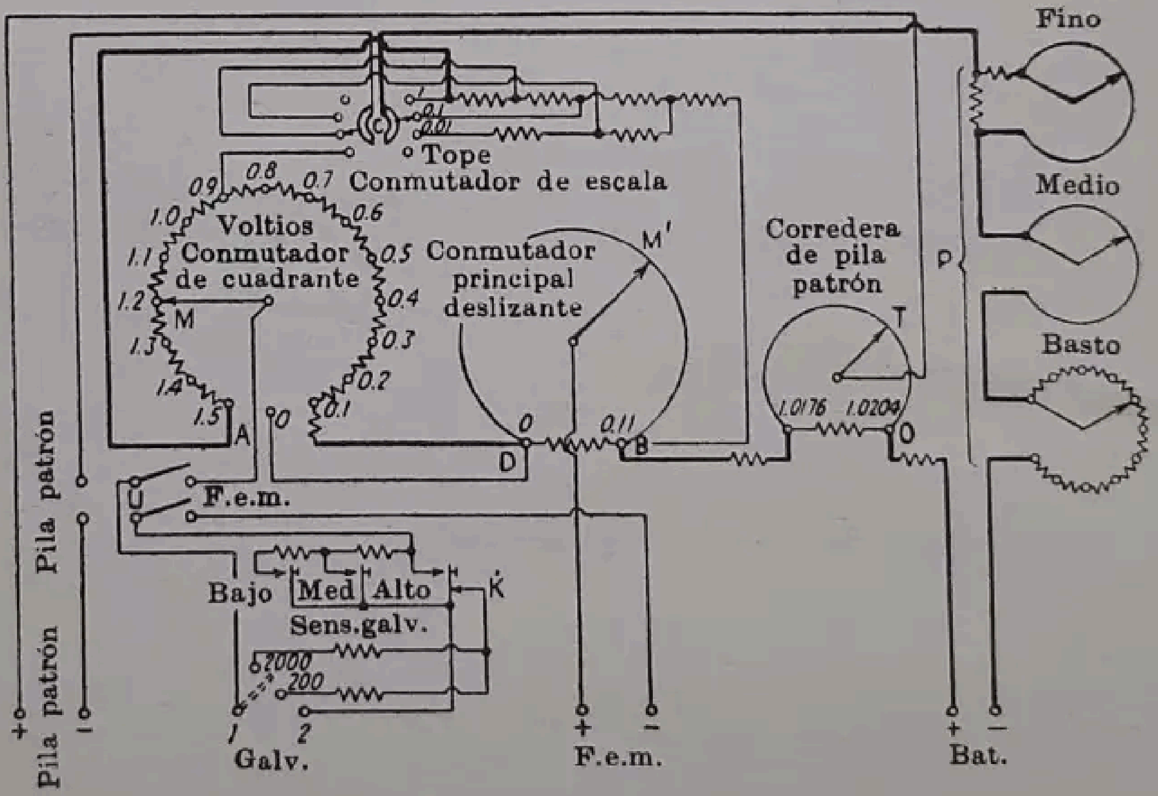

Fino
Medio
Basto
1
0.1
0.01
C
Tope
Conmutador de escala
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
1.0
1.1
1.2
1.3
1.4
1.5
Voltios
Conmutador de cuadrante
M
A
Conmutador principal deslizante
M'
0
0.11
D
B
Corredera de pila patrón
T
1.0176
1.0204
O
P
F.e.m.
Bajo
Med
Alto
K
Sens.galv.
2000
200
1
2
Galv.
+
−
Pila patrón
Pila patrón
+
−
F.e.m.
+
−
Bat.

Fig. 132. — Conexiones del potenciómetro de baja resistencia «Leeds & Northrup».

necta mediante el conmutador *U* de dos polos y dos posiciones y el galvanómetro al contacto 0,9 del conmutador de cuadrante cuando *C* está en los contactos 1. El terminal positivo de la pila patrón se une al contacto *T* de la corredera de pila, dispuesto donde corresponde al valor efectivo de la f.e.m. de la pila patrón, que oscila entre 1,0176 y 1,0204 voltios.

La resistencia del hilo del conmutador principal deslizante con su shunt es de 5,5 ohmios, de manera que, durante el ajuste, la caída de tensión es 0,11 voltios. Como el hilo del conmutador comprende 11 espiras de hilo de resistencia, cada espira representa 0,01 voltios y la longitud total del hilo está dividida en 1 100 partes.

M y *M′* son contactos movibles, que se ajustan para equilibrar la f.e.m. desconocida. *M* puede moverse sobre 15 contactos distintos que corresponden a 0,1 voltios cada uno, y *M′* se desplaza sobre el hilo. Un conmutador *U* de dos polos y dos posiciones [correspondiente al *Com* de la figura 131 (*c*)] cambia la conexión del galvanómetro de la pila patrón a la f.e.m. desconocida. Hay tres llaves del galvanómetro, «alta», «media» y «baja». La llave «baja» es la primera que debe cerrarse, porque intercala una resistencia elevada en serie con el galvanómetro y evita desviaciones violentas del mismo si está considerablemente desequilibrado el circuito. La llave «media» intercala una resistencia menor y con la llave «alta» se suprimen las resistencias en serie, cerrándose cuando ya se ha alcanzado el equilibrio. Cuando deja de accionarse, la llave «alta» conecta una resistencia entre los terminales del galvanómetro, que introduce un amortiguamiento.

El alcance normal de medida de f.e.m. es de 1,61 voltios: 1,5 en el conmutador de cuadrante y 0,11 en el deslizante. Las f.e.m. pueden medirse de 50 en 50 microvoltios, que es la graduación establecida, pero pueden estimarse hasta fracciones de 10 microvoltios. El alcance puede reducirse al 0,1 ó 0,01 del normal moviendo el conmutador de escala *C*, que deriva las corrientes que pasan por los conmutadores de cuadrante y deslizante, de modo que solamente circulen por ellos el 0,1 ó 0,01 del valor normal de 0,02 amp., reduciendo con ello la tensión existente entre los contactos *M* y *M′* en la relación correspondiente. Al mismo tiempo se intercalan resistencias en el circuito de modo que la corriente total procedente de la batería permanece constante; también la instalación está dispuesta de modo que el punto de aplicación de la conexión de la pila patrón se varía para permitir la normalización para cualquier relación.

Cuando el conmutador *U* se coloca en la posición «f.e.m.», puede medirse la f.e.m. desconocida ajustando el conmutador de escalas *C* y los contactos *M* y *M′*.

La vista exterior del potenciómetro que nos ocupa está representada en la figura 133.

139. Otros métodos potenciométricos. En el potenciómetro sencillo (fig. 131) y en el de Leeds & Northrup (fig. 132), no hay contactos en serie con la corriente de trabajo dentro de la parte calibrada del circuito del potenciómetro. Este tipo de potenciómetro tiene la ventaja de que no puede haber errores debidos a la resistencia de contacto. Cuando se ha establecido el equilibrio, no circula corriente alguna ni en los contactos de f.e.m. ni en los de la pila patrón, de manera que la resistencia de éstos no puede ser causa de ningún error. Sin embargo, con este tipo de potenciómetro es imposible hacer más de dos lecturas en los conmutadores. Por ejemplo, en el aparato Leeds & Northrup, las décimas de voltio se obtienen en un cuadrante mediante el contacto M (fig. 132) y todos los valores menores, tales como las centésimas, milésimas y diezmilésimas de voltio, deben obtenerse en el conmutador deslizante solamente con un contacto, el M'. Para obtener más de dos cifras significativas, es necesario que las centésimas, milésimas, etc., de voltio se aprecien por el contacto M'. Es posible, sin embargo, disponer un potenciómetro de tal modo que dichas fracciones de voltio se lean en un cuadrante separado para cada cifra. En cualquiera de estos tipos de potenciómetro es esencial mantener una resistencia fija en el mismo aparato, pues que la corriente debe permanecer constante con independencia de las lecturas en los cuadrantes. Existen dos métodos corrientes de obtener más de dos cifras significativas utilizando cuadrantes separados y manteniendo al mismo tiempo constante la resistencia del potenciómetro: el método de Thomson-Varley y el método de Wolff.

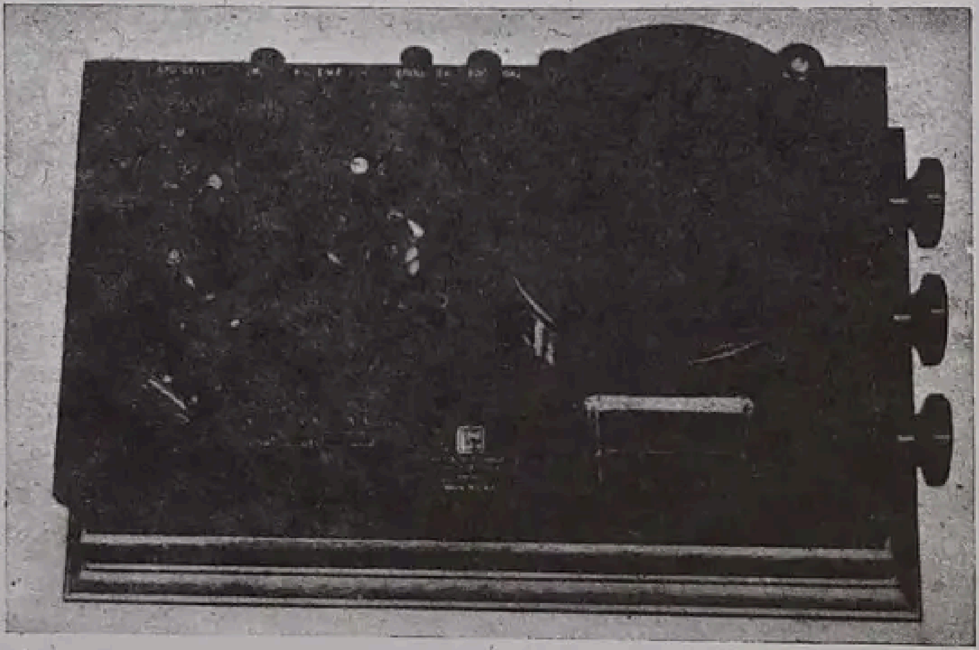


FIG. 133. — Potenciómetro «Leeds & Northrup» tipo K2.

El *método de Thomson-Varley* se sirve del esquema representado en la figura 134. Se requiere que las décimas, centésimas, milésimas y diezmilésimas de voltio se obtengan por medio de resistencias separadas o cuadrantes divididos en 10 o más divisiones iguales. En el potenciómetro de la figura 134, estas fracciones, hasta la milésima, vienen dadas por cuadrantes separados, mientras que las diezmilésimas de voltio se obtienen con una corredera de hilo. Es fundamental *mantener constante la resistencia del circuito completo AC del potenciómetro, independientemente de la posición de los contactos en los cuadrantes* de lectura de la f.e.m. Supóngase que la resistencia correspondiente a una décima de voltio sea 10 ohmios. La resistencia *BC* comprende dieciséis resistencias de 10 ohmios. Dos contactos *b* y *c*, unidos rígidamente, abrazan siempre dos de las resistencias de 10 ohmios de *BC*. Entre *b* y *c* están conectadas once resistencias de 2 ohmios de *B′C′*. Dos contactos *b′* y *c′*, rígidamente unidos, abrazan siempre dos de las resistencias de 2 ohmios de *B′C′*. Entre *b′* y *c′* están conectadas diez resistencias de 0,4 ohmios de *B″C″*. Una manivela con un contacto puede recorrer los contactos del cuadrante *B″C″*. Estas resistencias están dispuestas generalmente sobre cuadrantes circulares. La resistencia total de *B″C″* es 4 ohmios, y está conectada en los extremos de dos resistencias de 2 ohmios de *B′C′*. Por consiguiente, la resistencia equivalente entre los contactos *b′* y *c′*, y, por lo tanto, entre dos cualesquiera de los contactos que puede abrazar el puente *b′c′* es de 2 ohmios. Éste es el valor de la resistencia de cada una de las unidades de la serie *B′C′*. Por consiguiente, el efecto de poner el puente de resistencias *B″C″* entre dos contactos de la serie de resistencias *B′C′* es reducir en 2 ohmios la resistencia entre *B′* y *C′*, es decir, de un elemento de resistencia. Sin embargo, puesto que existen 11 resistencias de 2 ohmios cada una, en la serie *B′C′*, y puesto que los contactos *b′* y *c′* abrazan siempre dos de dichas unidades, la resistencia entre los puntos *B′C′* se mantiene siempre constante y de valor de 20 ohmios.

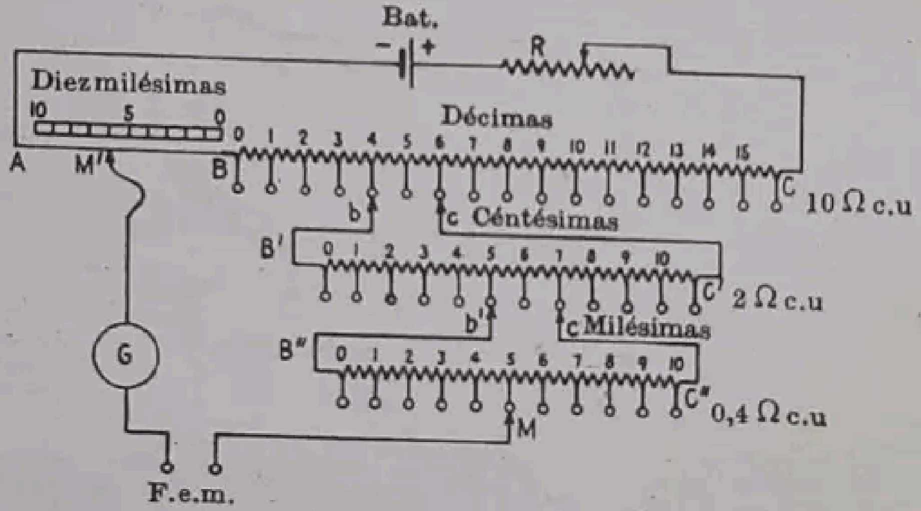


FIG. 134.—Principio del potenciómetro Thomson-Varley.

De una manera semejante, la serie de resistencias *B′C′*, cuya resistencia total es de 20 ohmios, está siempre acoplada sobre dos elementos de resistencia de la serie *BC*, por medio del puente *bc*, resultando de ello una resistencia de 10 ohmios entre los contactos b y c. Por lo tanto, el efecto del puente entre los contactos b y c es que reduce la resistencia de BC de 10 ohmios, que es la resistencia de un elemento de la serie. Y como que hay 16 unidades en BC, su resistencia se reduce a 150 ohmios, o sea a la de 15 unidades. Esta resistencia permanece constante independientemente de la posición de los contactos b y c. Con la corriente normal de 0,01 amp., la tensión total entre los terminales de BC es 1,5 voltios; la tensión total en $B'C'$ es 0,1 voltios y en $B''C''$ de 0,01 voltios. Por consiguiente, las décimas de voltio se leen en b sobre BC; las centésimas de voltio se leen en b' sobre $B'C'$; y las milésimas de voltio se leen en M sobre la escala $B''C''$. Las diezmilésimas de voltio pueden leerse en el contacto M' del hilo de la corredera AB, que tiene una resistencia total de 0,1 ohmios. La lectura correspondiente a las posiciones de los contactos de la figura 134 es 0,4556 voltios. Es evidente que la resistencia entre los puntos A y C se mantiene constantemente a 150,1 ohmios, cualquiera que sea la posición de las manivelas en los cuadrantes.

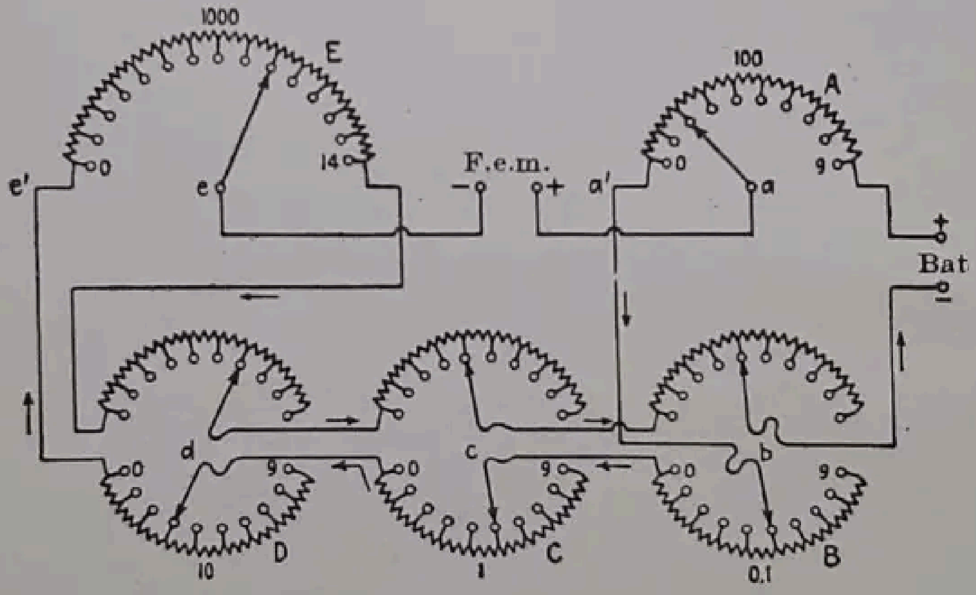


FIG. 135.—Principio del potenciómetro de Wolff.

Como la resistencia de contacto, excepto en M y M', puede inducir a errores, es conveniente que los potenciómetros de este tipo tengan una elevada resistencia interna, para que la resistencia de los contactos pueda despreciarse. Con ello se reduce su sensibilidad. Otra desventaja de este tipo estriba en que los contactos se han de conservar limpios de oxidación y de polvo.

Método de Wolff. El principio del potenciómetro de Wolff está representado por el esquema de la figura 135. El potenciómetro tiene una resistencia total de 15000 (14999,9 efectivos) ohmios y la corriente de trabajo es de 0,0001 amp., de manera que se trata de un potenciómetro de alta resistencia. El cuadrante E comprende catorce resistencias de 1000 ohmios, y el A nueve resistencias de 100 ohmios. Los cuadrantes B, C y D son dobles y tienen dos manivelas cada uno, con el fin de mantener constante la resistencia del circuito de la batería. Hay nueve resistencias de 10 ohmios en cada mitad del cuadrante D, nueve de 1 ohmio en cada mitad del C, y nueve de 0,1 ohmio en cada mitad del B. El recorrido de la corriente, que indican las flechas, va desde el terminal positivo de la batería hasta el cuadrante A, que recorre enteramente, siguen luego las porciones de las mitades inferiores de los cuadrantes B, C, D, no separadas por las manivelas b, c, d, y después el cuadrante E por completo y las porciones de las mitades superiores de D, C, B, que no están separadas por las correspondientes manivelas d, c, b, terminando en el borne negativo de la batería.

Del examen de la figura 135 resulta que la resistencia del circuito de la batería es constante independientemente de las posiciones de las manivelas en los cuadrantes, porque cada una de éstas separa siempre de la mitad superior la resistencia que intercala en la mitad inferior de cada uno de los tres cuadrantes inferiores. Por otro lado, al mover cualquiera de estas dobles manivelas, se cambia la resistencia entre los puntos a' y e' y, por lo tanto, se cambia la diferencia de potencial entre los puntos a y e.

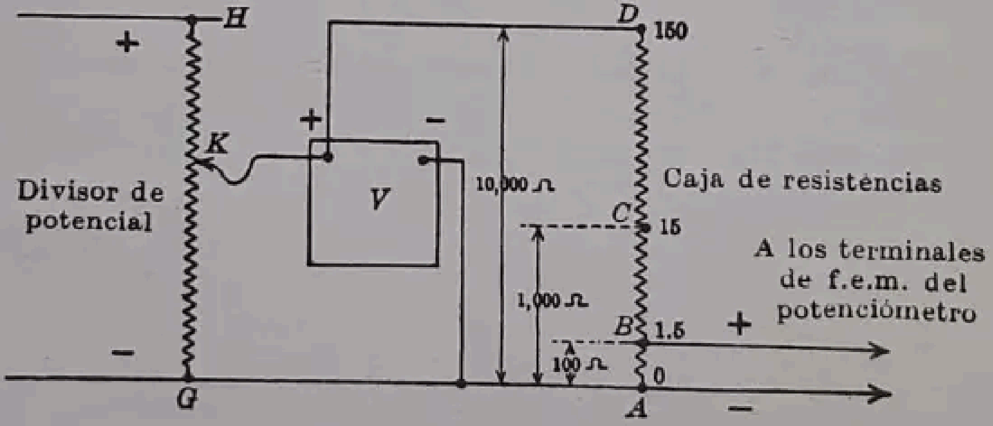


FIG. 136.—Conexiones de una caja de resistencias y divisor de potencial.

Para la posición de las manivelas que indica la figura 135, la lectura del potenciómetro es 0,92355 voltios.

140. Mediciones de tensión con el potenciómetro. Los potenciómetros se utilizan para medir tensiones hasta 1,6 voltios solamente. Para la medición de tensiones mayores, se necesita una *caja de tensión*. Esta caja es simplemente una resistencia muy elevada con una cantidad conveniente de tomas que está representada en la figura 136 por la resistencia AD (con derivaciones en B y C). Supongamos que AD tenga una resistencia de 10000 ohmios y AB una resistencia de 100 ohmios. Si no sale ninguna corriente por B, la caída de tensión en AB será $100 : 10000 = 1 : 100$ de la que se produce en AD. Si se empalma AB con el potenciómetro, este aparato medirá una centésima parte del voltaje de AD, y como el principio del potenciómetro es de oposición de f.e.m., no se toma ninguna corriente en B. Por lo tanto, si se tiene que calibrar un voltímetro deberá conectarse en paralelo con AD. Si el voltímetro marca 119 voltios y el potenciómetro da 1,184 voltios, la verdadera tensión entre los terminales del voltímetro será $1{,}184 \cdot 100 = 118{,}4$ voltios y la corrección del voltímetro será de $-0{,}6$ voltios.

De manera análoga, si se conectan f.e.m. de 1,5 a 15 voltios entre los extremos de la toma AC, el factor multiplicador será 10.

Divisor de tensión. GH es un hilo de resistencia conectado directamente a la línea. Un terminal del voltímetro y un terminal de la caja de tensión se conectan a su extremo G. El otro terminal del voltímetro y el terminal restante de la caja de tensión se empalman al contacto movible K. Corriendo K a lo largo de GH se puede obtener la tensión que se quiera. Cuando se utiliza de esta manera se dice que GH es un *divisor de tensión*. No es necesario emplear la caja de tensión, pero es un medio conveniente de graduación.

141. Mediciones de intensidades de corriente con el potenciómetro. Como acaba de indicarse, la misión básica de los potenciómetros es la medición de f.e.m. Por simple aplicación de la ley de Ohm se puede también determinar la intensidad de la corriente que circula por un circuito, por medio del potenciómetro. Sea una corriente de intensidad desconocida I que circula por una resistencia conocida R. Si E, tensión entre los bornes de R, se mide con el potenciómetro, queda inmediatamente determinado el valor de I, porque para esta parte del circuito se conoce la f.e.m. y la resistencia y por lo tanto:

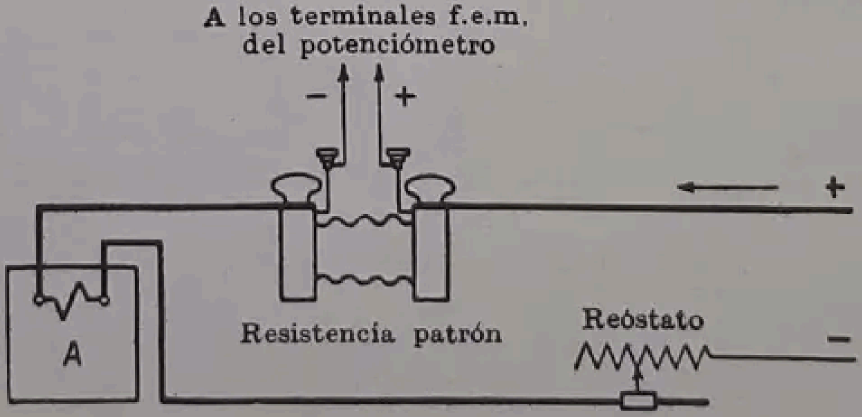
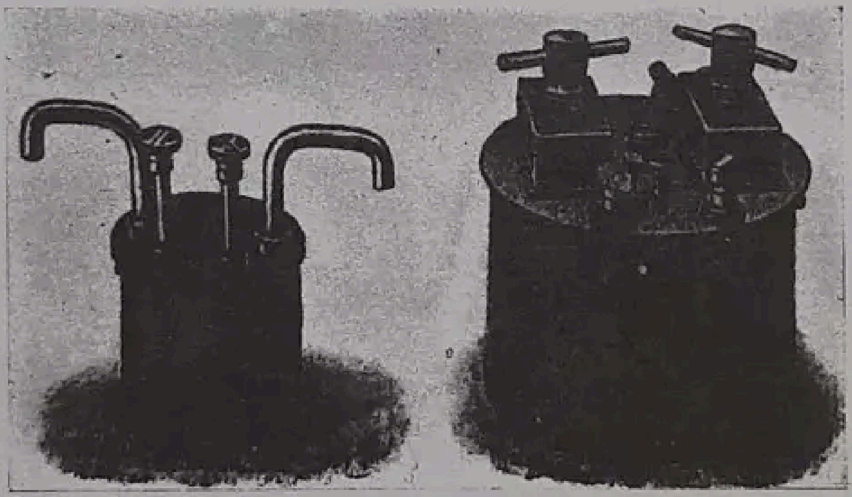


FIG. 137.—Verificación de un amperímetro por medio de un potenciómetro.

$$I = \frac{E}{R} \tag{113}$$

El método para realizar esta medición se representa en la figura 137. Se desea conocer la intensidad exacta de la corriente que debe pasar por un amperímetro para determinar los errores que puedan existir. El amperímetro se conecta en serie con una resistencia patrón y con un reóstato para regular la corriente. Las resistencias patrón están provistas, por regla general, de cuatro terminales, dos grandes para la corriente y dos más pequeños para el potencial (véase fig. 138 y también fig. 99, pág. 161). Los dos últimos se conectan al potenciómetro, teniendo en cuenta la polaridad adecuada. La tensión entre terminales de la resistencia patrón se puede medir entonces por medio del potenciómetro.

Las resistencias patrón se sujetan, por lo general, a valores decimales de 10, 1, 0,1, 0,01 ohmios. Unas se refrigeran con aire, otras con aceite, y las que se proyectan para corrientes intensas (fig. 138) van en baño de aceite, con camisa para circulación de agua, provisto de un agitador movido por motor eléctrico, que al hacer circular el aceite favorece su enfriamiento. Las resistencias normales suelen ir marcadas a 2,5 y a 10 vatios y la refrigeración es por aire ambiente o por aceite, respectivamente. Se construyen, con frecuencia, voluminosas resistencias bajas, en unidades con refrigeración combinada de aire y agua, marcadas desde 100 hasta 2500 vatios y aún más.



(*a*) (*b*)

FIG. 138.—Resistencias patrón: *a*) 0,01 ohmios; *b*) 0,001 ohmios para corrientes intensas.

Sabiendo que el potenciómetro se limita a medir f.e.m. de 1,5 voltios, es fácil elegir la resistencia patrón apropiada. Un instrumento que pueda medir hasta 100 amp. requerirá 1,5 : 100 = 0,015 ohmios, y se empleará la resistencia de 0,01 ohmios. Igualmente un instrumento que abarque hasta 15 amp. requerirá 1,5 : 15 = 0,1 ohmios.

Cuando los aparatos están calibrados deben verificarse para 10 ó 15 posiciones de la escala, y trazando una curva en la que las correcciones correspondientes se toman como ordenadas y como abscisas las lecturas del instrumento. Como la escala de un instrumento está sujeta a errores de trazado, es costumbre unir los puntos sucesivos de la curva de errores mediante líneas rectas, como se indica en la figura 139. Por ejemplo (fig. 139), la intensidad de la corriente corregida cuando el instrumento marca 50 amp. es $50 + 0{,}8 = 50{,}8$ amp.

142. Medida de la potencia. La potencia, en corriente continua, se mide generalmente por medio de un voltímetro y un amperímetro. Como la potencia es igual al producto de la tensión por la intensidad ($P = EI$), basta multiplicar los voltios por los amperios para obtener la potencia en vatios. En las medidas de potencia deben tomarse, sin embargo, ciertas precauciones.

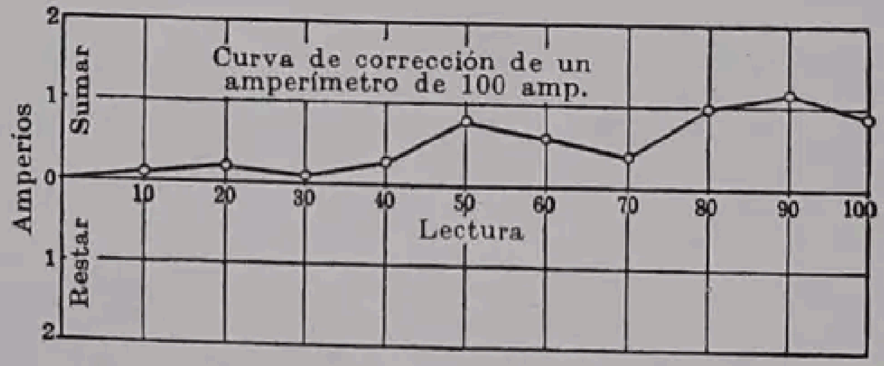
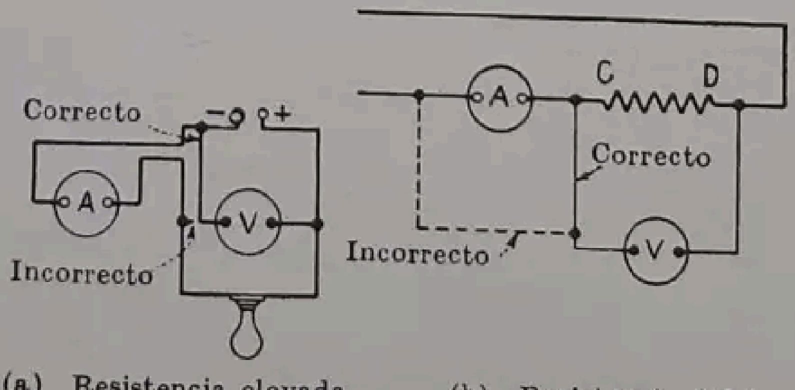


FIG. 139.—Curva de corrección de un amperímetro.

Supongamos que se quiere determinar la potencia absorbida por una lámpara de incandescencia. Si se conecta un voltímetro como indica la flecha «incorrecto» en la figura 140 (*a*), la corriente absorbida por el voltímetro se mide por el amperímetro. En otras palabras, el voltímetro es una carga conectada en paralelo con la lámpara. Como la corriente absorbida por la lámpara es pequeña, la corriente del voltímetro, aunque también es reducida, puede introducir un error apreciable en la medida, porque en ella se comprendería también la potencia absorbida por el voltímetro. Existen tres métodos para eliminar este error: 1) Puede calcularse la potencia



(a) Resistencia elevada (b) Resistencia débil

FIG. 140.—Métodos correcto e incorrecto de conectar los voltímetros y amperímetros en las mediciones de potencia.

absorbida por el voltímetro, puesto que conocemos su resistencia, y hacer la corrección correspondiente. 2) Se puede desconectar el voltímetro cuando se haga la lectura del amperímetro, siempre que con esto no se altere la tensión entre los terminales de la lámpara. 3) Los conductores terminales del voltímetro pueden conectarse de la manera que se indica como «correcto» en la figura 140 (*a*), con lo cual la corriente del voltímetro no pasará por el amperímetro. En estas últimas condiciones, la lectura del voltímetro no da la tensión exacta entre terminales de la lámpara, sino una más alta debido a la caída de tensión que se produce en el amperímetro. Como que la resistencia de la lámpara es elevada y la del amperímetro reducida, este último error es, en general, despreciable.

Sin embargo, si se trata de medir una pequeña resistencia *CD* (fig. 140, *b*), la caída de tensión a través de la resistencia es forzosamente reducida, y si el voltímetro está conectado delante del amperímetro, puede producirse un error apreciable, puesto que en la lectura del primero quedará comprendida la caída de tensión en el amperímetro. El voltímetro debe conectarse detrás del amperímetro. Así no se produce un error apreciable, porque ha de suponerse que se necesita una corriente intensa para medir resistencias bajas, y la corriente, muy débil, que pase por el voltímetro será despreciable en comparación con la que pase por el amperímetro.

Estas precauciones se deben tomar también en las medidas de resistencias.

Ejemplo. Se desea medir la potencia absorbida por una lámpara de volframio, de 40 vatios. Para ello se utiliza un amperímetro con escala hasta 0,5 amperios y resistencia de 0,15 ohmios, y un voltímetro con escala hasta 150 voltios y resistencia de 16 000 ohmios. Cuando el voltímetro se conecta incorrectamente(fig. 140, *a*), da una lectura de 120 voltios y el amperímetro 0,35 amperios. Determinar la verdadera potencia absorbida por la lámpara, y cuál es la potencia aparente si se desprecia la pérdida en el voltímetro.

$$\text{Potencia aparente} = 120 \cdot 0{,}35 = 42 \text{ vatios}$$

$$\text{Potencia absorbida por el voltímetro} = \frac{(120)^2}{16\,000} = 0{,}9 \text{ vatios}$$

$$\text{Potencia real de la lámpara} = 42 - 0{,}9 = 41{,}1 \text{ vatios}$$

La conexión del voltímetro da lugar a un error del 2 % en este caso.

Según los datos anteriores, la tensión en la línea es de

$$120 + 0{,}35 \cdot 0{,}15 = 120{,}053 \text{ voltios}$$

Si el voltímetro se conecta debidamente («correcto», en la fig. 140, *a*) dará ahora como lectura la tensión en la línea (supuesta constante) y el amperímetro:

$$0{,}35 - \frac{120}{16\,000} = 0{,}3425 \text{ amperios}$$

y la potencia aparente será $120{,}05 \cdot 0{,}3425 = 41{,}12$ vatios, con un error de 0,05 %, que es despreciable.

143. Vatímetro. El vatímetro mide directamente la potencia. Está constituído por bobinas fijas *FF* y otra giratoria *M*, que puede moverse libremente en el campo magnético creado por las *FF* (fig. 141). Estas últimas bobinas, que pueden conectarse en serie o en paralelo, tienen un arrollamiento de pocas vueltas de hilo, relativamente, y son capaces de transportar la corriente total del circuito. La bobina móvil *M* está hecha con un hilo muy fino y la corriente entra en él a través de dos resortes reguladores, de la misma manera que en los instrumentos de Weston. Las bobinas fijas están montadas en serie con el receptor o carga, de igual manera que se montaría un amperímetro, y la móvil se conecta entre los dos conductores y en serie con una resistencia *R*, de igual manera que se conecta ordinariamente un voltímetro.

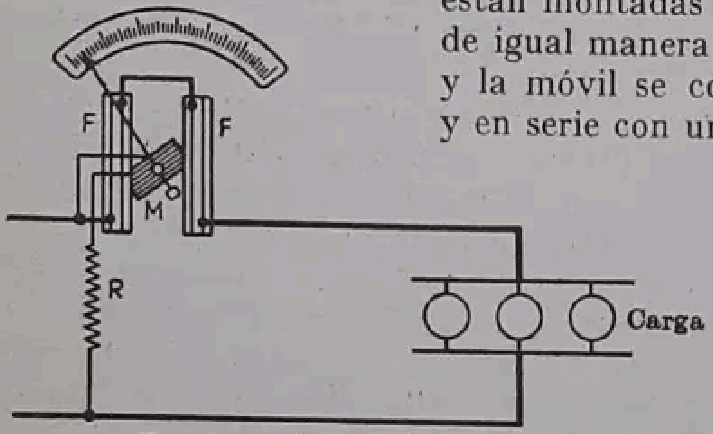


Fig. 141.—Vatímetro indicador.

El campo generado por las bobinas *FF* es proporcional a la intensidad de la corriente, y la corriente que circula por la bobina *M* es proporcional a la tensión. Por lo tanto, el momento de rotación es proporcional a la vez a la intensidad de la corriente y a la tensión y, por consiguiente, a la potencia del circuito. Depende también de la posición relativa de *M* al girar, con respecto a *FF*, lo que se tiene en cuenta al marcar las divisiones de la escala.

Debido a la gran precisión que se puede obtener con el empleo de un voltímetro y un amperímetro, raras veces se usa el vatímetro para medidas de potencia de corrientes continuas. Como le afectan los campos parásitos, se deben tomar dos lecturas inversas, es decir, invirtiendo la polaridad de la tensión y la dirección de la corriente y tomando el promedio de ambas. El vatímetro se emplea casi exclusivamente para medidas de potencias en corrientes alternas. Se da una descripción más completa del instrumento y de su empleo en el capítulo IV, volumen II.

144. Contadores de energía. Los contadores de vatios-hora son aparatos que miden la *energía* eléctrica (véase § 41, pág. 52). Como la energía es el producto de la potencia por el tiempo, el contador debe tener en cuenta estos dos factores. La electricidad se vende ordinariamente partiendo de la energía que se consume, y una medición precisa puede producir un ahorro de dinero. Por lo tanto es esencial comprender adecuadamente el mecanismo y el método de ajuste de estos contadores.

En principio, el contador de energía es un pequeño motor cuya velocidad instantánea es proporcional a la potencia de la corriente que por él circula, y cuyo número de revoluciones, en un tiempo dado, es proporcional a la energía consumida durante el mismo tiempo, expresada en vatios-hora.

En la figura 142, la línea se conecta a los dos terminales del lado izquierdo del aparato. El terminal superior va enlazado a las bobinas fijas FF en serie, y éstas son de hilo suficientemente grueso para dar paso a la corriente máxima absorbida por la instalación, que no debe exceder mucho de la corriente nominal del contador. El circuito en el que se disponen las bobinas FF acaba en el terminal superior de la derecha del contador. Las bobinas FF están arrolladas de manera que sus acciones se sumen y generen un campo en el cual gira el inducido. El otro conductor de la línea pasa directamente a través del contador y se une al receptor. Un circuito derivado, o shunt, está empalmado al conductor superior de la línea, en la parte izquierda del aparato. En este circuito están comprendidos: primero el inducido, enlazado mediante las escobillas de plata B, que se apoyan en el pequeño colector C. De las escobillas pasa a la bobina F' y a la resistencia R, que se empalma con el conductor inferior de la línea. Esta resistencia R se omite en ciertos tipos de contadores.

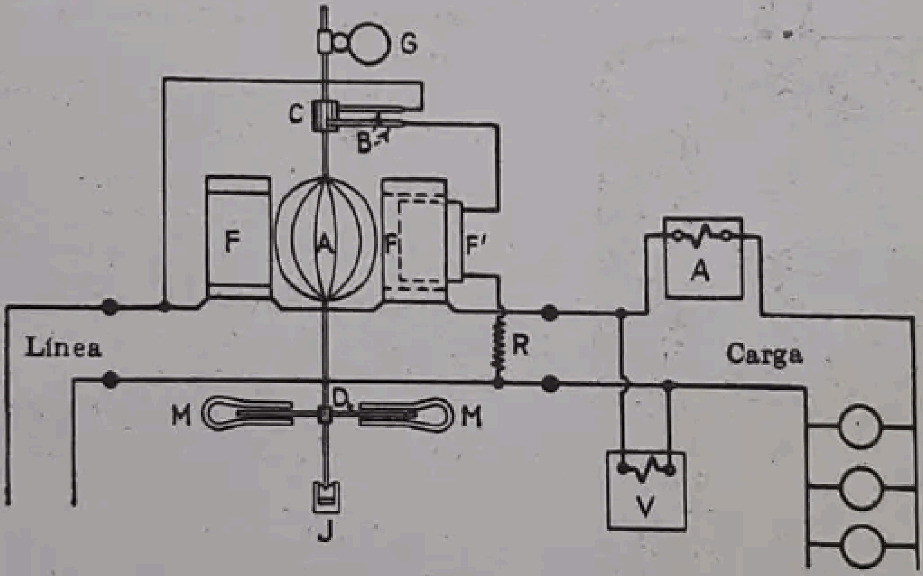


FIG. 142. — Conexiones del contador de energía eléctrica.

Cuando la corriente consumida por la instalación, o carga, circula por FF, y no hay hierro en el circuito, el campo magnético producido por los arrollamientos es proporcional a la *intensidad de la carga*. Al estar el inducido en serie con la resistencia, y conectado a los dos conductores de la línea, la corriente que por él circula es proporcional a la *tensión de suministro* (tensión de la línea), siendo despreciable la fuerza contraelectromotriz generada en el inducido en comparación con dicha tensión. Despreciando la pequeña caída de tensión en FF, el par que actúa sobre el inducido será proporcional al producto de la corriente por la tensión en la instalación o, en otras palabras, proporcional a la potencia de la corriente eléctrica que pasa por el contador hacia la instalación.

Se puede demostrar [1] que para que el contador registre con precisión, debe existir un par, opuesto al de rotación, que actúa sobre la parte móvil proporcional a su velocidad angular. Para conseguir este par se cala en el eje del motor un disco D de aluminio. Este disco gira entre los polos de dos imanes permanentes MM. Al cortar el campo producido por estos imanes, se inducen corrientes parásitas en el disco, que frenan su movimiento. Como el valor de estas corrientes es proporcional a la velocidad angular del disco, y actúan conjuntamente con un campo magnético de intensidad constante, su efecto de freno es proporcional a la velocidad angular, con lo que se cumple la condición necesaria para que el contador funcione correctamente.

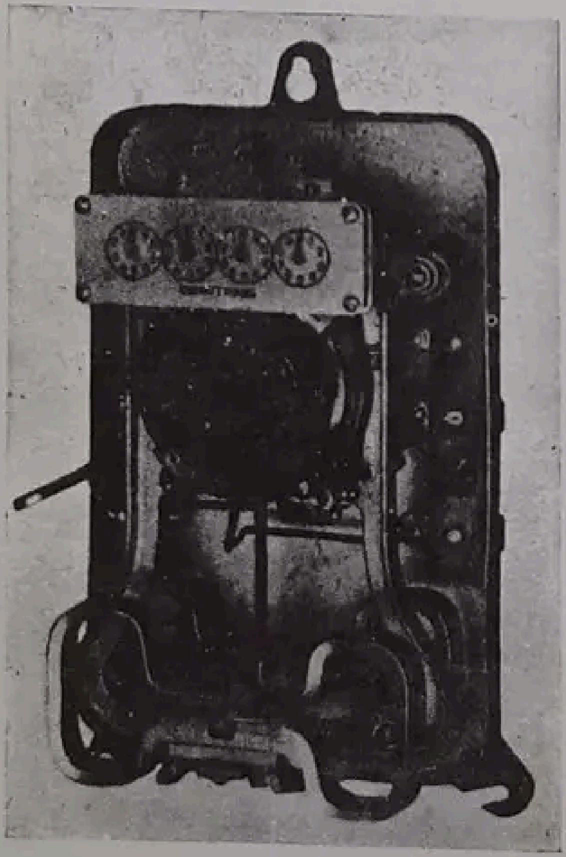


Fig. 143.—Disposición interna de un contador de energía.

El rozamiento de los órganos móviles no puede eliminarse por completo, aunque la construcción sea muy esmerada. Cuando la carga se acerca a la nominal, el efecto del rozamiento es prácticamente despreciable, pero si consideramos que el par de rozamiento es casi constante, su efecto es mucho mayor cuando la carga es débil. Como un contador ordinario puede funcionar con cargas pequeñas durante una parte considerable del tiempo, es conveniente eliminar el error debido al rozamiento, lo que se consigue por medio de la bobina F' que se conecta en serie con el inducido, para que su campo tenga la misma dirección que el de los inductores FF, con lo que acelera el movimiento del inducido A. Conectada en el circuito en derivación y alimentada prácticamente a tensión constante, actúa continuamente y produce un par aproximadamente constante. La bobina F' es móvil y su posición puede corregirse de manera que el error de rozamiento quede compensado.

Para reducir el rozamiento y el desgaste, el órgano giratorio del contador se hace lo más ligero que se pueda. Este órgano se termina por un pivote de acero templado, que se apoya sobre una piedra preciosa J, que es un zafiro en los contadores pequeños y un diamante en los de mayor tamaño. La piedra está sostenida por un resorte. Con el tiempo, el pivote se desgasta y la piedra pierde el pulido, con lo que el rozamiento aumenta y la velocidad del contador se hace más lenta de lo que corresponde, a menos que se corrija la posición de F'. El órgano móvil acciona el mecanismo de relojería del contador por medio de un tornillo sin fin y ruedas dentadas G.

---

[1] Véase Laws, F. A., *Electric Measurements*, McGraw-Hill Book Co., Inc.

La figura 143 representa la vista interior de un contador Thomson. La bobina de compensación de rozamiento queda bien visible en la parte frontal del contador.

145. Verificación de los contadores de energía. Aunque el ajuste inicial se haya llevado a cabo con cuidado, las indicaciones de un contador pueden, con el tiempo, llegar a ser incorrectas por varias causas, tales como: desgaste del colector, pérdida de pulido de la piedra de apoyo del pivote, desgaste del pivote, o variación en la fuerza ejercida por los imanes de freno. Como la facturación de la energía consumida por los abonados se evalúa en gran número de casos partiendo de las indicaciones de los contadores, es importante que se conserven bien ajustados, porque un pequeño error, especialmente en los modelos grandes, puede representar con el transcurso del tiempo una diferencia de mucho importe en perjuicio del consumidor o de la compañía suministradora.

Para verificar un contador se le puede aplicar una carga, como indica la figura 142. La potencia absorbida se determina por medio de un voltímetro y un amperímetro bien corregidos. Se cuentan las revoluciones del disco D durante un período de tiempo medido con cronómetro. En muchos contadores, la relación entre los vatios-hora y las revoluciones del disco es

$$P \cdot H = K \cdot N \qquad (114)$$

fórmula en que se dan

P en vatios; H en horas; K es la constante del aparato, marcada por lo regular sobre el mismo disco; N el número de revoluciones del disco.

Esta relación dice que la constante del aparato multiplicada por el número de revoluciones del disco equivale al número de vatios-hora indicados por el contador. Mediante sistemas de engranajes y un mecanismo de relojería, las revoluciones del disco se transforman en indicaciones del contador en unidades de energía.

Cuando se verifica un contador, el tiempo se mide generalmente en segundos.

Entonces la expresión (114) toma la forma

$$\frac{P \cdot t}{3600} = K \cdot N \qquad (115)$$

siendo t el tiempo en segundos.

Cuando se ensaya el contador, se hacen lecturas a intervalos iguales, en el voltímetro y en el amperímetro, contando al mismo tiempo las correspondientes revoluciones del contador. Con intervalos de 1 minuto se obtienen buenos resultados.

Sea P_1 la potencia media deducida de las lecturas del voltímetro y del amperímetro calibrados.

La potencia media indicada por el contador durante el mismo período de tiempo es, según la expresión (115)

$$P = \frac{K \cdot N \cdot 3600}{t} \tag{116}$$

La precisión de un contador es el porcentaje de la energía total de la corriente eléctrica que pasa por él, que registra el aparato.

La precisión es, por tanto:

$$\frac{100\,P}{P_1}\,\% \tag{117}$$

Ejemplo. En la verificación de un contador de 10 amperios cuya constante es 0,4, el disco da 40 revoluciones en 53,6 segundos. Los valores medios de la tensión e intensidad de la corriente durante este tiempo son de 116 voltios y 9,4 amperios. Determinar la precisión del contador para esta carga.

Potencia media real $P_1 = 116 \cdot 9{,}4 = 1\,090$ vatios

Potencia media indicada por el contador (116)

$$P = \frac{0{,}4 \cdot 40 \cdot 3\,600}{53{,}6} = 1\,074$$

$$\text{Precisión} = \frac{100 \cdot 1\,074}{1\,090} = 98{,}6\ \%$$

Esto significa que el contador gira con velocidad 1,4 % menor de la normal y que se ha de acelerar un poco. Con instrumentos indicadores bien corregidos y un cuidadoso ajuste se puede lograr fácilmente que el error de las lecturas sea del orden del 0,5 %.

Pueden efectuarse dos correcciones. La corrección de posición de los imanes para plena carga. Si el contador gira lentamente, los imanes se aproximan al centro del disco, reduciendo así el efecto de frenado de las corrientes, y si el contador gira demasiado de prisa, los imanes se alejan del centro. Si el contador se ajustó correctamente a plena carga y se nota que se producen errores para las cargas reducidas, el error se debe al rozamiento. El ajuste para cargas pequeñas, del 5 al 10 % de la nominal, se efectúa por medio de la bobina de compensación de rozamiento F'. Si el contador gira con lentitud, la bobina F' se acerca al inducido, y si lo hace con excesiva rapidez se separa F' del inducido. Este ajuste de F' puede afectar ligeramente la primera corrección a plena carga y también las indicaciones para cargas débiles.

146. Otros tipos de contadores de energía. Para registrar el consumo de energía en las instalaciones del sistema de tres hilos se utilizan contadores trifilares. No difieren materialmente del tipo de contador de la figura 142, salvo en que los inductores FF están intercalados en los conductores extremos de la línea, como se ve en la figura 144. Por consiguiente, el campo en el que gira el inducido se produce por el efecto conjunto de la corriente que va del conductor positivo al neutro y de la que va del negativo al neutro. Por lo tanto, el par es proporcional a la potencia transportada por el sistema trifilar, independientemente de si los dos puentes están equilibrados. El circuito del inducido puede conectarse al neutro como se indica, o puede conectarse entre los otros dos conductores. Si se emplea este último montaje se omite la conexión del contador al neutro. El contador no registra con precisión a menos que las tensiones entre los conductores exteriores y el neutro sean iguales. Este error es, por lo regular, pequeño.

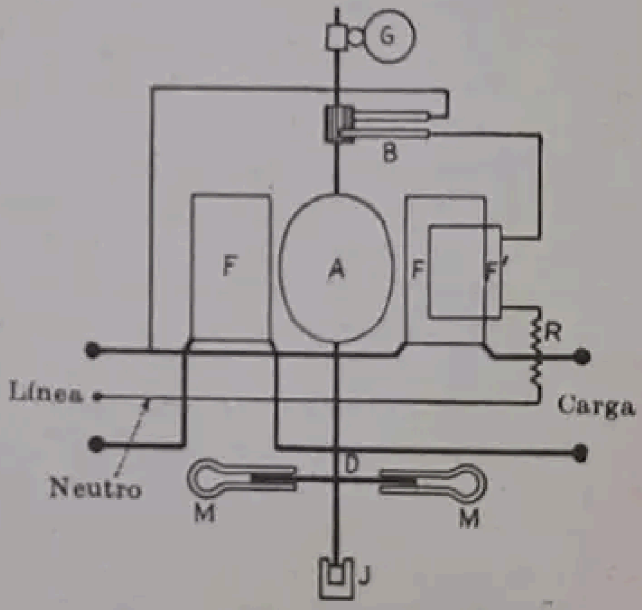


Fig. 144. — Esquema de un contador de energía trifilar.

Los contadores descritos no deben instalarse cerca de barras ómnibus que conduzcan corrientes intensas, porque el campo de los inductores y los imanes de freno pueden ser afectados por campos parásitos. Para eliminar el efecto de estos campos se utiliza un tipo de contador astático. Tiene dos inducidos sobre el mismo eje, cada uno de los cuales gira dentro del campo producido por un arrollamiento de pocas espiras o de una sola, conectada en serie con la instalación. Estos dos campos magnéticos actúan en direcciones opuestas, de manera que todo campo perturbador refuerza uno de ellos en igual cuantía que debilita el otro, produciéndose una compensación. Hay dos juegos de imanes de freno. Estos imanes están colocados de manera que las perturbaciones magnéticas que aumenten la intensidad de un juego reduzcan simultáneamente la del otro. Para mayor protección, estos imanes están dentro de una caja de hierro que los rodea.

CAPÍTULO VI

MAGNETISMO E IMANES PERMANENTES

El magnetismo y los imanes están relacionados con el funcionamiento de casi todos los aparatos eléctricos. El conocimiento de sus principios fundamentales es esencial, por lo tanto, para tener un concepto claro del funcionamiento de aquéllos.

Los imanes se pueden dividir en dos clases generales: los imanes *permanentes*, que tienen la propiedad de conservar su magnetismo indefinidamente y que no necesitan corriente de excitación; y los *electroimanes*, cuyo magnetismo depende de la acción magnética de la corriente eléctrica (cap. VII).

Los imanes permanentes se fabrican de acero al carbono templado y de aceros aleados al cromo, volframio, cobalto, aluminio, níquel y cobre. Todas estas materias son muy duras, requisito que parece ser necesario para que constituyan imanes permanentes. Los electroimanes se hacen de hierro o de acero dulce, que son muy sensibles a las variaciones en los efectos de imanación de las corrientes eléctricas. Los electroimanes se describen en los capítulos VII y VIII.

147. Imanes naturales. Los fenómenos magnéticos fueron observados por los antiguos. Ciertas piedras, principalmente en Magnesia, Asia Menor, se revelaron por tener la propiedad de atraer las partículas de hierro, y se dió el nombre de «magnéticas» a esas piedras mágicas. El hecho de que estos minerales tuvieran la propiedad de orientarse de Norte a Sur cuando se las suspendía de manera que pudiesen girar libremente, no se descubrió hasta el siglo x o el xii. Los imanes naturales son de un mineral de hierro conocido en mineralogía con el nombre de *magnetita*, que es un óxido de hierro de fórmula química Fe_3O_4. Las limaduras de hierro, puestas en contacto con la piedra imán, se concentran en dos o más regiones, lo que prueba que dichas piedras poseen dos o más regiones magnéticas bien definidas, o polos.

148. Materiales magnéticos. De todos los metales y elementos, solamente el hierro (o el acero) posee unas propiedades magnéticas acusadas. El cobalto, el níquel y algunas de sus aleaciones, así como un número limitado de aleaciones no férricas (aleación de Heusler de cobre, manganeso y aluminio) tienen propiedades magnéticas, pero en grado muy inferior al hierro. Las materias que tienen propiedades magnéticas acusadas, se dice que son *ferromagnéticas*.[1] Otros elementos químicos y metales que acusan solamente ligeras propiedades magnéticas se llaman *paramagnéticos*, y los que las poseen en menor cuantía que el vacío se denominan *diamagnéticos*. La diferencia que existe entre la permeabilidad de los cuerpos diamagnéticos y el vacío es tan ligera, que solamente puede acusarse mediante medidas de gran precisión.

---

[1] Los límites que definen el ferromagnetismo se definen por la A.S.A. en las *Definition of Electrical Terms*, edición de 1941, como sigue: «Una materia ferromagnética es aquella

En los primeros tiempos en que se empezó a emplear el hierro como cuerpo magnético, se intentó explicar por qué solamente éste, entre todos los cuerpos elementales, tenía unas propiedades magnéticas tan acusadas. Hace aproximadamente un siglo, Ampère [1] sugirió que las moléculas del hierro tenían la facultad de comportarse como imanes debido a las corrientes eléctricas que circulaban en ellas. Más tarde, Ewing y Weber (pág. 222) explicaron de manera práctica todos los fenómenos magnéticos observados, tales como los de saturación e histéresis, partiendo de la hipótesis de que las moléculas del hierro eran pequeños imanes permanentes. Su teoría no explicaba, sin embargo, por qué la existencia de estas moléculas imanadas era propiedad exclusiva del hierro (también del níquel y cobalto, aunque con intensidad mucho menor) y no de un gran número de otros elementos. Solamente hasta hace poco, al llegar a un conocimiento más detallado de la estructura atómica y de las propiedades e interacciones entre los electrones que la componen, ha sido posible llegar a una explicación racional. Dada la finalidad de este libro no puede exponerse más que una explicación de carácter muy general de esta cuestión, pero puede encontrarse un estudio más completo en algunos excelentes trabajos. [2]

En el modelo atómico de Bohr se considera el átomo como constituído por un núcleo central positivo y varios electrones que se mueven alrededor de este núcleo, describiendo órbitas circulares o elípticas (fig. 145). El número de cargas positivas del núcleo es exactamente igual al de los electrones que giran a su alrededor, cada uno de los cuales lleva una carga negativa elemental. Recientemente se ha complementado esta teoría considerando que los electrones giran, además, alrededor de un eje que pasa por su centro, movimiento al que se da la denominación de «spin electrónico».

Algunas de las rotaciones propias de los electrones se realizan en una

---

que tiene una permeabilidad que varía con la fuerza magnetizante y que es considerablemente mayor que la permeabilidad del vacío» (05.25.060).

«Una materia paramagnética es aquella que tiene una permeabilidad que es ligeramente mayor que la del vacío y aproximadamente independiente de la fuerza magnetizante» (05.25.065).

«Una materia diamagnética es aquella que tiene una permeabilidad menor que la del vacío» (05.25.055).

[1] Véase nota [3] de la página 35.

[2] BOZORTH, R. M.: «Present state of Ferromagnetic Theory», *Bell System Tech. Jour.*, enero 1936, pág. 63; «The Physical Basis of Ferromagnetism», *Bell System Tech. Jour.*, enero 1940, pág. 1; «Teaching of Ferromagnetism», *Am. Jour. Phys.*, 1942 (10), pág. 73.

WILLIAMS, H. J., R. M. BOZORTH y W. SHOCKLEY: «Magnetic Domain Pattern in Single Crystal of Silicon Iron», *Phys. Rev.*, vol. 75, n.º 1, pág. 155, enero 1949.

WILLIAMS, H. J. y W. SHOCKLEY: «A Simple Domain Pattern in an Iron Crystal Showing a Direct Correlation with Magnetization», *Phys. Rev.*, vol. 75, n.º 1, pág. 178, enero 1949.

dirección positiva y otras en la opuesta, o dirección negativa. Debido al movimiento de los electrones en sus órbitas y a su rotación propia, se produce una circulación de electricidad, o de minúsculas cargas éléctricas, alrededor del núcleo, por una parte, y en el interior de cada electrón. Por consiguiente, cada electrón es un pequeño giróscopo que posee un momento magnético definido, producido por el movimiento de su carga eléctrica, así como un momento de rotación definido, que se debe a la rotación de su masa. Como los electrones, al moverse sobre sus órbitas, poseen también un momento magnético y un momento de rotación, se considera que cuando varía la acción de la fuerza magnetizante[1] aplicada, los movimientos orbitales no varían y todo el cambio se produce en la dirección, o «sentido», del *spin* de algunos de los electrones.

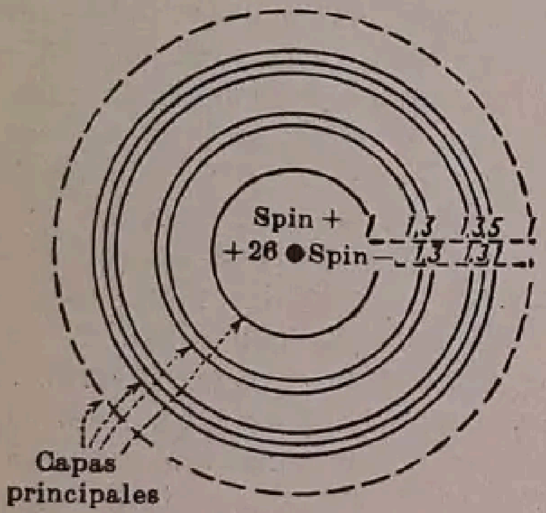


FIG. 145.—Capas electrónicas en un átomo aislado de hierro.

La razón de que el hierro sea magnético puede con ello explicarse examinando la figura 145, en la que se representa la estructura de un átomo de hierro. Las órbitas de los electrones se representan mediante circunferencias y se agrupan en capas o estratos. Hay cuatro estratos electrónicos principales, uno de los cuales está dividido en dos subestratos y otro en tres; los números señalados en la figura representan el número de electrones que hay en cada subestrato. Para que el átomo tenga propiedades magnéticas, debe haber un *spin* electrónico *sin compensar* en una órbita *interior*. En la figura 145 se indican los electrones que tienen *spin* positivo (+) y negativo (—). Puede observarse que en las dos capas interiores hay tantos electrones con *spin* positivo como con *spin* negativo, apareándose dos electrones en la capa más interior y dos grupos de uno y tres electrones en la adyacente. Como en estas dos capas están compensados todos los momentos magnéticos, ninguna de ellas da origen a un momento magnético resultante. Sin embargo, en la tercera capa hay 1, 3 y 5 electrones con *spin* positivo, y 1, 3 y 1 electrones con *spin* negativo y, por consiguiente, algunos de los primeros quedan sin compensar. A ello se deben las propiedades magnéticas del átomo de hierro. Los dos electrones situados en la órbita exterior, que se ha representado con línea de trazos, tienen uno de ellos *spin* positivo y negativo el otro, y son los electrones que pueden pasar libremente a los átomos adyacentes, interviniendo en la conducción de la electricidad (véase pág. 6).

---

[1] Como se verá más adelante, la fuerza magnetizante en un campo magnético, se mide por la fuerza que actúa sobre la unidad de polo. La fuerza magnetizante puede producirse por los polos de un imán o por una corriente eléctrica al circular por un conductor o bobina.

Sin embargo, para que un cuerpo sea ferromagnético, no es únicamente necesario que existan *spin* electrónicos no compensados en los átomos, sino también que los *spin* resultantes en los átomos próximos sean paralelos. El cálculo demuestra que para que esta condición se cumpla plenamente es necesario que exista una relación crítica entre el diámetro del átomo y el de la capa electrónica no compensada (la adyacente a la externa en la fig. 145). Como la influencia de los *spin* electrónicos de un átomo sobre los próximos depende de la distancia entre ellos, esta distancia se ha denominado de «intercambio». La fuerza de intercambio es electrostática y es tan enérgica que a la temperatura ambiente se requiere una fuerza magnetizante de 10000000 oersted (ver pág. 232) para conseguir la misma orientación de los *spin* electrónicos.

Por consiguiente, la explicación de que sean muy raros los cuerpos ferromagnéticos es que solamente el átomo de hierro, y en menor cuantía los de níquel y cobalto, cumplen de manera completa las condiciones de que existan *spin* electrónicos sin compensar en una órbita interior y de que los *spin* resultantes en los átomos cercanos sean paralelos. Además, esta última condición solamente se cumple de una manera completa cuando existe una relación definida entre el diámetro del átomo y el de la capa en la que se encuentran los electrones cuyo *spin* no se ha compensado.

Aunque las fuerzas de intercambio son muy intensas, por razones no conocidas aún, no ejercen su acción sobre la totalidad del cuerpo, sino que actúan únicamente en zonas limitadas de magnitudes prácticamente tan reducidas que no son visibles. Por término medio, estas zonas con intenso magnetismo tienen un volumen equivalente al de un cubo de arista del orden de 0,001 cm. Los cuerpos ferromagnéticos están, así, compuestos de un gran número de pequeñas zonas de las indicadas, que se denominan *dominios*. Cada dominio está constituído por una asociación de moléculas en las que los ejes de rotación propia de los electrones son paralelos, con lo que estos dominios están magnetizados a saturación. El número de átomos contenidos en cada dominio es de 10^{15} y el volumen del dominio aproximadamente de 10^{-9} cm^3.

En el caso del hierro, los dominios pueden considerarse constituídos por un cubo que tiene un átomo en cada vértice y otro en el centro. La dirección en la que se produce más fácilmente la imanación es la de una de las aristas del cubo.

Debe observarse que la teoría sustentada por Ampère de que el magnetismo se debía a corrientes de circulación en las moléculas no ha sido rebatida por la actual, basada, como se ha dicho, en el *spin* electrónico. Es asombroso que, hace más de un siglo, Ampère estableciera un postulado tan aproximado a la realidad, cuando no se conocía nada sobre la estructura interna del átomo.

149. Acción de la temperatura. Excepto en el caso de que la temperatura sea la del cero absoluto, los átomos de los cuerpos se encuentran en un estado de agitación continua. En el hierro, a temperaturas bajas, es necesario que las fuerzas de intercambio entre los átomos venzan a las que dan origen a su agitación, para hacer que los ejes de rotación propia de los electrones de los átomos próximos se coloquen en direcciones paralelas. Cuando la temperatura aumenta, se incrementa también la agitación atómica y, cuando se alcanzan alrededor de los 750°C, las fuerzas que la producen alcanzan una magnitud tal que prevalecen sobre las fuerzas de intercambio, y entonces las relaciones que ligan entre sí los átomos y los dominios quedan más o menos determinadas por las leyes de probabilidad, con lo que los dominios, y el cuerpo, pierden sus propiedades magnéticas. La temperatura para la que se produce este efecto se denomina «punto de Curie» y se representa en la figura 146.

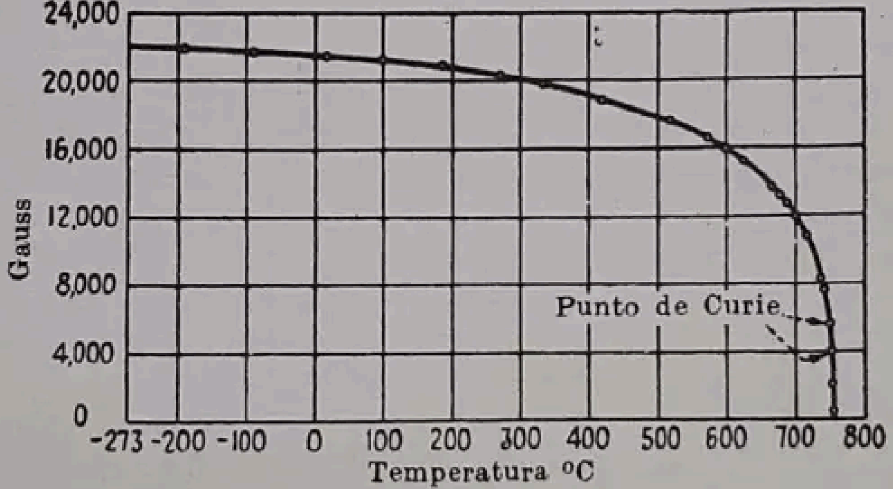
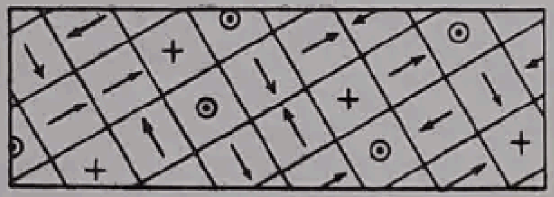


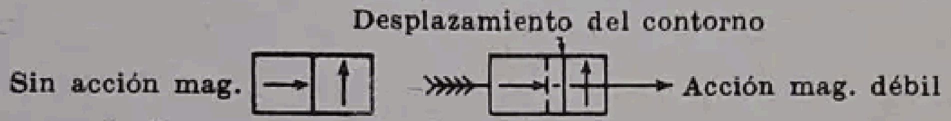
FIG. 146. — Efecto de la temperatura en la imanación.

150. Imanación e histéresis. Los conocidos fenómenos de imanación, saturación e histéresis pueden explicarse partiendo de las acciones mutuas entre los electrones, átomos, dominios y cristales del hierro. Ordinariamente los metales están compuestos de un gran número de formaciones cristalinas (granos), que con frecuencia son demasiado pequeños para percibirlos a simple vista, si bien, recientemente, se han desarrollado métodos que permiten obtener grandes cristales, fácilmente perceptibles en visión directa. Los dominios tienden a agruparse, de por sí, en cristales, o granos, y cuando no se ejerce sobre ellos ninguna acción magnética exterior, los dominios, que son pequeñas zonas locales, imanadas a saturación, se alinean ellos mismos en una de las seis direcciones equivalentes de los ejes de los cristales, como se representa en la figura 147 (*a*), en la que se muestra una parte de un cristal, indicándose las direcciones de los ejes cristalinos mediante líneas que limitan los contornos de los cristales.

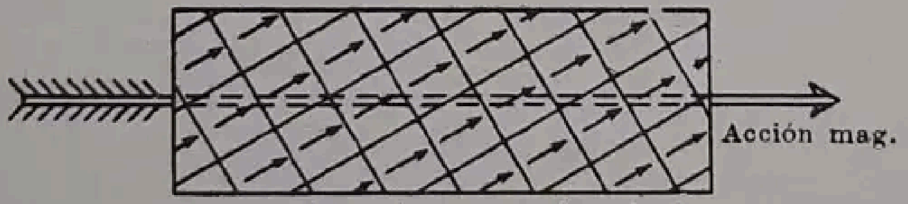
Para facilitar los razonamientos, los dominios se representan por pequeños cubos (cuadrados en la figura), y las flechas indican la dirección de imanación de los mismos. El signo + representa la parte posterior de las flechas e indica que la dirección de imanación del dominio es normal al plano del dibujo y penetra en él. Análogamente, el símbolo ⊙ representa la punta de una flecha e indica que la dirección de imanación del dominio es normal al plano del papel y sale de él. La probabilidad de que el dominio esté orientado es la misma para cualquiera de las seis direcciones de los ejes cristalinos.



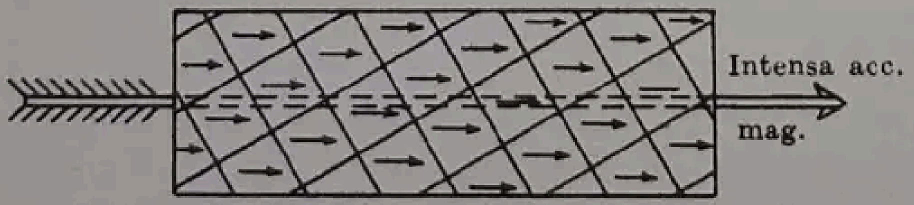
(a) Desimanado



(b) Imanación por desplazamiento de los contornos



(c) Orientación rapida y completa (codo)



(d) Saturación, los dominios han girado bajo la acción de un campo magnético intenso

FIG. 147.—Acciones de rotación de un campo magnético sobre los dominios de un cristal.

Este hecho se pone de manifiesto en la figura 147 (*a*), ya que hay aproximadamente el mismo número de flechas orientadas en cada una de las seis direcciones. En su conjunto, el cristal está, sin embargo, desmagnetizado. Cuando actúa un campo magnético débil, los cristales comienzan a manifestar una ligera orientación magnética, efecto inicial que se ha visto recientemente que es debido a un ligero desplazamiento del contorno que limita dos dominios, como se indica en la parte de la derecha de la figura 147 (*b*). Los dominios orientados en la dirección de la fuerza magnetizante aplicada aumentan su dimensión en el sentido de ésta, a expensas de los dominios orientados en una dirección menos favorable. Este efecto produce la iniciación del proceso de imanación que se pone de manifiesto en el punto ① de la curva de imanación de la figura 148, en la que se representa la densidad del flujo B en gauss[1] o maxwell por centímetro cuadrado, en función de la fuerza magnetizante H (H vale 0,4 πNI, siendo NI los amperios-vuelta por centímetro, § 182). Esta parte inferior de la curva de imanación es ligeramente cóncava, vista desde arriba.

Si aumenta la fuerza magnetizante, la dirección de imanación de los dominios tiende a cambiar pasando de una de las seis en que la imanación es fácil a aquella cuya dirección sea más próxima a la de H, con lo que los dominios van progresivamente orientándose en esta dirección, con variaciones mayores en unos que en otros. Esta orientación de los dominios es más o menos uniforme, dando origen a una parte de la curva de imanación que es casi rectilínea y que se señala con un ② en la figura 148. Cuando la fuerza magnetizante llega a ser de gran intensidad, la dirección de las orientaciones de los dominios es casi coincidente con la de aquella fuerza, como se indica en la figura 147 (c), y entonces cada cristal, o grano, actúa como si fuese un dominio de gran extensión. En la curva de imanación de la figura 148, este hecho se refleja por la presencia del «codo» a, punto en que el hierro se encuentra muy próximo a su saturación.

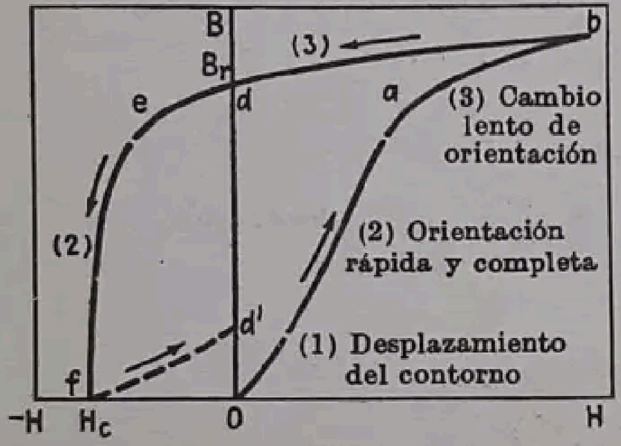

B
B_r
b
(3)
e
d
a
(3) Cambio lento de orientación
(2)
(2) Orientación rápida y completa
d'
(1) Desplazamiento del contorno
f
-H
H_c
0
H

Fig. 148.—Tres tipos de orientación de los dominios y su relación con la curva de imanación y la histéresis.

Si entonces se aumenta aún más la fuerza magnetizante hasta alcanzar valores muy elevados, se produce otro proceso en el interior del átomo. La única posibilidad de que se pueda incrementar la imanación del hierro, más allá del valor anterior, es que los *spin* electrónicos de los dominios individuales giren separándose de sus posiciones estables (fig. 147, c) para llegar a una mayor coincidencia de sus ejes con la dirección de la fuerza magnetizante, en la forma indicada en la figura 147 (d). Este proceso se denomina «rotación de los dominios» y da origen a la porción ③, o ab de la curva de imanación (fig. 148). El hierro está, entonces, saturado.

La curva oab se llama *curva normal.*

Si, una vez alcanzado el punto b, disminuye la fuerza magnetizante H, la desimanación no se produce siguiendo, en sentido inverso, la curva normal, sino otra bd, situada por encima de ella. Este hecho se debe a que la posición de los dominios tiende a persistir en la dirección última que tomaron. Cuando la fuerza magnetizante llega a anularse, aún persiste un flujo magnético de densidad *0d*, o *Br*, debida a esa persistencia de la posición de los dominios. La densidad de flujo *Br* se llama *magnetismo remanente.* Si, una vez que ha llegado la fuerza magnetizante al valor cero, se invierte su dirección, la curva sigue la trayectoria *de*. En el punto *e*, o cerca de él, los dominios han vuelto a alcanzar las condiciones señaladas en la figura 147 (*c*). Si posteriormente se incrementa el valor negativo de la fuerza magnetizante H, se produce una rápida disminución de la densidad de flujo, señalada en *ef*, debida a que los dominios de los cristales van perdiendo progresivamente la orientación adquirida, que se indica en la figura 147 (*c*), acercándose a la situación inicial, consignada en la figura 147 (*a*). Los fenómenos correspondientes a esta parte de la curva se estudiarán con más detalle al tratar de los imanes permanentes (véase § 201).

---

[1] Véase página 232.

Cuando se ha alcanzado el punto *f*, con un valor *0f* ó $-H_c$ de la fuerza magnetizante, la densidad del flujo se anula. Para ello se ha requerido que la fuerza magnetizante alcance el valor negativo H_c, que se denomina *fuerza coercitiva.*

La curva *bdef* constituye la rama descendente del ciclo de histéresis cuando se consideran solamente valores positivos de la densidad de flujo. El estudio de la curva de imanación de la figura 148 se ha realizado con el fin de relacionarla, así como el fenómeno de histéresis, con las conexiones que se producen entre los electrones, átomos, dominios y cristales, cuando el hierro se somete a la acción de una fuerza magnetizante de valores crecientes y decrecientes. Más adelante, cuando se trate de los circuitos magnéticos y sus aplicaciones, se ampliará el estudio y análisis de las curvas de imanación y del ciclo de histéresis.

151. Efecto Barkhausen. Existen algunas comprobaciones experimentales de las diferentes fases por las que pasan las orientaciones de los dominios y cristales, que acaban de exponerse brevemente. Varios de estos experimentos se describen en las obras citadas (nota 2, pág. 215). Existe, sin embargo, un experimento, sencillo pero convincente, que refleja la orientación de los dominios y que se denomina *efecto Barkhausen.* Si se ampliara mil millones (10^9) de veces una pequeña parte de la porción ③ de la curva (figura 148, a la derecha), se comprobaría que está constituída por un gran número de escalones muy pequeños, como se representan dentro de un círculo en la figura 149 (*a*), es decir que si la fuerza magnetizante se aumenta gradualmente, la imanación permanece constante durante un intervalo de tiempo muy pequeño y luego crece rápidamente y experimenta un pequeño incremento escalonado, no produciéndose otro incremento posterior hasta que la fuerza magnetizante alcanza otro valor más elevado. Estos rápidos aumentos escalonados de la imanación se deben a que los dominios van progresivamente orientándose a partir de la situación reflejada en la figura 147 (*a*), para ir alcanzando la consignada en la 147 (*c*). No se conoce ningún aparato con sensibilidad suficiente para medir estos pequeños incrementos, pero pueden percibirse por el oído.

Para ello (fig. 149, *b*), una pieza de hierro puede imanarse gradualmente mediante una bobina alimentada por una batería, con interposición de un reóstato *R*. Una bobina de exploración, arrollada también sobre la pieza de hierro, se conecta a unos receptores telefónicos a través de un amplificador.

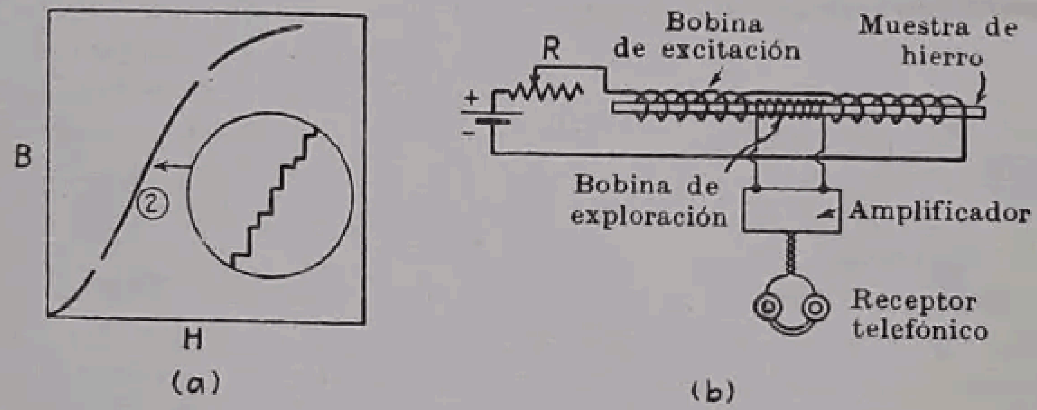


FIG. 149.—Efecto Barkhausen.

Cuando se aumenta gradualmente la fuerza magnetizante, se perciben en los receptores una serie de sonidos secos, cada uno de los cuales corresponde al giro de un dominio para orientarse, y, en consecuencia, a cada uno de los escalones de la figura 149 (*a*), de modo que su eje magnético coincida con la dirección de la fuerza magnetizante. En condiciones favorables, los sonidos secos, o tics, pueden oírse sin necesidad de amplificador.

152. Teoría de Weber y Ewing. Aunque la teoría de los dominios atómicos, que se ha explicado, es sin duda la correcta, al finalizar el siglo pasado expusieron Weber y Ewing[1] una teoría molecular que se aparta muy poco de aquélla. Weber y Ewing desconocían, desde luego, la existencia del spin electrónico y de los dominios, por lo que consideraron que las propias moléculas constituían unos imanes elementales. Así, cuando un material magnético no está imanado, los imanes moleculares están dispuestos al azar, como se indica en la figura 150 (*a*). Cuando actúa una fuerza magnetizante, todos los imanes moleculares tienden a orientarse en la misma dirección (fig. 150, *b*). A medida que los pequeños imanes giran aproximándose cada vez más hacia la dirección de la fuerza magnetizante, requieren mayor intensidad de ésta para producir un momento de rotación dado, lo

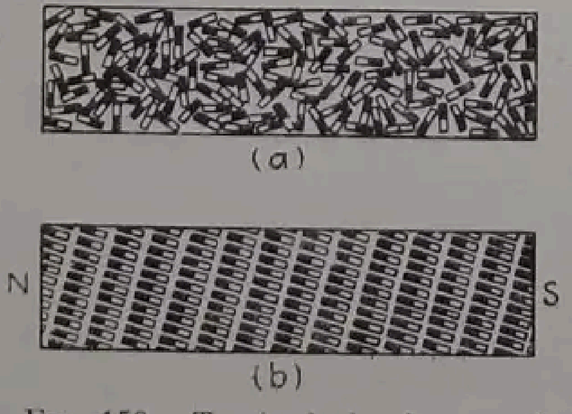


FIG. 150.—Teoría de los imanes elementales de Weber-Ewing.

---

[1] EWING, J. A.: «Magnetic Induction in Iron and Other Metals», 3.ª ed., 1900, *Electrician*, Londres, 1900. Véase también nota al pie de la página 239.

que explica la saturación. La fricción molecular producida al girar los imanes elementales explica a su vez la histéresis y las pérdidas por histéresis.

Aunque esta teoría molecular se ha substituído por la ya explicada, se aproxima extraordinariamente a la verdadera, muy especialmente si se tiene en cuenta la limitación de los conocimientos que se tenían sobre la estructura molecular en la época en que se expuso.

153. Imanes. Si una pieza de acero templado o de determinadas aleaciones de hierro, volframio, níquel y aluminio se somete a una influencia magnética, o fuerza magnetizante, ya sea poniéndola en contacto con un electroimán o un imán permanente o sometiéndola a la fuerza magnetizante producida por una bobina por la que circula una corriente eléctrica, estos cuerpos no solamente se imanan sino que retienen indefinidamente una considerable cantidad del magnetismo que se les ha comunicado. Estos imanes se denominan *imanes permanentes*, cuyas propiedades se exponen con gran detalle en los §§ 201 y siguientes. Cuando estos imanes permanentes se imanan los dominios no sólo se orientan de modo que las direcciones de sus ejes polares sean paralelas entre sí, sino que llegan a adquirir tan firmemente esta posición, que es necesaria una fuerza desmagnetizante muy enérgica para deshacer su trabazón y que lleguen a perderse las relaciones mutuas, orientándose al azar, es decir, a perder su magnetismo.

Cuando se imana una pieza de hierro o de otro cuerpo magnético, bien mediante un imán permanente, bien con un electroimán, su magnetismo, puesto de manifiesto, por ejemplo, por su facultad de atraer pequeñas piezas o limaduras de hierro, se localiza en dos o más regiones del imán. Asimismo, la influencia magnética sale del imán por una o varias de estas regiones y retorna a él también por una o varias zonas. Estas regiones se llaman *polos* del imán. La región por la cual se supone que la influencia magnética emerge, se denomina *polo norte*, o *N*, del imán y aquella por la que se supone que entra en el imán se llama *polo sur*, o *S*, del mismo. La situación de estos polos se determina fácilmente espolvoreando limaduras de hierro sobre el imán (fig. 154). Aun cuando la influencia magnética en sí es totalmente invisible, su existencia puede ponerse de manifiesto, haciéndose visible, mediante *líneas* cuyas direcciones coinciden con aquellas en que se produce la acción de la influencia magnética y la densidad de estas líneas puede hacerse proporcional a la intensidad de la influencia magnética. Estas líneas magnéticas se llaman *líneas de inducción* o *líneas de fuerza*. En la barra magnética de la figura 151, por ejemplo, la influencia magnética se representa mediante líneas que emergen del extremo de la izquierda de la barra y penetran por el de la derecha. En un imán, de la forma ordinaria representada en la figura 151, el plano medio entre los polos se llama *plano neutro* o *ecuatorial*. Las líneas magnéticas no se limitan necesariamente a los extremos del imán, sino que salen o penetran por cualquier parte del mismo (figs. 151 y 153). De aquí que los polos magnéticos, o regiones polares, pueden definirse como *superficies de las cuales salen líneas de fuerza magnéticas o en las que éstas penetran*. Los dos polos se distinguen por la posición que toman cuando el imán se suspende de modo que pueda moverse libremente. El polo que se orienta hacia el norte geográfico es el *polo norte*, y el otro el *polo sur*. Las líneas magnéticas se considera que salen del polo norte y entran por el polo sur. Como se verá en el § 155, las líneas magnéticas que son continuas, o forman circuitos cerrados (figura 151), son *líneas de inducción*. De aquí se deduce que ni en los imanes elementales puede existir solamente un polo norte o un polo sur. Asimismo, todos los polos N en conjunto deben ser iguales, en el aspecto magnético, al conjunto de todos los polos S. El que los polos N y S de un imán actúan con igual intensidad queda evidenciado por el hecho de que si un imán puede moverse libremente en un campo magnético uniforme, como el de la Tierra, no se observa nunca que tenga tendencia a una traslación. El imán tiende solamente a colocarse, por sí mismo, en la dirección del campo.

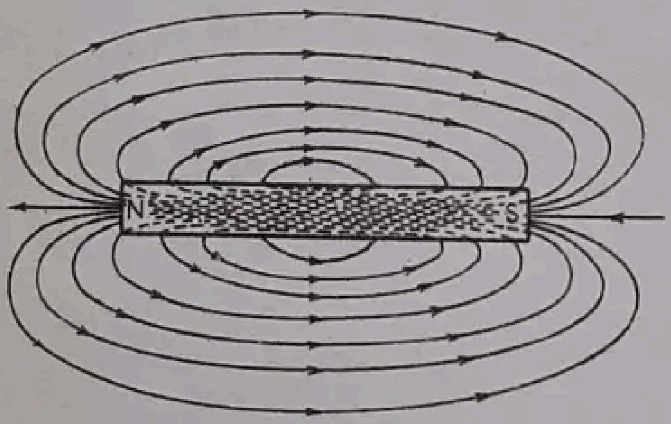


FIG. 151.—Campo magnético de un imán recto.

La influencia de los imanes se extiende por una región que alcanza hasta lugares bastante alejados de ellos. La región en la que se manifiesta la acción magnética se denomina *campo magnético*, cuya existencia se representa, con frecuencia, mediante líneas de fuerza o de inducción. El recorrido completo de estas líneas se denomina *circuito magnético*. Como las líneas de inducción son continuas, es evidente que si se rompe un imán recto, en cada fragmento aparecerá un polo N y otro S cuyas intensidades serán iguales; en la figura 152 (b) se indica lo que ocurre al partir por dos sitios el imán recto de la figura 152 (a). La continuidad de las líneas de inducción hace que aparezca un polo S en el fragmento que contenía el polo N primitivo y, asimismo, se origina un polo N en el trozo en que está el polo S inicial. El trozo central presenta también un polo N y otro S. Sin embargo, no tiene que pasar necesariamente el mismo número de líneas de fuerza por cada uno de los fragmentos, de modo que los polos de cada trozo no son forzosamente iguales a los de los otros.

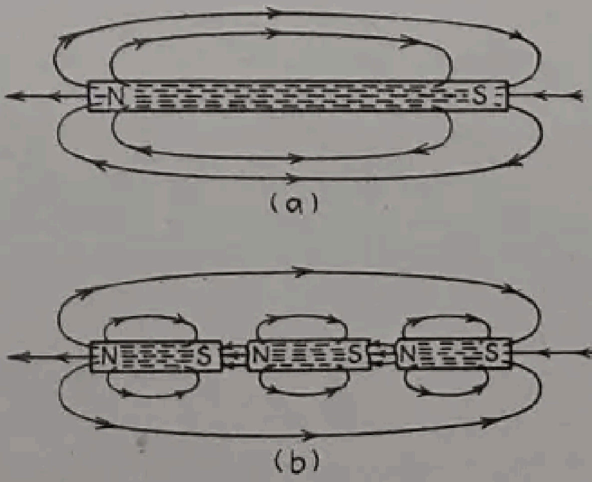


FIG. 152.—Efecto producido por el seccionamiento de un imán.

Polos consecuentes son aquellos que se presentan en puntos intermedios de los imanes en lugar de en los extremos. La figura 153 representa la posición de estos polos en una barra imanada cuando se ha frotado en ciertas partes de ella con un polo N o uno S, o cuando se han arrollado sobre la barra bobinas de excitación que actúen en oposición. Los polos consecuentes se deben en realidad al hecho de que las barras imanadas están constituídas por dos o más imanes dispuestos de modo que existan dos polos N y dos S en la misma porción del imán. Se manifiestan con frecuencia polos consecuentes en las barras de hierro o de acero que han estado en contacto con imanes elevadores (véase pág. 265). También, el registro del sonido sobre cintas e hilos de acero se realiza mediante la generación de polos consecuentes, producidos por una pequeña pieza polar cónica, excitada por las corrientes, amplificadas, que genera la voz.

Espectro magnético. Si se coloca un papel sobre un imán, y se espolvorean en él limaduras de hierro, se obtiene un espectro magnético. En cada punto, las limaduras se orientan de por sí en la dirección de las líneas de fuerza que pasan por dicho punto y forman una figura que muestra detalladamente las características del campo magnético. La figura 154 muestra el campo magnético producido por dos barras magnéticas dispuestas paralelamente y de modo que se enfrenten los polos de nombre contrario. Obsérvese que las líneas de fuerza tienen la apariencia de cintas elásticas que tienden a atraer los polos opuestos. Es cierto que *los polos de opuesto nombre se atraen entre sí, mientras que los del mismo nombre se repelen.*

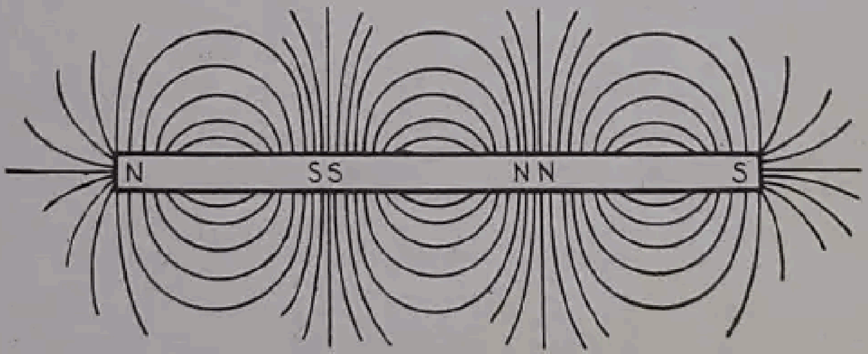


FIG. 153.—Polos consecuentes.

154. Aguja magnética o brújula. La brújula consiste en una aguja o varilla de acero templado, permanentemente imanada y equilibrada cuidadosamente sobre una punta afilada. La punta que se dirige al norte, o polo N, de la aguja señala el norte magnético, y la otra punta, o polo S, apunta hacia el Sur. El polo N de la aguja se pinta con frecuencia de azul o lleva alguna señal que lo distinga. Con la excepción de algunas agujas magnéticas empleadas para usos de laboratorio, la aguja está encerrada en una caja herméticamente cerrada, para que le sirva de protección mecánica. Las brújulas de marina están montadas cuidadosamente sobre suspensiones cardán, de manera que estén siempre niveladas. Cuando se instalan en buques de plancha de acero, se ponen cerca de ellas unas gruesas bolas de hierro, que sirven para neutralizar el efecto magnético debido a la estructura del buque.

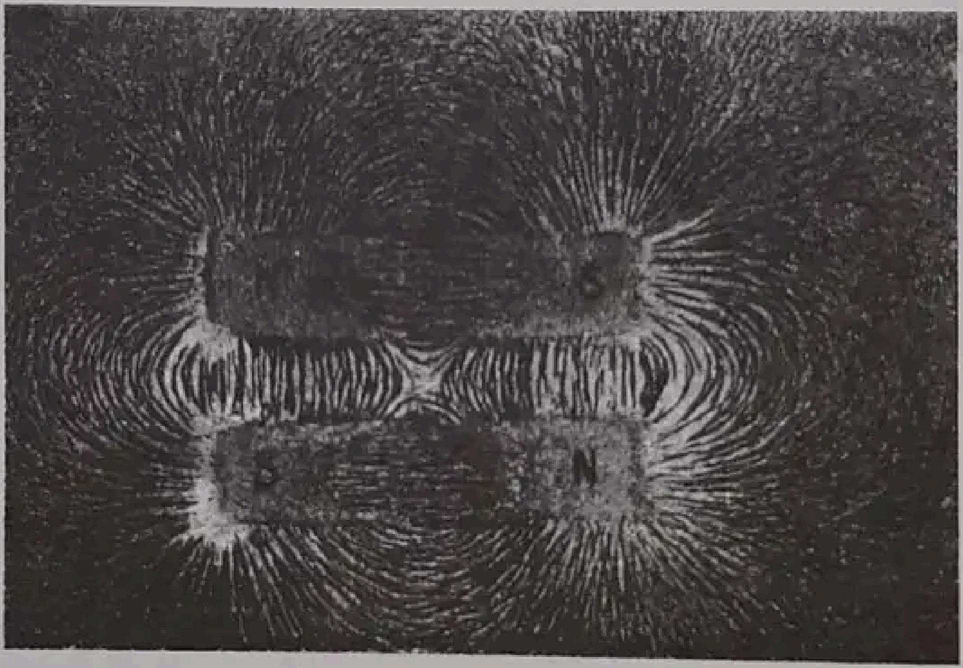


Fig. 154.—Espectro magnético de dos imanes con polos adyacentes distintos.

Por medio de la brújula se determina rápidamente la polaridad de un imán. El polo *S* de la aguja es atraído por el polo *N* del imán, como en la figura 155. Además, el polo *N* de la aguja es atraído por el polo *S* del imán. Esta acción de la brújula es la consecuencia inmediata de la ley que dice que los polos iguales se rechazan y los polos distintos se atraen entre sí. Se emplea mucho este sistema en los trabajos prácticos, porque permite determinar la polaridad de los polos de los motores y generadores y verificar si las bobinas de excitación están correctamente conectadas.

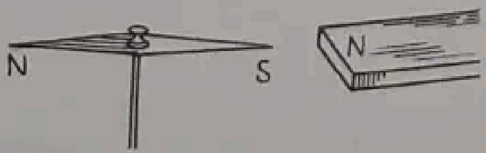


Fig. 155.—Dirección que toma una aguja magnética por la acción de un polo N.

Además, la brújula tiende siempre a colocarse en la dirección del campo magnético dentro del cual se encuentra, marcando su extremo *N* la dirección de las líneas de fuerza. En la figura 156 se representa gráficamente este proceso.

155. Líneas de imanación, de fuerza y de inducción. En el § 153 se han citado ya las «líneas de fuerza» y las «líneas de inducción». La existencia de ambas, de acuerdo con la teoría expuesta por Ewing, explica muchos de los fenómenos que se producen en los imanes permanentes, como son el que las líneas de inducción salen de los lados del imán y la dificultad que presenta el imanar barras cuya longitud es reducida en comparación con su sección transversal. Existen algunas discrepancias entre los hechos reales y la teoría, pero ha sido ampliamente aceptada porque da una explicación muy sencilla a varios fenómenos magnéticos.

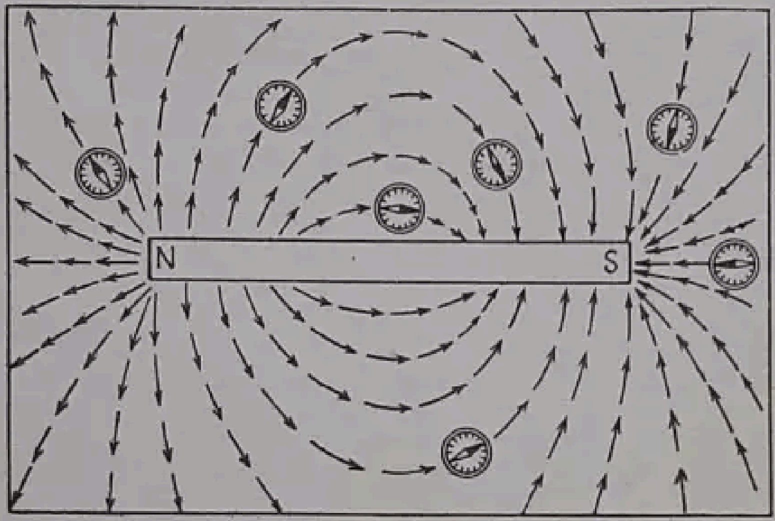
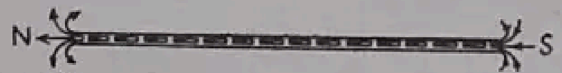


Fig. 156.—Exploración del campo de un imán mediante una brújula.

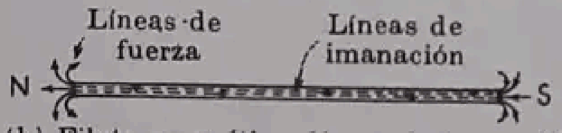
El imán se considera como formado por cierto número de filetes muy finos (figs. 157, *a* y *b*), cada uno de los cuales da origen a una determinada fuerza magnetizante, debida a la alineación de los dominios bajo la acción de una fuerza magnetizante exterior. De acuerdo con ello se forma un polo N en un extremo del filete y un polo S en el otro. La experimentación prueba en el caso, por ejemplo, de la aguja de acero, que, en este tipo de imanes, los polos existen por lo menos en los extremos. Debido a esta fuerza magnetizante de los filetes, las *líneas de imanación* pasan por el interior del imán en la dirección de sur a norte, como en la figura 157 (*b*). Las líneas de imanación permanecen por completo dentro del imán y si no hubiese polos libres en los extremos, es decir, si cada filete estuviese cerrado sobre sí mismo, estas líneas de magnetización constituirían también las líneas de inducción.

Sin embargo, como existen polos en los extremos, las *líneas de fuerza* los abandonan (figs. 157, *a* y *b*). La sección de los filetes es tan pequeña que prácticamente ninguna de estas líneas retrocede a través del mismo filete.

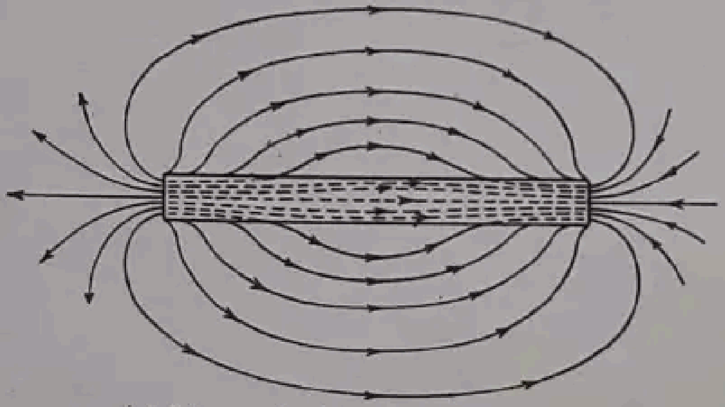
Las líneas de fuerza que *se originan* en el polo N y *terminan* en el polo S, *no son líneas cerradas*, lo que se indica en la figura 157 (*b*), en la que las líneas de trazo seguido son las líneas de fuerza de un imán recto. Las *líneas de inducción en el interior del imán* quedan definidas como *vector diferencia entre las líneas de imanación y las líneas de fuerza*. Considerando que las líneas de imanación no abandonan el imán, se desprende que, en la región exterior, las líneas de inducción coinciden con las líneas de fuerza. Sin embargo, como los filetes son muy delgados (fig. 157, *b*), el número de líneas de fuerza que retornan por ellos es despreciable, de manera que, en los imanes constituídos por los filetes, las líneas de inducción son prácticamente iguales a las líneas de imanación; fuera del imán, el número de líneas de inducción es igual al de las líneas de fuerza.



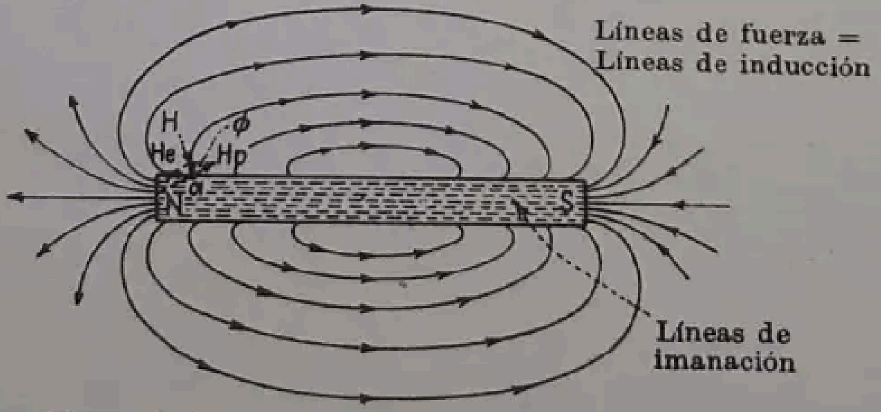
(a) Filete magnético y sus polos extremos


Líneas de fuerza
Líneas de imanación
N
S

(b) Filete magnético, líneas de imanación y líneas de fuerza



(c) Líneas de fuerza de un imán recto


Líneas de fuerza = Líneas de inducción
H
He
φ
Hp
α
N
S
Líneas de imanación

Líneas de imanación, de fuerza y de inducción

Fig. 157.—Magnetismo permanente en un imán recto.

Como un imán recto de gran sección transversal está constituído por la yuxtaposición de filetes, como indica la figura 157 (*c*), una buena proporción de las líneas de fuerza que abandonan el polo *N* formado en un extremo retornan a través del mismo imán, oponiéndose a las líneas de imanación, con lo que se reducen las líneas de inducción que atraviesan el imán.

Por consiguiente, los polos que se forman en los extremos de un imán son la fuente de una fuerza de desimanación que tiende a hacer perder el magnetismo al imán. Esta teoría explica el hecho de que una proporción considerable de líneas de inducción salga por los lados de la barra del imán, como muestra la figura 157 (*d*). La fuerza H en cualquier punto a se debe a la combinación de los efectos del polo N en el extremo de la barra, que da lugar a la componente H_p, y de la fuerza interna de imanación H_e, que produce las líneas de imanación. (El polo S también actúa sobre el punto a, pero, para puntos cercanos al polo N, su efecto es despreciable en comparación con el del primero). La resultante H de H_p y H_e da origen a las líneas de inducción φ en el punto a y determina su dirección. El conjunto de las líneas de inducción queda representado en la figura 151. Las líneas de fuerza no son cerradas, sino que parten del polo N y terminan en el polo S. En el interior del imán se oponen a las líneas de imanación, ya que las líneas de fuerza van de Norte a Sur. En un imán recto de gran longitud, la mitad de las líneas de inducción que atraviesa la sección central de la barra, o plano neutro, llega a salir por el extremo de la barra, y las restantes emergen por los costados.

La experiencia demuestra que cuanto mayor es la proporción entre el área de la sección y la longitud del imán, más difícil se hace conseguir la imanación permanente. Es extremadamente difícil lograr la imanación permanente de barras cortas, aun cuando sean del material más conveniente para imanes permanentes.

Así, pues, las líneas de imanación, que se hallan en el interior del imán, parten del polo S y pasan a través del imán hasta llegar al polo N; las líneas de fuerza que nacen en el polo N, pasan a través del aire y del propio imán, para reunirse en el polo S; y las líneas de inducción son líneas continuas cerradas, que van fuera del imán del polo N al polo S y por dentro del imán del polo S al polo N.

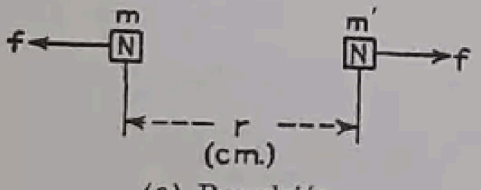
La distinción entre las líneas de imanación, de fuerza y de inducción debe recordarse claramente.

La unidad c.g.s. de flujo magnético, tanto para el campo creado por las líneas de fuerza como para el que generan las de inducción, es el *maxwell*[1].

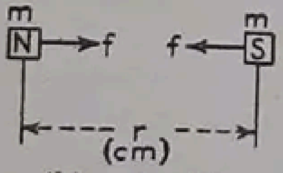
156. Sistema c.g.s. electromagnético de unidades. Evidentemente, es necesario un sistema de unidades que permita medir magnitudes tales como la intensidad de un polo magnético, la intensidad de corriente eléctrica, la tensión, inductancia, capacidad y otras cantidades eléctricas. Hasta 1935 existieron tres sistemas de unidades, el c.g.s. *electromagnético*, el c.g.s. *electrostático* y el *práctico*. En 1935, la Comisión Electrotécnica Internacional adoptó el sistema m.k.s. (metro-kilogramo-segundo), que, por lo que se refiere a las magnitudes eléctricas, es idéntico al sistema práctico. Los fenómenos magnéticos y eléctricos se manifiestan de diversas maneras: fuerzas ejercidas entre polos magnéticos, acciones que ejercen los campos magnéticos sobre conductores de corriente eléctrica, fuerzas originadas entre conductores de corriente, efectos térmicos de la corriente eléctrica, salto de chispa entre dos electrodos, debido a su diferencia de tensiones, etc. Sin embargo, se ha visto que es más práctico definir las magnitudes eléctricas y magnéticas partiendo de cantidades mecánicas: fuerza, trabajo y potencia, que, a su vez, se definen en función de la longitud L, la masa M y el tiempo T. El sistema c.g.s. electromagnético, que adopta el centímetro, gramo y segundo (c.g.s.) como unidades de longitud, masa y tiempo, se propuso inicialmente por la Asociación Británica para el Progreso de las Ciencias, en 1873, y fué adoptado por el Primer Congreso de Electricidad de París, en 1881.[1]

---

[1] En recuerdo de James Clerk Maxwell (1831-1879), eminente físico inglés, que durante más de la mitad de su corta vida ocupó una posición preeminente en el campo de la filosofía natural. Aunque realizó admirables trabajos sobre mecánica y calor, su mayor aportación fué en el estudio de la electricidad y el magnetismo. Su obra *Electricidad y magnetismo*, aparecida en 1873, se considera todavía como uno de los más importantes trabajos de todos los tiempos. En esta obra redujo todos los fenómenos eléctricos y magnéticos a problemas elásticos de un medio material, expresando estos hechos mediante ecuaciones matemáticas. Además expuso la teoría electromagnética de la luz y dedujo la existencia de las ondas electromagnéticas (radio) antes de su descubrimiento por Hertz en 1888. Fué asimismo el primero en desarrollar la teoría de la resonancia de los circuitos de corriente alterna con resistencia, autoinducción y capacidad.



(a) Repulsión



(b) Atracción

FIG. 158.—Repulsión y atracción entre dos polos magnéticos.

La unidad de polo magnético se basa en la ley de atracción y repulsión entre dos polos de distinta o igual polaridad, que comprobó experimentalmente Coulomb[2] en 1820. Valiéndose de una balanza de torsión, encontró que la atracción o repulsión entre dos polos magnéticos puntuales es *directamente* proporcional a la intensidad de los polos e *inversamente* proporcional al cuadrado de la distancia entre los polos, como se indica en la figura 158.

En la figura 158 (a), dos pequeños polos N, de intensidades m y m', separados una distancia de r cm, se repelen con una fuerza de **F** dinas; en (b) un pequeño polo N de m unidades de intensidad, y otro polo S, también pequeño, de m' unidades de intensidad, se atraen con una fuerza de **F** dinas.

En el vacío, la fuerza de atracción o repulsión vale

$$\mathbf{F} = \frac{mm'}{\mu_v r^2} \text{ dinas} \tag{118}$$

en la que μ_v es una constante dependiente del medio y que vale 1 para el vacío (la fórmula puede aplicarse también, sin error sensible, cuando se trata del aire).

---

[1] KENNELLY, ARTHUR, E.: «Magnetic Circuit Units», *Trans. AIEE*, vol. 49, pág. 486, 1930.

[2] Véase nota [1] de la página 35.

En un medio de permeabilidad μ_r, la fórmula (118) se transforma en

$$\mathbf{F} = \frac{mm'}{\mu_r \mu_v r^2} \text{ dinas} \tag{119}$$

Ejemplo. Dos polos N, con intensidades de 500 y 150 unidades respectivamente están situados en el aire y á una distancia de 10 cm. Determinar la fuerza, en gramos que actúa entre ellos y la dirección de la misma.

Aplicando la fórmula (118)

$$\mathbf{F} = \frac{500 \times 150}{10^2} = \frac{75\,000}{100} = 750 \text{ dinas}$$

$$750 : 981 = 0{,}7645 \text{ g}$$

Los polos se repelen.

Si la intensidad de dos polos es la misma, están separados 1 cm y la fuerza de atracción o repulsión es de una dina, se deduce de (118) que $m = m' = 1$, de donde se deduce que, en estas condiciones, m y m' son la *unidad* c.g.s. de intensidad de polo, que, por lo tanto, puede definirse de la siguiente manera.

La unidad c.g.s. de polo magnético es la que corresponde a una intensidad tal que si se coloca en el vacío a la distancia de un centímetro de otro polo del mismo nombre y de la misma intensidad, lo repele con una fuerza igual a una dina. La intensidad de un polo la mide el número de estas unidades de polo a las que equivale. Las dimensiones de la intensidad de polo, en función de L, M y T, pueden determinarse partiendo de la fórmula (119). En primer lugar, una fuerza vale $F = Ma = Mv : t = M.L.T^{-2}$, si a es la aceleración y v la velocidad en centímetros por segundo. Por lo tanto, si en (119) se hace $m = m'$ y se llama μ el producto $\mu_v \mu_r$, siendo μ_v la permeabilidad en el vacío, que se toma igual a la unidad en el sistema c.g.s. electromagnético,

$$MLT^{-2} = \frac{m^2}{\mu L^2}$$

y, por consiguiente, las dimensiones, en función de la longitud, masa y tiempo, de la intensidad de polo, son

$$m = \mu^{1/2} L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \text{ maxwell} \tag{120}$$

Como se ha dicho en el sistema c.g.s. electromagnético, L se expresa en centímetros, M en gramos masa y T en segundos.

157. Intensidad de campo. Se ha indicado ya que la acción de un campo magnético sobre un punto en el que se encuentra un polo magnético, es proporcional a la densidad de las líneas de fuerza en dicho punto. *La intensidad unitaria de campo se define diciendo que es la fuerza de un campo que actúa sobre la unidad de polo con la fuerza de una dina.* Una *línea de fuerza* que atraviesa perpendicularmente un centímetro cuadrado representa la *unidad de intensidad de campo.* La intensidad de campo se da en *dinas por unidad de polo* y se representa habitualmente por el símbolo H.

En 1930, la Comisión Electrotécnica Internacional designó la unidad de intensidad de polo con el nombre de *oersted*, [1] en honor de Hans Christian Oersted, de Copenhague, [1] que en 1819 demostró que un imán tiende a colocarse por sí mismo en posición normal a la dirección de la corriente (§ 169, pág. 248; véase también § 187).

Si un polo de m unidades se sitúa en un campo de intensidad H, la fuerza que actuará sobre él será

$$\mathbf{F} = m \cdot H \text{ dinas} \tag{121}$$

Un polo colocado en dicho campo debe ser de intensidad suficientemente pequeña para que no produzca efectos perturbadores sobre el campo.

Ejemplo. Cuando un polo pequeño de 25 unidades de polo se coloca en un campo magnético, experimenta una acción de 200 dinas. ¿Cuál es la intensidad del campo en este punto?

La fuerza por unidad de polo es

$$H = 200 : 25 = 8 \text{ dinas por unidad de polo (8 oersted).}$$

Resulta también que la densidad de líneas de fuerza, tomada sobre una superficie normal a su dirección, es de 8 líneas por centímetro cuadrado u 8 gauss. (Véase § 158.)

Ejemplo. Existe un flujo total de 200000 maxwell entre dos caras polares paralelas, de 8 cm² cada una, separadas por aire. El campo es uniforme. Determinar la fuerza en gramos, que actuará sobre un polo N de 100 unidades c.g.s., situado en dicho campo.

$$\text{Densidad de flujo} = \frac{200\,000}{8 \cdot 8} = 3\,125 \text{ maxwell por centímetro cuadrado o gauss.}$$

Tratándose del aire, este valor de la densidad de flujo es también igual a la intensidad de campo H.

$$\mathbf{F} = m \cdot H = 100 \cdot 3125 = 312\,500 \text{ dinas}$$

$$312\,500 : 981 = 318{,}6 \text{ g.}$$

158. Densidad de flujo. La densidad de flujo es el número de maxwell por unidad de superficie tomada perpendicularmente a la dirección de las líneas de inducción. En el espacio libre, la densidad de flujo y la intensidad del campo son dos magnitudes numéricamente iguales, pero en el interior de los cuerpos magnéticos estas dos magnitudes son completamente distintas. No debe confundirse la una con la otra. La unidad c.g.s. de densidad de flujo (un maxwell/cm²) es el *gauss*. [2]

---

[1] Oersted, Hans Christian (1777-1851). Físico danés, que primeramente estudió Medicina, pero que en 1806 fué nombrado profesor de Física de la Universidad de Copenhague. En 1829 ocupó el cargo de Director del Politécnico de la misma capital y en 1850 pasó a ser Consejero privado. Sus trabajos más salientes fueron los de establecimiento de las relaciones íntimas entre la electricidad, las corrientes «galvánicas» y el magnetismo.

[2] Gauss, Karl Friederich (1777-1855). Matemático y astrónomo alemán, que fué Director del Observatorio de Göttingen desde 1807 hasta su muerte. Se interesó mucho por el estudio del magnetismo terrestre y junto con Weber inventó nuevos aparatos para estas medidas, aparatos que son del mismo tipo que los que aún hoy se usan. En 1833, con la colaboración de Weber, construyó un observatorio magnético en Göttingen casi enteramente sin hierro, donde llevó a cabo muchas e importantes observaciones magnéticas sobre el magnetismo terrestre. Escribió mucho sobre asuntos de matemáticas y de magnetismo. Sus trabajos contribuyeron mucho al conocimiento del magnetismo.

Por definición, la fuerza que ejerce una unidad de polo sobre otra situada a la distancia de 1 cm, en el aire, es 1 dina. La intensidad de campo de una superficie esférica de 1 cm de radio y con una unidad de polo en el centro debe ser entonces la unidad y puede representarse por una línea por centímetro cuadrado sobre la total superficie de la esfera, como indica la figura 159.

Como la superficie de una esfera de 1 cm de radio es 4π cm², cada unidad de polo debe tener 4π ó 12,57 maxwell que parten de él.[1] La figura 159 representa una porción de la superficie esférica de 1 cm de radio e indica el paso de un maxwell a través de cada centímetro cuadrado de superficie, originándose cada línea en una unidad de polo N. Esto explica por qué aparece el término 4π frecuentemente en las fórmulas magnéticas; $4\pi m$ líneas de fuerza parten de un polo N cuya intensidad es de m unidades.

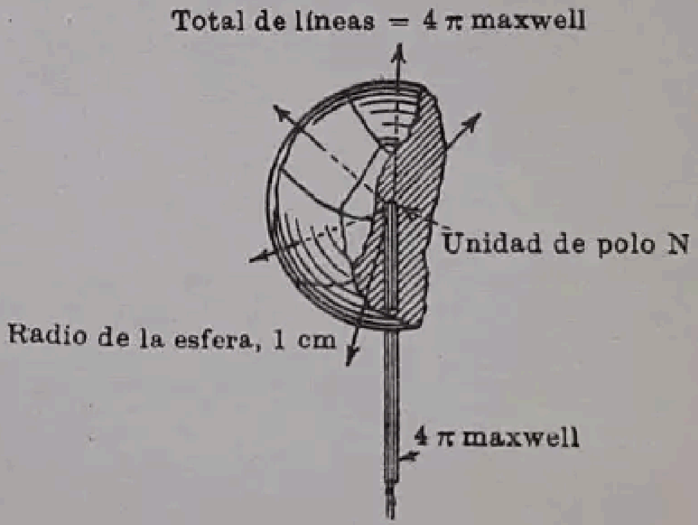


FIG. 159.—Líneas de fuerza que salen de la unidad de polo N.

Consideremos una barra imanada cuya sección transversal es de A cm² (fig. 160) en cuyos extremos hay dos polos magnéticos de m unidades de intensidad. La *intensidad de imanación*, o número de unidades de polo por unidad de superficie de cada extremo, es

$$\sigma = \frac{m}{A} \text{ unidades de polo por cm}^2 \qquad (122)$$

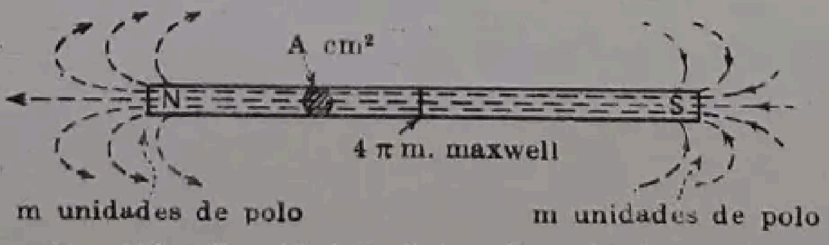


FIG. 160.—Densidad de flujo e intensidad de polo.

---

[1] Naturalmente, el flujo magnético no está formado por líneas individuales, sino que ocupa el campo completo, llenándolo uniformemente si el campo es uniforme. Las condiciones reales se representan por *tubos de fuerza* (expresión debida a Faraday, § 234) cuyo eje coincide con la dirección del campo. A la unidad de polo corresponden 4π ó 12,57 tubos de fuerza. Cada tubo está representado por su eje, como en la figura 159. La concepción de tubo de fuerza explica la posibilidad de la fracción 0,57 de línea. En la superficie de la esfera de radio unidad, la superficie de la sección transversal de cada uno de los 12 tubos es un centímetro cuadrado y la superficie del tubo restante es 0,57 cm² ($4\pi = 12{,}57$). En el aire o en el vacío, los tubos de inducción coincidirán con los tubos de fuerza.

Como el flujo saliente o entrante por los polos del imán es de $4\pi m$ maxwell, el total en la zona neutra del imán es $\varphi_0 + 4\pi m$ maxwell, si φ_0 es el flujo existente en el espacio en que no hay material magnético. Empleando la fórmula (122), la densidad de flujo es

$$B = \frac{\varphi_0 + 4\pi m}{A} = B_0 + 4\pi\sigma \text{ gauss} \tag{123}$$

Prácticamente, B_0 puede despreciarse en comparación con $4\pi\sigma$, con lo cual la (123) puede escribirse:

$$B = 4\pi\sigma \text{ gauss} \tag{124}$$

Ejemplo. Una barra magnética de 20 cm de longitud tiene un diámetro de 0,5 cm. Los polos extremos N y S tienen una intensidad de 40 unidades c.g.s. Determinar: *a*) la intensidad de imanación; *b*) densidad del flujo sobre la superficie de una esfera con radio de 2 cm y centro en cualquiera de los polos, suponiendo que éstos se reducen a un punto; *c*) fuerza que actúa sobre un polo de intensidad de 8 unidades, situado en la superficie de la esfera; *d*) densidad del flujo en la zona central de la barra magnética.

a) La sección transversal del imán es $\pi \cdot 0{,}5^2 : 4 = 0{,}1964$ cm²
Según (122), $\sigma = 40 : 0{,}1964 = 203{,}7$ unidades de polo por cm²

b) Flujo total en maxwell que emerge del polo $N = 40 \cdot 4\pi = 502{,}7$
Superficie de la esfera $= 4\pi \cdot 2^2 = 50{,}27$ cm²
Densidad de flujo $= 502{,}7 : 50{,}27 = 10$ gauss.

c) La intensidad del campo es de 10 oersted.
De acuerdo con (121), para una intensidad de polo de 8 unidades, $\mathbf{F} = 8 \cdot 10 = 80$ dinas.

d) Según (124), $B = 4\pi \cdot 203{,}7 = 2\,581$ gauss.

Puede observarse que (*c*) puede resolverse utilizando la fórmula (118)

$$\mathbf{F} = \frac{40 \cdot 8}{2^2} = 80 \text{ dinas}$$

confirmándose el resultado obtenido.

El estudio de la figura 159 explica por qué la acción ejercida entre dos polos varía inversamente al cuadrado de la distancia que los separa, según se indicó en las fórmulas (118) y (119). La superficie de las esferas, en cuyo centro se sitúa un polo magnético, varía como el cuadrado de su radio. Por otra parte, la densidad del flujo interceptado por cada esfera varía en razón inversa de su superficie y, por lo tanto, del cuadrado de su radio. Por consiguiente, la intensidad del campo producido por un polo puntual varía en razón inversa del cuadrado de la distancia a él.

159. Inducción magnética. Si se aproxima un imán a una pieza de hierro dulce no imanada, se produce su *imanación por inducción*. Si el polo N del imán se aproxima al hierro dulce, se forma un polo S por inducción en la parte de la pieza de hierro más inmediata al imán inductor, y si el polo S del imán se acerca a la pieza de hierro, se forma, de modo análogo, un polo N en ella. Esto queda indicado gráficamente en la figura 161 (*a*).

La razón por la cual un polo N induce un polo S, y viceversa, se percibe en la figura 161 (*b*). Las líneas de inducción, que parten del polo N del imán, se concentran en la barra de hierro dulce, porque el hierro deja pasar mucho mejor las líneas magnéticas que el aire. Como las líneas magnéticas que salen del polo *N* del imán deben *entrar* en el hierro dulce por el extremo que está más próximo a aquél, se formará en el hierro un polo *S*. Como las líneas de inducción magnética son continuas, deben también *salir* de la barra de hierro dulce, y deben hacerlo por el extremo más alejado del polo *N* del imán inductor. Por lo tanto, se formará un polo *N* en el extremo de la barra de hierro dulce más alejado del imán.

El polo *N* inductor atrae el polo *S* y rechaza el polo *N* inducidos en la barra de hierro dulce. Como el polo *S* inducido está más cerca que el otro del polo inductor, predominará la atracción.

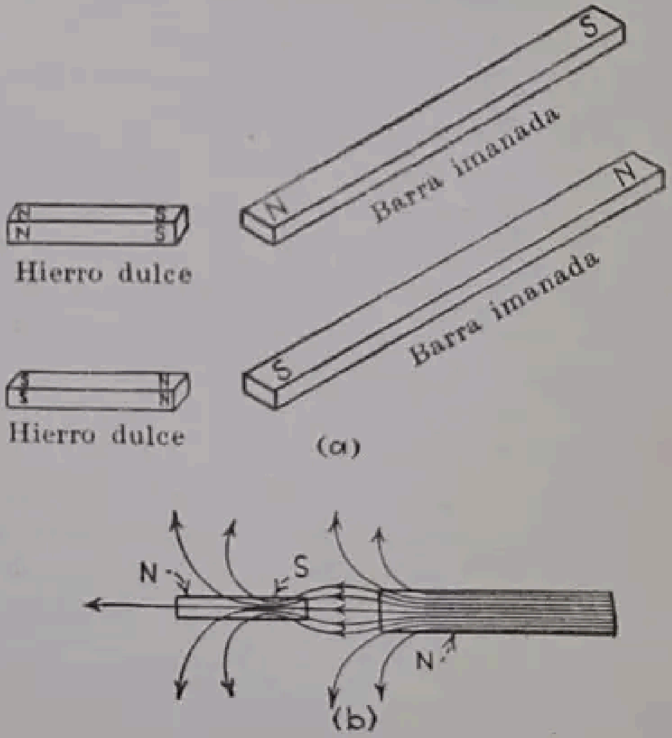


Fig. 161.—Polos magnéticos inducidos.

Se observa, a veces, que si un polo *N* relativamente débil se acerca a un polo *N* más fuerte, se produce una atracción entre ellos en lugar de la repulsión que podía esperarse. Esto no es una violación de las leyes que rigen la atracción y la repulsión de los polos magnéticos, sino que proviene del hecho de que el polo *N* de gran intensidad induce un polo *S* que sobrepasa la del polo *N* débil y, por consiguiente, la atracción originada resulta predominante. De esta manera es fácil invertir la polaridad de una aguja imanada, manteniéndola en estrecho contacto con un polo magnético fuerte de igual polaridad.

160. Ley del campo magnético. *El campo magnético tiende siempre, por sí mismo, a conformarse de tal modo que el flujo sea máximo.* Esta cualidad da una nueva explicación a la atracción del hierro por los polos de los imanes. Al ser atraído el hierro por el imán, las líneas magnéticas pueden utilizarlo como parte de su recorrido, ya que el hierro facilita su paso mucho mejor que el aire. El caso de la acción del imán de herradura al atraer la armadura hacia sus polos facilita la comprensión de este hecho. Al hacerlo, en efecto, el camino curvo que las líneas de fuerza debían recorrer en el aire se reduce, con lo que se produce una concentración de líneas magnéticas. El flujo máximo se obtiene cuando la armadura está en contacto con los polos.

161. Acción de una superficie polar. Ya se ha indicado que la ley de Coulomb, según la cual la fuerza generada entre dos polos magnéticos varía en razón inversa del cuadrado de la distancia [fórmulas (118) y (119)], se establece considerando que los polos están concentrados en un punto. Ordinariamente, sin embargo, los polos magnéticos se distribuyen sobre superficies considerables y, en estas condiciones, la citada ley no puede aplicarse considerando el polo en conjunto. Para determinar la acción de la superficie polar completa, hay que aplicar la ley de Coulomb a los polos elementales, de área diferencial o puntuales, que constituyen la superficie polar, obteniéndose el efecto total de ésta por integración. La intensidad del campo en cualquier punto de la perpendicular levantada en el centro de un polo magnético de sección circular puede determinarse con facilidad. En la figura 162 se ha representado una barra magnética con sección circular de radio R cm y una intensidad de imanación de σ unidades de polo por centímetro cuadrado. Como la intensidad del campo se mide por la fuerza en dinas con que actúa sobre la unidad de polo, supongamos colocada ésta en un punto P situado sobre la perpendicular levantada en el centro de la superficie polar y a h cm de distancia de ésta.

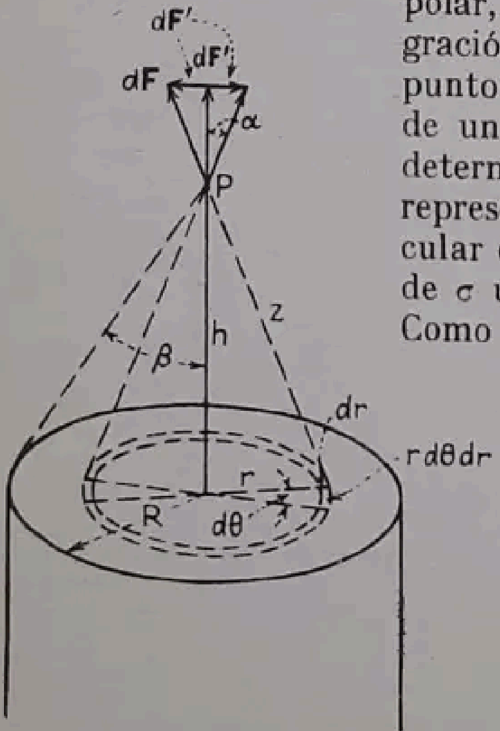


FIG. 162.—Intensidad del campo en el eje de un imán recto.

Se traza una corona circular de radio r cm y dr cm de espesor. Sea $d\theta$ un ángulo diferencial. El área diferencial de la corona comprendida dentro del ángulo $d\theta$ radiantes es $rd\theta dr$ cm² y la intensidad de polo $\sigma rd\theta dr$ unidades. La fuerza $d\mathbf{F}$ en P debida a la acción del polo diferencial es $\sigma rd\theta dr : Z^2$ dinas. La componente $d\mathbf{F}'$ en la dirección de la perpendicular h, es $d\mathbf{F} \cos \alpha$ dinas.

La componente $d\mathbf{F}''$ perpendicular a $d\mathbf{F}'$ se equilibrará con otra componente igual y opuesta, producida por el área polar diferencial simétricamente opuesta (con relación al centro del círculo de la superficie polar) a la que se considere. Resulta de aquí que todas estas componentes $d\mathbf{F}''$ se anulan. Como la distancia Z vale $Z^2 = h^2 + r^2$, y $\cos \alpha = h : \sqrt{h^2 + r^2}$, la fuerza total ejercida por la superficie imanada será

$$\mathbf{F} = \sigma \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{rd\theta dr \cos \alpha}{Z^2} = \sigma \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{hrd\theta dr}{(h^2 + r^2)^{3/2}} =$$

$$= 2\pi\sigma h \int_0^R \frac{rdr}{(h^2 + r^2)^{3/2}} = 2\pi\sigma h \left[\frac{-1}{\sqrt{r^2 + h^2}} \right]_0^R =$$

$$= 2\pi\sigma h \left[\frac{-1}{\sqrt{R^2 + h^2}} + \frac{1}{h} \right] = 2\pi\sigma \left(1 - \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right) \text{ dinas} \qquad (125)$$

$$\mathbf{F} = 2\pi\sigma\,(1 - \cos\beta) \text{ dinas} \tag{126}$$

siendo β el ángulo subtendido por el radio del polo circular.

Ejemplo. En el ejemplo de la página 234, determinar la acción del polo N sobre un punto exterior P, situado sobre el eje del imán y a una distancia de 0,5 cm de dicho polo.

$$\sigma = 40 : \left[\frac{\pi}{4}\, 0{,}5^2\right] = 203{,}7 \text{ unidades de polo por cm}^2$$

$$\cos\beta = \frac{0{,}5}{\sqrt{0{,}25^2 + 0{,}5^2}} = 0{,}8945$$

$$\mathbf{F} = H = 2\pi \cdot 203{,}7\,(1 - 0{,}8945) = 135 \text{ dinas por unidad de polo o oersted.}$$

162. Fuerzas generadas entre dos superficies imanadas paralelas. Mediante la fórmula (125) es posible calcular la fuerza que se genera entre dos superficies imanadas, siempre que la distancia entre ellas sea pequeña o sus áreas suficientemente grandes para que el campo que se produce entre ellas sea prácticamente uniforme. En primer lugar, debe consignarse que las líneas magnéticas son prácticamente normales a las superficies magnéticas, como las que atraviesan el hierro, cuando pasan al aire o lo abandonan. Por otra parte ha de existir una componente de la fuerza magnética tangencial a la superficie. En general, excepto en el caso de gran saturación, estas componentes tangenciales pueden despreciarse.

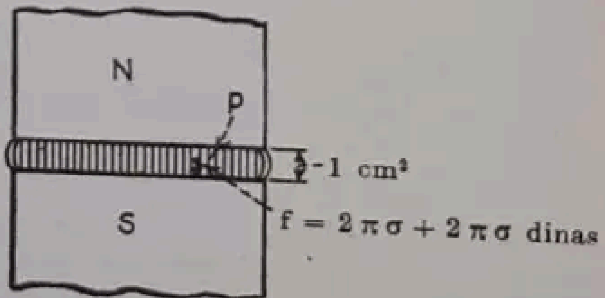


Fig. 163. — Fuerza atractiva entre superficies paralelas imanadas.

Si en la fórmula (125) se supone que h tiende hacia cero, es decir que la unidad de polo N, P, queda muy cerca de la superficie imanada, el ángulo β en (126) tiende a valer $\pi : 2$, ó 90°, y en el límite $\mathbf{F} = 2\pi\sigma$ dinas. P está tan próximo a la superficie que las líneas magnéticas son normales. Supongamos después que R tienda a ∞, pero que h permanece finita. En este caso, el flujo magnético marginal, en los bordes de la superficie, queda tan alejado que no ejerce ninguna acción sobre la región en que se supone situado P, y el campo en este punto puede considerarse uniforme, con lo que las fórmulas (125) y (126) se transforman en

$$\mathbf{F} = H = 2\pi\sigma \text{ oersted} \tag{127}$$

Consideremos ahora dos polos magnéticos de polaridad opuesta, con caras paralelas de igual superficie y separadas por un pequeño entrehierro de d cm de longitud (fig. 163). La superficie de cada polo es de A cm², y la imanación uniforme en toda ella. Sea σ el número de unidades de polo por centímetro cuadrado de cada superficie. Si el espesor d del entrehierro es pequeño comparado con cualquiera de las dos dimensiones de las superficies polares, las líneas de fuerza entre ambas pueden suponerse rectas, paralelas y uniformemente distribuídas, excepto un reducido número de ellas, correspondiente a los bordes de los polos.

Sea P una unidad de polo N colocada en el entrehierro. La fuerza que actúa sobre ella deberá ser de $2\pi\sigma$ dinas por cada polo o cada superficie imanada, por lo que la fuerza total que se ejerce, es decir, la intensidad del campo, valdrá

$$H = 2\pi\sigma + 2\pi\sigma = 4\pi\sigma \text{ oersted} \tag{128}$$

fórmula que resulta de valor igual a la (126) $B = 4\pi\sigma$ gauss, lo que sirve de comprobación, ya que B debe ser numéricamente igual a H. La intensidad de campo H en (128) es independiente de la posición del polo P, ya que el campo es uniforme en cualquier punto del entrehierro, excepto en los bordes.

Consideremos ahora la unidad de polo p colocada sobre la superficie del polo N. El polo S ejercerá una atracción de $2\pi\sigma$ dinas. Sin embargo, como que hay σ unidades de polo en cada centímetro cuadrado del polo N, el polo S ejercerá un esfuerzo de $2\pi\sigma^2$ sobre cada centímetro cuadrado del polo N. Por lo tanto, la fuerza total ejercida por el polo S sobre el polo N debe ser

$$\mathbf{F} = 2\pi\sigma^2 A \text{ dinas} \tag{129}$$

Siendo la densidad de flujo $B = H = 4\pi\sigma$ (numéricamente)

$$\mathbf{F} = 2\pi\sigma^2 A = \frac{B^2 A}{8\pi} \text{ dinas} \tag{130}$$

donde B = maxwell por centímetro cuadrado. También, por ser 981 dinas = 1 g fuerza, la fuerza

$$\mathbf{F} = \frac{B^2 A}{24,64} \text{ Kg} \tag{131}$$

si B se expresa en kilolíneas por centímetro cuadrado.

La fórmula anterior puede expresarse aproximadamente por

$$\mathbf{F} = 0,04 \cdot B^2 \cdot \mathrm{A} \tag{132}$$

Ejemplo. El núcleo de un solenoide tiene 50 mm de diámetro y entre su extremo y una armadura de la misma superficie hay un flujo uniforme de 200 000 líneas. Determinar la fuerza de atracción en kilogramos entre el núcleo y la armadura.

$$A = \frac{\pi}{4}\,5^2 = 19,63 \text{ cm}^2$$

$$B = \frac{200\,000}{19,63} = 10\,188 \text{ gauss/cm}^2 = 10,188 \text{ kilolíneas/cm}^2$$

$$\mathbf{F} = \frac{10,188^2 \cdot 19,63}{24,64} = 82,7 \text{ Kg}$$

Energía almacenada. Si, en la fórmula (130), se presupone que las superficies polares se mueven una hacia la otra recorriendo un centímetro, el trabajo realizado sería $B^2A : 8\pi$ ergios. Se deduce de aquí que la energía almacenada por centímetro cúbico de aire desplazado es de

$$W = B^2 : 8\pi \text{ ergios} \tag{133}$$

SISTEMA DE MEDIDAS M.K.S.

163. Sistema metro-kilogramo-segundo (MKS). En el § 156 (pág. 229) se ha indicado que hasta 1935, en que se adoptó el sistema m.k.s. por la Comisión Electrotécnica Internacional, se utilizaban tres sistemas de unidades eléctricas de medida. Es esencialmente difícil proyectar un sistema de unidades eléctricas que comprenda las unidades prácticas (como el voltio, vatio, amperio) y al mismo tiempo se base en unidades físicas cuyas magnitudes se adapten a las que se usan corrientemente (como el metro, kilogramo y segundo) [véase fórmula (120), pág. 231]. Por ejemplo, en el sistema c.g.s. de unidades electromagnéticas, la unidad de diferencia de potencial solamente vale 10^{-8} voltios, y la unidad de resistencia únicamente 10^{-9} ohmios. Maxwell propuso un sistema de unidades en el que las dimensiones de la unidad de longitud y de masa, utilizadas como base, fuesen de 10^9 cm y 10^{-11} g, pero las magnitudes de estas unidades se separan evidentemente tanto de las que se utilizan ordinariamente, que este sistema resultaba impracticable. En 1901, G. Giorgi, de Italia, demostró que si se tomaba para la permeabilidad μ_v en el vacío el valor 10^{-7}, era posible adoptar un sistema de unidades basado en el metro como unidad de longitud, el kilogramo como unidad de masa, y el segundo cómo unidad de tiempo. En 1904, Ascoli, colega de Giorgi, señaló que si se toma el segundo como unidad de tiempo, existen innumerables sistemas prácticos de unidades que requieren únicamente ajustarse a la fórmula $2 \cdot l + m = 7$, siendo 10^l cm la unidad de longitud y 10^m g la unidad de masa. Así, en el sistema propuesto por Maxwell, $2 \cdot 9 - 11 = 7$, y en el de Giorgi $2 \cdot 2 + 3 = 7$.

El sistema de Giorgi es la base del m.k.s. adoptado por la C.E.I. en 1935. Aunque las magnitudes básicas, metro, kilogramo y segundo, se adaptan a las de uso normal, es necesario tomar para la densidad 1 Kg/m³, esto es, 1 : 1000 de la del agua.

Actualmente existen dos sistemas m.k.s., el *no racionalizado* y el *racionalizado*. En el primero, el flujo entrante o saliente de una unidad de polo es 4π weber [1], la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) es $4\pi NI$, siendo NI el número de amperios-vuelta, y la permeabilidad del vacío es $\mu_v = 10^{-7}$.

---

[1] El weber es la unidad m.k.s. de flujo, igual a 10^8 maxwell. Se le ha dado este nombre en recuerdo de Wilhelm Eduard Weber (1804-1891), físico alemán, que ocupó, durante una gran parte de su vida, la cátedra de Física en Göttingen. Demostró, como su colega Gauss para las magnitudes magnéticas, que las magnitudes eléctricas pueden definirse dimensionalmente partiendo de longitudes, masas y tiempo. Realizó también investigaciones sobre magnetismo e inventó un sistema electromagnético de telegrafía.

En el sistema racionalizado, el flujo que entra o sale de una unidad de polo es de 1 weber y la unidad de f.m.m. es el amperio-vuelta. Para calcular la fuerza de atracción o repulsión entre dos polos, la permeabilidad debe tener el valor $(4\pi)^2 10^{-7}$, como en la fórmula (136). Por otra parte, al determinar la reluctancia o permeancia de un circuito magnético debe emplearse el valor $\mu_v' = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [véase fórmula (187), § 198]. En ambos sistemas, la permeabilidad de los cuerpos magnéticos, μ_r, que se denomina *permeabilidad relativa*, es un número abstracto. No existe acuerdo sobre cuál de los sistemas debe considerarse como normalizado. Habida cuenta de la conveniencia de emplear el amperio-vuelta como unidad de f.m.m., el sistema racionalizado se utiliza más corrientemente. En los ejemplos que se incluyen en el texto se utilizan ambos sistemas de unidades.

Es conveniente señalar que μ_v y μ_v' son muy distintas, físicamente, de μ_r. μ_v y μ_v' son *constantes de espacio* y corresponden a la constante de gravitación; μ_r es una propiedad de los materiales magnéticos y depende de las f.m.m. creadas por el spin eléctrónico.

El sistema m.k.s. requiere también establecer una nueva unidad de fuerza. Esta unidad es igual a 10^5 dinas, o sea un julio por metro, y se denomina *newton*. [1]

164. Unidad m.k.s. de polo magnético. La relación entre las unidades de polo magnético en el sistema m.k.s. (no racionalizado) y c.g.s., puede determinarse con facilidad partiendo de la ecuación (118) (pág. 230). Si se consideran dos unidades m.k.s. de polo, m', m', separadas a 1 m de distancia, como por definición la fuerza que actúa entre ellos es un newton, se tendrá

$$\mathbf{F} = \frac{m'^2}{\mu_v 1^2} = 1 \text{ newton} \tag{I}$$

Pueden determinarse ahora el número de unidades c.g.s. de polo que, con la misma separación que antes, se repelan con la misma fuerza de 1 newton ó 10^5 dinas

$$10^5 = \frac{m^2}{\mu \cdot (1 \cdot 10^2)^2} \tag{II}$$

---

[1] En honor de Sir Isaac Newton (1642-1727), ilustre inglés dedicado a la filosofía natural, nacido en Woolsthorpe. A la edad de catorce años tuvo que dejar sus estudios escolares para ayudar a su madre viuda en los trabajos de su granja, pero se ocupaba más en las matemáticas que en los trabajos del campo. Gracias a la ayuda de su tío, pudo estudiar en el Trinity College de la Universidad de Cambridge, en la que se graduó en 1665. Fué elegido en 1667 miembro del Colegio y profesor de matemáticas en 1669. Desarrolló el denominado binomio de Newton y fué uno de los creadores del cálculo diferencial e integral. Trabajó considerablemente sobre la teoría de la luz y del calor y creó lentes y oculares para telescopios, así como el telescopio de reflexión, en el que no se produce aberración cromática. Otra de sus contribuciones científicas más importantes fué el comprobar que los planetas y las estrellas pueden estudiarse considerando que sus masas están concentradas en su centro, así como el desarrollo de las leyes de la mecánica y su aplicación a los movimientos de los cuerpos celestes. Fué presidente de la Royal Society varios años y director de la Casa de la Moneda, concediéndole la reina Ana, en 1705, el título de «baronet».

Dividiendo (II) por (I), y teniendo en cuenta que $\mu_v = 10^{-7}$ y $\mu = 1$

$$\frac{m^2}{m'^2} = 10^{16} \qquad \text{ó} \qquad m = 10^8\, m' \tag{134}$$

La fórmula obtenida indica que se necesitan 10^8 unidades c.g.s. de polo para producir la misma fuerza que una unidad de polo m.k.s. no racionalizada, es decir que la magnitud de esta última es 10^8 unidades de polo c.g.s. El factor 10^8 es también la relación entre la magnitud del weber y el maxwell.

De aquí se deduce que, al penetrar o salir de cada unidad de polo 4π líneas magnéticas, el weber, esto es, la unidad m.k.s. de flujo, tiene una magnitud 10^8 veces superior al maxwell, unidad c.g.s. de flujo.

La fuerza que actúa entre dos polos de intensidades M_1 y M_2 es:

$$\mathbf{F} = \frac{M_1 M_2}{\mu_v R^2}\,\text{newton} \tag{135}$$

Ejemplo. Un polo puntual tiene una intensidad de 10^{-4} unidades m.k.s. de polo (=10000 unidades c.g.s.). Determinar la fuerza, en newton, en: *a*) un polo puntual de $1{,}5 \times 10^{-4}$ unidades m.k.s. colocado a 10 cm de distancia; *b*) un polo de una unidad m.k.s. colocado a la misma distancia.

a) Mediante la fórmula (135)

$$\mathbf{F} = \frac{1 \cdot 10^{-4} \times 1{,}5 \cdot 10^{-4}}{10^{-7}\,(10^{-1})^2} = 15 \text{ newton.}$$

b)

$$\mathbf{F} = \frac{10^{-4} \cdot 1}{10^{-7}\,(10^{-1})^2} = 10^5 \text{ newton.}$$

(Este último valor da asimismo la intensidad del campo en amperios-vuelta por metro; esto es, $H = B : \mu_v$.) Como el flujo que llega al polo es de $4\pi \cdot 10^{-4}$ weber y la superficie de la esfera de 10 cm de radio es de $4\pi(10^{-1})^2$ m². $B = 4\pi \cdot 10^{-4} : 4\pi(10^{-1})^2 = 10^{-2}$ weber por m². Por lo tanto, $H = 10^{-2} : 10^{-7} = 10^5$ amperios-vuelta por metro.

Ejemplo. Determinar en unidades m.k.s. no racionalizadas la fuerza ejercida sobre una unidad de polo situado en el eje de un imán cilíndrico, figura 162, y a 0,5 cm de su extremo, como se ha indicado en el § 161 (pág. 237).

La fórmula que ha de aplicarse es la misma (126) excepto que μ_v debe aparecer en el denominador. La fuerza vendrá dada en newton. El número de unidades m.k.s. de polo es $40 : 10^8 = 4 \cdot 10^{-7}$. La intensidad de imanación es:

$$\sigma = \frac{4 \cdot 10^{-7}}{(\pi : 4)\,(0{,}5 \cdot 10^{-2})^2} = 2{,}037 \cdot 10^{-2} \text{ polos por m}^2$$

$$\mathbf{F} = \frac{2\pi \cdot 2{,}037 \cdot 10^{-2}}{10^{-7}}\,(1 - 0{,}8945) = 1{,}35 \cdot 10^5 \text{ newton por unidad m.k.s. de polo.}$$

$$\mathbf{F}' = 1{,}35 \cdot 10^{-3} \text{ newton por unidad c.g.s. de polo}$$

$$= 1{,}35 \cdot 10^2 \text{ dinas por unidad c.g.s. de polo.}$$

165. Sistema m.k.s. racionalizado. Se ha considerado como ventajoso el que la f.m.m. venga expresada en amperios-vuelta NI, en lugar de hacerlo por la fórmula $4\pi NI$, como en el sistema no racionalizado. Con objeto de que con un número determinado de amperios-vuelta el flujo sea el mismo, es necesario emplear el valor $4\pi\mu_v = 4\pi \cdot 10^{-7} = \mu_v'$, en lugar de μ_v, como se demuestra más adelante (§ 198). Se ha indicado (pág. 240) que en el sistema racionalizado solamente entra o sale un weber en la unidad de polo. Por consiguiente, la unidad de polo racionalizada tiene una magnitud que es solamente $1 : 4\pi$ de la correspondiente a la unidad de polo no racionalizada. La ecuación de la fuerza generada entre polos separados por espacio libre se transforma en:

$$\mathbf{F} = \frac{M'_1 M'_2}{4\pi \cdot 4\pi \cdot \mu_v R^2} = \frac{M'_1 M'_2}{4\pi \mu_v' R^2} = 6{,}329 \cdot 10^4 \frac{M'_1 M'_2}{R^2} \text{ newton} \qquad (136)$$

Ejemplo. Resolver el caso (a) del ejemplo anterior, § 164, empleando unidades de polo m.k.s. no racionalizadas. 10^{-4} unidades de polo no racionalizadas equivalen a $4\pi \cdot 10^{-4}$ unidades racionalizadas; $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ unidades no racionalizadas es, por lo tanto, igual a $4\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ unidades racionalizadas.

Utilizando (136),

$$\mathbf{F} = \frac{4\pi \cdot 10^{-4} \times 4\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4}}{(4\pi)^2 10^{-7} \cdot (10^{-1})^2} = 15 \text{ newton.}$$

Ejemplo. Resolver el segundo ejemplo del § 164, utilizando unidades de polo m.k.s. racionalizadas para el extremo del imán y análogamente para la unidad de polo.

El número de unidades de polo en el sistema m.k.s. racionalizado es

$$\frac{40}{10^8 : 4\pi} = 5{,}027 \cdot 10^{-6}$$

$$\sigma = \frac{5{,}027 \times 10^{-6}}{(\pi : 4)\,(0{,}5 \cdot 10^{-2})^2} = 0{,}2560 \text{ unidades de polo por m}^2$$

Empleando la ecuación (126) adaptada al sistema m.k.s. racionalizado,

$$\mathbf{F} = \frac{2\pi\sigma}{(4\pi)^2 \cdot 10^{-7}} (1 - \cos\beta) = \frac{2\pi \cdot 0{,}2560 \cdot 10^7}{(4\pi)^2} (1 - 0{,}8945) =$$

$$= 1{,}075 \cdot 10^4 \text{ newton}$$

$$\mathbf{F}' = \frac{1{,}075 \cdot 10^4}{10^8 : 4\pi} = 1{,}35 \cdot 10^{-3} \text{ newton por unidad c.g.s. de polo}$$

$$= 1{,}35 \cdot 10^2 \text{ dinas por unidad c.g.s. de polo.}$$

166. Materiales para imanes permanentes (acero). El funcionamiento de los imanes permanentes depende de la facultad, que posee el acero y otras aleaciones magnéticas, de retener una proporción considerable del flujo magnético que ha generado en ellos alguna fuerza magnetizante externa. Los imanes permanentes no sólo deben retener su imanación después de que la fuerza magnetizante ha dejado de actuar, sino que también han de mantenerla si se utilizan en dispositivos con entrehierro, piezas polares de hierro dulce y en otras partes de circuitos magnéticos en los que hayan de actuar como fuentes de flujo magnético. Las propiedades de los materiales magnéticos requeridas para que posean magnetismo permanente se han expuesto en los §§ 148 y 150 (págs. 214 y 218). Se ha indicado ya que el magnetismo se debe al giro de los dominios, bajo la acción de una fuerza magnetizante exterior, de modo que sus polos magnéticos elementales actúen en la misma dirección. Los dominios que ofrecen más resistencia a girar son, en cambio, los más convenientes para la obtención de imanes permanentes, ya que es difícil obligarlos a que salgan de la posición que adoptan. Refiriéndose a la parte del ciclo de histéresis representado en la figura 148 (pág. 220), cuando cesa de actuar la fuerza magnetizante, esto es, cuando H se anula, un gran número de los dominios continúan enclavados en la posición que adoptaron, dando origen a la *remanencia* B_r, definida por la ordenada $0d$. Para hacer que el flujo magnético se anule es preciso aplicar una *fuerza coercitiva* $H_c=0f$. Sin embargo, no se destruye con ello todo el magnetismo, ya que si cesa de actuar la fuerza coercitiva, aparece inmediatamente una imanación positiva, indicada por la ordenada $0d'$.

El comportamiento total del imán se completa con la parte *def* (fig. 148) de la curva de histéresis que se desarrolla en el segundo cuadrante, la que, en ocasiones, se denomina *curva de desimanación.* La superficie de esta parte del ciclo de histéresis, a la escala debida, dividida por 4π da el valor de la energía magnética almacenada por el imán en ergios por centímetro cúbico. El valor de esta superficie permite establecer un criterio sobre la aptitud de un material para obtener imanes permanentes, si bien, como se indicará más adelante (§ 201 y siguientes), para determinadas aplicaciones se requiere una gran remanencia, mientras que otras exigen una intensa fuerza coercitiva.

En un principio se utilizaron los aceros al carbono de herramientas para los imanes permanentes. Después se emplearon el acero al volframio, los aceros al cobalto y al cromo y, últimamente, los aceros alnico. Las características de los imanes permanentes de alnico son muy superiores á las obtenidas con los aceros utilizados anteriormente, a los que han substituído casi por completo. Como el conocimiento de los fenómenos que se producen en los imanes permanentes exige el conocimiento del electromagnetismo, la descripción detallada de los materiales empleados y sus propiedades y el funcionamiento de los imanes se dan en el capítulo VIII (§ 201 y siguientes).

167. Aplicaciones. Como ya se ha indicado anteriormente, el descubrimiento y desarrollo de los aceros alnico ha extendido considerablemente las aplicaciones de los imanes permanentes y, en muchos casos, ha revolucionado la construcción de los aparatos. Muchos dispositivos en los que se empleaban los antiguos materiales magnéticos se han proyectado nuevamente reduciendo sus dimensiones y haciéndolos, ordinariamente, más eficaces. En muchas aplicaciones se han reemplazado los electroimanes por imanes permanentes, con la ventaja de eliminar las bobinas inductoras y sus terminales de conexión, que frecuentemente daban origen a contactos por rozamiento. Además, los imanes permanentes no consumen energía y, por lo tanto, no se originan calentamientos. El empleo de los imanes de alnico en los aparatos eléctricos se ha consignado en el capítulo V (véanse figuras 102 y 103, págs. 166 y 167).

La magneto para encendido de motores de explosión es un ejemplo de ejecución compacta y eficaz. Debe recordarse que, con los imanes antiguos, el flujo magnético lo suministraban varios imanes en herradura de grandes dimensiones, que constituían un imán compuesto. En la figura 164 se representa una magneto de tipo moderno en cuya construcción se han tenido en cuenta las ventajas de los intensos campos magnéticos producidos por los imanes alnico. Como se indica en ella, se intercalan dos imanes alnico en el circuito magnético de hierro dulce. En la culata se disponen una bobina primaria y otra secundaria. Cuando el inducido de hierro dulce está en la posición indicada en la figura, el flujo circula por la culata y, por tanto, por el interior de las bobinas, de izquierda a derecha. Cuando el inducido gira 90°, trazando el camino que sigue el flujo se verá que atraviesa la culata y el interior de las bobinas, de derecha a izquierda. Por consiguiente, las bobinas quedan sometidas a un flujo alternado que, con la ayuda de un interruptor, induce una f.e.m. de alta tensión en el secundario, que es la que alimenta las bujías del motor.

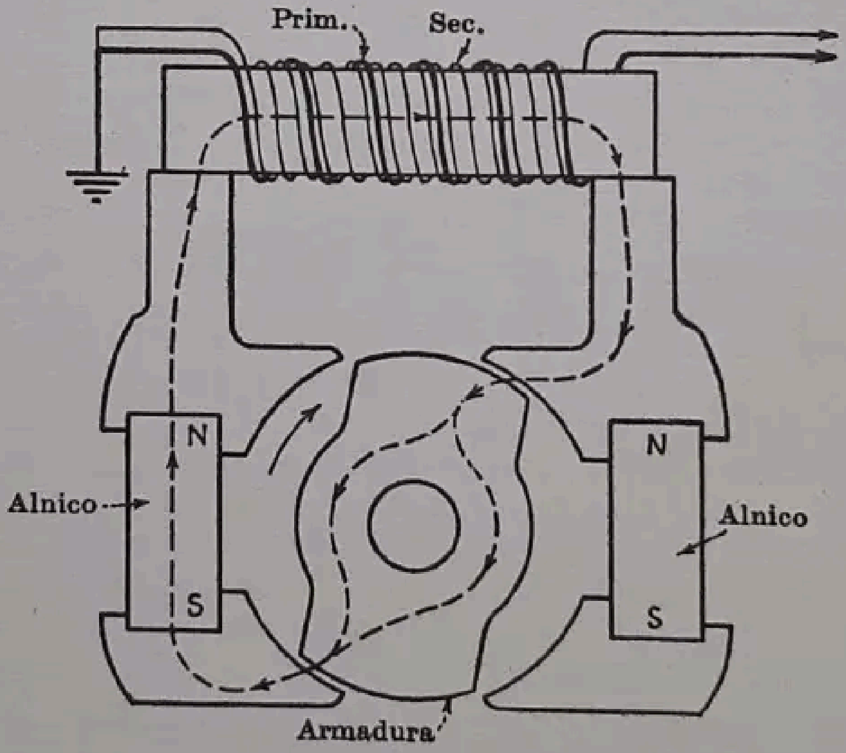
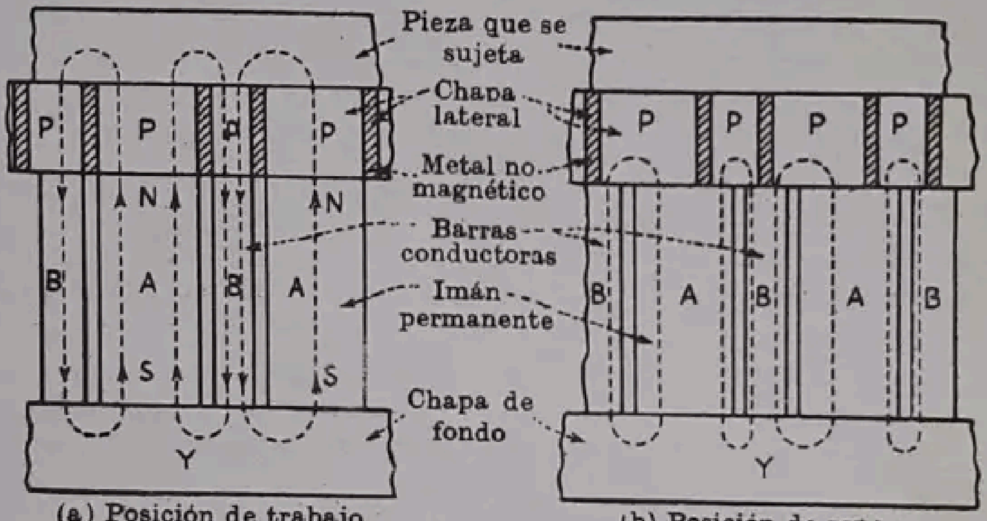


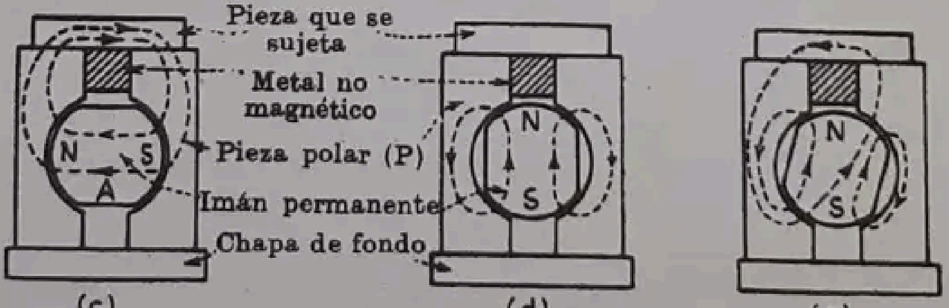
Fig. 164.—Magneto con imanes alnico. *(American Bosch Corporation.)*

La utilización de imanes permanentes en los platos magnéticos de sujeción de las máquinas-herramienta ofrece muchas ventajas, como son el no requerir una fuente de corriente continua, la ausencia de bobinas de excitación, terminales de conexión y colectores si el plato es giratorio, y el que no se produzcan calentamientos que puedan cambiar la forma y las dimensiones de la pieza. En la figura 165 se muestra la forma de plato magnético de sujeción adoptada por la firma Brown & Sharpe Co. Los imanes permanentes *A*, *A* están en contacto con una placa de base de acero blando *Y*, que hace de culata. Entre cada dos imanes permanentes de barra *A*, *A*, se dispone una barra conductora *B*, de acero dulce, que, como se indica, sirve para cerrar el circuito del flujo magnético. En la parte superior de cada imán permanente y de cada barra conductora se coloca una pieza polar *P* de acero dulce de la misma sección transversal que el imán o barra a que corresponde.


Pieza que se sujeta
Chapa lateral
Metal no magnético
Barras conductoras
Imán permanente
Chapa de fondo
P
N
S
A
B
Y

(a) Posición de trabajo (b) Posición de reposo

Plato de sujeción con imán permanente


Pieza que se sujeta
Metal no magnético
Pieza polar (P)
Imán permanente
Chapa de fondo
N
S
A

(c) (d) (e)

Plato de sujeción con imán permanente giratorio

FIG. 165.—Platos de sujeción con imanes permanentes.

Estas piezas polares son muy largas en la dirección perpendicular al plano de la figura y por ello son, en realidad, verdaderas barras y se colocan entre unas chapas laterales sólidas, sujetándose unas con otras con un material no magnético. Los espacios que quedan entre las piezas polares se llenan también con un material no magnético, con lo que las chapas laterales son lisas y continuas. El modelo en que se emplean barras conductoras intermedias de acero dulce en vez de otra serie de imanes, pero de polaridad inversa, tiene dos ventajas. Los imanes permanentes pueden imanarse en conjunto en su posición de trabajo colocando la culata entre las piezas polares *N* y *S* de un fuerte electroimán, lo que no sería posible si se empleasen imanes permanentes en lugar de barras, ya que se encontrarían polos *N*, *S*, *N* en la parte alta y *S*, *N*, *S* en la baja. Además, la permeabilidad del acero dulce es mucho mayor que la del alnico, con lo que la sección transversal de las barras conductoras puede hacerse mucho menor que la de los imanes, con una culata mucho más pequeña. (La importancia de poder imanar los imanes en su posición de trabajo se comprenderá mejor después de leer el § 204.)

En la figura 165 (*a*), la culata está dispuesta para que el plato pueda sujetar la pieza. Se observará que el flujo pasa desde los imanes a las piezas polares y desde éstas a la pieza que ha de sujetarse, que queda así firmemente afianzada. La manera de retirar la pieza se ve en la figura 165 (*b*). Las chapas laterales deslizan transversalmente un corto espacio, de modo que las piezas polares *P* hacen de puente entre los imanes y las barras conductoras. El flujo se deriva y no llega a la pieza, que puede así retirarse con gran facilidad.

Otro sistema que permite sujetar y dejar libre la pieza mediante la rotación de un imán permanente se indica en la figura 165 (*c*). Un imán *A*, que tiene dos caras opuestas cilíndricas, puede girar entre dos piezas polares *P*, de acero dulce. En la figura 165 (*c*), la armadura está en la posición necesaria para sujetar la pieza. El flujo atraviesa a ésta, colocada sobre las piezas polares, haciendo que quede firmemente sujeta. Para quitarla, el imán gira 90º, como se indica en (*d*), lo que da origen a que las piezas polares del imán queden en corto circuito por intermedio de las piezas polares de hierro dulce, desviando el flujo de la pieza, que con ello queda sin sujetar. Si queda algo de magnetismo residual, o remanencia, que haga que todavía quede sujeta la pieza, el imán puede hacerse girar algo más de los 90º, como se indica en (*e*), con lo que pasa un pequeño flujo por la pieza, de sentido opuesto al anterior, que hace que quede suelta.

Puede confeccionarse un plato asociando varias unidades como las indicadas y enlazando los imanes giratorios mediante engranajes. La Brown & Sharpe Co. fabrica una unidad sencilla, que permite constituir bloques para la sujeción de galgas sobre bloques, bancadas, etc.

168. Pantallas magnéticas. No se conoce ningún aislante del flujo magnético. No se observa ningún cambio apreciable en el flujo o en la atracción de un imán si se interponen, en el campo magnético, vidrio, papel, madera, cobre u otros materiales no magnéticos. Sin embargo, es conveniente, a menudo, proteger los galvanómetros y otros aparatos eléctricos de medida contra la acción del campo magnético terrestre y los campos errantes producidos por los generadores de electricidad, conductores que transporten corriente, etc., lo que se consigue rodeando los instrumentos con una pantalla de hierro, figura 166. Esta pantalla desvía prácticamente la totalidad del flujo y con ello evita el que afecte las partes sensibles del aparato. Cuanto menores son las aberturas en la pantalla, más efectiva resulta la protección. Se ha comprobado que el disponer tres o cuatro pantallas, separadas por espacios de aire, es más eficaz que colocar una sola pantalla del mismo espesor total. Estas pantallas, sin embargo, se emplean solamente para la protección de los galvanómetros de mayor sensibilidad.

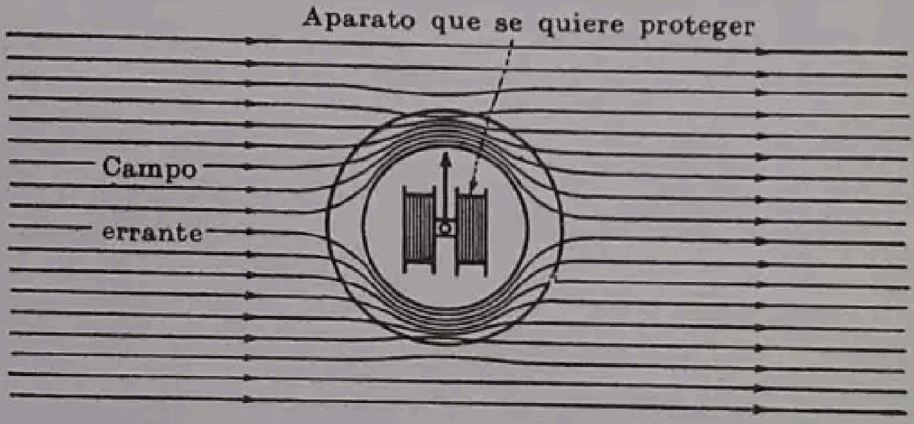


Fig. 166. — Pantalla magnética.

Debe reiterarse que no se obtiene una protección perfecta mediante este procedimiento, pues el flujo siempre encuentra un paso a través del aire en paralelo con el de hierro que le proporciona la pantalla. Sin embargo, es posible ordinariamente reducir los campos errantes detrás de las pantallas hasta valores despreciables.

CAPÍTULO VII

ELECTROMAGNETISMO

169. Campo magnético que rodea a un conductor. Durante largo tiempo se sospechó que existían relaciones entre la electricidad y el magnetismo, pero correspondió a Oersted, en 1819, probar que esta relación no solamente existe, sino que está completamente definida.

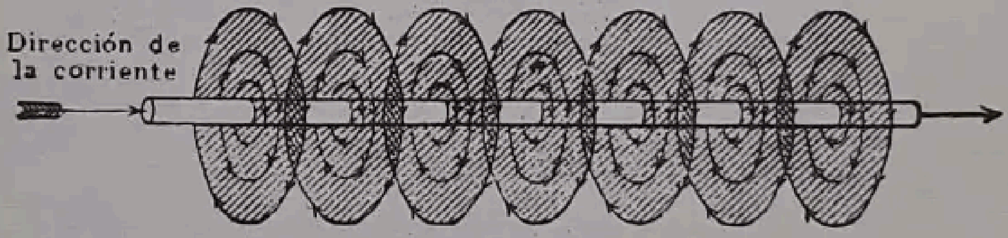


FIG. 167.—Campo magnético alrededor de un conductor cilíndrico.

Si se acerca una aguja imanada a un conductor simple por el que circula una corriente eléctrica, la aguja se desvía, indicando la presencia de un campo magnético. Se observa, además, que la aguja tiende a colocarse en una dirección perpendicular a la de la corriente. Cuando se coloca encima del conductor marca una dirección opuesta a la que toma cuando se coloca debajo del mismo. Una investigación más profunda prueba que las líneas de flujo magnético forman circunferencias que rodean al conductor (si no hay otro campo magnético en su proximidad), como indican las figuras 167, 168 y 169. Estas circunferencias tienen sus centros en el eje del conductor

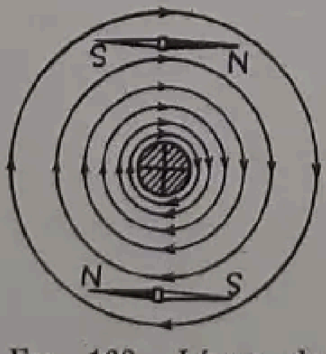


FIG. 168.—Líneas de flujo alrededor de un conductor cilíndrico; corriente hacia dentro.

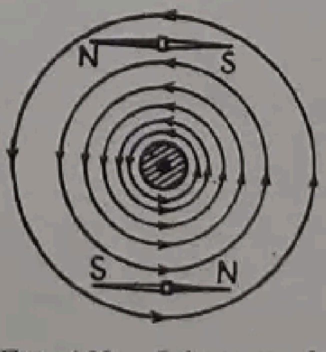


FIG. 169.—Líneas de flujo alrededor de un conductor cilíndrico; corriente hacia el lector.

y están en un plano perpendicular a dicho eje. Si se invierte el sentido de la corriente, se invierte también la posición de las agujas imanadas, lo que demuestra que la dirección del flujo magnético depende de la dirección de la corriente. Esta relación queda patentizada en la figura 167. El hecho de que las líneas de flujo magnético formen circunferencias de planos perpendiculares a la dirección del conductor explica la razón de que se invierta la dirección de la aguja magnética cuando se pasa de un punto situado encima de aquél a otro punto situado debajo, puesto que la dirección del campo encima del conductor debe ser opuesta a la que tiene debajo del mismo, como se percibe en las figuras 168 y 169. [1]

Asimismo si se hace que un conductor por el que circule una corriente atraviese verticalmente una cartulina horizontal, sobre la que se espolvorean limaduras de hierro, se observa que tienden a formar círculos concéntricos con el conductor.

170. Relación entre el campo magnético y la corriente. Existe una relación bien definida entre la dirección de la corriente en el conductor y la dirección del campo magnético que rodea al conductor. Hay dos reglas sencillas para recordar esta relación.

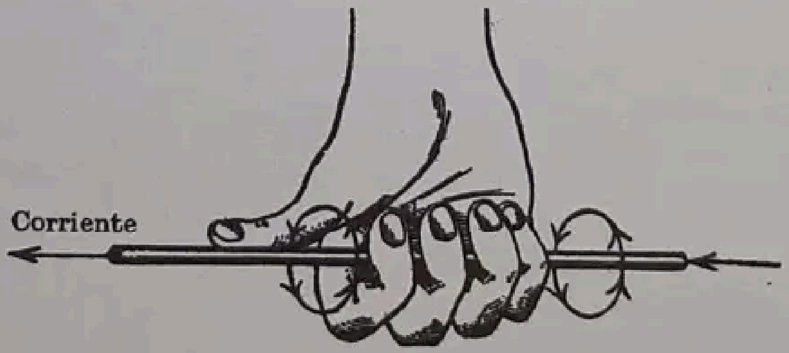


FIG. 170.—Regla de la mano.

Regla de la mano. Si se coge el conductor con la *mano derecha* de manera que el dedo pulgar señale la dirección de la corriente, los restantes dedos señalarán la dirección de las líneas del flujo (fig. 170).

Regla del sacacorchos. La dirección de la corriente y la del campo magnético resultante están en igual relación que el avance de un sacacorchos y la dirección en que se hace girar.

Esta última regla es probablemente la más común y la que se recuerda con mayor facilidad. Sin embargo, no se debe deducir de esta regla que el campo magnético tiene forma helicoidal alrededor del conductor. En realidad se presenta en forma de círculos planos, perpendiculares a él.

---

[1] Un círculo con una cruz (⊕) representa el extremo posterior de la flecha, que indica que la dirección de la corriente en el conductor va del observador hacia el papel. Un círculo con un punto en el centro (⊙) representa, al contrario, que la corriente va del papel al observador, o sea que la flecha indicadora apunta hacia el observador.

171. Campo magnético creado por dos conductores paralelos. Cuando por dos conductores paralelos circulan corrientes eléctricas en la misma dirección, se genera en los dos una tendencia a aproximarse el uno al otro. La razón de este hecho es bien sencilla. En la figura 171 las líneas de fuerza rodean a cada uno de los conductores llevando la misma dirección (regla del sacacorchos) y el campo resultante es una envolvente de líneas que actúan como hilos elásticos que tienden a acortarse acercando los dos conductores entre sí. Lo que se dijo en el § 160 (pág. 235) acaba de confirmar la razón de esta atracción mutua, ya que el campo magnético tiende a conformarse de modo que el número de líneas magnéticas se hace máximo. La tendencia a acercarse que tienen los dos conductores reduce la longitud del recorrido *abcd* de las líneas magnéticas. El campo propio de cada conductor separado conserva la forma circular, pero el campo magnético resultante deja de ser circular, como se indica en la figura 171.

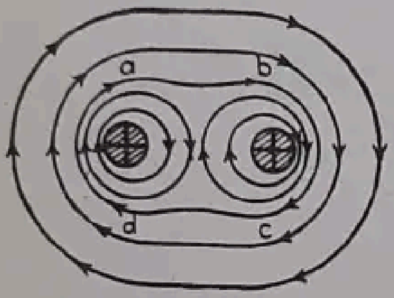


FIG. 171.—Campo magnético en torno a dos conductores paralelos; corrientes en la misma dirección.

En la figura 172 se representa el campo generado por dos conductores paralelos, por los que circulan corrientes en sentidos opuestos. Las líneas magnéticas son circunferencias, pero éstas ya no son concéntricas, ni unas con relación a otras ni con el eje del conductor. Las líneas se aglomeran entre los conductores y, por lo tanto, ejercen una acción repulsiva que tiende a separarlos. Además, cuando se separan, aumenta el área a través de la cual pasa el flujo, de manera que el circuito magnético, en este caso, tiende también a tomar la forma para la cual el flujo magnético es máximo.

De lo que antecede se desprenden las reglas siguientes:

Los conductores por los que circulan corrientes de igual dirección tienden a atraerse; los conductores que transportan corrientes en sentidos opuestos, tienden a repelerse.

Todos los circuitos eléctricos tienden a adoptar una posición tal que haga que las corrientes que circulan por ellos sean paralelas y del mismo sentido.

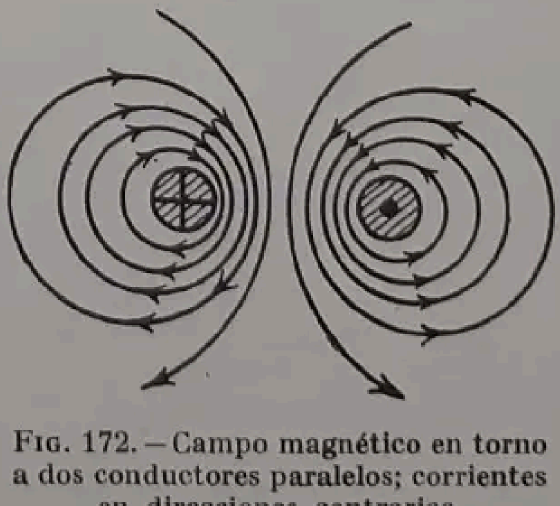


FIG. 172.—Campo magnético en torno a dos conductores paralelos; corrientes en direcciones contrarias.

Este efecto se percibe más especialmente en las instalaciones modernas de gran capacidad. Las barras de cuadro llegan a torcerse en sus sujeciones; las espiras de los transformadores se separan de sus posiciones y los transformadores quedan destruídos por las fuerzas debidas a las corrientes excesivas que se producen en los cortos circuitos.

172. Ley de Biot-Savart[1] **e intensidad de campo producida por una corriente.** La ley de Biot-Savart establece una relación cuantitativa entre una corriente eléctrica y la intensidad del campo que produce. La ley permite calcular las fuerzas que se generan entre las corrientes eléctricas y los campos magnéticos. En la figura 173, sea I' la intensidad de la corriente que circula por el hilo *ab*, expresada en amperios absolutos (1 abamperio = 10 amp. prácticos). La corriente en un elemento muy pequeño de conductor Δx produce una intensidad de campo en P

$$\Delta H = \frac{I'\Delta x}{z^2} \operatorname{sen} \theta \text{ oersted} \qquad (137)$$

siendo z la distancia en centímetros entre P y Δx, y θ es el ángulo que el elemento Δx forma con la recta que enlaza P con Δx. La intensidad de campo en P es la fuerza en dinas sobre la unidad de polo colocada en P.

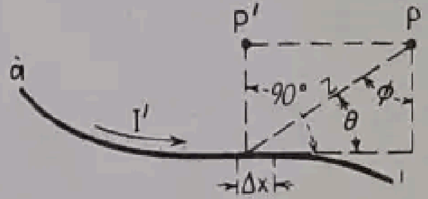


Fig. 173.—Ley de Biot-Savart.

La ley definida por la fórmula (137) puede expresarse como sigue:

Cada elemento de longitud del conductor de corriente eléctrica contribuye a la formación de la intensidad del campo en un punto P, con una cantidad elemental ΔH, que es proporcional a la longitud Δx del elemento, a la corriente I' que pasa por él y al seno del ángulo θ que forma la dirección de la corriente con la recta que une P con Δx y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia z. La dirección del campo magnético es perpendicular al plano *abco* determinado por Δx y z, como se deduce del estudio de la figura 174, y su dirección en este plano se determina fácilmente aplicando la regla que se representa en la figura 170.

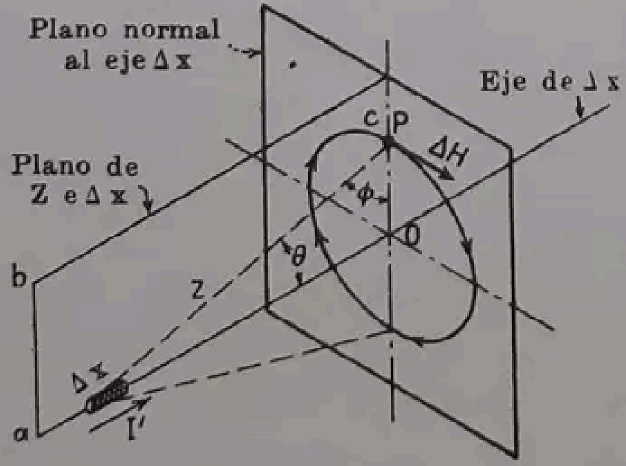


Fig. 174.—Relaciones entre Δx, z, θ, ΔH.

Puede observarse que $\Delta x \cdot \operatorname{sen} \theta$ es la componente perpendicular a z y que es solamente la que da origen a una intensidad de campo en P. Se deduce de aquí que la intensidad del campo en cualquier punto del eje del elemento, generada por la corriente que pasa por él, es cero, ya que $\theta = 0$ en todos estos puntos; a una distancia determinada del elemento, la intensidad del campo es máxima en un plano que pase por el elemento y sea perpendicular a la dirección de su eje, ya que $\theta = 90°$ y $\operatorname{sen} \theta = 1$ en todos los puntos de su plano (ver punto P' en fig. 173).

La ecuación (137) no puede comprobarse directamente por la experimentación, pero las (138), (141) y (145), que se derivan de ella, sí se pueden probar.

De la relación (137) se desprende que la intensidad de campo H en un punto P situado a la distancia h cm sobre la perpendicular de un conductor recto indefinido que transporta I' amperios absolutos es

---

[1] Biot, Jean Baptiste (1774-1862); físico francés y colaborador de Laplace. Savart, Félix (1791-1841), médico y físico francés.

$$H = \frac{2I'}{h} \text{ oersted} \tag{138}$$

Este resultado puede demostrarse como sigue: en la figura 175 (la figura 176 muestra la 175 en perspectiva) supongamos que la corriente sea I' abamp. Si se toma como origen el punto en que la perpendicular h bajada desde P corta el conductor, la intensidad de campo en P debida a la corriente I' en un elemento dx situado en el punto de abscisa positiva x será (137):

$$d\mathbf{F}_P = \frac{I'dx}{z^2} \text{ sen } \theta \tag{I}$$

Con el fin de determinar la fuerza total debida al conductor completo se integra la expresión precedente con respecto a x. Sin embargo, el problema se simplifica si se toma θ, mejor que x, como variable independiente.

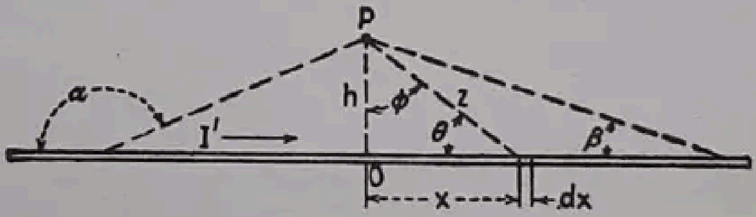


Fig. 175. — Intensidad de campo debida a una corriente en un conductor sencillo.

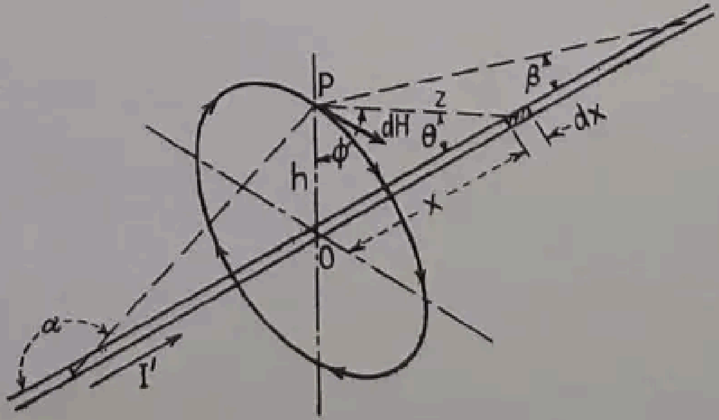


Fig. 176. — Relaciones entre x, h, dH, β, y α.

De la figura 175 se deduce que $z = h \operatorname{cosec} \theta$, $x = h \operatorname{ctg} \theta$; y también $dx = h \cdot d \operatorname{ctg} \theta = - h. \operatorname{cosec}^2 \theta d\theta$. De aquí

$$d\mathbf{F}_P = - \frac{I'h \operatorname{cosec}^2 \theta d\theta}{h^2 \operatorname{cosec}^2 \theta} \text{ sen } \theta = - \frac{I'}{h} \text{ sen } \theta \; d\theta \tag{II}$$

y

$$\mathbf{F}_P = H = - \frac{I'}{h} \int_\alpha^\beta \text{sen } \theta \, d\theta = \frac{I'}{h} (\cos \beta - \cos \alpha) \text{ oersted} \tag{139}$$

Para un conductor de longitud infinita, $\beta = 0$ y $\alpha = \pi$, y, por tanto,

$$H = \frac{2I'}{h} \text{ dinas por unidad de polo u oersted.} \qquad [(138)]$$

La diferencia entre el efecto de un conductor lineal de longitud infinita y otro cuya longitud sea por lo menos de 30 a 40 veces la distancia h, es tan pequeña que puede despreciarse. La dirección de la intensidad del campo en P, figura 175, es perpendicular al plano del papel.

La fórmula (138) se puede obtener también teniendo en cuenta que sen $\theta = \cos\varphi$, $x = h \operatorname{tg}\varphi$, $dx = h \sec^2\varphi\, d\varphi$ y $z = h : \cos\varphi$; luego

$$dH_P = \frac{I'h \sec^2\varphi\, d\varphi}{h^2 : \cos^2\varphi} \cos\varphi = \frac{I'}{h} \cos\varphi\, d\varphi \qquad \text{(II)}$$

y de aquí

$$H = \frac{I'}{h} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\varphi\, d\varphi = \frac{I'}{h} \Big[\operatorname{sen}\varphi\Big]_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{2I'}{h} \text{ oersted.} \qquad [(138)]$$

Debe observarse que si una unidad de polo en P se traslada describiendo una circunferencia de radio h alrededor del conductor, el trabajo realizado en una vuelta completa vale

$$w = \left(\frac{2I'}{h}\right) 2\pi h = 4\pi I' \text{ ergios} \qquad (140)$$

Por lo tanto, el trabajo es independiente del radio. Por definición, w en la (140) es la fuerza magnetomotriz de un conductor de gran longitud por el que circula una corriente de I' abamp. (pág. 272).

Ejemplo. Una corriente de 60 amp. circula por un conductor recto de mucha longitud. Determinar: *a*) la intensidad de campo en el punto P, situado a 10 cm del conductor y sobre la perpendicular a su eje; *b*) el trabajo realizado por una unidad de polo al dar una vuelta alrededor del conductor; *c*) la fuerza ejercida sobre un polo de 60 unidades en el punto P.

$$60 \text{ amp.} = 6 \text{ abamp.}$$

a) Según la expresión (138)

$$H = \frac{2 \cdot 6{,}0}{10} = 1{,}2 \text{ oersted}$$

b) $w = 1{,}2 \cdot 2\pi \cdot 10 = 75{,}4$ ergios

c) $\mathbf{F} = 1{,}2 \cdot 60 = 72$ dinas.

173. Campo magnético de una espira. Si un conductor por el que circula una corriente forma una curva cerrada, produce un campo análogo al que representa la figura 177. El campo magnético generado tiene un polo N y un polo S que poseen todas las propiedades de los polos análogos que se presentan en una barra corta imanada. Una aguja magnética colocada en este campo se sitúa en la posición que se indica en la figura, señalando el polo N la dirección de las líneas magnéticas.

La intensidad del campo en un punto cualquiera sobre una perpendicular al plano de la espira en su centro se puede calcular fácilmente por medio de la ley de Biot-Savart (§ 172).

En la figura 178 se representa una espira de radio R, dispuesta en el plano YZ y por la que pasa una corriente de I' abamperios. Primero se calcula la intensidad del campo en el centro de la espira. Sea $R\,d\alpha$ un elemento diferencial de la espira. Aplicando la ley de Biot-Savart, $R\,d\alpha$ corresponde al Δx de la figura 173, R corresponde a z, y el ángulo θ es el mismo en los dos casos. En la figura 178, el ángulo θ es de 90º. Como $R\,d\alpha$ y R son ambos perpendiculares al eje X, la contribución diferencial de $I'R\,d\alpha$ en la formación de la intensidad del campo es $d\mathbf{F}'$. La intensidad total debida a una espira completa será la integral de $d\mathbf{F}'$ entre 0 y 2π, o sea

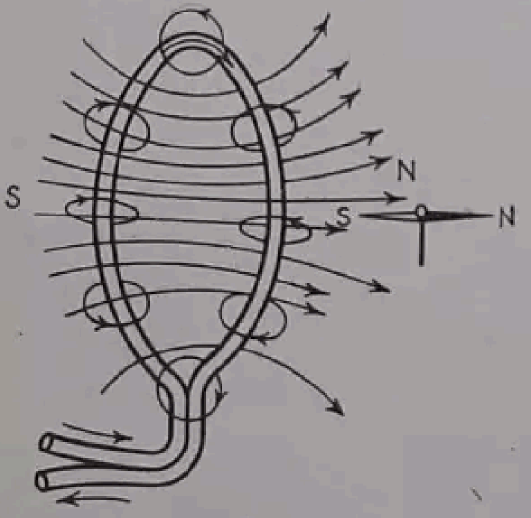


FIG. 177.—Campo magnético producido por una espira.

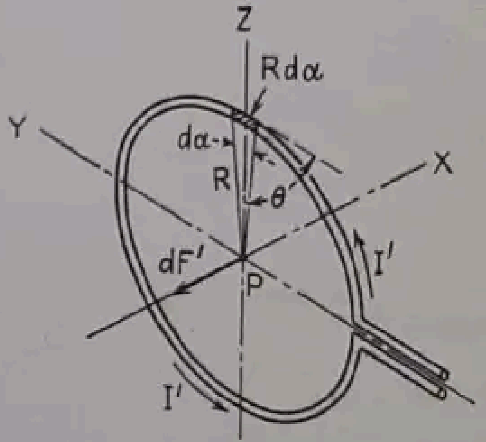


FIG. 178.—Intensidad de campo en el centro de una espira.

$$H_c = \int_0^{2\pi} d\mathbf{F}' = \int_0^{2\pi} \frac{I'R\,d\alpha \ \mathrm{sen}\ \theta}{R^2} = \frac{2\pi I'}{R} \text{ oersted} \tag{141}$$

Si una bobina está constituída por n espiras muy próximas y de tal modo que el espesor sea pequeño comparado con el radio

$$H_c = \frac{2\pi n I'}{R} \text{ oersted} \tag{142}$$

expresándose I' en amperios absolutos.

Haciendo $R = 1$ en (141), si la intensidad del campo en el centro es de 2π dinas, resulta $I' = 1$ abamperio. Este resultado puede compararse con la definición que se dió del abamperio en la página 33.

Veamos ahora el valor de la intensidad del campo en un punto del eje perpendicular a la espira en su centro y que no sea precisamente éste, sino uno tal como el P de la figura 179. Sean h cm la longitud del trozo OP de la citada perpendicular, e I' la intensidad de la corriente en abamperios. Considérese un elemento diferencial de la espira, $R\,d\alpha$, y sea β el ángulo que forma con OP la recta z que une dicho elemento con el punto P. La intensidad del campo en P debida a I' y a $R\,d\alpha$ es

$$d\mathbf{F}' = \frac{I'R\,d\alpha \text{ sen } \theta}{z^2} \qquad \text{(I)}$$

θ es, evidentemente, 90° y sen $\theta = 1$.

Se puede observar que el vector $d\mathbf{F}'$, que representa la fuerza producida sobre P por la corriente de intensidad I' que pasa por $R\,d\alpha$, está en el plano XZ perpendicular a Z. Es también evidente que las intensidades elementales del campo generadas por los otros elementos diferenciales de la espira no tienen la misma dirección, sino que quedan situadas sobre la superficie de un cono con vértice en P, por lo que cada vector elemental debe descomponerse en sus componentes según el eje X y una perpendicular a él, integrando separadamente las dos componentes. Pero es evidente que, por simetría, las componentes perpendiculares a X se equilibran unas con otras al considerar la totalidad de la espira (se comprende perfectamente si se considera un elemento diametralmente opuesto a $R\,d\alpha$). Resulta de aquí que solamente las componentes según el eje X, cuyo valor es $d\mathbf{F}'$ sen β, contribuyen a constituir la intensidad del campo en P y deben por ello sumarse. Por tanto:

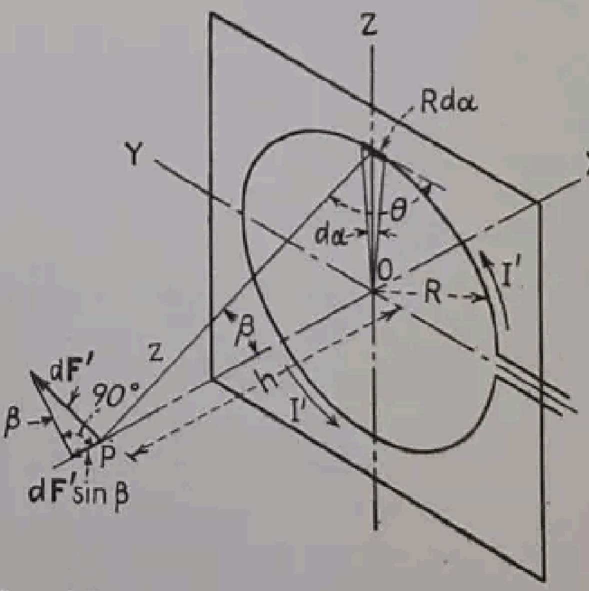


FIG. 179. — Intensidad de campo en la perpendicular al plano de una espira, en su centro.

$$H = \int d\mathbf{F}' \text{ sen } \beta = \int_0^{2\pi} \frac{I'R\,d\alpha \text{ sen } \beta}{z^2} = \frac{I'2\pi R \text{ sen } \beta}{z^2} \qquad \text{(II)}$$

Pero sen $\beta = R : z$ y $z^2 = R^2 + h^2$, luego

$$H = \frac{2\pi R^2 I'}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \text{ oersted.} \qquad (143)$$

Si $h = 0$, es evidente que la (143) se transforma en la (141).

Ejemplo. Una corriente de 20 amp. circula por un solenoide de 25 espiras circulares de 12 cm de radio 12, ocupando las espiras una longitud reducida en comparación con el radio. Determinar: *a*) la fuerza sobre una unidad de polo situada sobre la perpendicular al plano de las espiras en su centro y a 16 cm de dicho plano; *b*) la fuerza sobre una unidad de polo situada en el centro de la espira.

a) 20 amp. = 2,0 abamp. Por medio de la expresión (143) referida a n vueltas

$$H = \frac{2\pi\cdot 12^2\cdot 2{,}0\cdot 25}{(12^2 + 16^2)^{3/2}} = 5{,}655 \text{ oersted.}$$

b) Por medio de la expresión (142)

$$H_c = \frac{2\pi\cdot 25\cdot 2{,}0}{12} = 26{,}18 \text{ oersted.}$$

174. Solenoides. Un conductor eléctrico arrollado en hélice constituye un *solenoide*. El funcionamiento de todos los electroimanes se basa fundamentalmente en las propiedades de los solenoides, por lo que es de interés el conocimiento de las mismas. En la figura 180 se representa un solenoide sencillo y el campo magnético que produce cuando pasa una corriente por el conductor. El solenoide puede considerarse como un conjunto de espiras, como las representadas por la figura 177 (pág. 254), colocadas unas al lado de otras. El arrollamiento de un solenoide puede constituirse también con varias capas, como en el tipo representado en la figura 184 (pág. 262).

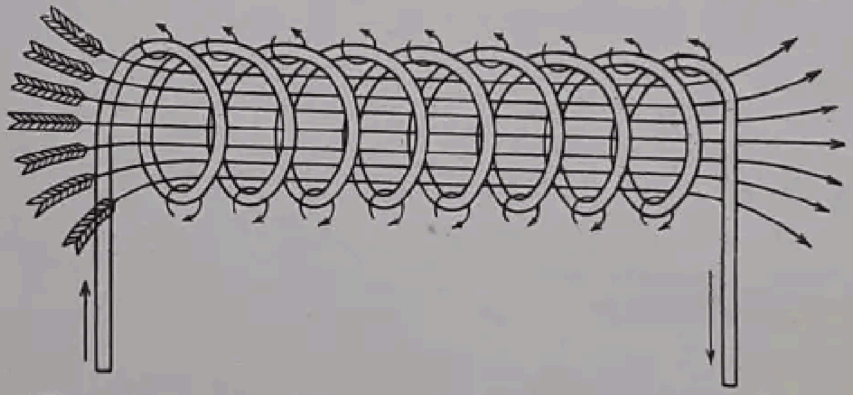


FIG. 180.—Campo magnético producido por una hélice o solenoide.

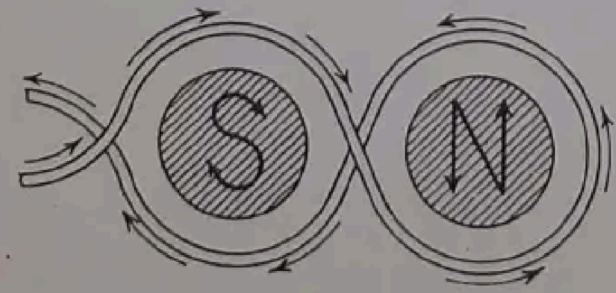


FIG. 181.—Relación de los polos magnéticos con la dirección de la corriente.

La relación entre la dirección del flujo en el interior del solenoide y la de la corriente en las espiras, se puede determinar por medio de la regla de la mano o la del sacacorchos, indicadas en el § 170 (pág. 249). Otro método sencillo es el que se representa en la figura 181, en la que las flechas, dispuestas en los extremos de la *N* y de la *S*, indican la dirección de la corriente en el conductor. Por ejemplo, cuando se mira el polo *N*. la dirección de la corriente en la espira es la contraria a la de las agujas de un reloj, como se indica con las flechas de la N; cuando se mira un polo S, la dirección de la corriente será la misma que la de las agujas de un reloj, como indica la S.

175. Intensidad del campo en el interior de un solenoide muy largo sin núcleo. Se emplean solenoides largos y de sección transversal uniforme, sin núcleo, como patrones de flujo magnético, ya que puede determinarse con precisión el flujo total en la sección media del solenoide cuando se conocen las dimensiones del solenoide y el valor de la corriente (véase § 209). Primeramente se deducirá la fórmula de la intensidad de campo en la sección media del solenoide suponiendo que éste tiene una longitud ilimitada, pudiendo demostrarse que en la mayoría de los casos es utilizable la fórmula si la relación entre la longitud y el radio del solenoide es del orden de 40 a 1. Finalmente es preciso obtener la fórmula de la intensidad del campo en cualquiera de los extremos del solenoide.

Consideremos un solenoide cilíndrico de gran longitud (fig. 182), constituído por un arrollamiento helicoidal de alambre. Por centímetro de longitud, el solenoide tiene n espiras cuyo radio medio es de R cm. Se supone que la longitud del solenoide es infinita. La intensidad de la corriente sea I' abamp. Se considera como origen P, centro del solenoide.

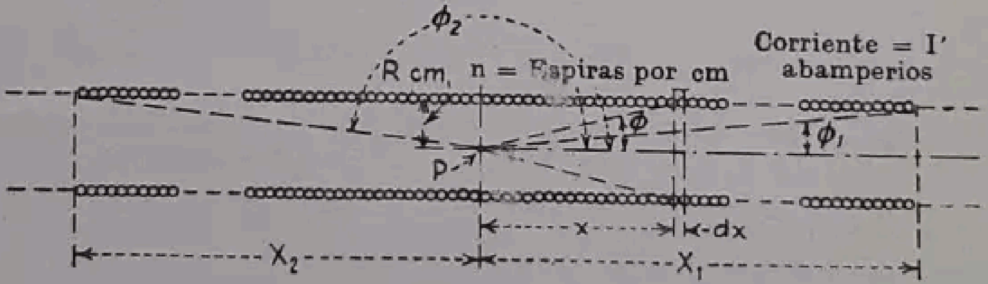


Fig. 182. — Intensidad del campo en el centro de un solenoide largo.

Calcularemos primero el efecto de la corriente en una sección del solenoide de espesor dx y a la distancia x del origen. En la sección dx hay $n\,dx$ espiras y los amperios-vuelta en el sistema c.g.s. son $I'n\,dx$. El efecto de esta sección sobre el punto P es idéntico al efecto que produce una sola espira sobre un punto P situado sobre la perpendicular en su centro (fig. 179). Por consiguiente, puede emplearse la expresión (143) (pág. 255), que permitirá calcular la intensidad de campo en P debida a la sección considerada, que vale

$$dH_P = \frac{2\pi R^2 I' n\,dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \text{ oersted} \tag{I}$$

La intensidad total del campo en P se hallará integrando (I), lo que se facilita considerando el ángulo φ como variable independiente, en lugar de x. Llamemos $z = (R^2 + x^2)^{1/2}$

$$dH_P = \frac{2\pi R^2 I' n\,dx}{z^3} \tag{II}$$

y como $x = R \operatorname{ctg} \varphi$, $dx = -R \operatorname{cosec}^2 \varphi \, d\varphi$ y $\operatorname{sen} \varphi = R : z$

$$dH_P = 2\pi I'n \operatorname{sen}^3 \varphi \, (-\operatorname{cosec}^2 \varphi \, d\varphi) = 2\pi I'n \, (-\operatorname{sen} \varphi \, d\varphi) \qquad \text{(III)}$$

$$H_P = 2\pi I'n \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} (-\operatorname{sen} \varphi \, d\varphi) = 2\pi I'n \, (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) \qquad (144)$$

fórmula en que φ_1 y φ_2 son los valores de φ que corresponden a los X_1 y X_2 de los extremos del solenoide (fig. 182).

La fórmula (III) puede también obtenerse observando en las figuras 182 y 183 que $-z \, d\varphi = dx \operatorname{sen} \varphi$ y $dx = -z \, d\varphi : \operatorname{sen} \varphi$; y como $R : z = R : (x^2 + R^2)^{1/2} = \operatorname{sen} \varphi$, la (I) se transforma en

$$dH_P = \frac{2\pi R^2 I'n(-z d\varphi)}{(R^2 + x^2)^{3/2} \operatorname{sen} \varphi} = -2\pi I'n \operatorname{sen} \varphi \, d\varphi$$

que es idéntica a la (III).

Cuando el solenoide es de longitud infinita, $\varphi_1 = 0$ y $\varphi_2 = \pi$, y por lo tanto

$$H_P = 4\pi I'n \text{ oersted} \qquad (145)$$

y si la corriente se expresa en amperios

$$H_P = 0{,}41\pi n I \text{ oersted} \qquad (145\,a)$$

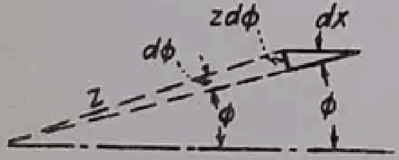


Fig. 183.—Relación entre $z d\varphi$ y $dx \operatorname{sen} \varphi$.

Puede observarse que las fórmulas (145) y (145 *a*) dan la intensidad del campo en el eje de un solenoide de longitud infinita, pero la (144) puede emplearse para calcular la intensidad del campo en el interior de un solenoide de longitud finita. También puede aplicarse en el caso de cualquier punto situado en el eje del solenoide, aunque sea exterior a él.

Supóngase que el solenoide no es de longitud infinita, pero que el radio de la hélice y la longitud están en la relación 1 : 40. Entonces

$$\cos \varphi_1 = \frac{20}{\sqrt{20^2 + 1^2}} = 0{,}9987 \text{ y } \cos \varphi_2 = \frac{-20}{\sqrt{20^2 + 1^2}} = -0{,}9987$$

que sustituídos en (144) dan $H_P = 2\pi I'n \cdot 1{,}9974 = 3{,}9948 \cdot I'n$ oersted, valor que solamente difiere del dado por la fórmula (145 *a*) en un 0,13 %, diferencia tan reducida que, ordinariamente, se puede despreciar.

En un punto situado en el eje y en un extremo de un solenoide largo $\varphi_1 = 0$ y $\varphi_2 = \pi : 2$, o viceversa; por consiguiente, en cualquiera de los extremos

$$H_P = 2\pi n I' \text{ oersted} \qquad (146)$$

es decir que la intensidad del campo en cualquiera de los extremos es la mitad de la correspondiente al centro del solenoide. Sin embargo, la intensidad del campo en cualquier otro punto que no sea los extremos es casi constante y del valor dado por (145) y (145 *a*), esto es, $4\pi n I'$ ó $0{,}4\pi n I$ oersted. Como consecuencia, las líneas de flujo penetran y abandonan el solenoide en regiones relativamente pequeñas y próximas a los extremos.

SISTEMA M.K.S. DE UNIDADES

176. Unidades m.k.s. de campo magnético. Tanto en el sistema m.k.s. racionalizado como en el no racionalizado, si por un conductor de 1 m de longitud circula una corriente de 1 amp. y está sometido a un campo magnético cuya densidad de flujo es de 1 weber por m², se ejercerá sobre él un esfuerzo de 1 newton. Las direcciones de la corriente, el campo y la fuerza son perpendiculares entre sí. Refiriéndose a la figura 173 (pág. 251) que reflejaba la ley de Biot-Savart, consideremos que en P hay una unidad m.k.s. racionalizada de polo, que la intensidad de la corriente se da en amperios y las distancias Δx y z en metros. Como un polo N en el sistema racionalizado produce un flujo de 1 weber, la densidad de flujo en Δx será $B_x = 1 : 4\pi z^2$ y, por lo tanto, la fuerza en el elemento Δx

$$\mathbf{F}_x = H_x = \frac{I dx \cos \varphi}{4\pi z^2} = \frac{I dx \operatorname{sen} \theta}{4\pi z^2} \text{ amp.-vuelta por m} \tag{147}$$

La expresión (139) (pág. 252), referida ahora a la intensidad del campo a h metros de un conductor rectilíneo de gran longitud (fig. 176, pág. 252), se transformará, por lo tanto, en

$$H = -\frac{I}{4\pi h}\int_{\alpha}^{\beta} \operatorname{sen} \theta \, d\theta = \frac{I}{4\pi h}(\cos \beta - \cos \alpha) \text{ amperios-vuelta por metro} \tag{148}$$

La igualdad (138) será entonces:

$$H = \frac{I}{2\pi h} \text{ amperios-vuelta por metro} \tag{149}$$

y la (140)

$$W = \frac{I}{2\pi h} 2\pi h = I \text{ julios} \tag{150}$$

(en el sistema racionalizado, la unidad f.m.m. es el amperio-vuelta).

El ejemplo de la página 253 se resuelve entonces como sigue:

a) Mediante la fórmula (149), $H = \dfrac{60}{2\pi 10^{-1}} = 95{,}49$ amperios-vuelta por metro.

b) Mediante la (150), $W = 60$ julios.

c) 60 unidades c.g.s. de polo equivalen a $60 \dfrac{4\pi}{10^8}$ unidades de polo m.k.s. racionalizadas

$$\mathbf{F} = \frac{60}{2\pi \cdot 10^{-1}} \cdot \frac{60 \cdot 4\pi}{10^8} = 7{,}20 \times 10^{-4} \text{ newton} = 72 \text{ dinas.}$$

En unidades m.k.s. racionalizadas, haciendo uso de la fórmula (147), se transforma la (141) que da la intensidad del campo creado por una espira por la que circula corriente en un punto del eje perpendicular a ella en su centro (fig. 178), como sigue:

$$H_c = \int_0^{2\pi} \frac{I R \, d\alpha \operatorname{sen} \theta}{4\pi R^2} = \frac{I}{2R} \cdot \text{amperios-vuelta por metro} \tag{151}$$

[obsérvese que en (141), $\theta = 90°$].

Del mismo modo, si se emplea la (147), la fórmula (143), página 255, que da la intensidad del campo en un punto del eje de una espira (fig. 179), se transforma en

$$H = \int_0^{2\pi} \frac{IRd\alpha \text{ sen } \beta}{4\pi z^2} = \frac{IR \text{ sen } \beta}{2z^2} \text{ y como } \text{sen } \beta = \frac{R}{z} = R : \sqrt{R^2 + h^2}$$

$$H = \frac{IR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}} \text{ amperios-vuelta por metro} \qquad (152)$$

Ejemplo. Resolver el ejemplo de la página 255, empleando unidades del sistema m.k.s. racionalizado.

$$R = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \qquad h = 16 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

a) Utilizando la (152)

$$H = \frac{20 \cdot 25(12 \cdot 10^{-2})^2}{2[(12 \cdot 10^{-2})^2 + (16 \cdot 10^{-2})^2]^{3/2}} = 450 \text{ amperios-vuelta por m}$$

$$450 \text{ amperios-vuelta por m} = 4{,}5 \text{ amperios-vuelta por cm} = 0{,}4\pi \cdot 4{,}5 =$$
$$= 5{,}655 \text{ gilbert por cm} = H$$

b) Mediante la fórmula (151)

$$H_c = \frac{In}{2R} = \frac{20 \cdot 25}{2 \cdot 12 \cdot 10^{-2}} = 2{,}083 \text{ amperios-vuelta por m}$$

Para obtener la intensidad del campo en el eje de un solenoide largo, figura 182 (página 257), puede emplearse la fórmula (152). [Véase (II), pág. 257.]

$$dH_P{}' = \frac{IR^2 n \, dx}{2z^3} \text{ amperios-vuelta por m} \qquad (I)$$

Substituyendo en ella los valores (véase fig. 182).

$$x = R \text{ ctg } \varphi, \qquad dx = - R \text{ cosec}^2 \varphi \, d\varphi, \qquad \text{sen } \varphi = \frac{R}{z}$$

$$dH_P{}' = \frac{IR^2 n(- R \text{ cosec}^2 \varphi \, d\varphi) \text{ sen}^3 \varphi}{2R^3} \qquad (II)$$

$$H_P{}' = \int_{\varphi 2}^{\varphi 1} - \frac{In \text{ sen } \varphi \, d\varphi}{2} = \frac{In}{2} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) \text{ amperios-vuelta por m} \qquad (153)$$

Si la longitud del solenoide llega a ser infinita, $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$, y la (153) se transforma en

$$H_P{}' = In \text{ amperios-vuelta por m} \qquad (154)$$

Unidades no racionalizadas. En el sistema m.k.s. no racionalizadas, las fórmulas anteriores se transforman en las siguientes:

La fórmula (149), que da la intensidad del campo a h metros de un conductor lineal y largo (fig. 176, pág. 252) se transforma en

$$H = \frac{2I}{h} \text{ amperios-vuelta por m} \qquad (155)$$

La fórmula (150), que da el trabajo de una unidad de polo al recorrer un circuito completo alrededor de un conductor lineal largo, será

$$W = 4\pi I \text{ julios} \qquad (156)$$

La (151) que expresa el valor de la intensidad del campo en el centro de una espira (fig. 178, pág. 254) se transforma en

$$H_c = \frac{2\pi I}{R} \text{ amperios-vuelta por m} \qquad (157)$$

El valor (152) de la intensidad del campo en un punto del eje perpendicular al plano de una espira en el centro de ésta (fig. 179, pág. 255) es en este caso

$$H = \frac{2\pi I R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \text{ amperios-vuelta por m} \qquad (158)$$

De la (153), que da la intensidad del campo en el eje de un solenoide largo (fig. 182, página 257) se deduce

$$H_P = 2\pi I n \, (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) \text{ amperios-vuelta por m} \qquad (159)$$

La fórmula (154), correspondiente a la intensidad del campo de un solenoide de longitud infinita (fig. 182), se expresa en este sistema por

$$H_P = 4\pi I n \text{ amperios-vuelta por m} \qquad (160)$$

Ejemplo. Resolver el ejemplo de la página 255, empleando unidades m.k.s. no racionalizadas.

a) Mediante la fórmula (158), con n = vueltas

$$H = \frac{2\pi \cdot 20 \cdot 25 \cdot (12 \cdot 10^{-2})^2}{[(12 \cdot 10^{-2})^2 + (16 \cdot 10^{-2})^2]^{3/2}} = 5{,}655 \text{ unidades no racionalizadas}$$

b) Utilizando la (157),

$$H_c = \frac{2\pi \cdot 20 \cdot 25}{12 \cdot 10^{-2}} = 26{,}18 \text{ unidades no racionalizadas}$$

Puede observarse que estos dos resultados son 4π veces mayores que los obtenidos al utilizar unidades racionalizadas, y 1 000 veces mayores que en el caso de emplear el sistema c.g.s.

177. Tipos comerciales de solenoides y electroimanes. Cuando un conductor por el que circula una corriente se arrolla sobre un núcleo de hierro se obtiene un electroimán. La acción electromagnética de la corriente produce un flujo magnético en el núcleo de hierro, del mismo modo que se genera en el aire por el interior de un solenoide (fig. 182, pág. 257). Sin embargo, debido a que la permeabilidad del hierro es mucho mayor, el flujo generado por un número dado de amperios-vuelta en un núcleo de hierro es también mucho mayor que en el aire.

Los electroimanes se emplean en la práctica para el disparo de los disyuntores (§ 364); para accionar los contactos en los reóstatos automáticos de arranque de motores (§ 337); para accionar los dispositivos reguladores de voltaje (§ 315); para las lámparas de arco, válvulas y otras muchas aplicaciones. Prácticamente en todos los casos se necesita un núcleo móvil de hierro dulce (o de acero dulce) o una armadura para obtener la fuerza de atracción necesaria.

Un tipo de electroimán muy empleado es el de solenoide con núcleo móvil, cuyo funcionamiento se representa en la figura 184. El flujo generado por el solenoide da origen a polos magnéticos en el núcleo. El más cercano al solenoide será de un signo tal que la acción del campo lo atraiga en la dirección de las líneas de fuerza (véase § 157, pág. 231) y hacia el interior del solenoide.

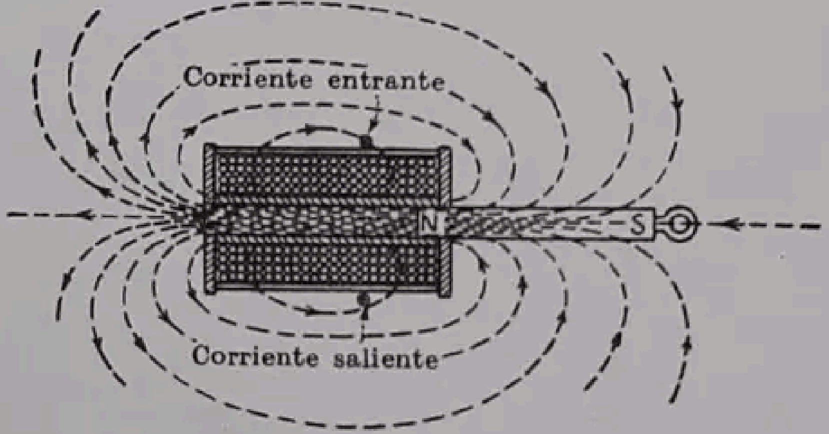


FIG. 184.—Solenoide sencillo con núcleo móvil.

Se llega a una posición de equilibrio cuando el centro del núcleo llega al centro del solenoide (fig. 184), momento en que cesa el esfuerzo de tracción. Los solenoides con núcleo móvil se usan rara vez en la práctica, excepto en casos especiales, en los que se quiera aprovechar su prolongada tracción. Con frecuencia se rodean de una armadura de hierro, que sirve de circuito de retorno para el flujo, y frecuentemente se dispone un tope (fig. 185). La armadura o «blindaje» aumenta el valor del esfuerzo uniforme de tracción y produce un señalado aumento de tracción cuando el núcleo móvil se acerca al final de su carrera. Cuando se emplea un tope *a* (fig. 185), el solenoide se denomina *electroimán de núcleo móvil*. Éste cambia las características del solenoide, debido a que la máxima atracción se produce cuando el núcleo móvil se aproxima al tope. En la figura 186 se indican los resultados de ensayos de solenoides realizados por C. R. Underhill. La curva (*a*) representa la atracción sobre un núcleo móvil de un solenoide sencillo como el de la figura 184; la curva (*b*) corresponde a la atracción en el caso de solenoide blindado, como el de la figura 185, pero sin tope; la curva (*c*) manifiesta la influencia del tope en la atracción. Se puede observar que el tipo blindado, lo mismo que el tope, permiten que la atracción alcance valores muy elevados cuando el núcleo móvil se aproxi-

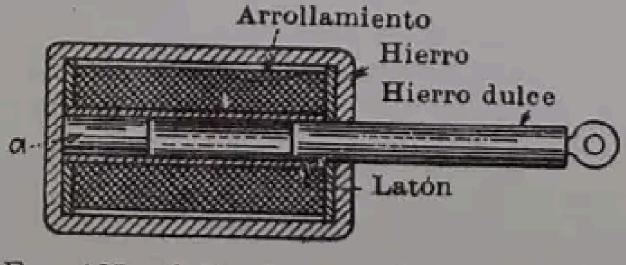
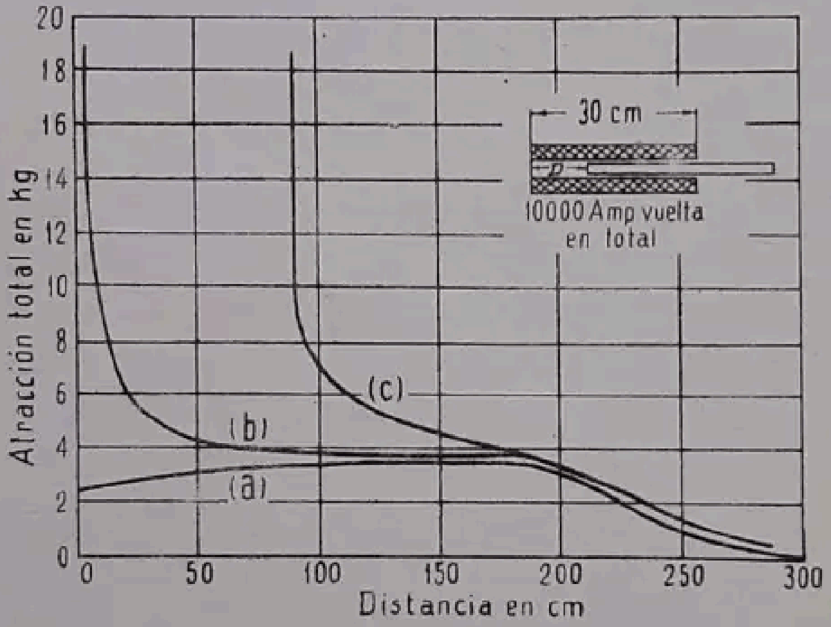


FIG. 185.—Solenoide «blindado» y núcleo móvil con tope.

ma al final de su carrera. Se observará (fig. 186) que los tipos blindados usuales y los topes correspondientes tienen poca influencia sobre la atracción, salvo al acercarse al final de la carrera.

Ejemplo. Supongamos que, en la figura 184, la intensidad de campo en el centro del solenoide es de 2000 oersted y que un extremo del núcleo está en el centro. La sección transversal del núcleo es de 6 cm² y el polo inducido en su extremo es de 1 920 unidades de polo. El otro extremo del núcleo se halla completamente fuera del campo.



FIG, 186. —Atracción de un solenoide sobre un núcleo móvil.

Determinar la fuerza que actúa sobre el núcleo móvil en kilogramos.

Como, por definición, la intensidad de campo es la fuerza en dinas ejercida sobre una unidad de polo, el campo ejercerá una fuerza de 2000 dinas sobre cada unidad de polo del extremo del núcleo. Por consiguiente, la fuerza total será

$$\mathbf{F} = \frac{2000 \cdot 1920}{981 \cdot 1000} = 3{,}913 \text{ Kg}$$

Solución en unidades del sistema m.k.s. racionalizado:

$$2000 \text{ oersted} = 2000 \cdot 10^3 : 4\pi = 159000 \text{ amperios-vuelta por m} \qquad \text{(I)}$$

1 920 unidades c.g.s. de polo $= 1920 \cdot 4\pi \cdot 10^{-8} = 2{,}411 \cdot 10^{-4}$ unidades m.k.s. racionalizadas, de polo (II)

$$159000 \cdot 2411 \cdot 10^{-4} = 38{,}39 \text{ newton}$$

$$38{,}39 \cdot 10^5 = 3{,}839 \cdot 10^6 \text{ dinas} \qquad 38{,}39 \cdot 10^5 : 981 \cdot 10^3 = 3{,}913 \text{ Kg}$$

El desarrollo se simplifica si se multiplican directamente (I) y (II)

$$2000 \frac{10^3}{4\pi} \cdot 1920 \cdot 4\pi \cdot 10^{-8} = 38{,}40 \text{ newton}$$

Frenos magnéticos. Una importante aplicación práctica del solenoide se encuentra en los frenos de ascensores y grúas. Cuando se corta la corriente del motor de elevación por accidente, el freno debe entrar en acción inmediatamente. El método corriente con que se consigue es empleando el freno que se representa en la figura 187. Normalmente, el resorte obliga las zapatas a actuar sobre la superficie del tambor, haciendo que el freno actúe. El freno se abre por la acción de un solenoide alojado dentro de una envoltura metálica, que queda a la izquierda. En caso necesario, el freno puede abrirse manualmente y, a veces, mediante aire comprimido, disponiéndose para ello los elementos necesarios.

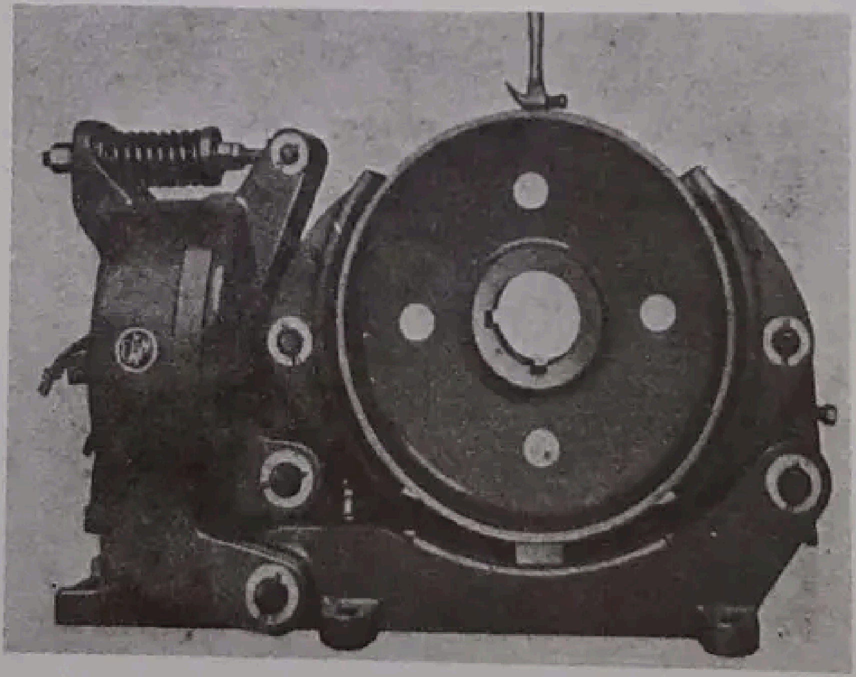


FIG. 187. — Freno electromagnético para elevadores y máquinas. *(Electric Controller & Mfg. C°.)*

Separadores magnéticos. Los separadores magnéticos se emplean para separar el acero y el hierro del carbón, piedras o minerales, así como para eliminar los residuos de acero de la arena de moldeo y las virutas y limaduras de hierro en los talleres mecánicos. Un tipo de separador se representa en la figura 188. El material se coloca en una tolva de la que pasa directamente a la polea superior, que, como la inferior, está imanada por la inducción producida por la bobina de excitación combinada con el circuito magnético, que dirige el flujo hacia las dos poleas. Las partículas de cuerpos magnéticos tienden a adherirse a las poleas y se separan hacia la parte izquierda, desprendiéndose finalmente de aquéllas, como se indica en la figura, por la acción de la gravedad y de la fuerza centrífuga. Las partículas de cuerpos no magnéticos se impulsan hacia la derecha, en la forma representada. Algunas partículas de cuerpos magnéticos que consiguen pasar de la primera polea se separan en su mayor parte en la segunda. La posición de la pieza que separa las partículas que caen puede ajustarse al tipo de material.

178. Electroimanes para elevación de cargas. Los imanes elevadores se usan para el manejo de piezas de hierro y acero de varias formas. Se realiza una notable economía de tiempo y de trabajo con su empleo, porque no se necesitan cadenas ni lazadas para sujetar la carga. Son muy útiles para levantar lingotes de acero en las instalaciones de laminadores, aunque los lingotes no pueden levantarse cuando están calentados al rojo, porque en este caso pierden sus propiedades magnéticas a dicha temperatura. Los imanes elevadores se usan especialmente en la carga y descarga de carriles de acero, porque se puede elevar una capa entera de carriles y depositarla luego sin que se separen unos de otros. Producen una gran economía de trabajo cuando se manejan pequeñas piezas de hierro, como chatarra, porque toman grandes cantidades de piezas en cada operación. Sin el empleo de imanes es necesario levantar a mano pieza por pieza. La figura 189 representa la sección transversal de un electroimán elevador típico, Cutler-Hammer. El

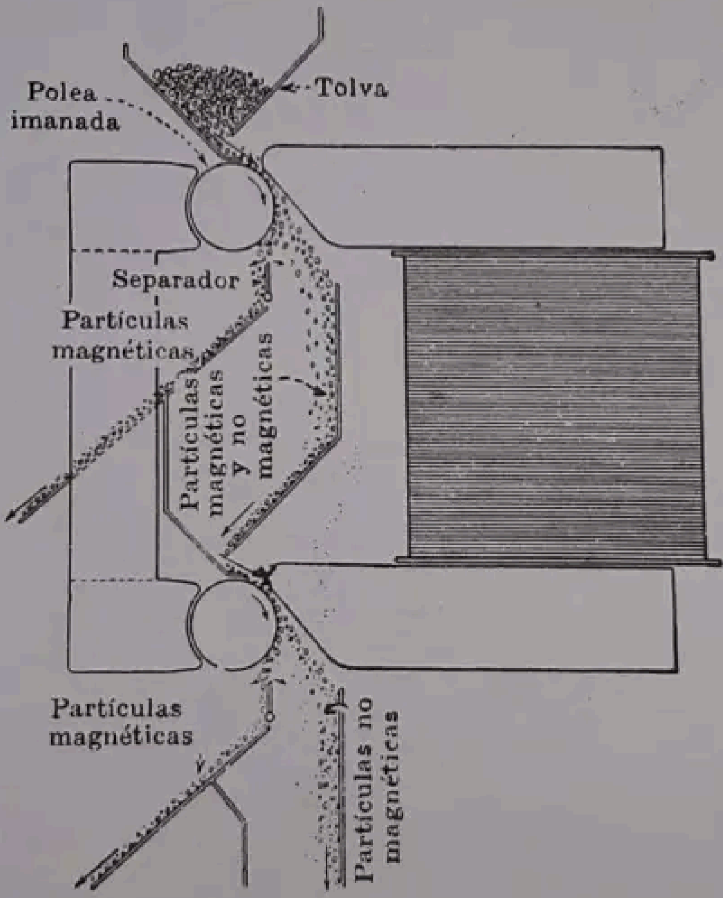


Fig. 188.—Separador magnético. *(Dings Magnetic Separator Cº.)*

circuito magnético de un electroimán elevador se puede ver en la figura 562. En la figura 190 se muestra el mayor elevador magnético del mundo, el Giant, de 1,90 m, transportando tardos de virutas.

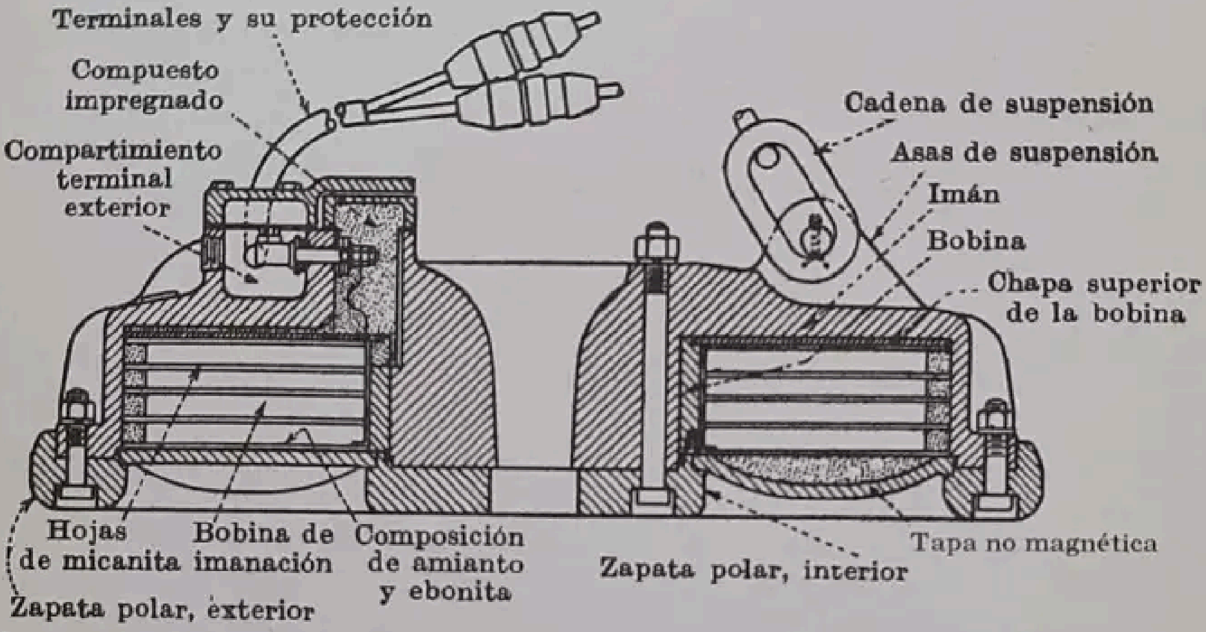

Terminales y su protección
Compuesto impregnado
Compartimiento terminal exterior
Cadena de suspensión
Asas de suspensión
Imán
Bobina
Chapa superior de la bobina
Hojas de micanita
Bobina de imanación
Composición de amianto y ebonita
Zapata polar, interior
Tapa no magnética
Zapata polar, exterior

Fig. 189.—Sección transversal de un electroimán elevador. *(Cutler-Hammer C°.)*

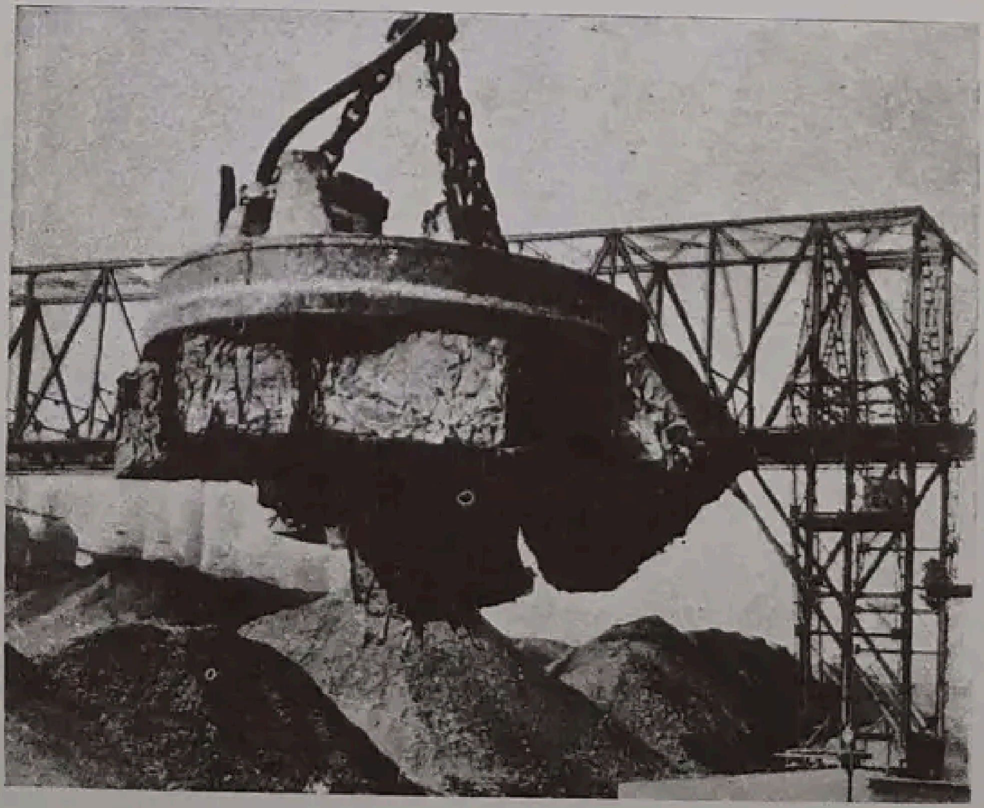
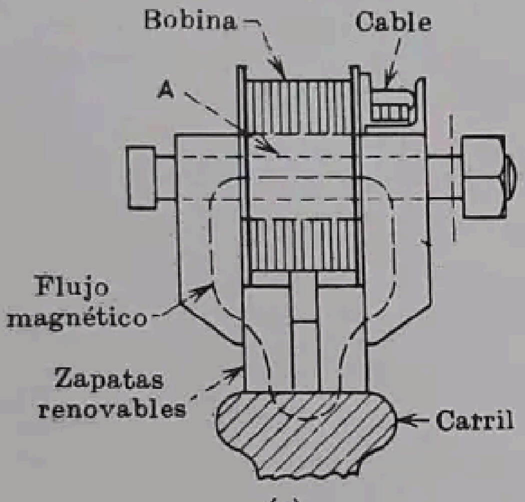


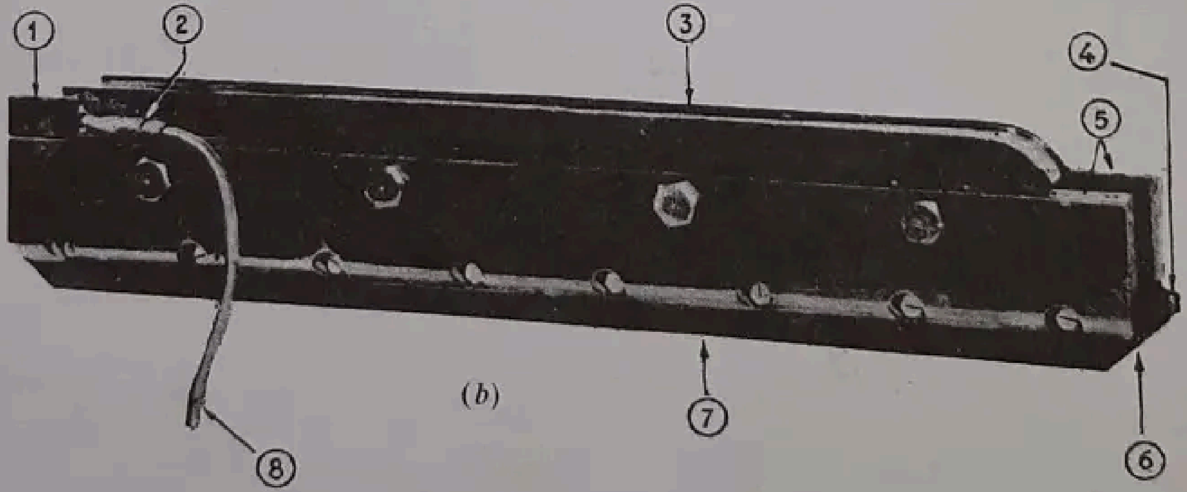
Fig. 190.—Electroimán elevador gigante, de 1,90 m, cargado de fardos de virutas. *(Cutler-Hammer, Inc.)*

Las fórmulas sobre la fuerza portante de los electroimanes se encuentran en el § 162 (pág. 237).

Como se comprende, el electroimán por sí solo no verifica ningún trabajo de elevación, sino que sirve simplemente para reemplazar el gancho y las lazadas que atan la carga. El trabajo efectivo de elevación está reservado a la máquina o motor que tira de los cables o cadenas amarrados al electroimán.



(*a*)

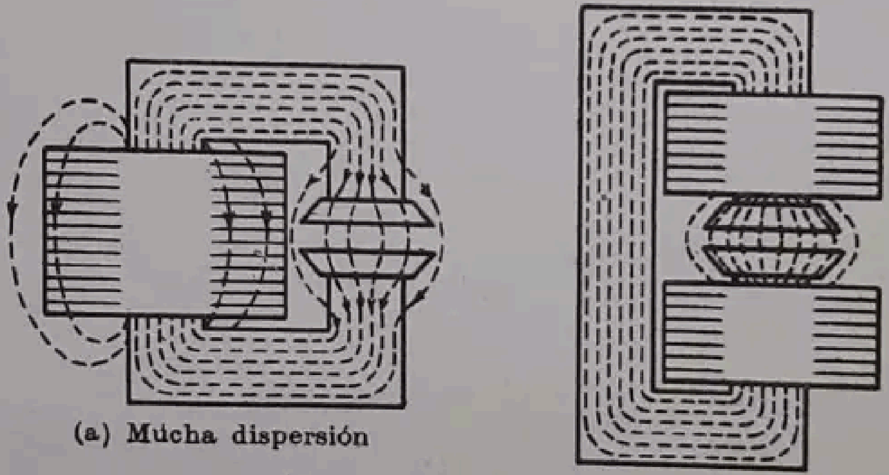


(*b*)

FIG. 191.—Freno magnético sobre carril. *(General Electric C°.).—b)* 1. Placa separadora. 2. Sujeción terminales.—3. Bobina en recinto herméticamente cerrado.—4. Barra de relleno, no magnética, dispuesta entre las zapatas recambiables.—5. Placa lateral.—6. Zapatas recambiables, conformadas para evitar choques con objetos bajos. 7. Zapatas de acero recambiables.—8. Terminal positivo (el negativo a tierra a través de la cubierta de la bobina).

179. Frenos electromagnéticos sobre el carril. Desde los primeros tiempos de los trenes eléctricos, se han empleado frenos electromagnéticos especialmente en los trazados de grandes pendientes. El desarrollo, más reciente, de vehículos de gran velocidad y aceleración de arranque ha hecho imperiosamente necesario un frenado rápido y uniforme, que no puede conseguirse fácilmente con los frenos sobre las ruedas. La General Electric Comp. construye un freno que está representado en la figura 191. Es un simple electroimán y generalmente comprende dos placas laterales, con un núcleo de hierro *A* entre ellas, sujetadas por medio de pernos. El freno se imana por medio de una larga bobina longitudinal, que rodea el núcleo. Las zapatas de freno son de polaridades distintas y se construyen de acero duro de elevada resistencia al desgaste. Se pueden separar fácilmente de las placas laterales y renovarlas sin dificultad. La trayectoria del flujo magnético, cuando las zapatas tocan a la cabeza del carril, se indica en la figura 191 (*a*).

En el caso más sencillo de funcionamiento, el freno está suspendido de resortes, de tal manera que las zapatas, normalmente, quedan a una distancia del carril de 6 a 9,5 mm. El freno se mueve dentro de las guías, que también sirven para transmitir la fuerza de frenado al vehículo. Cuando se hace pasar la corriente por el solenoide, se produce una atracción magnética del freno por el carril, que proporciona la energía suficiente para el frenado. El freno se maneja con rapidez por medio de un reóstato en serie con el solenoide del electroimán. Cuando se interrumpe la corriente de excitación, los resortes tiran del freno, que vuelve a su posición normal separada del carril.


(a) Mucha dispersión

(b) Dispersión mínima

FIG. 192.—Posición de las bobinas en un electroimán.

Con el freno magnético, la superficie de frenado es muy grande, por lo que actúa con mayor eficacia que los frenos sobre las ruedas, especialmente cuando los carriles están resbaladizos. Como la fuerza que actúa entre el freno y la cabeza del carril es magnética y produce una atracción entre ambos, no se reduce la carga por rueda (ni el peso adherente), lo que sí ocurre, en cambio, cuando los frenos se aplican sobre la vía mecánicamente.

180. Circuitos magnéticos de las dínamos. Una de las más importantes aplicaciones de los electroimanes es la de creación de campos magnéticos en los motores y generadores. Un principio fundamental que ha de seguirse en la construcción es que los arrollamientos, o bobinas de excitación, deben colocarse lo más cerca posible del entrehierro o del punto del circuito magnético en el que ha de utilizarse el flujo. Con ello se consigue que las pérdidas sean mínimas, como se ve en la figura 192. Fácilmente se percibe que en el caso (*a*), cuando la bobina de excitación se coloca en la culata, se produce una considerable pérdida de flujo, mientras que con la disposición señalada en (*b*), que comprende dos bobinas de excitación colocadas a ambos lados del entrehierro, la pérdida de flujo es prácticamente la mínima.

El circuito magnético de un generador bipolar típico se representa en la figura 193. Las bobinas inductoras se disponen sobre los núcleos polares y lo más cerca posible del entrehierro. Puede observarse que, con esta disposición, el recorrido del flujo de dispersión es muy largo, con lo que la reluctancia es muy crecida y la pérdida de flujo pequeña. Asimismo se percibe que el flujo en los núcleos se divide en dos al pasar por la culata. Ordinariamente la sección que ésta requiere es la mitad de la necesaria para los núcleos de los inductores. Las máquinas bipolares de corriente continua se usan generalmente para pequeñas potencias y, también, para unidades con gran carga y alta velocidad.

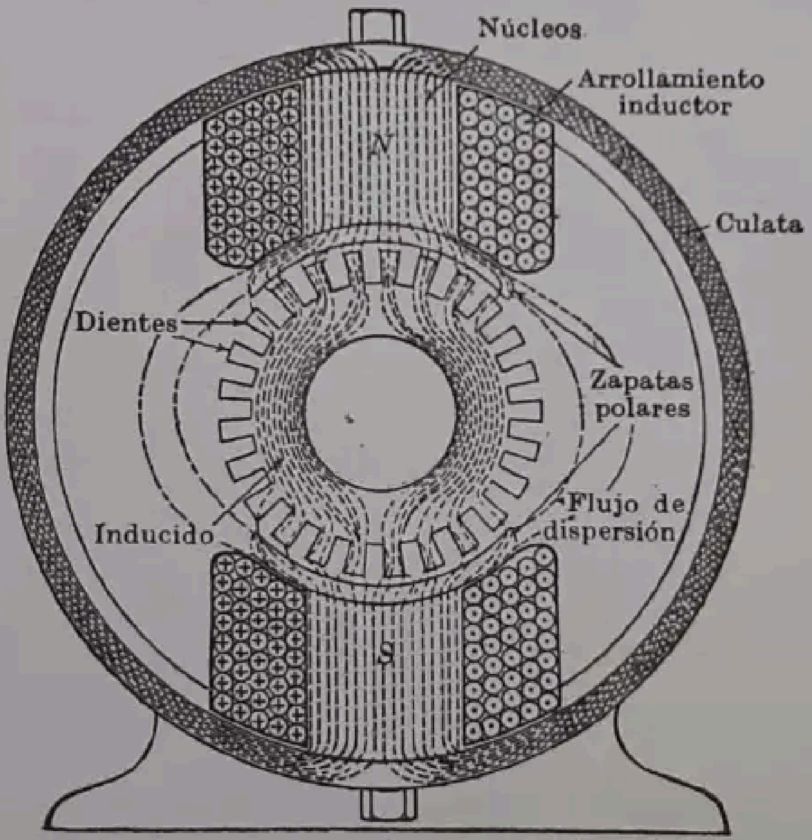


Fig. 193. — Circuito magnético y arrollamiento inductor de un generador bipolar.

La figura 194 representa el circuito magnético, más complejo, de un generador multipolar de ocho polos. Los polos son alternativamente Norte y Sur. El flujo que pasa a través de los núcleos de los inductores se divide, tanto en el inducido como en la culata, y la sección de esta última es suficiente que sea la mitad de la de los núcleos.

Las pérdidas de flujo magnético se reducen poniendo los amperios-vuelta de excitación tan cerca del inducido como sea posible.

Las pérdidas magnéticas no reducen el rendimiento de la dínamo, pero influyen en el aumento del peso y del coste. Un flujo magnético constante no puede producir una pérdida de potencia si se tiene en cuenta que únicamente representa un almacenamiento de energía. No se requiere ningún consumo de potencia para mantener constante un campo magnético. Una vez que el flujo ha alcanzado su valor constante, la potencia que absorben los arrollamientos de los inductores se debe íntegramente a las pérdidas en los conductores de cobre de los mismos arrollamientos (véase § 221). Por consiguiente, puesto que el flujo de dispersión es constante, no puede ser causa de pérdida de potencia y, por lo tanto, no puede afectar el rendimiento.

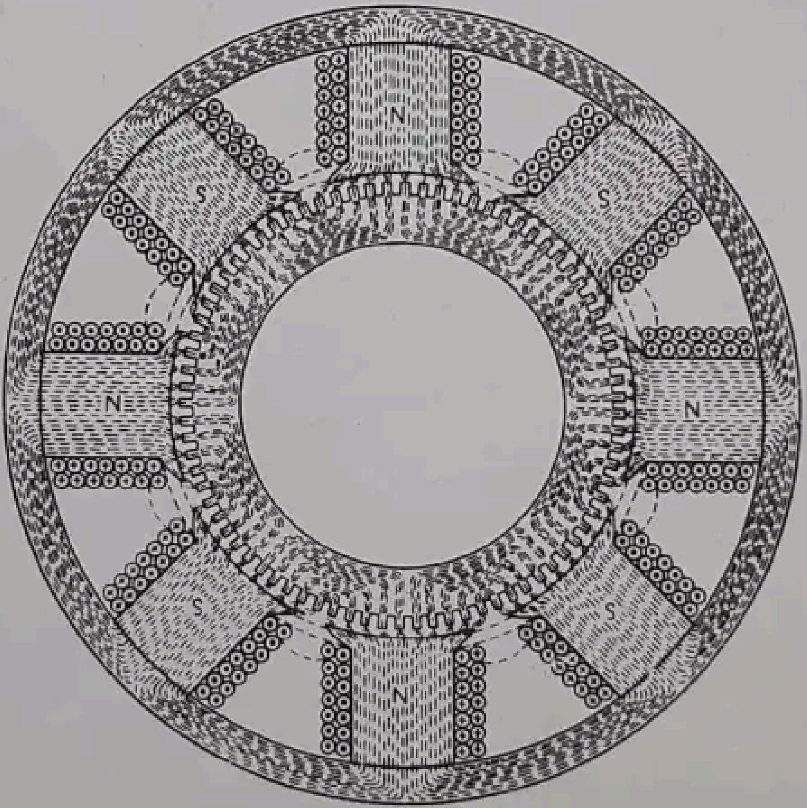


Fig. 194.—Circuitos magnéticos en un generador multipolar.

Sin embargo, el flujo de dispersión debe pasar por los núcleos y la culata (fig. 193 y 194). Por lo tanto, estas partes de la máquina deben tener mayor sección que la requerida si pasara únicamente el flujo útil. Además, a mayor sección de los núcleos ha de corresponder mayor cantidad de cobre en los arrollamientos de los inductores, si la pérdida en el circuito inductor ha de permanecer constante. Por consiguiente, la pérdida de flujo no ocasiona reducción del rendimiento de las dínamos, pero las hace más pesadas y más costosas de construcción.

CAPÍTULO VIII

EL CIRCUITO MAGNÉTICO

181. Circuito magnético. Aunque ya han quedado definidos, en los capítulos VI y VII, la naturaleza general y las características del magnetismo, no se han considerado todavía las relaciones cuantitativas entre flujo magnético y los amperios-vuelta o las propiedades del circuito magnético. Si se conoce la resistencia magnética, o reluctancia, de un circuito y los amperios-vuelta relacionados con el mismo, se puede calcular el flujo magnético de la misma manera que se calcula la intensidad de la corriente en un circuito eléctrico cuando se conocen la f.e.m. y la resistencia. En este aspecto, los dos circuitos son similares. El circuito magnético difiere del circuito eléctrico en tres aspectos, que hacen difícil el que se pueda llegar al mismo grado de precisión en los cálculos magnéticos que en los cálculos eléctricos.

La corriente eléctrica se considera que se limita a un camino definido, por ejemplo un hilo conductor. El aire circundante y los soportes aislantes del hilo tienen una resistencia muy elevada, de manera que las corrientes de dispersión que escapan del hilo son casi siempre despreciables, comparadas con la corriente que pasa por él. Pero no se conoce ningún aislante para el flujo magnético. De hecho, el propio aire es un conductor magnético relativamente bueno. Por lo tanto, es imposible señalar a las líneas magnéticas caminos definidos como los que se establecen para las corrientes eléctricas. Esto queda confirmado por el hecho de que, aun en las dínamos mejor concebidas, del 15 al 20 % del flujo magnético total se pierde a través del aire y no puede utilizarse. La presencia de esta dispersión de flujo se puede poner de manifiesto por medio de una brújula, y su intensidad es con frecuencia suficiente para imanar los relojes, aun cuando se encuentren a bastante distancia de la dínamo.

Los circuitos magnéticos son generalmente cortos y tienen la sección transversal grande en comparación con la longitud. A menudo presentan tales complicaciones de forma que solamente se puede obtener un valor aproximado de su resistencia magnética, lo que puede inducir a errores de considerable importancia en los cálculos. El caso del entrehierro de una dínamo confirma lo expuesto. La forma del circuito magnético entre las ranuras del inducido y las caras polares es muy complicada, y sólo pueden hacerse, en el mejor de los casos, apreciaciones aproximadas sobre la distribución real del flujo magnético (véase fig. 194).

En condiciones ordinarias de funcionamiento, la resistencia de los conductores eléctricos es esencialmente constante, aunque los cambios de temperatura puedan dar origen a variaciones sensibles. Pueden hacerse cuidadosas correcciones para tener en cuenta estos efectos de cambio de temperatura. En cambio, la resistencia magnética de los materiales no es constante, sino variable entre límites muy amplios, y depende mucho de las vicisitudes que, en el aspecto magnético, haya pasado el material. La resistencia magnética del hierro puede aumentar de 50 veces cuando el flujo magnético pasa de un valor bajo a un valor elevado.

Aunque los factores que se han indicado impiden el que los cálculos magnéticos se puedan hacer con tanta precisión como los que se refieren a los circuitos eléctricos, conociendo las relaciones magnéticas se puede, sin embargo, valiéndose de ciertas aproximaciones, llegar a resultados que son suficientemente exactos para muchos casos.

Sistemas de unidades magnéticas. Como se ha indicado anteriormente (págs. 32 y siguientes) se utilizan actualmente tres sistemas de unidades magnéticas: el c.g.s., el m.k.s. no racionalizado y el m.k.s. racionalizado. Se considerará primero el c.g.s., estudiándose después los dos sistemas m.k.s.

182. Sistema c.g.s. de unidades magnéticas. Las unidades magnéticas y sus definiciones son las siguientes:

Amperios-vuelta (*IN*). Los amperios-vuelta que actúan sobre un circuito magnético vienen dados por el producto del número de vueltas (espiras) que comprende el circuito por el número de amperios de la corriente que circula por él. Por ejemplo, 10 amp. que circulan por un conductor que tiene 150 vueltas (espiras) dan 1500 amperios-vuelta. El mismo resultado se produciría con 15 amp. y 100 vueltas. Si se presentan algunos amperios-vuelta de sentido opuesto deberán restarse.

Fuerza magnetomotriz (f.m.m., también $\mathcal{F}$). La fuerza magnetomotriz tiende a crear el flujo a través del circuito y corresponde a la f.e.m. del circuito eléctrico. Es directamente proporcional a los amperios-vuelta del circuito y solamente difiere del valor numérico de ellos en un coeficiente constante $0{,}4\,\pi = 1{,}257$. Es decir, $\mathcal{F} = 0{,}4\pi IN = 1{,}257IN$.

En el sistema c.g.s., la f.m.m. de un circuito es el trabajo en ergios invertido en transportar una unidad de polo N una sola vez por todo el circuito magnético.

La unidad de f.m.m. es el *gilbert.* [1] El número de gilbert que actúa en un circuito se obtiene multiplicando los amperios-vuelta por $0{,}4\pi$ o por 1,257.

---

[1] Gilbert, William (1544-1603) (Gilberd en su denominación de origen). Médico e investigador inglés y el hombre de ciencia más distinguido de Inglaterra durante el reinado de Isabel I. Sus primeros estudios los realizó en Colchester, Inglaterra; en 1568 entró en el S. John's College, de Cambridge, donde se graduó en 1569. Fué elegido presidente del Colegio de Médicos en 1600 y se le nombró médico de la reina Isabel. Su fama se debe a sus experimentos publicados en 1600, en un monumental trabajo: *De Magnete, magneticisque corporibus, et de magno magnete, tellure, physiologia nova.* Fué realmente el primero que investigó sobre los fenómenos eléctricos y magnéticos después de las primeras observaciones realizadas 2000 años antes sobre la electricidad producida por frotamiento. Inventó lo que hoy constituyen los electroscopios y fué el primero en emplear la palabra «eléctrico», derivada de la palabra griega «elektron», que significa ámbar. Demostró, antes

Reluctancia ($\mathcal{R}$). La reluctancia es la resistencia opuesta al paso del flujo magnético y corresponde a la resistencia del circuito eléctrico. (Su valor es igual a la relación que existe entre la f.m.m. y el flujo; $\mathcal{R} = \mathcal{F} : \varphi$.) La unidad de reluctancia es el valor de ésta para un centímetro cúbico de espacio vacío. Hasta ahora no se ha dado nombre a esta unidad.

Permeancia o conductibilidad magnética ($\mathcal{P}$). Es la recíproca de la reluctancia ($\mathcal{P} = 1/\mathcal{R}$) y puede definirse como la propiedad del circuito que permite el paso del flujo magnético o de las líneas de inducción. (Su valor es igual al flujo dividido por la f.m.m. $\mathcal{P} = \varphi : \mathcal{F}$.) Corresponde a la conductibilidad de los circuitos eléctricos.

Permeabilidad (μ_r). La permeabilidad relativa, o simplemente permeabilidad, de una materia es la relación entre el flujo o número de líneas de inducción que la atraviesan y el flujo o número de líneas de inducción que existirían si la materia fuese reemplazada por el vacío, siendo constante la f.m.m. que actúa en el espacio considerado. La permeabilidad del vacío se toma como unidad, y exceptuados el hierro, el acero, el níquel, el oxígeno líquido y ciertos óxidos de hierro, la mayoría de los restantes materiales, incluso el aire, puede considerarse que tienen una permeabilidad igual a la unidad. La permeabilidad del hierro y del acero industriales varían desde 50, o valores aún más bajos, hasta 2000. En investigaciones especiales se ha conseguido obtener, con hierro tratado en el vacío, permeabilidades de 5000 y aun mayores (véase también permalloy, pág. 299).

Ejemplo. En un solenoide anular bobinado sobre un núcleo análogo al de la figura 217 (pág. 311), o al de los ejemplares de ensayo, figs. 218 y 220, el flujo magnético es de 4000 maxwell. Cuando el núcleo de hierro se quita, el flujo en el aire disminuye hasta 20 maxwell. ¿Cuál es la permeabilidad del hierro?

Al suprimir el núcleo de hierro no cambian los amperios-vuelta ni la forma geométrica del circuito magnético. Por lo tanto

$$\mu_r = \frac{4\,000}{20} = 200$$

Flujo (φ). El flujo magnético es igual al número total de líneas de inducción que existen en el circuito magnético y corresponde a la intensidad de la corriente en el circuito eléctrico. La unidad c.g.s. de flujo es el *maxwell.* [1]

Inducción magnética o densidad de flujo (B). La densidad de flujo es el número de maxwell o líneas de inducción por unidad de superficie normal

---

que nadie, que la Tierra es en realidad un gran imán permanente. Reconoció el campo que rodea a los imanes, denominando esta región «orbe de la virtud». Galileo escribió que Gilbert merecía las mayores alabanzas por su trabajo.

[1] Véase nota al pie, pág. 229.

a la dirección de dicho flujo. La unidad de densidad de flujo en el sistema c.g.s. es una línea por centímetro cuadrado y se denomina *gauss.* [1]

$$B = \frac{\varphi}{A} \tag{161}$$

en la que A es la superficie y φ el flujo normal a ella.

183. Reluctancia de un circuito magnético. La unidad de reluctancia se define como la correspondiente a un centímetro cúbico de vacío o de aire. Si la parte de un circuito magnético comprendido entre las caras polares a y b (fig. 195, a) [2] está ocupada solamente por aire y es de 3 cm de longitud y de sección transversal de 1 cm², como en la figura, este espacio equivale a 3 cm³, puestos en serie. Como el flujo total debe pasar sucesivamente a través de cada uno de los cubos de la figura, es evidente que la reluctancia total será de 3 unidades. *La reluctancia es proporcional a la longitud recorrida por el flujo.*

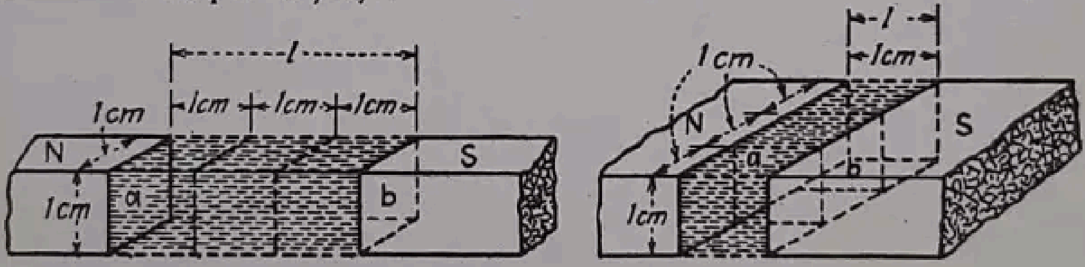


FIG. 195.—Reluctancia de circuitos magnéticos sencillos. a) Circuito cuya reluctancia es de 3 unidades; b) Circuito cuya reluctancia es de 1/3 de unidad.

Por otra parte, si el espacio tiene una longitud de un centímetro y la sección transversal es de 3 cm², como en la figura 195 (b), la reluctancia del espacio recorrido por el flujo será igual a un tercio de la de un cubo solo, o sea de $^1/_3$ de unidad. *La reluctancia es inversamente proporcional a la sección transversal del circuito magnético.*

Además, si la materia atravesada fuese hierro que tuviera una permeabilidad μ_r, el flujo sería μ_r veces mayor que en el aire, siempre que se mantuviese la misma f.m.m. entre las dos caras polares, con lo que la reluctancia se reduciría.

De esto se desprende que *la reluctancia de cualquier parte de un circuito magnético es proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su sección transversal y a la permeabilidad del material.* La constante de proporcionalidad es la unidad, puesto que la reluctancia de 1 cm de longitud por 1 cm² de sección de aire es la unidad. Por consiguiente:

$$\mathcal{R}_1 = \frac{l_1}{A_1\mu_{r1}} \tag{162}$$

---

[1] Véase la nota 2 de la pág. 232.

[2] El camino que sigue el flujo entre dos caras polares no es como el representado en la figura 195 (a) y (b), porque el flujo se ensancha, como se indica en la figura 192 (pág. 268).

donde l_1 es la longitud en centímetros, A_1 la sección transversal en centímetros cuadrados de la parte del circuito considerada, y μ_{r1} la permeabilidad de la misma.

Si un circuito magnético consta de cuatro partes distintas en serie, como en la figura 196, la reluctancia total será:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_4 = \frac{l_1}{A_1\mu_{r1}} + \frac{l_2}{A_2\mu_{r2}} + \frac{l_3}{A_3\mu_{r3}} + \frac{l_4}{A_4\mu_{r4}} \qquad (163)$$

Las *permeancias* en paralelo se suman para determinar la permeancia total, del mismo modo que se hacía con las conductibilidades en paralelo para encontrar la total.

La permeancia total de cuatro permeancias en paralelo será

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3 + \mathcal{P}_4 \qquad (164)$$

Las reluctancias en paralelo se combinan exactamente como las resistencias en paralelo

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} + \frac{1}{\mathcal{R}_3} + \frac{1}{\mathcal{R}_4} \qquad (165)$$

184. Curva de imanación. Se ha señalado que la reluctividad de las materias magnéticas, como el hierro, no es constante, sino que varía con la densidad de flujo y también con las situaciones magnéticas precedentes.

Excepto en un campo limitado a las pequeñas densidades de flujo, éste no es proporcional a los amperios-vuelta o f.m.m. que actúa sobre el circuito magnético debido a las variaciones de reluctividad. Cuando la f.m.m. aumenta, la proporción del aumento del flujo se reduce a medida que el hierro se acerca a la saturación. La razón básica que motiva estas relaciones variables entre el flujo magnético y la fuerza magnetizante es el cambio y diferente grado de orientación de los dominios y los fenómenos que ya se han expuesto anteriormente (pág. 214 y siguientes). Se considerarán ahora las curvas de imanación de varios materiales y su aplicación para el estudio de los circuitos magnéticos.

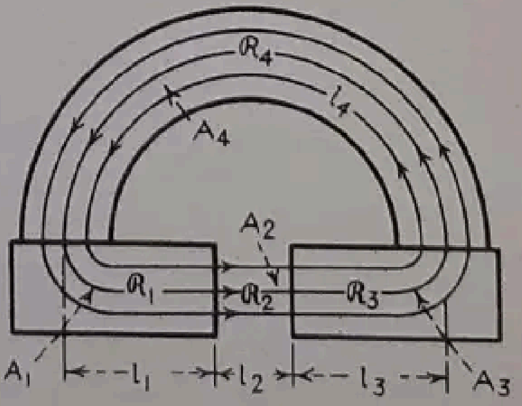


FIG. 196.—Reluctancias en serie.

La relación entre el flujo y la f.m.m. en los cuerpos ferromagnéticos y similares no se puede expresar mediante una fórmula sencilla, sino que es necesario representarla por medio de la llamada *curva de imanación*.

Las curvas de imanación dan casi siempre las propiedades magnéticas de los cuerpos referidas a un cubo de arista unidad, tomándose las densidades de flujo como ordenadas y las f.m.m. por unidad de longitud como abscisas. En los países anglosajones se toman también maxwell por pulgada cuadrada, como ordenadas, y amperios-vuelta por pulgada como abscisas.

Una curva de imanación del acero fundido se representa en la figura 197. Las abscisas son las f.m.m. en gilbert por centímetro (H)[1], y las ordenadas las densidades de flujo correspondientes (B).

De 0 a A, la curva tiene una ligera concavidad hacia arriba[2].

De A a B, la curva se transforma prácticamente en una línea recta. Más allá de B, la densidad del flujo aumenta con mucha menos rapidez para un incremento igual de f.m.m. y el hierro se aproxima a su saturación. El punto C, de mayor curvatura de la línea, se llama *codo de la curva*. Más allá de C, el flujo, aun con grandes aumentos de la f.m.m., sólo crece lentamente. Entonces se dice que el acero está *saturado*. El tipo de curva representado en la figura 197, que se inicia con una inducción nula y corresponde a valores crecientes de la fuerza de imanación, se llama curva *normal* de saturación o de inducción. La figura 201 (pág. 283) representa las curvas de inducción normal correspondientes a los tipos comerciales de hierro.

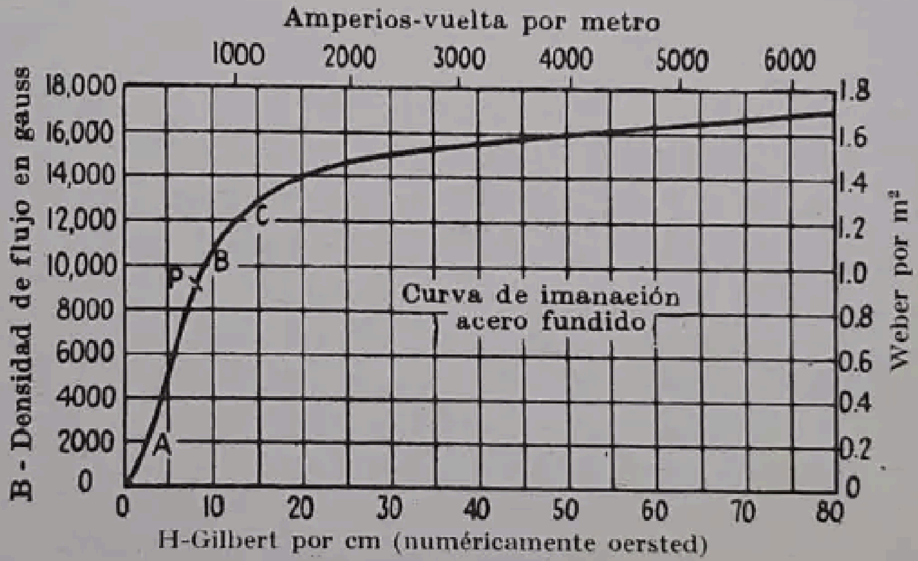


FIG. 197.—Curva de imanación del acero fundido.

185. Permeabilidad relativa. Se define la permeabilidad relativa μ_r diciendo que es la relación entre el flujo en la substancia magnética y el flujo en el vacío o el aire, cuando se mantienen iguales para los dos casos la f.m.m. y las características geométricas del circuito magnético (§ 182, página 273). La curva de imanación (fig. 197) expresa la relación entre el flujo por centímetro cúbico de acero y la f.m.m. que actúa sobre las dos caras opuestas del cubo. Si el acero desaparece, la misma f.m.m. actúa sobre un centímetro cúbico de aire. Además, como el flujo es numéricamente igual a la f.m.m. que actúa entre dos caras opuestas del cubo, y como la reluctancia es igual a la unidad, su valor es también igual a H (§ 157, pág. 231). Por consiguiente, de acuerdo con su definición, la permeabilidad relativa, o simplemente permeabilidad, vale

---

[1] H se emplea como símbolo de la intensidad del campo, pero es *numéricamente* igual a la f.m.m. por centímetro (véase § 187, pág. 278).

[2] Véase pág. 218 y siguientes.

$$\mu_r = \frac{B}{H}. \tag{166}$$

La permeabilidad se encuentra, por lo tanto, dividiendo las ordenadas B de la curva de imanación (fig. 197) por el valor correspondiente de H.

La figura 198 representa la curva de permeabilidad del acero fundido (figs. 197 y 201), determinada por el método indicado, y trazada en función de la densidad de flujo B.

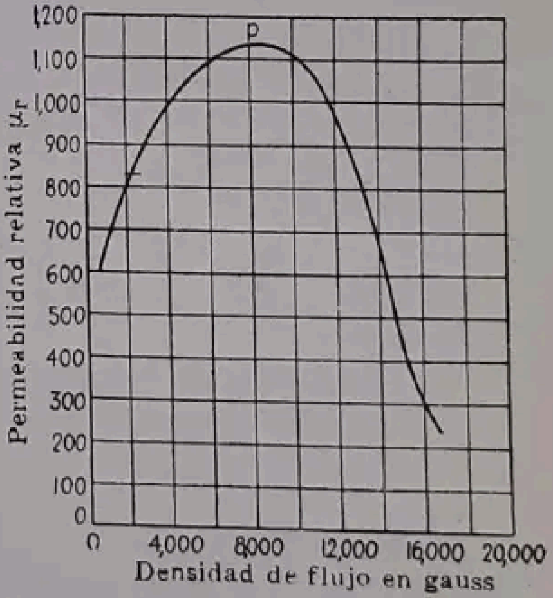


FIG. 198. — Permeabilidad relativa, característica del acero fundido.

Se puede observar que la permeabilidad varía en gran escala. Empieza con un valor relativamente bajo, correspondiente a la parte $0A$ de la curva de imanación (fig. 197), aumenta hasta un máximo p, y luego decrece al aumentar la saturación hasta un quinto aproximadamente de su valor máximo.

La permeabilidad del hierro o del acero depende de la calidad del material, de la densidad de flujo y de las acciones magnéticas precedentes que haya sufrido el material. También, por lo general, la permeabilidad del hierro aumenta cuando disminuye la proporción de sus impurezas normales, como azufre, carbono y fósforo.

186. Ley del circuito magnético. La relación entre el flujo, la f.m.m. y la reluctancia, para un circuito magnético, es idéntica a la relación entre la intensidad de corriente, la f.e.m. y la resistencia en un circuito eléctrico:

$$\varphi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} \tag{167}$$

El flujo es directamente proporcional a la f. m. m., e inversamente proporcional a la reluctancia del circuito.

Por ser $\mathcal{F} = 0{,}4\pi NI$ (§ 182, pág. 272) y $\mathcal{R} = l : A\mu_r$ (§ 183, pág. 274)

$$\varphi = \frac{0{,}4\pi NI}{\dfrac{l}{A\mu_r}} \tag{168}$$

Si el circuito magnético comprende distintas partes en serie que tengan reluctancias $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$, etc., y f.m.m. $\mathcal{F}_1$, $\mathcal{F}_2$, etc., según la expresión (168) tendremos:

$$\varphi = \frac{\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_3 + \ldots}{\dfrac{l_1}{A_1\mu_{r1}} + \dfrac{l_2}{A_2\mu_{r2}} + \dfrac{l_3}{A_3\mu_{r3}} + \ldots} = \\ = \frac{0{,}4\pi(I_1N_1 + I_2N_2 + I_3N_3 + \ldots)}{\dfrac{l_1}{A_1\mu_{r1}} + \dfrac{l_2}{A_2\mu_{r2}} + \dfrac{l_3}{A_3\mu_{r3}} + \ldots} \tag{169}$$

Ejemplo. Un imán anular (fig. 199) tiene un arrollamiento compuesto de 250 espiras de hilo por las cuales circula una corriente de 1,5 amp. Suponiendo que la permeabilidad del hierro sea 800 y despreciando el flujo marginal, determinar el valor del flujo, y el de su densidad, en el anillo.

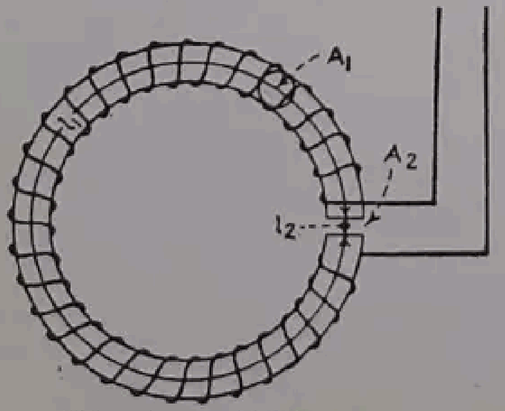
$$\mathcal{F} = 0{,}4\pi \cdot 1{,}5 \cdot 250 = 471 \text{ gilbert}$$

De acuerdo con la expresión (169),

$$\varphi = \frac{471}{\dfrac{45{,}7}{1{,}29 \cdot 800} + \dfrac{0{,}476}{1{,}29 \cdot 1{,}0}} = \frac{471}{0{,}0443 + 0{,}369} = 1\,140 \text{ maxwell}$$

La densidad de flujo será

$$B = \frac{1\,140}{1{,}29} = 883{,}7 \text{ maxwell por cm}^2 \text{ (gauss)}$$



l_1 = 18 pulg. = 45,72 cm
$A_1 = A_2$ = 0,2 pulg. cuad. = 1,29 cm²
l_2 = 3/16 pulg. = 0,476 cm

FIG. 199. — Imán anular.

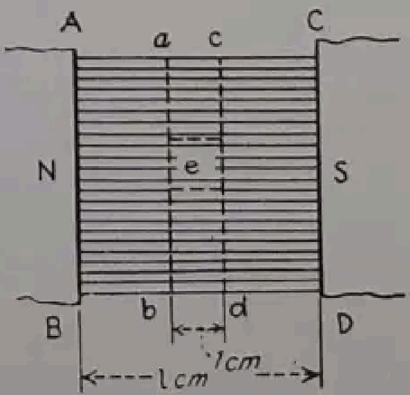


FIG. 200. — Intensidad del campo y f.m.m.

187. Fuerza magnetomotriz por centímetro e intensidad del campo. En el aire, la f.m.m. en gilbert por centímetro es, *numéricamente*, igual a la intensidad del campo en dinas por unidad de polo, u oersted, lo que puede demostrarse como sigue.

En la figura 200 se representa una parte de un campo magnético uniforme, en el aire y entre dos planos paralelos AB y CD, separados por una distancia de l centímetros. Este campo se podría producir entre los dos polos de un electroimán o en la parte central de un solenoide muy largo sin núcleo (fig. 182). La sección transversal del campo, perpendicular al plano de la figura, es de A cm². La f.m.m. entre los planos AB y CD es de $\mathcal{F}$ gilbert. El flujo magnético entre los planos AB y CD es, según la expresión (167),

$$\varphi = \frac{\mathcal{F} A}{l} \tag{I}$$

Consideremos primero otros dos planos *ab* y *cd*, perpendiculares al campo y separados por una distancia de un centímetro. La f.m.m. entre estos dos planos es $\mathcal{F} : l$ y la reluctancia es $1 : A$. Por consiguiente, el flujo será $\varphi = \dfrac{\mathcal{F} : l}{1 : A}$ igual al que da la expresión (I).

Consideremos a continuación un cubo de un centímetro de arista *e* colocado entre los planos *ab* y *cd*. La f.m.m. entre las dos caras opuestas de este cubo, que es la que existe entre los planos *ab* y *cd*, es $\mathcal{F} : l$. La reluctancia de este cubo es la unidad. Por lo tanto, el flujo entre las dos caras opuestas del cubo es igual a $(\mathcal{F} : l) : 1 = B$ maxwell/cm² o gauss.

Teniendo en cuenta que la f.m.m. entre dos puntos cualesquiera viene determinada por el trabajo necesario para transportar una unidad de polo N desde uno a otro de los puntos, el trabajo realizado en transportar una unidad de polo desde el plano *ab* al plano *cd* será $\mathcal{F} : l$ ergios. El campo magnético es uniforme, y la fuerza sobre la unidad de polo es la misma en todas partes. Como el trabajo es el producto de una fuerza por una distancia, la fuerza es igual a la f.m.m. dividida por la distancia de transporte del polo unidad entre las dos caras opuestas del cubo. Por consiguiente, la fuerza sobre una unidad de polo o la intensidad de campo en cualquier punto entre las superficies *ab* y *cd* es $\mathcal{F} : l$ dinas. Pero $\mathcal{F} : l$ es la f.m.m. *por centímetro de longitud*, o sea el *gradiente de la f.m.m.* de este campo uniforme.

Así, *en el aire*, la intensidad del campo H, que es igual a la fuerza en dinas por unidad de polo, es *numéricamente* igual a la f.m.m. por centímetro de longitud. Sin embargo, intensidad de campo y f.m.m. por centímetro en el aire, son cantidades físicamente distintas, siendo la primera una fuerza por unidad de polo, y la f.m.m. por centímetro un trabajo realizado en transportar una unidad de polo N a lo largo de un centímetro en la dirección del campo magnético.

Debe observarse que puesto que el campo entre los planos AB y CD es uniforme, la intensidad del campo en un punto cualquiera de esta región es $\mathcal{F} : l$ oersted.

Ejemplo. La distancia entre dos caras polares paralelas, parecidas a las de la figura 200, es 10 cm, y la sección transversal en la que el campo es uniforme es de 8 × 5 cm, siendo esta sección normal al plano del papel. La f.m.m. entre las superficies AB y CD es 4 800 gilbert. Determinar: *a*) el trabajo realizado al transportar una unidad de polo N entre las superficies CD y AB; *b*) la reluctancia del circuito magnético; *c*) el flujo total;

d) la densidad de flujo en gauss; *e*) la f.m.m. por centímetro de longitud del circuito; *f*) el flujo en la sección transversal y normal al campo, de un cubo de un centímetro de arista cuyas caras sean paralelas y perpendiculares a la dirección del flujo; *g*) la intensidad de campo en oersted o dinas por unidad de polo.

a) Como la f.m.m. entre dos puntos está definida por el trabajo efectuado al transportar una unidad de polo de uno a otro de dichos puntos, la pregunta (*a*) puede responderse diciendo que dicho trabajo son 4800 ergios.

b) $\mathcal{R} = 10 : (8 \cdot 5) = 0{,}250$ unidades c.g.s. de reluctancia.

c) $\varphi = 4800 : 0{,}250 = 19200$ maxwell.

d) $B = 19200 : (8 \cdot 5) = 480$ gauss.

e) F.m.m. por centímetro $= 4800 : 10 = 480$ gilbert.

f) Como la reluctancia por centímetro cúbico es la unidad, el flujo en la sección transversal del cubo debe ser

$$\varphi = 480 : 1 = 480 \text{ maxwell, que es también la densidad de flujo } B.$$

g) Como que la f.m.m. por centímetro de longitud es 480 gilbert, se invierten 480 ergios en transportar una unidad de polo N a un centímetro de distancia en la dirección del campo. Siendo uniforme el campo, la fuerza constante debe ser igual a $480 : 1 = 480$ dinas (fuerza = trabajo : camino recorrido). La intensidad del campo se define como fuerza en dinas por unidad de polo, por lo tanto $H = 480$ oersted.

Debe observarse que los gauss (*d*), la f.m.m. por centímetro en gilbert (*e*), y la intensidad del campo en oersted (*g*) tienen el mismo valor *numérico*.

188. Método por tanteo. Los problemas sobre magnetismo no se pueden resolver siempre fácilmente siguiendo el método del § 186 (pág. 277), lo que se debe al hecho de que el valor de la permeabilidad (que aun siendo variable figura como constante con el valor 800 en el ejemplo) no se conoce generalmente hasta que se ha determinado la densidad del flujo. El resultado naturalmente depende a su vez de la permeabilidad. Si se pudiera expresar la permeabilidad en función de la densidad de flujo, el problema se resolvería directamente. Por regla general, sin embargo, la relación entre la permeabilidad y la densidad de flujo no es sencilla, como se comprueba en la figura 198, de modo que es difícil obtener una solución directa del problema. Esto no obstante, se pueden resolver generalmente estos problemas por tanteo, como se expone en el ejemplo siguiente.

Ejemplo. El anillo de hierro de la figura 199 (pág. 278) es de acero fundido y su curva de permeabilidad es la representada en la figura 198. El entrehierro se reduce a 2 mm intercalando más hierro (2,8 mm). Determinar el flujo y la densidad de flujo.

Admitamos que la permeabilidad es 900.

$$\mathcal{R}_1 = \frac{46}{1{,}29 \cdot 900} = 0{,}0396$$

$$\mathcal{R}_2 = \frac{0{,}2}{1{,}29} = 0{,}155$$

$$\mathcal{F} = 0{,}4 \cdot \pi \cdot 1{,}5 \cdot 250 = 471{,}4 \text{ gilbert}$$

$$\varphi = \frac{471,4}{0,0396 + 0,155} = 2\,422 \text{ maxwell}$$

$$B = \frac{2\,422}{1,29} = 1\,877 \text{ gauss}$$

Según la figura 198, la permeabilidad que corresponde a esta densidad de flujo es 780. Por lo tanto, $\mathcal{R}_1$ debe calcularse otra vez tomando el nuevo valor de la permeabilidad:

$$\mathcal{R}_1 = \frac{46}{1,29 \times 780} = 0,0457$$

$$\varphi = \frac{471,4}{0,0457 + 0,155} = 2357 \text{ maxwell}$$

El nuevo valor de B es 1827 gauss.

Como el valor de μ correspondiente a esta densidad de flujo es suficientemente cercano al empleado, se consideran ya admisibles los dos últimos valores del flujo y de la densidad de flujo.

En los problemas sobre magnetismo que se presentan en la práctica corriente, el cálculo se simplifica porque se conocen el flujo o la densidad de flujo y es necesario determinar los correspondientes amperios-vuelta.

189. Determinación de los amperios-vuelta. En el § 46 (pág. 58) se vió que la caída de tensión por unidad de longitud de conductor depende solamente de la *densidad de corriente* y de la resistencia del conductor. De un modo análogo, la f.m.m. por unidad de longitud depende solamente de la *densidad de flujo* y de la reluctividad del material. La demostración es la siguiente.

De la expresión (168), página 277,

$$\varphi = \frac{\mathcal{F}}{l/A\mu_r} = BA,$$

siendo B la densidad uniforme de flujo, y A el área de la sección transversal del circuito.

$$\frac{\mathcal{F}}{l} = \frac{B}{\mu_r} \tag{I}$$

Y multiplicando ambos miembros por l,

$$\mathcal{F} = \frac{Bl}{\mu_r} \tag{170}$$

Esta última fórmula prueba que la f.m.m. es igual al producto de la *densidad del flujo* por la longitud del circuito, dividida por la permeabilidad del material. Para determinar la f.m.m. por unidad de longitud del circuito es necesario conocer solamente la densidad de flujo y la permeabilidad. En lugar de tomar la permeabilidad en función de la densidad de flujo, la curva de imanación se refiere por lo regular a los amperios-vuelta por unidad de longitud como abscisa y a la correspondiente densidad de flujo como ordenada, lo que es más práctico y evita el empleo de $0{,}4\pi$ y de la permeabilidad. Estas curvas están representadas en la figura 201 para varios hierros y aceros comerciales, empleados en la fabricación de maquinaria eléctrica.

Cuando se conocen el flujo y la sección transversal del circuito magnético y se desea determinar los amperios-vuelta necesarios para producir el flujo dado, las curvas indicadas más arriba permiten obtener rápidamente una solución del problema.

190. Amperios-vuelta para un entrehierro simple. Supongamos que se trata de determinar los amperios-vuelta NI necesarios para producir un flujo uniforme φ en un entrehierro simple entre dos planos paralelos, cuya área común es de A cm² y que están separados por una distancia de l cm.

El flujo $\varphi = BA = \dfrac{0{,}4\pi IN}{l/A}$ (de acuerdo con pág. 277; $\mu_r = 1$) siendo B la densidad de flujo. Por lo tanto,

$$IN = \frac{1}{0{,}4\pi} Bl = 0{,}796 Bl \simeq 0{,}8 Bl \qquad (171)$$

Por consiguiente, los amperios-vuelta para un entrehierro dependen solamente de la *densidad del flujo* y de la *longitud real* del entrehierro. (Compárese la fórmula 171 con la 170).

Ejemplo. La longitud real del entrehierro de una dínamo, después de efectuar la corrección para tener en cuenta los dientes y las ranuras, es de 0,25 cm, y las caras polares tienen una superficie de 400 cm². Si el flujo total es de 2 400 000 maxwell, determinar los amperios-vuelta necesarios para producir este flujo en el entrehierro.

$$B = \frac{2\,400\,000}{400} = 6\,000 \text{ gauss}$$

$$IN = 0{,}796 \cdot 6\,000 \cdot 0{,}25 = 1\,194 \text{ [según (171)].}$$

191. Empleo de las curvas de imanación. En la figura 201 se han trazado las curvas de imanación correspondientes a los tipos comunes de hierro y acero para imanes. Para hacer ver el modo de utilizarlas vamos a aplicarlas a un caso práctico.

Ejemplo. Determinar los amperios-vuelta necesarios para producir un flujo de 750 000 maxwell en el entrehierro del electroimán de la figura 202. Los núcleos son de hierro fundido, y la culata y las piezas polares son de acero fundido. Se desprecian el flujo marginal y el disperso. La densidad de flujo en la culata es

$$B_1 = \frac{750\,000}{8 \cdot 10} = 9\,375 \text{ maxwell por cm}^2$$

Los amperios-vuelta por centímetro para la densidad anterior se obtienen en la figura 201 (curva del acero fundido) y valen 6. Como la longitud media del circuito magnético en la culata es (aproximadamente) de 40 cm

$$I_1N_1 = 40 \cdot 6 = 240 \text{ amperios-vuelta}$$

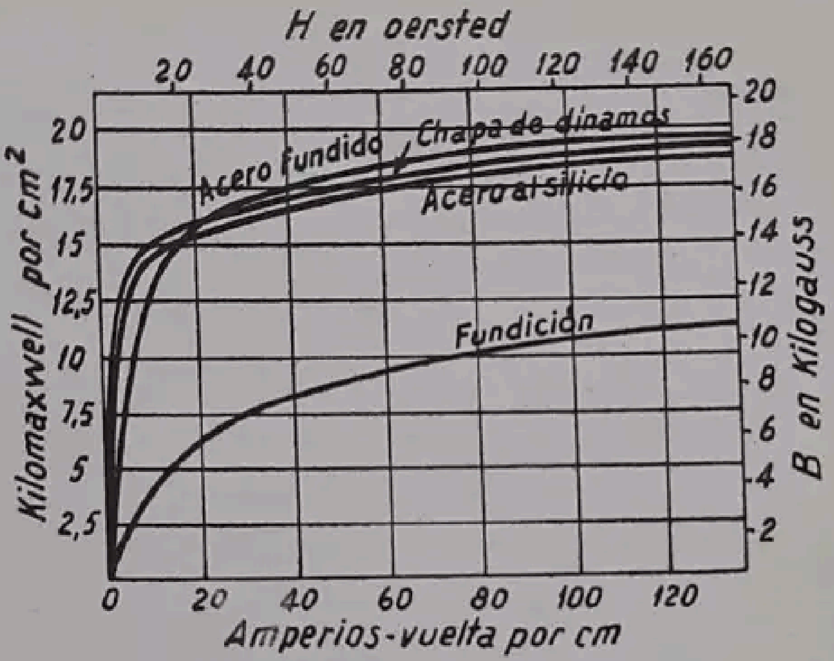


FIG. 201.—Curvas típicas de imanación del hierro y del acero.

o sea que se necesitan 240 amperios-vuelta para producir un flujo de 750 000 maxwell en la culata.

La densidad en los núcleos es

$$B_2 = \frac{750\,000}{10 \cdot 10} = 7\,500 \text{ maxwell}$$

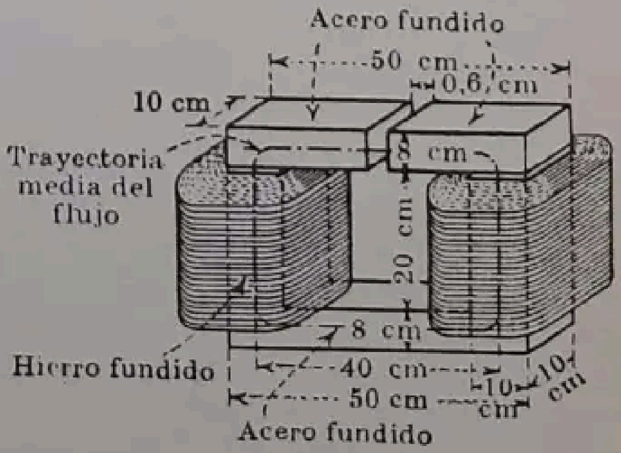

Acero fundido
50 cm
0,6 cm
10 cm
Trayectoria media del flujo
8 cm
20 cm
8 cm
Hierro fundido
40 cm
50 cm
10 cm
10 cm
Acero fundido

FIG. 202.—Electroimán.

Por medio de la curva (la de la fundición en este caso) se obtienen los amperios-vuelta por centímetro, que son 34. Como hay dos núcleos, la longitud total es de 40 cm si se desprecian los redondeos en las esquinas del circuito magnético, luego:

$$I_2N_2 = 40 \cdot 34 = 1\,360 \text{ amperios-vuelta}$$

Las piezas polares son iguales a la culata en todos los aspectos, excepto en que la longitud de su circuito tiene 0,6 cm (entrehierro) menos. Esta pequeña diferencia puede despreciarse porque no introducirá ningún error de consideración, o sea que para las dos piezas polares

$$I_3N_3 = 240 \text{ amperios-vuelta}$$

Para el entrehierro, según la fórmula (171)

$$I_4N_4 = 0{,}8 \cdot 9\,375 \cdot 0{,}6 = 2\,250 \text{ amperios-vuelta}$$

Como todas estas partes del circuito están en serie
Total = 240 + 1 360 + 240 + 2 250 = 4 090 amperios-vuelta.

192. Cálculos magnéticos en las dínamos. En la figura 194 (pág. 270) se ha representado la distribución del flujo magnético y la forma de los circuitos en un generador multipolar. En la figura 203 se representan con línea gruesa los circuitos del flujo útil y con línea fina los del flujo de dispersión. Obsérvese que el número de circuitos magnéticos es igual al de polos y que por cada uno de éstos pasan dos circuitos. Si dos polos consecutivos se suponen divididos por planos diametrales *wv* y *xy*, el recorrido *abcdef* forma un circuito magnético simple. Puede hacerse la misma consideración para los restantes circuitos (la distorsión del flujo inductor debida a la reacción del inducido (§ 293) puede cambiar ligeramente la posición de los planos *wv* y *xy*). También debe observarse que cada una de las bobinas inductoras genera la f.m.m. necesaria para *dos* circuitos magnéticos; la *A*, por ejemplo, para los *abcdef* y *a'b'c'd'e'f'*. Sin embargo, aun cuando los dos circuitos magnéticos dividen la f.m.m. de los campos producidos por cada bobina, la f.m.m. *total* de éstas actúa sobre cada uno de los circuitos. Se explica este proceso fácilmente aplicando la segunda ley de Kirchhoff, con substitución de las f.m.m. en lugar de las f.e.m., a cada uno de los circuitos, por ejemplo el *abcdef*. Al recorrer este circuito se ve que le afectan las f.m.m. creadas por los *dos* campos inductores *A* y *B*. Por lo tanto, las f.m.m. generadas por los *dos* campos actúan sobre cada uno de los circuitos, tales como el *abcdef*.

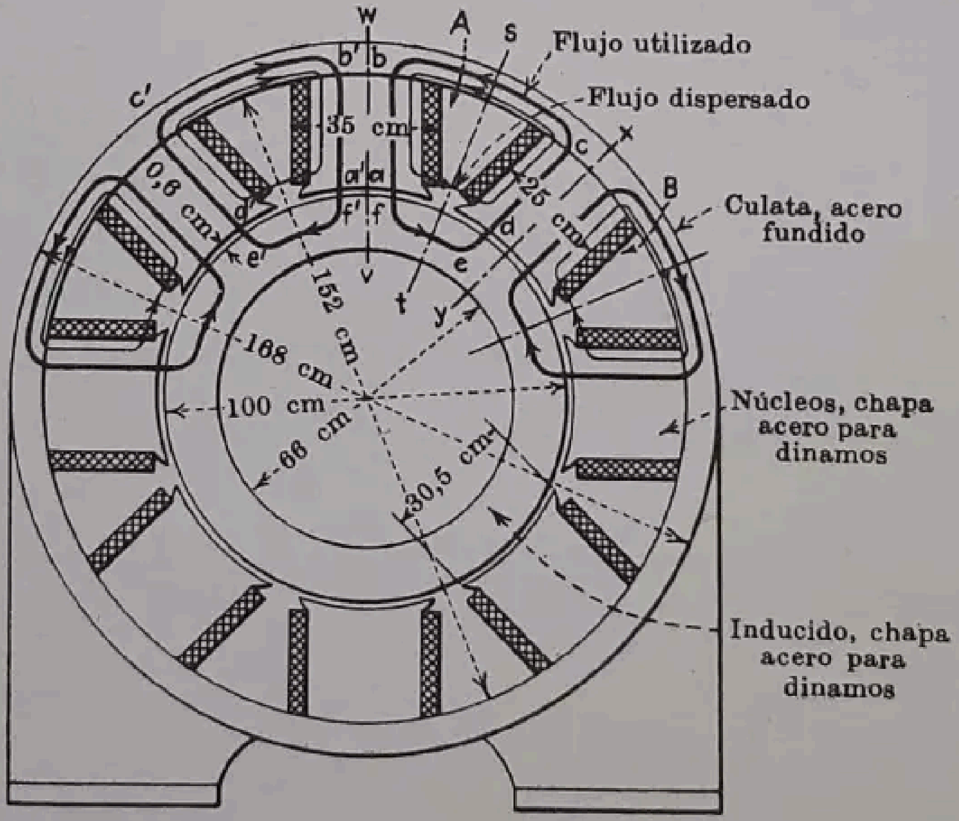

W
A
S
Flujo utilizado
b'
b
c'
Flujo dispersado
35 cm
x
c
a'
a
0,6 cm
25 cm
B
Culata, acero fundido
d'
f'
f
d
e'
e
v
t
152 cm
y
168 cm
100 cm
66 cm
Núcleos, chapa acero para dinamos
30,5 cm
Inducido, chapa acero para dinamos

FIG. 203.—Generador de ocho polos, 400 r.p.m. y 250 voltios c.c. Longitud axial de inducido y de las zapatas polares = 40 cm.

En los cálculos relativos a los circuitos magnéticos de las dínamos, resulta más sencillo considerar únicamente la f.m.m. generada por cada polo. Así, el circuito magnético *abcdef* debe considerarse que queda dividido en dos partes iguales por el plano *st*, y que en cada mitad actúan los campos generados por las bobinas *A* o *B*. Para calcular los amperios-vuelta parece, sin embargo, más racional determinarlos con respecto al circuito magnético completo *abcdef*, dividiendo el valor obtenido por dos para determinar los amperios-vuelta por polo. En el ejemplo que sigue se ha operado siguiendo este criterio.

Debido a la simetría de la dínamo, los amperios-vuelta por polo son iguales en todos ellos.

La determinación del número de amperios-vuelta de la excitación es algo complicada por la irregularidad del entrehierro, debida a las ranuras del inducido, pasos de aire, flujo marginal, etc. Las pérdidas de flujo entre los polos introducen también otro factor que debe tenerse en cuenta.

No obstante, por aproximaciones sucesivas, tanto respecto a las pérdidas como a la forma del circuito magnético, se puede determinar con bastante precisión la relación entre el flujo y los amperios-vuelta. Más adelante se incluye un ejemplo que aclara el procedimiento general para el cálculo de los amperios-vuelta de un polo de un generador. En este ejemplo, sin embargo, no se pretende desarrollar los cálculos detallados que figuran en los libros dedicados especialmente al proyecto de dínamos.

Ejemplo. En la dínamo que se representa en la figura 203, se desea calcular el número de amperios-vuelta por polo, necesarios para producir un flujo en el entrehierro de 7 500 000 maxwell entre cada polo y el inducido. El espesor efectivo del entrehierro es de 0,6 cm teniendo en cuenta las correcciones por los dientes, flujo marginal, etc., del inducido. El coeficiente de pérdidas (relación entre el flujo en el núcleo y el flujo en el inducido) se supone que vale 1,15.

Los circuitos magnéticos que se inician en los distintos polos, incluyendo los que no se aprovechan, se representan en la figura. Las longitudes de estos circuitos se determinan con facilidad. Como los amperios-vuelta necesarios para el hierro son mucho menores que los precisos para el entrehierro, no es necesaria una gran precisión al determinar las dimensiones de la parte de hierro del circuito magnético.

La longitud $ab = \frac{152 - 100}{2} - 0{,}6 = 25{,}4$ cm (aproximadamente); *bc* (que es aproximadamente igual a $^1/_8$ de la circunferencia media de la culata menos $^1/_2$ 25 centímetros $= \frac{\pi 160}{8} - 12{,}5 = 62{,}8 - 12{,}5 = 50{,}3$ cm; *ad* (sin considerar los entrehierros) $= \frac{\pi 83}{8} =$ $= 32{,}66$ centímetros.

Las densidades de flujo son las que siguen:

Flujo en el núcleo: $7\,500\,000 \cdot 1{,}15 = 8\,630\,000$, ya que el flujo en el núcleo es igual al flujo en el inducido más las pérdidas.

$$\text{Densidad de flujo en el núcleo} = \frac{8\,630\,000}{25 \cdot 40} = 8\,630 \text{ maxwell por cm}^2.$$

Este valor debe aumentarse en un 10 %, poco más o menos, para tener en cuenta el espesor de óxido en la superficie de las láminas:

$$8\,630 \cdot 1{,}10 \simeq 9\,500 \text{ maxwell por cm}^2$$

Densidad de flujo en la culata $= \dfrac{8\,630\,000}{2(40 \cdot 8)} \simeq 13\,500$ maxwell por centímetro cuadrado, ya que el flujo del polo se divide en dos, la mitad para cada lado.

Densidad de flujo en el inducido $= \dfrac{7\,500\,000}{2(17 \cdot 40)} \simeq 5\,510$ maxwell por centímetro cuadrado.

Este valor se debe aumentar en un 25 % aproximadamente para tener en cuenta los espacios de paso de aire y entre las láminas superpuestas que forman las masas magnéticas. La densidad en el inducido es, pues,

$$5\,510 \cdot 1{,}25 \simeq 6\,900 \text{ maxwell por cm}^2$$

La superficie neta de hierro, normal al flujo, resulta así: $0{,}8 \cdot 2 \cdot 40 \cdot 17 = 1\,088$ cm².

Por lo tanto, $B = \dfrac{7\,500\,000}{1\,088} \simeq 6\,900$, que comprueba el valor obtenido antes.

Densidad en el entrehierro $= \dfrac{7\,500\,000}{40 \cdot 30{,}5} \simeq 6\,150$ maxwell por cm².

Conocidos los factores precedentes y utilizando las curvas de imanación de la figura 201, es relativamente sencillo determinar los amperios-vuelta por polo.

Por ejemplo, con chapa de acero para dínamo se necesitan 1,6 amperios-vuelta por centímetro para 9 500 maxwell por centímetro cuadrado. Por lo tanto, para el núcleo *ab*,

$$I_1 N_1 = 1{,}6 \cdot 25{,}4 = 41 \text{ amperios-vuelta.}$$

La tabla que sigue indica el cálculo de los amperios-vuelta:

Parte	Material	Flujo maxwell	Área cm²	Dens. flujo	Amp.-vuelta por cm	Long. cm	Amp.-vuelta
Núcleo *ab*.	Chapa de dínamos	8 630 000	1 000	9 500	1,6	25,4	41
Culata *bc*	Acero fundido	4 315 000	320	13 500	15	50,3	755
Núcleo *cd*.	Chapa de dínamos	8 630 000	1 000	9 500	1,6	25,4	41
Entrehierro *de*.	Aire.	7 500 000	1 220	6 150	4 800	0,6	2 880
Inducido *ef*	Chapa de dínamos	3 750 000	1 088	6 900	1,2	32,66	39
Entrehierro *fa*.	Aire.	7 500 000	1 220	6 150	4 800	0,6	2 880

Total de amperios-vuelta

para 2 polos	6 636
para 1 polo.	3 318

Como la dínamo tiene una disposición simétrica, cada circuito magnético completo requiere el mismo número de amperios-vuelta por polo. El proyecto de los arrollamientos inductores no presenta dificultad.

193. Histéresis. Como ya se ha indicado, si la f.m.m. por centímetro, o la fuerza magnetizante, que actúa sobre una probeta de hierro, aumenta en sentido positivo y a partir de cero, la relación entre la fuerza magnetizante y la densidad de flujo evoluciona siguiendo la curva *normal* de imanación, como la representada en la figura 197 (pág. 276). También se ha consignado que, a medida que aumenta la fuerza magnetizante, el hierro se aproxima cada vez más a la saturación. Si a partir del estado representado por un punto cualquiera de la curva normal de imanación se hace disminuir progresivamente la fuerza de imanación, se ha mostrado que, debido al retardo con que los dominios magnéticos dejan de conservar las posiciones adquiridas (pág. 220), los valores de la inducción para uno cualquiera de la fuerza magnetizante son mayores que los que tomaban cuando ésta crecía a partir de cero. Por ejemplo, en la figura 204, la curva *Oa* es la *normal;* si después de que la f.m.m. ha alcanzado el valor *Oa'*, la fuerza magnetizante decrece hasta llegar a anularse, la inducción disminuye entonces siguiendo la curva *ab*. Cuando la fuerza magnetizante llega a anularse, la inducción no es nula, sino igual a *Ob*, o B_r, que se llama *remanencia*. Una vez que la densidad de flujo se ha hecho cero, debe invertirse la dirección de la fuerza de imanación; esto es, se requiere un valor negativo *Oc*, o H_c, para anular la inducción, valor que se denomina *fuerza coercitiva*. (Estas propiedades magnéticas se expondrán al tratar de los imanes permanentes, §§ 201 y 202.)

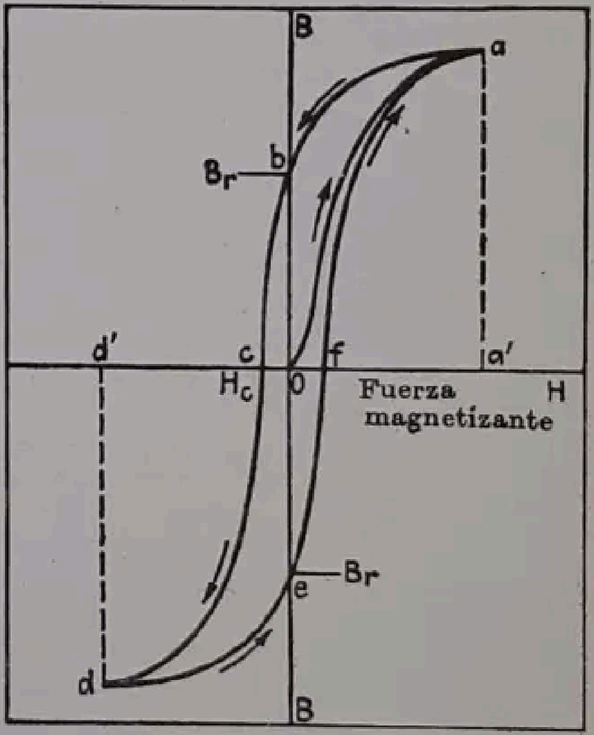


FIG. 204.—Ciclo de histéresis.

Si la fuerza de imanación se sigue incrementando en sentido negativo, es decir, hacia *d'*, como *Od'* = *Oa'*, la inducción alcanzará un máximo negativo *d'd*, que será igual al máximo positivo *a'a*. Si la fuerza de imanación se vuelve a incrementar para hacerla igual a cero, la curva pasará por el punto *e* cuando dicha fuerza se anule y la remanencia negativa será *Oe* = *Ob*. Se requiere una fuerza coercitiva *Of* = *Oc* para que la densidad de flujo vuelva a anularse. Cuando la fuerza de imanación vuelve a ser *Oa'*, la densidad de flujo alcanzará de nuevo su valor primitivo *a* y se cerrará el ciclo.

Hemos visto que la inducción queda siempre retardada con relación a la fuerza de imanación. Por ejemplo, en *b* la fuerza de imanación ha llegado a cero y la inducción, no obstante, no alcanza el valor cero hasta que el hierro, siguiendo el ciclo de imanación, llega a *c*. *Este retardo de la inducción con respecto a la fuerza de imanación ha recibido la denominación de «histéresis». El ciclo de imanación abcdefa* (fig. 204) *se llama «ciclo de histéresis».*

El hierro no vuelve a sus condiciones iniciales de imanación sin la aplicación de una fuerza de imanación. Por ejemplo, se requiere una fuerza de imanación *Oc* para llevarlo a que la inducción sea cero en *c*. (El estado de imanación en *c* es también diferente del que tenemos en *O*). Se requiere un consumo de energía para hacer que el hierro siga el ciclo de imanación. De acuerdo con la teoría del spin electrónico y la de los dominios, la pérdida por histéresis se debe a que se inducen pequeñas corrientes parásitas por la repentina orientación de los dominios, que se produce en 1 : 10000 de segundo aproximadamente. Comprueba esta teoría el hecho de que las mayores pérdidas por histéresis se presentan en la región de la curva (fig. 148 de la pág. 220) en la que es mayor el efecto Barkhausen.

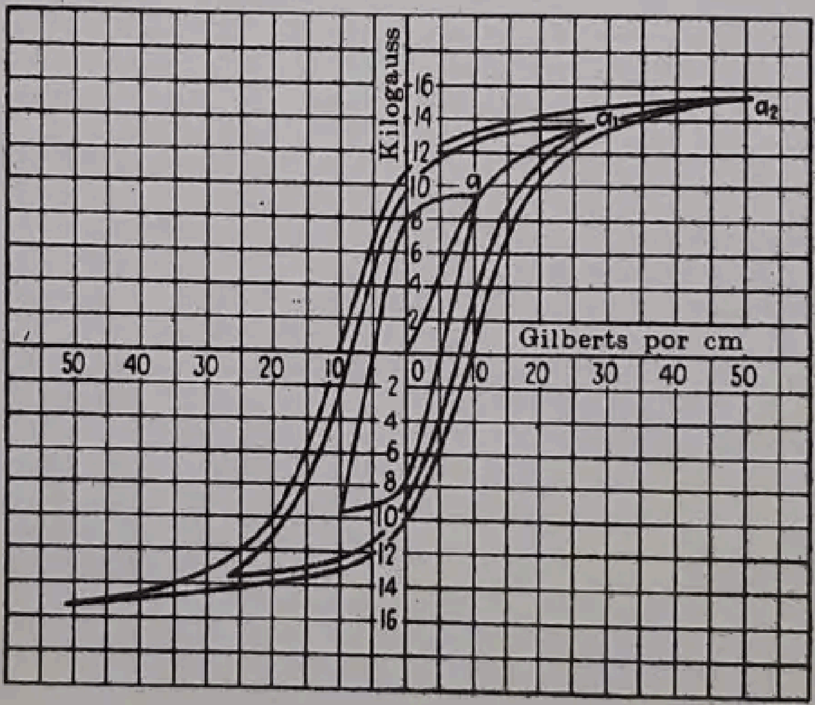


FIG. 205. — Ciclos de histéresis para tres densidades máximas de flujo.

Si se trazan varios ciclos con distintos máximos de densidad de flujo, su aspecto general es el que se indica en la figura 205. Los puntos máximos a, a_1, a_2 se hallan todos sobre la curva de saturación normal Oa_2.

194. Pérdidas por histéresis. La pérdida por histéresis es proporcional al área limitada por el ciclo de histéresis (figs. 204 y 205). En realidad, la pérdida por histéresis se puede obtener determinando el área del ciclo, a escala, y dividiéndola por 4π, con lo que se obtiene la pérdida en ergios por ciclo.

La relación se puede demostrar como sigue: Una bobina con N espiras, o n vueltas por centímetro, se arrolla sobre un núcleo de hierro de l centímetros de longitud y A centímetros cuadrados de sección y se somete a una tensión de V voltios c.g.s. La intensidad de corriente i que resulta se determina no sólo por medio de la resistencia del arrollamiento, sino también por medio de la fuerza contraelectromotriz $-Nd\varphi : dt = -nld\varphi : dt$. La f.e.m. total que actúa es, por tanto,

$$V - nl\frac{d\varphi}{dt} = iR \qquad \text{(I)}$$

$$V = iR + nl\frac{d\varphi}{dt} \text{ voltios, c.g.s.} \qquad \text{(II)}$$

La potencia será

$$Vi = i^2R + nl\,i\frac{d\varphi}{dt} \text{ ergios por seg.} \qquad \text{(III)}$$

Vi es la potencia total absorbida, e i^2R la pérdida por calentamiento en el arrollamiento. El término $nlid\varphi : dt$ debe ser la potencia que se invierte en almacenar energía en el circuito magnético. La energía total almacenada es igual a la integral del producto de la potencia por el tiempo,

$$W = \int_0^T nli\frac{d\varphi}{dt}\cdot dt \text{ ergios} \qquad \text{(IV)}$$

Ahora bien, $\varphi = BA$, si B es la densidad de flujo en gauss, y los gilbert por centímetro cuadrado son $H = 4\pi ni$ (§ 187). Si se substituyen estos valores en (IV) y se integra la densidad de flujo entre B_1, que es negativo, y B_2, se obtiene

$$W_1 = \frac{lA}{4\pi}\int_{-B_1}^{B_2} HdB \text{ ergios} \qquad \text{(V)}$$

La integral de esta expresión da el área de $abcde0a$, que en la figura 206 se ha rayado, y al dividirla por 4π se obtiene la energía en ergios almacenada por centimetro cúbico cuando H crece desde 0 hasta H_1. Al decrecer H desde H_1 hasta anularse, la energía del campo magnético se reintegra al circuito eléctrico, siendo su valor

$$W_2 = \frac{lA}{4\pi}\int_{B_3}^{B_2} HdB \text{ ergios} \qquad \text{(VI)}$$

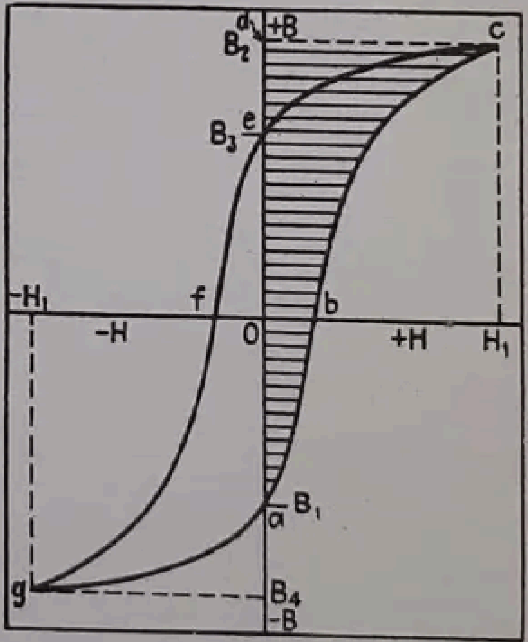


Fig. 206.—Pérdida por histéresis y área del ciclo.

La integral de (VI) da el área $cdec$. La energía total almacenada se incrementa al variar H de 0 a H_1, y se disminuye después al anularse de nuevo, siendo su valor total $W_1 - W_2$. Cuando se aumenta el valor negativo de H haciendo que pase de 0 a $-H_1$, para que luego vuelva a anularse, la energía neta almacenada vale

$$W_3 - W_4 = \frac{lA}{4\pi}\int_{B_3}^{-B_4} - HdB + \frac{lA}{4\pi}\int_{-B_1}^{-B_4} - HdB \text{ ergios} \qquad (172)$$

El último término de (172) es la energía que el campo magnético devuelve al circuito eléctrico cuando H pasa de $-H_1$ a cero. Por lo tanto, la energía magnética total almacenada por centímetro cúbico será $\frac{1}{lA}(W_1 + W_3 - W_2 - W_4)$ o sea

$$W = \frac{1}{4\pi}\left(\int_{-B_1}^{B_2} HdB + \int_{B_3}^{-B_4} HdB - \int_{B_3}^{B_2} HdB - \int_{B_1}^{B_4} HdB\right) \text{ ergios} \qquad (173)$$

expresión que da el área del ciclo de histéresis dividida por 4π, que puede expresarse, de manera general, por

$$W = \frac{1}{4\pi}\int H dB \text{ ergios} \tag{174}$$

Consideremos, como ejemplo, que la superficie del ciclo más pequeño de los de la figura 205 sea de A cm². Si la escala del dibujo fuese tal que 1 cm representase en abscisas 10 gilbert y en ordenadas 4 kilogauss, la pérdida en ergios por centímetro cúbico sería

$$W_h = \frac{A \cdot 10 \cdot 4000}{4\pi} \text{ergios} \tag{175}$$

Para expresar esta fórmula en julios o vatios por segundo, basta dividir por 10^7.

Las pérdidas por histéresis por centímetro cúbico dependen de dos factores: las características de la materia magnética y la densidad máxima de flujo. La pérdida, entre ciertos límites, puede expresarse por la ley de Steinmetz:

$$W_h = \eta B^{1,6} \tag{176}$$

en la que W_h es la pérdida por histéresis por centímetro cúbico expresada en ergios por ciclo, η una constante que depende del material, y B la densidad máxima del flujo en gauss.

A continuación se indican los valores corrientes de η.

Acero fundido duro	0,025	Chapa de acero al silicio	0,0010
Acero forjado	0,020	Chapa de acero con alta proporción de silicio	0,00046
Hierro fundido	0,012		
Chapa de hierro	0,004	Permalloy	0,0001

Ejemplo: Determinar la pérdida en ergios por ciclo en un núcleo de chapa de hierro cuyo volumen neto es 40 cm³ sometido a un flujo cuya máxima densidad es de 8 000 gauss.

$W_h = 0{,}004 \cdot 8\,000^{1,6}$

$$\log 8000 = 3{,}9031$$

$$1{,}6 \cdot 3{,}9031 = 6{,}2449 = \log 1\,757\,000$$

$W_h = 0{,}004 \cdot 1\,757\,000 = 7\,028$ ergios por cm³ y por ciclo

Pérdida total $W = 7\,028 \cdot 40 = 281\,000$ ergios por ciclo

o sea $281\,000 \cdot 10^{-7} = 0{,}0281$ julios por ciclo.

Teniendo en cuenta que el área del ciclo de histéresis dividida por 4π da la pérdida por histéresis en ergios por ciclo, la pérdida en ergios por segundo debe ser igual al valor en ergios por ciclo multiplicado por los ciclos por segundo o frecuencia. De aquí que la pérdida por histéresis es directamente proporcional a la frecuencia.

195. Pérdidas por corrientes parásitas. En los núcleos sometidos a un flujo alternativo, no solamente se producen pérdidas por histéresis, sino también por corrientes parásitas. Las corrientes parásitas se reducen mucho haciendo los núcleos de chapas, cuyo efecto se percibe en la figura 207. En (*a*) se representa un núcleo macizo con su bobina excitadora. La dirección, en el momento representado, de la corriente de excitación en la bobina es la contraria a la de las agujas del reloj. De acuerdo con la ley de Lenz (pág. 324), la dirección de la corriente inducida debe ser *opuesta* a la de la corriente inductora, es decir que para la corriente que se induce en el núcleo será la que llevan las agujas del reloj. El efecto producido por la construcción con chapas se percibe en la figura 207 (*b*). Obsérvese que el aislamiento que se dispone entre las chapas interrumpe el camino de las corrientes parásitas señalado en (*a*) y, en consecuencia, los circuitos son de sección mucho menor y, por lo tanto, de mucho mayor resistencia.

Para un volumen dado del núcleo, la pérdida ocasionada por las corrientes parásitas varía con el cuadrado del espesor de las chapas y también con los cuadrados de la frecuencia y de la densidad del flujo, expresándose cuantitativamente por la fórmula:

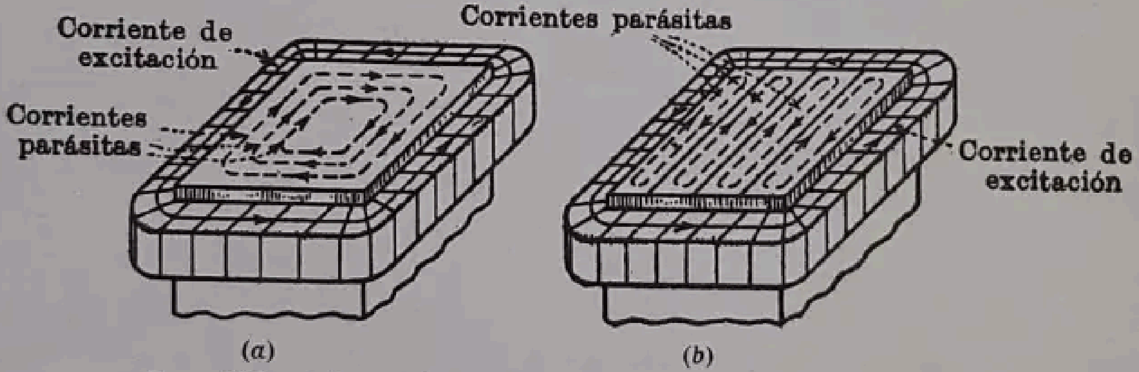


FIG. 207.—Efecto de las corrientes parásitas en las chapas.

$$P_e = \frac{(\pi \cdot t f B_m)^2}{6\rho 10^{16}} \text{ vatios por cm}^3 \qquad (177)$$

en la cual, t es el espesor de las chapas en centímetros, f la frecuencia en ciclos por segundo (hertzios), B_m la densidad máxima de flujo en gauss, y ρ la resistividad en ohmios-centímetro. Los valores obtenidos con la fórmula anterior no siempre coinciden con los obtenidos experimentalmente, porque en ella se supone que la conductibilidad del aislante interpuesto entre las chapas es nula. Como ordinariamente son algo conductores, las determinaciones experimentales dan valores algo mayores para la pérdida.

Ejemplo: El núcleo de un transformador cuyo volumen total es de 12800 cm³ se ha construído de chapas de acero al silicio de 0,036 cm. Su resistividad es de 60 microohmios por centímetro. Determinar: (*a*) la pérdida por corrientes parásitas en vatios para una densidad de flujo máxima de 10000 gauss y una frecuencia de 60 períodos por segundo; (*b*) vatios por kilogramo. El acero al silicio tiene un peso específico de 7,65 g/cm³.

Utilizando la fórmula (177)

a) $$P_e = \frac{[\pi \cdot 0{,}036 \cdot 60 \cdot 10\,000]^2}{6 \cdot 60 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{16}} = 1{,}248 \cdot 10^{-3} \text{ vatios/cm}^3$$

$$1{,}248 \cdot 10^{-3} \cdot 12\,800 = 15{,}97 \text{ vatios}$$

b) $$\frac{1{,}248 \cdot 10^{-3} \cdot 1\,000}{7{,}65} = 0{,}1631 \text{ vatios/Kg.}$$

Aumentando la proporción de silicio en las chapas, se reducen las pérdidas por histéresis y se aumenta la resistencia eléctrica, lo que, a su vez, disminuye las pérdidas por corrientes parásitas. El efecto, según la proporción de silicio, puede verse en la tabla I. El aumento de dicha proporción hace las chapas más duras y agrias, y aumenta su precio. En el caso de las dínamos, las pérdidas en el núcleo no son las predominantes y la utilización de aceros dulces facilita el estampado de las chapas constitutivas de las piezas polares y del inducido. Por ello, los aceros utilizados con este fin contienen aproximadamente de 0,25 a 2,5 % de silicio en los núcleos del inductor y para las dínamos de dimensiones normales. Para motores de gran rendimiento se emplean aceros con 3,25 % de silicio, proporción que se aproxima a la utilizada en los transformadores en los que, como predominan las pérdidas en los núcleos, se emplean aceros con alta proporción (4 a 5 %) de silicio, compensándose el aumento de costo con la reducción de las pérdidas (véase vol. II, cap. VII).

Para poder comparar las pérdidas en el hierro para diferentes tipos de aceros, se ha generalizado el expresarlas en vatios por kilogramo para una densidad de flujo máxima de 10000 gauss y para una frecuencia de 50 períodos (en América se dan en vatios por libra y frecuencia de 60 períodos). En la tabla I se resumen varias de las propiedades más importantes de algunos tipos normalizados de materiales para núcleos, así como de algunos productos más perfectos, obtenidos en los laboratorios, que son útiles para efectos comparativos.

196. Separación de las pérdidas en el hierro. El hecho de que las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas sean funciones diferentes de la densidad del flujo (o del flujo) y de la frecuencia, hace posible separarlas si se poseen datos de dos o más valores de las dos variables citadas. Sean P_1 y P_2 los valores determinados para la pérdida de potencia y para valores φ_1 y φ_2 del flujo, si la frecuencia permanece constante. Entonces

$$P_1 = K_h \varphi_1^{1,6} + K_e \varphi_1^2 \qquad \text{vatios} \tag{178a}$$

$$P_2 = K_h \varphi_2^{1,6} + K_e \varphi_2^2 \qquad \text{vatios} \tag{178b}$$

en estas expresiones, K_h y K_e son los coeficientes de pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas respectivamente. Las dos ecuaciones anteriores son simultáneas y pueden resolverse fácilmente, obteniendo los valores de K_h y K_e.

Como el valor de la frecuencia puede determinarse y medirse con rapidez, es preferible realizar la separación de pérdidas empleando dos valores dife-

TABLA I.—PROPIEDADES DE LOS MATERIALES COMERCIALES PARA NÚCLEOS MAGNÉTICOS, A 10 000 GAUSS

(De la *Allegheny Steel Company*)

Materiales magnéticos para núcleos	Contenido de silicio % 1)	B_r Flujo residual desde 10 000 gauss, máximo 2)	H_c Fuerza coercitiva desde 10 000 gauss, máximo 3)	$H_c \cdot B_r$ 4)	Pérdida por histéresis ergios/cm³/ciclo para 10 000 gauss 5)	H : Kg (vatios/Kg) Pérdida por histéresis en 60 ciclos para 10 000 gauss 6)	Resistividad eléctrica Microohmios-cm 7)	P: Kg (vatios/Kg) Pérdidas por corrientes parásitas en 60 ciclos para chapa de 0,0356 cm grueso 8)	Máximo de pérdida total en el núcleo. 60 ciclos 10 000 gauss. Ensayo Epstein. Chapa de 0,0356 cm grueso 9)
Acero duro en chapa laminada en frío	..	8 500	5,5	46 700	21 400	16,67	11	0,882	17,55
Acero dulce laminado en caliente, recocido, en chapa	..	8 400	0,86	7 220	3 540	2,76	11	0,882	3,64
Chapa de acero Allegheny tipo «inducido»	0,5	..	..	..	2 750	2,11	18	0,785	2,87
» » » tipo «Dínamo»	2,5	8 100	0,68	5 510	2 530	2,01	40	0,291	2,43
» » » tipo «Especial Dínamo». .	3,25	7 300	0,65	4 740	2 030	1,62	48	0,282	1,81
» » » «Transform. radio» .	3,8	..	..	..	1 890	1,51	56	0,282	1,68
» » » «Transformador C». .	4,25	8 100	0,4	3 240	1 815	1,45	60	0,251	1,59
» » » «Audio-transf. B»..	3,60	8 100	0,4	3 240	1 475	1,17	51	0,282	1,46
» » » «Audio-transf. A» ..	3,60	8 100	0,4	3 240	1 305	1,04	51	0,282	1,32
Productos de laboratorios de investigación									
Hierro puro (Yensen 1925)	..	8 600	0,2	1 720	600	0,456	7,64	1,323	1,779
Hierro al silicio (4 %) fundido al vacío (Yensen 1925)	..	5 200	0,15	780	500	0,494	55	0,265	0,759
Hipernik (Yensen 1925)	..	7 300	0,05	365	200	0,159	45	0,287	0,446
Permalloy (78 % de níquel) (Yensen 1925)	..	5 500	0,05	275	200	0,139	25	0,617	0,756

Los valores de la columna (9) son los de la garantía comercial y solamente son aproximadamente iguales a la suma de los que se consignan en las columnas (6) y (8). La chapa de 0,0356 cm de grueso es la número 29 de la galga USS (0,014 pulgadas ó 14 mils).

rentes de la frecuencia f_1 y f_2, conservando fijo el flujo o su densidad. Entonces:

$$P_1 = K_h f_1 + K_e f_1^2 \quad \text{vatios} \tag{179a}$$

$$P_2 = K_h f_2 + K_e f_2^2 \quad \text{vatios} \tag{179b}$$

siendo K_h y K_e los coeficientes de pérdidas por histéresis y corrientes parásitas. Como antes, pueden obtenerse fácilmente de este sistema de ecuaciones los valores de K_h y K_e.

Ejemplo: Una muestra de 15000 g de chapa de acero para dínamos de 0,47 mm de grueso (galga 29, que tiene 0,0185 pulgadas) se ensaya para la determinación de pérdidas sometiéndola a un campo cuya densidad máxima es de 10000 gauss. A 60 períodos por segundo se obtiene como valor de la pérdida 29,22 vatios y a 30 períodos por segundo 12,45 vatios. Determinar: (*a*) K_h y K_e; (*b*) las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas a 30 períodos por segundo; (*c*) ídem a 60 períodos por segundo; (*d*) pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas a 60 períodos por segundo y por kilogramo. La densidad del acero es de 7,58 g/cm³.

Aplicando las fórmulas (179 *a*) y (179 *b*)

$$12{,}45 = 30\ \mathrm{K}_h + 30^2\ K_e \tag{I}$$

$$29{,}22 = 60\ K_h + 60^2\ K_e \tag{II}$$

a) Multiplicando la (I) por cuatro y restándole la (II), resulta,

$$60\ K_h = 20{,}58; \qquad K_h = 0{,}343$$

Multiplicando la (I) por dos y restándole la (II), se obtiene

$$1\,800\ K_e = 4{,}32; \qquad K_e = 2{,}4 \cdot 10^{-3}$$

b) Substituyendo los valores de K_h y K_e en (I).

$$12{,}45 = 0{,}343 \cdot 30 + 2{,}40 \cdot 10^{-3} \cdot 30^2 = 10{,}29 + 2{,}16 \text{ vatios}$$

luego:

Pérdidas por histéresis = 10,29 vatios
Pérdidas por corrientes parásitas = 2,16 vatios

c) Substituyendo los valores de K_h y K_e en (II)

$$29{,}22 = 0{,}343 \cdot 60 + 2{,}40 \cdot 10^{-3} \cdot 3\,600 = 20{,}58 + 8{,}64 \text{ vatios}$$

Pérdidas por histéresis = 20,58 vatios
Pérdidas por corrientes parásitas = 8,64 vatios.

d) 20,58 : 15 = 1,372 vatios-Kg.
8,64 : 15 = 0,576 vatios-Kg

Las pérdidas pueden también separarse gráficamente como sigue: si se escriben las fórmulas (179*a*) y (179*b*) sin subíndices numéricos y se dividen por la frecuencia f, quedan de la forma

$$\frac{P}{f} = K_h + K_e f \tag{180}$$

ecuación que nos dice que la potencia perdida dividida por la frecuencia es una función lineal de dicha frecuencia. Si se construye un gráfico tomando como ordenadas $P : f$ y como abscisas f, se obtiene una recta cuya ordenada en el origen es K_h y K_e su pendiente, tgα (figura 208). En el ejemplo anterior, a 30 períodos por segundo, $P : f = 12{,}45 : 30 = 0{,}415$; a 60 períodos, $P : f = 29{,}22 : 60 = 0{,}487$, valores que se han marcado, en función de la frecuencia, en la figura 208. La ordenada en el origen de la recta que los une es $K_h = 0{,}343$ y la pendiente $\text{tg}\alpha = (0{,}487 - 0{,}415) : 30 = 2{,}4 \cdot 10^{-3}$.

UNIDADES M.K.S. NO RACIONALIZADAS

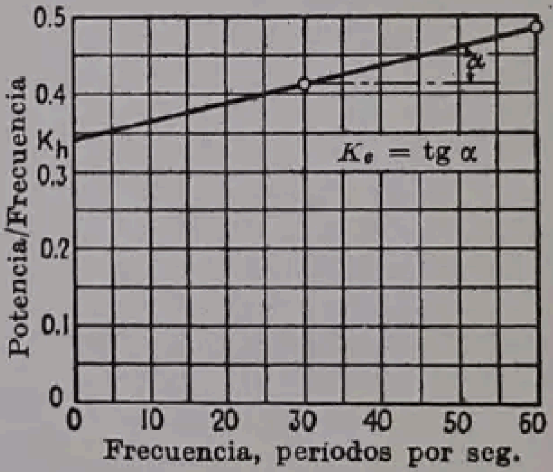


FIG. 208.—Separación de la histéresis y las corrientes parásitas.

197. Ley del circuito magnético. Como ya se ha indicado (pág. 239), el sistema de unidades m.k.s. no racionalizado se basa en considerar que la permeabilidad del vacío es $\mu_v = 10^{-7}$. La fórmula (168) de la página 277, se escribirá, por lo tanto:

$$\varphi = \frac{4\pi NI}{l} \cdot \mu_r \mu_v A \quad \text{weber,} \qquad (181)$$

expresándose N en amperios-vuelta, I en amperios, l, longitud del circuito magnético, en metros, y A, sección transversal del circuito magnético, en metros. μ_r es la permeabilidad *relativa* (con frecuencia se pone $\mu = \mu_r \mu_v$, siendo μ la permeabilidad.)

De (181) se deduce

$$\varphi = BA = \frac{4\pi NI}{l} \mu_r \mu_v A; \quad B = \frac{4\pi NI}{l} \mu_r \mu_v; \frac{4\pi NI}{l} = H$$

y por lo tanto

$$B = \mu_v H \quad \text{weber por m}^2 \qquad (182)$$

Ejemplo: El ejemplo de la página 278 se resolvería, en este sistema de unidades, de la manera siguiente:

$$\mathcal{F} = 4\pi IN = 4\pi \cdot 1{,}5 \cdot 250 = 4\,714 \text{ unidades mks.}$$
$$l_1 = 45{,}72 \text{ cm} = 0{,}4572 \text{ m.}$$
$$l_2 = 0{,}4763 \text{ cm} = 4{,}763 \times 10^{-3} \text{ m.}$$
$$A_1 = A_2 = 1{,}29 \text{ cm}^2 = 1{,}29 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Aplicando la fórmula (181) [véase también la (169) pág. 278]

$$\varphi = \frac{4\,714}{\dfrac{0{,}4572}{800 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}29 \cdot 10^{-4}} + \dfrac{4{,}763 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}29 \cdot 10^{-4}}} = \frac{4\,714}{0{,}443 \cdot 10^{8} + 3{,}692 \cdot 10^{8}} =$$

$$= 1{,}14 \cdot 10^{-5} \text{ weber}$$

$$B = \frac{1{,}14 \cdot 10^{-5}}{1{,}29 \cdot 10^{-4}} = 8{,}837 \cdot 10^{-2} \text{ weber-m}^2$$

Ejemplo: En el ejemplo de la página 279, determinar: (*a*) la f.m.m. en unidades m.k.s. no racionalizadas; (*b*) trabajo realizado al pasar una unidad de polo de una a otra de las superficies *CD* y *AB*; (*c*) reluctancia del circuito magnético; (*d*) flujo total; (*e*) intensidad del campo en unidades del sistema m.k.s. no racionalizado.

(*a*) 4800 gilbert $= 0{,}4\pi NI$; f.m.m. en unidades no racionalizadas m.k.s. $= 4\pi NI$; $4\pi NI = 48\,000$ unidades m.k.s.

(*b*) Por definición, la f.m.m. entre dos puntos es el trabajo efectuado al trasladar la unidad de polo de uno de los puntos al otro. Por lo tanto, $W = 48\,000$ julios.

(*c*) $l = 0{,}10$ m; $A = 8 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 0{,}004$ m^2 luego

$$\mathfrak{R} = \frac{0{,}10}{10^{-7} \cdot 0{,}004} = 2{,}5 \cdot 10^8 \text{ unidades m.k.s. no racionalizadas.}$$

$$(d)\ \varphi = \frac{48\,000}{2{,}5 \cdot 10^8} = 1{,}92 \cdot 10^{-4} \text{ weber.}$$

$$(e)\ H = \frac{48\,000}{0{,}10} = 480\,000 \text{ unidades m.k.s. no racionalizadas.}$$

Los amperios vuelta para un entrehierro sencillo [fórmula (171), pág. 282] pueden determinarse como sigue:

Según la (181),

$$\varphi = \frac{4\pi IN}{l} 10^{-7} A \qquad \text{weber} \tag{183}$$

Luego:

$$IN = \frac{\varphi l}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot A} = \frac{Bl \cdot 10^7}{4\pi} \text{ amperios vuelta} \tag{184}$$

expresándose B en weber por centímetro cuadrado y l en metros.

Ejemplo: Resolver el ejemplo del § 190, página 282.

$l = 0{,}25$ cm $= 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ m; $A = 400$ cm^2 $= 4 \cdot 10^{-2}$ m^2;
$\varphi = 2\,400\,000$ maxwell $= 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ weber

$$B = \frac{2{,}4 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-2}} = 0{,}6 \text{ weber por m}^2.$$

Utilizando la fórmula (184)

$$IN = \frac{0{,}6 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^7}{4\pi} = 1\,194 \text{ amperios-vuelta}$$

Pérdidas por histéresis. Observando la forma como ha sido deducida la fórmula (174) del § 194 (pág. 290) se comprueba que si V, i, R y φ se dan en unidades m.k.s. no racionalizadas, l en metros y n en vueltas por metro, la expresión (III) de la página 289 se expresará en julios por segundo. Asimismo, si A se da en metros cuadrados, H en función del metro ($H = 4\pi ni$) y B en weber por metro cuadrado, las fórmulas (IV) a (174) darán la pérdida por histéresis en julios. Por lo tanto,

$$W = \frac{1}{4\pi} \int H dB \qquad \text{julios por m}^3 \tag{185}$$

Esto es, la pérdida por histéresis en julios por metro cúbico es el área del ciclo multiplicada por las escalas de las abscisas y ordenadas y dividida por 4π.

Pérdidas por corrientes parásitas. En el sistema m.k.s. no racionalizado, la fórmula (177), pág. 291, se transforma en

$$P_e = \frac{(\pi t f B_m)^2}{6\rho} \text{ vatios por m}^3 \tag{186}$$

expresándose t en metros, f en períodos por segundo, B_m en weber por metro cuadrado, y ρ en ohmios por metro.

Ejemplo: Determinar (a) en el ejemplo de la página 291.

$$t = 0{,}036 \text{ cm} = 3{,}6\cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

$$B_m = 10\,000\cdot 10^{-4} = 1 \text{ weber por m}^2.$$

$$\rho = 60\,\frac{10^2}{10^4}\cdot 10^{-6} = 60\cdot 10^{-8} \text{ ohmios-m.}$$

$$P_e = \frac{(\pi\cdot 3{,}6\cdot 10^{-4}\cdot 60)^2}{6\cdot 60\cdot 10^{-8}} = 1{,}248 \text{ vatios por m}^3$$

UNIDADES M.K.S. RACIONALIZADAS

198. Ley del circuito magnético. En el sistema de unidades m.k.s. racionalizado, la unidad de f.m.m. es el amperio-vuelta, estableciéndose el valor $\mu'_v = 4\pi\cdot 10^{-7}$ para la permeabilidad del espacio vacío. Por consiguiente, la fórmula (168) de la página 277 se escribirá, en este sistema

$$\varphi = \frac{NI}{l}\,\mu_r\mu'_v A \qquad \text{weber} \tag{187}$$

Ejemplo: El ejemplo de la página 278, de acuerdo con lo indicado, dará las siguientes soluciones:

$$\mathcal{F} = NI = 375 \text{ amperios-vuelta}$$

$$l_1 = 45{,}72 \text{ cm} = 0{,}4572 \text{ m.}$$

$$l_2 = 0{,}4763 \text{ cm} = 4{,}763\cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

$$A_1 = A_2 = 1{,}29 \text{ cm}^2 = 1{,}29\cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

De acuerdo con la fórmula (187) [véase también la (169) pág. 278]

$$\varphi = \frac{375}{\dfrac{0{,}4572}{800(4\pi\cdot 10^{-7})\,1{,}29\cdot 10^{-4}} + \dfrac{4{,}763\cdot 10^{-3}}{1(4\pi\cdot 10^{-7})\,1{,}29\cdot 10^{-4}}} =$$

$$= \frac{375}{3{,}524\cdot 10^6 + 29{,}37\cdot 10^6} = 1{,}14\cdot 10^{-5} \text{ weber.}$$

De la fórmula (187) se deduce

$$\varphi = BA = \frac{NI}{l}\,\mu_r\mu'_v A; \quad H = \frac{NI}{l}\cdot$$

luego

$$B = \mu_r \mu'_v H \tag{188}$$

Ejemplo: Resolver el ejemplo de la página 279, empleando unidades m.k.s. racionalizadas.

(*a*) $0{,}4\pi NI = 4\,800$: $NI = 4\,800 : 0{,}4\pi = 3\,819$ amperios-vuelta.
(*b*) Por definición, $W = 3\,819$ julios.
(*c*) $\mathfrak{R} = \dfrac{0{,}10}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}004} = 1{,}989 \cdot 10^7$ unidades m.k.s. racionalizadas.
(*d*) $\varphi = \dfrac{3\,819}{1\,989 \cdot 10^7} = 1{,}92 \cdot 10^{-4}$ weber.
(*e*) $H = \dfrac{3\,819}{0{,}1} = 38\,190$ unidades m.k.s. racionalizadas.

Los amperios-vuelta para un entrehierro sencillo [fórmula (171), pág. 282] pueden determinarse como sigue:

$$\varphi = \frac{IN}{l} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} A \quad \text{weber}$$

$$IN = \frac{\varphi l}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot A} = \frac{Bl \cdot 10^7}{4\pi} \text{ amperios-vuelta} \tag{189}$$

Obsérvese que las fórmulas (184) y (189) son idénticas. (En las figs. 197 y 198, las ordenadas y abscisas se dan también en unidades m.k.s. racionalizadas).

Pérdidas por histéresis. En la fórmula (185) de la página 296, $H = 4\pi nI$. En el sistema racionalizado, $H' = nI$, luego $H' = H : 4\pi$.

La fórmula (185) se transforma, por lo tanto, en

$$W = \int H' dB \quad \text{julios por m}^3 \tag{190}$$

lo que indica que la pérdida por histéresis en julios por metro cúbico es el área del ciclo multiplicada por las escalas de las abscisas y ordenadas.

Pérdidas por corrientes parásitas. En el sistema m.k.s. racionalizado, la expresión de la pérdida producida por las corrientes parásitas es idéntica a la (186) establecida para el sistema no racionalizado, ya que los factores t, f, B_m y ρ son idénticos en ambos sistemas de unidades.

ALEACIONES FERROMAGNÉTICAS

Ciertas aleaciones de hierro y níquel, cuando se preparan de una manera adecuada y se someten a tratamiento térmico, adquieren propiedades magnéticas superiores a las del hierro mismo, especialmente si se emplean densidades de flujo muy bajas. Las más comunes entre estas aleaciones son el permalloy, el perminvar, el hipernik y el copernik (véase también § 148, pág. 214).

199. Permalloy. Se da la denominación de permalloy a una serie de aleaciones de níquel y hierro, presentadas por los Laboratorios Bell. Sin embargo, se designan así las aleaciones cuya composición es aproximadamente de 78,5 % de níquel y 21,4 % de hierro. Estas aleaciones tienen propiedades magnéticas excepcionalmente elevadas cuando la fuerza magnetizante es pequeña, como se destaca en la figura 209.

La permeabilidad máxima del permalloy ordinario es aproximadamente 100000, aunque con tratamientos prolongados a alta temperatura se ha llegado a obtener valores hasta de 600000. El permalloy se satura en alto grado por la simple acción del campo terrestre ($H = 0{,}45$), de manera que se han de tomar muchas precauciones al ensayarlo. La figura 209 representa la curva *B-H* para el permalloy, comparada con la del hierro Armco. Se puede observar que, sólo para valores pequeños de *H*, el permalloy es superior al hierro Armco, en el aspecto de sus propiedades magnéticas.

El área del ciclo de histéresis del permalloy, cuando se alcanza hasta una inducción máxima de 5000 gauss, tiene sólo 1/16 de la correspondiente al hierro, y las pérdidas por histéresis están en la misma proporción.

Los tratamientos térmicos afectan mucho las propiedades magnéticas del permalloy, por lo que se debe preparar cuidadosamente en cintas muy finas. También es muy inestable y puede perder gran parte de su elevada permeabilidad si se le somete a bruscas variaciones magnéticas o a choques mecánicos. Actualmente se utiliza principalmente en las comunicaciones eléctricas, especialmente para «cargar» los cables submarinos. [1]

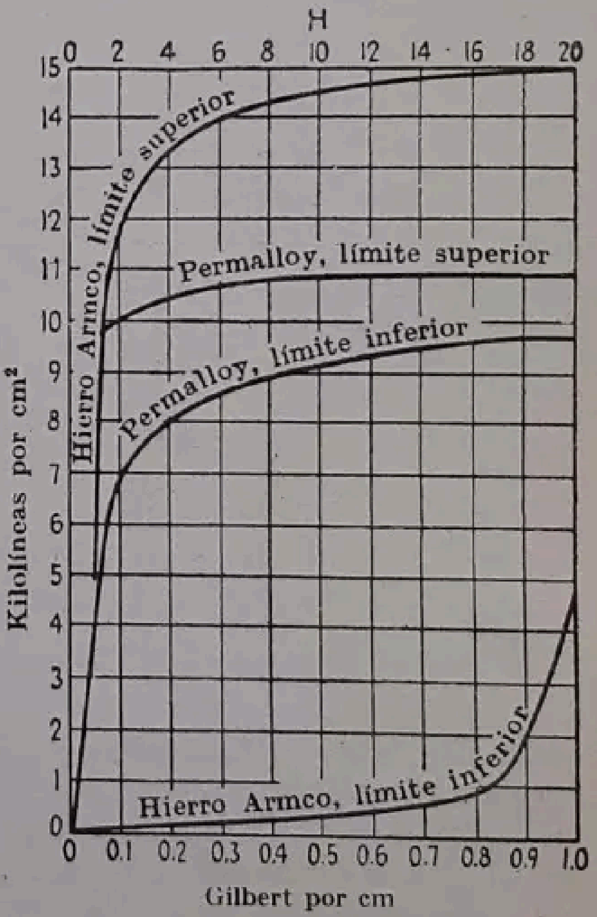


FIG. 209.—Curvas *B-H* del permalloy y el hierro Armco.

El polvo de permalloy se mezcla con un aglutinante resinoso y se comprime a presión muy elevada para fabricar los núcleos de los transformadores utilizados en las comunicaciones de alta frecuencia. El hecho de que las partículas queden aisladas unas de otras anula prácticamente las corrientes parásitas.

---

[1] Para más detalles, véase H. D. ARNOLD y G. W. ELMEN: «Permalloy, an Alloy of Remarkable Magnetic Properties», *Jour. Franklin Inst.*, mayo 1923, pág. 621. Reproducido en julio de 1923, en *Bell System Tech. Jour.*

El *perminvar* es una aleación de hierro-níquel-cobalto, que tiene una permeabilidad constante para amplias variaciones de B. Como el área del ciclo de histéresis es muy reducida, las pérdidas por esta causa son relativamente pequeñas. La permeabilidad es sólo moderada, siendo menor que la mitad de la del hierro Armco.

200. Hipernik. El hipernik es una aleación muy refinada de hierro con 40 a 60 % de níquel. Se ha comprobado que, en este tipo de aleación, unas diezmilésimas de impurezas afectan la permeabilidad en varios centenares por ciento, lo que exige eliminar en proceso de fabricación los más pequeños vestigios de aquéllas. En general, la permeabilidad alcanza valores hasta de 57000, que pueden determinarse por medio de la figura 210, que representa dos ciclos de histéresis del hipernik en función de B y H. En condiciones especiales, la permeabilidad puede alcanzar valores más altos [1]. Para que sirva de tipo de comparación, la figura representa también el ciclo del hierro al silicio, y puede observarse que el área de los ciclos de hipernik es muy inferior a la de aquél. Para cada ciclo se indican las pérdidas en ergios.

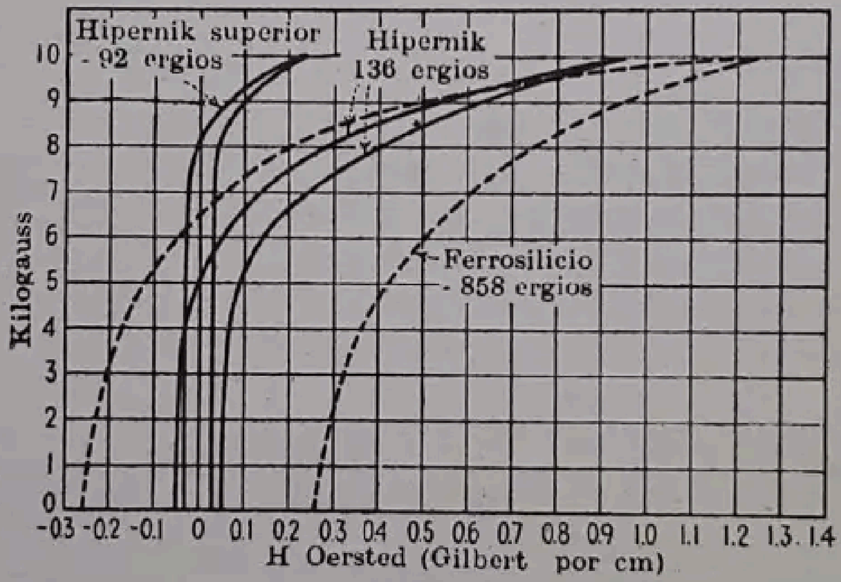


FIG. 210.—Curvas de histéresis del hipernik y del hierro al silicio.

El hipernik se usa principalmente para los núcleos de los transformadores de corriente (vol. II, cap. VIII). Con este propósito se arrolla una larga cinta de hipernik como un resorte de reloj para formar el núcleo, con lo cual se eliminan prácticamente las pérdidas debidas al punzonado.

El *copernik* es una aleación de la misma composición que el hipernik, pero sometida a un tratamiento térmico distinto, que asegura una permeabilidad constante para grandes variaciones de la densidad de flujo.

201. Imanes permanentes y ciclo de histéresis. En el capítulo VI se ha expuesto brevemente la relación entre los imanes permanentes y la curva de desimanación (pág. 243) y las considerables mejoras obtenidas en los imanes permanentes con el desarrollo de las aleaciones alnico. Para analizar con más detalle la forma de actuar de los imanes permanentes hay que conocer los circuitos magnéticos y los efectos de histéresis que, precisamente, acaban de exponerse.

---

[1] YENSEN, T. D.: «Permeability of Hipernik Reaches 167000». *Elec. Jour.*, junio de 1931, pág. 386.

Ya se ha indicado que los imanes permanentes actúan en la parte del ciclo de histéresis que se desarrolla en el segundo cuadrante (fig. 211). También se ha expuesto que la energía magnética acumulada es proporcional a la superficie de esta parte del ciclo (pág. 288). En la figura 211 se representan las curvas *B-H* de materias típicas de los imanes permanentes. El factor más importante para definir la utilidad de un material para imanes permanentes es la energía almacenada, que queda representada por las superficies comprendidas entre las curvas y los ejes de referencia (figs. 211 y 212).

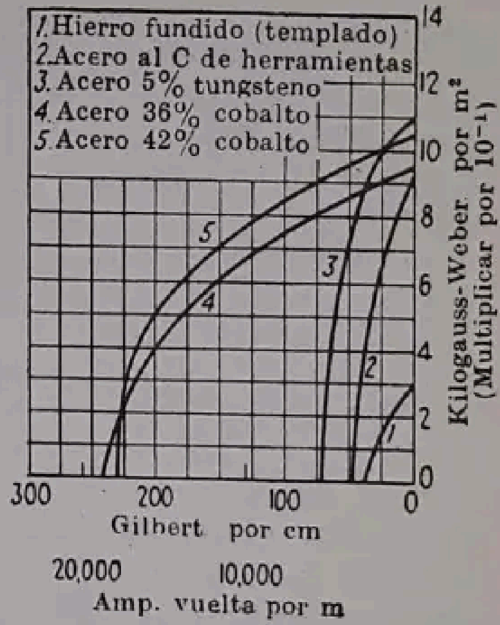


Fig. 211.—Curvas *B-H* de materias típicas de los imanes permanentes.

Durante algunos años, el único material de que se disponía para la obtención de imanes permanentes era el acero (al carbono) de herramientas.

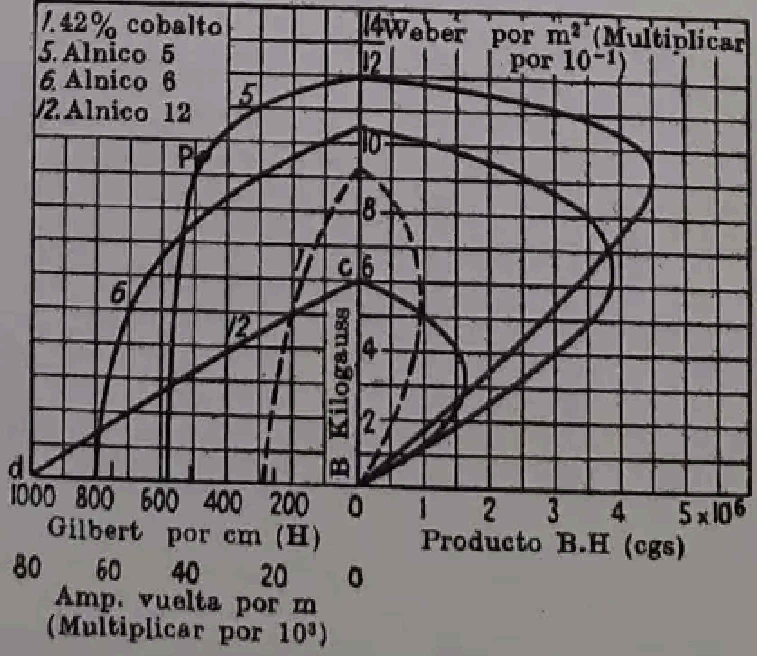


Fig. 212.—Curvas *B-H* y *B·H* de las aleaciones alnico.

Después se empleó el acero con 5 a 6 % de tungsteno (con 0,6 a 0,8 % de carbono y 0,5 % de manganeso). Las curvas *B-H* de algunos aceros para imanes permanentes se representan en la figura 211. Obsérvese que el acero al tungsteno tiene una remanencia muy elevada, pero su fuerza coercitiva no es mucho mayor que la del acero al carbono. El material que sigue en importancia a los anteriores es el acero al cobalto y cromo (6 % de Co y 9 % de Cr). Aunque la remanencia en este material es algo menor que la del acero al tungsteno, el valor de la fuerza coercitiva, que alcanza hasta 210, y el área que limita la curva de desimanación son muchos mayores que en los antiguos materiales para imanes permanentes. Un nuevo avance se produjo con el empleo del *acero magnético al cobalto*, con 36 % de este último, 6 % de cromo y 4 % de tungsteno (fig. 211), que se denomina a veces acero KS. Debido a su contenido en cobalto, este acero es caro y difícil de trabajar. Los valores de su fuerza coercitiva y de la remanencia son superiores a los del acero con 16 % de cobalto. Aún se mejoraron las condiciones con los aceros con 42 % de cobalto (fig. 211).

La utilización de los aceros al cobalto marcó un considerable avance sobre los materiales que anteriormente se empleaban para los imanes permanentes, haciendo que las superficies limitadas por la curva de desimanación y, por tanto, el valor de la energía almacenada, llegaran a ser varias veces mayores que anteriormente. Los imanes construídos con estos materiales pueden hacerse, por consiguiente, mucho menores, produciendo, sin embargo, campos magnéticos mucho más intensos.

Comparando las curvas de desimanación de la figura 211, se deduce la utilidad relativa de algunos de los materiales que se empleaban anteriormente para los imanes permanentes.

202. Aleaciones alnico. [1] El desarrollo de las aleaciones alnico, formadas con aluminio, níquel y acero (que primeramente se llamaron alnic), en 1932, representó un progreso radical de los materiales para imanes permanentes, ya que superaron todos los avances conseguidos hasta entonces. Poco tiempo después se comprobó que se obtenía una gran mejoría reemplazando parte del níquel por cobalto, y, más tarde, se adicionó cobre. La alnico 6, cuya curva de desimanación se representa en la figura 212, es una de estas aleaciones (con 1,25 % de titanio). Después se realizó un descubrimiento importante al comprobar que si la aleación se sometía a la acción de una fuerza magnetizante mientras se le daba un tratamiento térmico, se desarrollaba una textura orientada y las propiedades magnéticas en la dirección de ésta aumentaban considerablemente. La alnico 5 (fig. 212) es una aleación obtenida de esta manera. En la actualidad existe un gran número de aleaciones alnico, algunas de características similares y otras con amplias variaciones en ellas, lo que permite adaptarlas a innumerables aplicaciones diferentes. Además existen aleaciones afines a las anteriores, como las vectolite, cunico, cunife y silmanal (86 % de Ag, 9 % de Mn y 5 % de Al), que resultan caras debido al gran porcentaje de plata que contienen. La limitación de espacio no permite describir todos estos materiales magnéticos, pero las tres aleaciones alnico 5, 6 y 12, cuyas características se dan en la figura 212, representan tres categorías que se utilizan ampliamente en diferentes aplicaciones, por lo que se describen más abajo. Otra manera de evaluar las propiedades de los imanes permanentes es el trazado de la curva *energética*. Multiplicando los valores de B y H para cada punto de la curva de desimanación, se obtienen unas curvas similares a las del primer cuadrante de la figura 212, o curvas energéticas, cuyos puntos definen la energía almacenada en el imán por centímetro cúbico. El valor máximo del producto $B \cdot H$ da el punto en que el funcionamiento es óptimo.

---

[1] Se encuentra un estudio completo de estas aleaciones y de sus propiedades en el artículo «Performance of the New Alnico Permanent Magnet Materials», por F. W. Merrill, de la General Electric Co., *Elec. Mfg.*, febrero de 1947, pág. 72.

Para poder comparar las aleaciones alnico con los anteriores materiales magnéticos y comprobar la gran superioridad de aquéllas, se han representado en trazos, en la figura 212, las curvas de desmagnetización y energética del acero con 42 % de cobalto, que es el mejor de los anteriores materiales.

En la tabla que sigue se da la composición y propiedades más importantes de las tres aleaciones alnico.

	Composición porcentual						Propiedades magnéticas		
	Al	Ni	Co	Cu	Ti	Fe	B_r	H_c	$B \cdot H$ (max)
5*	8	14	24	3	—	51,00	12 500	580	$4{,}5 \cdot 10^6$
6*	8	14	24	3	1,25	49,75	10 500	800	$3{,}9 \cdot 10^6$
12	6	18	35	—	8,00	33,00	6 000	1 000	$1{,}7 \cdot 10^6$

B_r, remanencia; H_c, fuerza coercitiva; $B \cdot H$ (max), valor máximo del producto energético.

* Direccionales, esto es, con acción de un campo magnético durante el tratamiento térmico.

Debe observarse que en la alnico 5, cuando H alcanza el valor -500 la inducción desciende rápidamente hasta anularse. Esta brusca caída se debe a que, por encima del valor -500, los dominios se mantienen con firmeza en la dirección de más fácil imanación y sólo es posible separar de ella un reducido número. Sin embargo, muchos dominios son de carácter similar y salen de dicha dirección casi simultáneamente, dando origen a una rápida caída de la curva. Este material es muy eficaz con entrehierros cortos y fijos, que dan origen a que se opere por encima del punto P. Como ya se ha indicado, esta característica es, en cambio, muy desfavorable si el imán debe utilizarse en casos en los que el entrehierro pueda variar o cuando el sistema magnético deba desarmarse. En estas condiciones, la inducción magnética desciende, en la parte empinada de la curva, hasta valores muy bajos y no puede recuperarse la imanación hasta un valor suficientemente elevado más que volviendo a imanar la pieza. La alnico 6 representa un avance en este aspecto, ya que en ella se ha eliminado la caída brusca de la curva respondiendo los dominios de una manera progresiva a la fuerza desmagnetizante. La alnico 12, que se puso a punto después de amplias investigaciones y para la que la fuerza coercitiva es la mayor de todas las alnico, es casi un ejemplo perfecto de progresiva pérdida de la orientación adquirida por los dominios magnéticos, lo que da como característica casi una línea recta.

Algunos imanes alnico pueden hacerse por un proceso de sinterización. Los constituyentes, polvos de hierro, níquel, cobalto y cobre, se comprimen en una matriz en la que se han dispuesto ya los elementos precisos para confeccionar las ranuras, agujeros y cajas que sean necesarias. El polvo aglomerado se calienta en un horno con atmósfera de hidrógeno y a una temperatura ligeramente inferior a la de fusión de los constituyentes. El producto que se obtiene es duro y de grano fino, pero no se puede trabajar en las máquinas, siendo preciso realizar su acabado por abrasión. Hasta ahora no ha sido posible emplear este procedimiento con las alnico 5, 6 y 12, pero las dos primeras se obtienen por colada de precisión. Tampoco pueden trabajarse a máquina y ha de hacerse con muela.

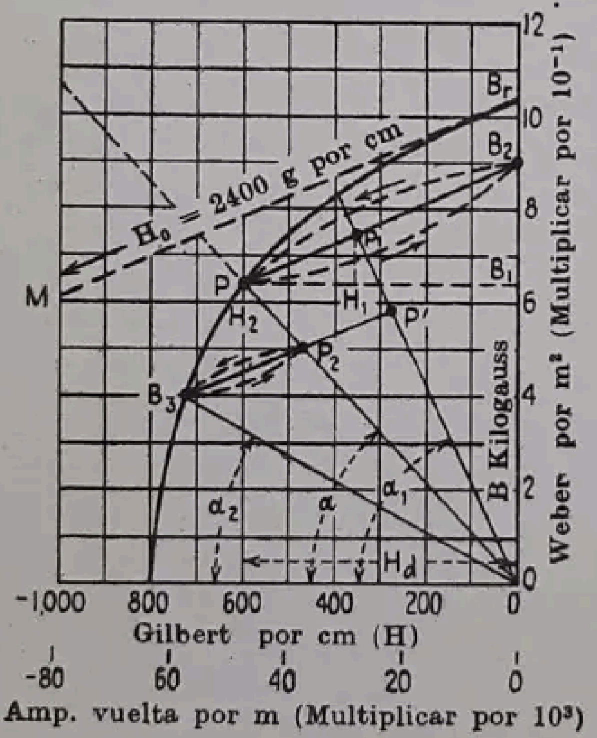


FIG. 213.—Curva de desimanación de la alnico 6.

203. Construcción de los imanes permanentes. La posibilidad de utilizar materiales como las aleaciones alnico, de tan buenas características como imanes permanentes, ha revolucionado la construcción de muchos aparatos, como los de medida, dispositivos de radio, altavoces, magnetos, generadores, platos magnéticos y otros instrumentos. Es, por ello, importante conocer la forma de actuar y de construir los imanes permanentes.

La fuerza magnetomotriz generada por el imán debe ser suficiente, no sólo para compensar la absorbida por el propio imán, sino también para emitir flujo al circuito exterior, como, por ejemplo, el constituído por unas piezas polares de hierro dulce y sus ajustes, así como un entrehierro, cuyos elementos constituyan una parte del circuito magnético (véase fig. 164, pág. 244). Para mejor comprender los métodos que se emplean para la construcción de un imán permanente, utilizando la alnico 6, así como su funcionamiento con diferentes entrehierros, se ha representado, en la figura 213, la curva de desimanación de dicha aleación. Supongamos que se trata de construir un imán que proporcione φ maxwell en un entrehierro de l_g cm de longitud y A_g cm² de sección normal al flujo. Es conveniente que el material trabaje en las condiciones, o cerca de ellas, en que la energía que proporcione, es decir, su producto energético, sea máximo. De la figura 212 se deduce que este caso corresponde a una densidad de flujo de 6400 gauss.

La densidad del flujo en el entrehierro es $B_g = \varphi : A_g$. Sean L_m y A_m la longitud y el área de la sección normal al flujo del imán, expresadas en centímetros y centímetros cuadrados, H_m el gradiente de la f.m.m. en el imán y H_g el gradiente de la f.m.m. en el entrehierro, expresadas ambas en gilbert por centímetro. Aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito magnético,

$$H_m L_m - H_g L_g = 0 \qquad (191)$$

También se verifica que

$$\frac{B_g}{B_m} = \frac{A_m}{A_g} \qquad (192)$$

De (191) y (192) y teniendo en cuenta que numéricamente se verifica en el entrehierro que $H_g = B_g$

$$H_m = \frac{H_g L_g}{L_m} = \frac{B_g L_g}{L_m} \qquad (I)$$

y

$$B_m = \frac{B_g A_g}{A_m} \qquad (II)$$

Dividiendo (II) por (I)

$$\frac{B_m}{H_m} = \frac{A_g L_m}{A_m L_g} = -\operatorname{tg} \alpha \qquad (193)$$

Esta última fórmula da la pendiente de la línea OP de la figura 213, que se denomina *línea de corte*. Por lo tanto, para obtener el punto P de la curva de desimanación, que defina las condiciones de funcionamiento del imán, se traza la línea de corte a partir del origen y con una pendiente de $-A_g L_m : A_m L_g$, la que, por su intersección con la curva dará el valor dé H para el imán y la densidad del flujo que éste ha de producir. Sea P, figura 213, el punto buscado, al que corresponda una densidad de flujo, B_1. Consideremos ahora que, cuando $H = 0$ y $B = B_r$, la f.m.m. aplicada al imán aumenta negativamente hasta el valor $-H_d$ gilbert por centímetro, lo que, evidentemente produce un flujo de densidad de B_1 gauss. Si el imán opera con la misma densidad de flujo de B_1 gauss, para generar, por ejemplo, un flujo en un entrehierro, el efecto de éste debe ser equivalente a la acción sobre el imán de una fuerza de desmagnetización de $-H_d$ gilbert por centímetro.

Ejemplo: Proyectar un imán permanente de alnico 6, con un entrehierro de 0,6 cm de longitud y 2 cm² de sección transversal, en el que ha de crearse un flujo de 15000 maxwell.

La sección del entrehierro se produce entre dos piezas polares de acero dulce de 2 cm² de sección cada una (fig. 214), en las que la caída de f.m.m. es despreciable. Se despreciará también el flujo marginal y el de dispersión. Determinar: (*a*) sección transversal del imán; (*b*) longitud del mismo; (*c*) pendiente de la línea de corte, según la fórmula (193).

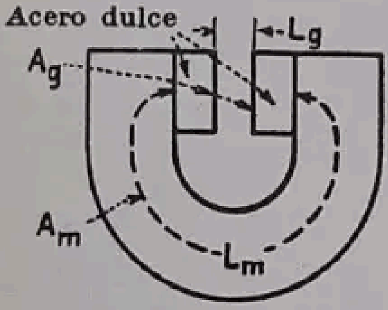


Fig. 214.—Imán de alnico.

(*a*) $B_g = 15\,000 : 2 = 7\,500$ gauss. De la figura 212 se deduce que el valor máximo de $B \cdot H$ para el alnico 6 se produce cuando $B = B_1 = 6\,400$ gauss. Por lo tanto, según (192)

$$A_m = 2\,\frac{7\,500}{6\,400} = 2{,}344 \text{ cm}^2$$

(*b*) Como el entrehierro es de aire, numéricamente $H_g = B_g$. $B_g = 7\,500$ gauss. Por lo tanto, según (191) y la figura 213,

$$L_m = \frac{7\,500 \cdot 0{,}6}{600} = 7{,}5 \text{ cm.}$$

(*c*) De acuerdo con (193)

$$\frac{B_m}{H_m} = \frac{A_g L_m}{A_m L_g} = \frac{2 \cdot 7{,}5}{2{,}344 \cdot 0{,}6} = 10{,}67 = -\operatorname{tg}\alpha$$

Para trazar la línea de corte se toman, a partir del origen, la abscisa $-H$ de $-1\,000$ y la ordenada B de $10\,670$. Con estos datos resulta $\operatorname{tg}\alpha = -10{,}67$. La línea así trazada corta la curva en el punto P, para el cual $B = 6\,400$ gauss y $H = -600$ oersted.

204. Funcionamiento de los imanes permanentes. En la figura 213, la remanencia del imán se conserva de B_r gauss si el circuito magnético del alnico permanece perfectamente cerrado. Sin embargo, al intercalar un espacio de aire de 0,6 cm, se reduce la inducción de remanencia, de B_r a B_1 gauss. Si, entonces, se coloca una armadura, cerrando de nuevo el circuito, la inducción no vuelve al valor B_r a menos que el imán se vuelva a imanar por la acción de una fuerza magnetizante externa. La densidad del flujo, sin embargo, alcanza un valor B_2, inferior a B_r, siguiendo la línea PB_2, paralela, o casi paralela, a la B_rM, que es tangente a la curva de desimanación en el punto B_r y que corta al eje de abscisas en un punto que determina el valor $-H_0 = -2400$ gilbert por centímetro. Prácticamente, el imán funciona siguiendo las líneas de trazos dibujadas entre P y B_2, que limitan una pequeña superficie denominada *ciclo reducido de histéresis*.

Si el imán funciona en el punto P y el espacio de aire, o entrehierro, se reduce a 0,3 cm, según la fórmula (193) la pendiente de la línea de corte valdrá $\operatorname{tg}\alpha_1 = 2 \cdot 7{,}5 : (-2{,}344 \cdot 0{,}3) = -21{,}33$ y el imán funcionará en el punto P_1. Si el entrehierro puede variarse entre 0,6 y 0,3 cm, el imán se estabilizará operando continuamente sobre el ciclo reducido de histéresis PP_1.

Supongamos ahora que el espacio de aire se aumenta hasta 1,2 cm. La pendiente de la nueva línea de corte OB_3 será $2 \cdot 7{,}5 : (-2{,}344 \cdot 1{,}2) = -5{,}333 = \operatorname{tg}\alpha_2$. La densidad de flujo desciende hasta B_3 gauss, y si el entrehierro puede variar entre 1,2 y 0,6 cm, el imán actuará según el ciclo reducido B_3P_2. Si el entrehierro se reduce a 0,3 cm, el imán operará en el punto P'. La línea B_3P_2P' es prácticamente paralela a la B_rM.

Con los ejemplos anteriores resulta más fácil comprender la forma de adaptar las diferentes aleaciones alnico a los distintos tipos de aplicaciones. Por ejemplo, la alnico 6 se adapta mejor a los casos en que el entrehierro es variable. Esto es, la densidad de flujo se mantiene con valor elevado cuando se opera entre los puntos P y P_1. Incluso cuando se aumenta el entrehierro hasta 1,2 cm y el imán actúa entre los puntos B_3 y P_2, todavía genera una importante proporción de flujo. No ocurre lo mismo con la alnico 5, debido a la brusca caída del valor de la inducción. La alnico 12 se adapta a los casos en que el dispositivo puede desmontarse, como en el caso de las magnetos. Su funcionamiento se produce prácticamente a lo largo de la característica *cd*, figura 212. Cuando el dispositivo se vuelve a montar, la imanación inicial se recupera. La alnico 5, que de todas estas aleaciones es la que tiene mayor valor de la remanencia y del producto energético, solamente puede emplearse cuando el entrehierro es fijo y corto. Por ejemplo, debe actuar en el punto P, o ligeramente por encima al que corresponde el máximo valor del producto energético. Si, en cambio, se aumenta el entrehierro apreciablemente, el examen de la curva de la figura 212 muestra que el imán pierde una gran parte de su magnetismo, debido a la brusca caída de sus características. De aquí que se deba tener un cuidado especial al seleccionar y aplicar las aleaciones magnéticas para una determinada utilización. En muchas ocasiones, los aparatos llegan a ser inútiles, debido a una brusca pérdida de magnetismo, producida por el empleo de aleaciones magnéticas inadecuadas.

205. El sistema de unidades m.k.s. y los imanes permanentes. A continuación se indica cómo se aplica el sistema racionalizado m.k.s. al proyecto y funcionamiento de los imanes permanentes. En la fórmula (191) se verifica que $H_mL_m = H_gL_g$, pero, $H_g = B_g : \mu'_v$ [véase fórmula (188), pág. 298], luego

$$H_mL_m = \frac{B_gL_g}{\mu'_v} \tag{194}$$

expresándose H_m en amperios-vuelta por metro, B_g en weber por metro cuadrado, L_g y L_m, longitudes del entrehierro y del imán, en metros, y haciéndose $\mu'_v = 4\pi \cdot 10^{-7}$. En las figuras 211, 212 y 213, las abscisas vienen dadas también en amperios-vuelta por metro y las ordenadas en weber por metro cuadrado (1 gilbert por centímetro = 79,58 amperios-vuelta por metro; 1 weber = 10^8 maxwell).

Asimismo en (192), B_g y B_m se expresan en weber por metro cuadrado y A_m y A_g en metros cuadrados.

Para expresar la fórmula (193) en el sistema m.k.s., H_g no es igual a B_g, sino que $H_g = B_g : \mu'_v$; por lo tanto

$$\frac{B_m}{H_m} = \frac{\mu'_vA_gL_m}{A_mL_g} \tag{195}$$

Ejemplo: En el ejemplo de la página 305, diseñar el imán empleando el sistema racionalizado m.k.s.

(*a*) La superficie del entrehierro es $2 \cdot 10^{-4}$ m², y la densidad de flujo $15\,000 \cdot 10^{-8} : 2 \cdot 10^{-4} = 0{,}75$ weber/m². La densidad del flujo en el imán es $6\,400 \cdot 10^{-4} = 0{,}64$ weber por metro cuadrado. (Véase también la fig. 212).

Por lo tanto, según la fórmula (192)

$$A_m = 2 \cdot 10^{-4} \frac{0{,}75}{0{,}64} = 2{,}344 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

(*b*) Según la figura 212, con la alnico 6, a $B = 0{,}64$ weber/m², corresponde $H_m = 47{,}8 \cdot 10^3$ amperios-vuelta por metro.

Despejando L_m en (194)

$$L_m = \frac{0{,}75 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 47{,}8 \cdot 10^3} = 0{,}075 \text{ m.}$$

(*c*) Según (195)

$$\frac{B_m}{H_m} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-2}}{-2{,}344 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-2}} = -1{,}34 \cdot 10^{-5} = \operatorname{tg} \alpha$$

206. Imanación y estabilización. Los imanes permanentes se imanan sometiéndolos a una fuerza magnetizante de valor 5 ó 6 veces la máxima $-H_c$ para la cual se estabilizan. (Véase figs. 211, 212 y 213). Las aleaciones alnico exigen unos 3000 gilbert por centímetro, o 2400 amperios-vuelta por centímetro. Debido a la multiplicidad de formas y tamaños de los imanes permanentes de alnico o de otros tipos, la imanación se realiza de diversos modos. Los imanes en herradura se imanan (en general varios al mismo tiempo) colocándoles una armadura y haciendo pasar un simple conductor de cobre (fig. 215). El paso de una corriente continua intensa por el conductor crea una fuerza magnetizante en la dirección indicada. Con frecuencia se emplean también bobinas de varias espiras, por las que circula una corriente, para producir la fuerza magnetizante. Otro sistema de utilización corriente, cuando la forma de los imanes lo permite, es el imanarlos colocándolos entre las piezas polares de un electroimán potente. (El plato magnético de la fig. 165, pág. 245, se imana por este procedimiento.)

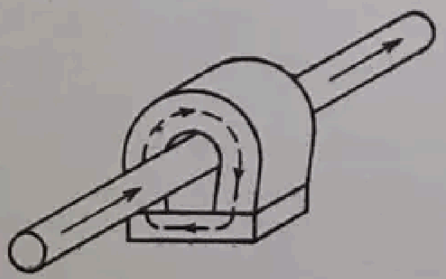


FIG. 215.—Imanación de un imán en herradura.

Después de imanados, los imanes permanentes pierden con el tiempo algo de su imanación, debido, en parte por lo menos, a la gradual pérdida de la orientación común de los dominios magnéticos. Este proceso de envejecimiento es muy desfavorable cuando se emplean los imanes en aparatos de medida y otros instrumentos. Sin embargo, puede realizarse una estabilización artificial de los imanes. Sometiéndolos, por ejemplo, durante varias horas a una temperatura moderadamente elevada, se consigue su estabilización o envejecimiento artificial. Las vibraciones y los golpes que reciben los imanes al utilizarlos, producen también una desimanación. La estabilización contra estos efectos puede conseguirse sometiendo inicialmente los imanes a vibraciones mecánicas de corto período. Si el imán ha de funcionar dentro de los límites de un ciclo reducido de histéresis, tal como el PP_1 de la figura 213, puede estabilizarse para este funcionamiento sometiéndolo a la acción de una f.m.m. alternada, igual a $H_2 - H_1$, al mismo tiempo que otra continua de $-H_2$ gilbert por centímetro.

MEDICIONES DE FLUJO MAGNÉTICO

El flujo magnético no puede medirse por la simple disposición de instrumentos en el circuito como se hace para la corriente, la tensión y la potencia eléctricas. El flujo magnético se mide corrientemente por dos medios: *indirectamente* leyendo la desviación de un galvanómetro balístico, o por la indicación de un voltímetro; y *directamente* por medio de permeámetros del tipo del de Koepsel. El primer método se funda en el hecho de que se induce una f.e.m. en una bobina cuando varía el flujo del campo a que está sometida; el segundo método se funda en que las desviaciones de los instrumentos del tipo Weston para corriente continua son proporcionales al flujo si la corriente en la bobina móvil se mantiene constante. En el primer método se emplean voltímetros de corriente alterna si el flujo es alterno, midiéndose éste por el valor de la f.e.m. que induce en una bobina de un número de espiras conocido (véase vol. II, cap. VIII).

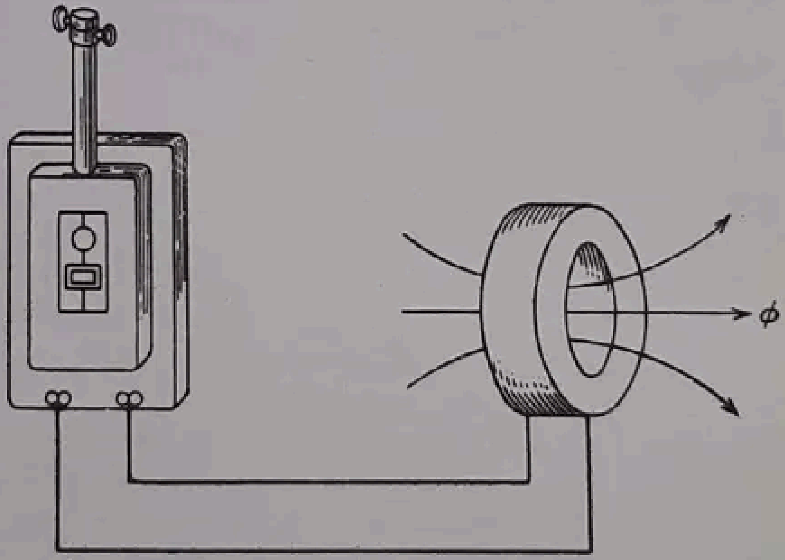


FIG. 216.—El galvanómetro balístico empleado para medir el flujo.

207. Galvanómetro balístico. En el § 258 (pág. 390) se demuestra que la impulsión balística de un galvanómetro es proporcional a la cantidad de electricidad Q que se descarga a través del mismo, siempre que toda la descarga se produzca antes de que la bobina del galvanómetro haya empezado a moverse.

Si un galvanómetro se conecta en serie con una bobina (fig. 216) y el flujo que rodea a ésta experimenta una variación cualquiera, se inducirá una f.e.m. en la bobina dando origen a una corriente pulsatoria a través del galvanómetro. Puede probarse que si el flujo se incrementa en una cantidad $\Delta\varphi$, la cantidad de electricidad descargada a través del galvanómetro es

$$Q = N\frac{\Delta\varphi}{R} \tag{196}$$

siendo N el número de espiras de la bobina y R la resistencia combinada de la bobina y del galvanómetro. Como la desviación del galvanómetro es proporcional a Q, deberá ser también proporcional a la *variación del flujo*, siempre que la resistencia R del circuito completo se mantenga constante. Por lo tanto, se puede emplear un galvanómetro balístico para medición de flujos. La variación de flujo es

$$\varphi_1 - \varphi_2 = KD \tag{197}$$

en la que φ_1 es el flujo inicial, φ_2 el flujo final, K la constante del galvanómetro y D la desviación balística del mismo.

208. Solenoide patrón. Si se quiere determinar la constante K en la expresión (197), se necesita disponer de un flujo conocido. Este flujo, que actúa sobre la bobina secundaria, cuyo número de espiras conocemos, puede variarse en proporciones conocidas, ya sea haciéndolo decrecer hasta anularlo o aumentar desde cero hasta un cierto valor final. Simultáneamente se lee la desviación del galvanómetro, en serie con la bobina. Con ello se tienen los datos suficientes para determinar la constante del galvanómetro.

Los solenoides de gran longitud, de los que se trató en el § 175 (pág. 257), pueden utilizarse para obtener un flujo de valor conocido. Está demostrado que la intensidad del campo en el centro de estos solenoides es prácticamente igual a $0{,}4\pi nI$ oersted, si la relación entre la longitud y el radio del solenoide es grande (n es el número de espiras por centímetro de longitud, e I la corriente en amperios). Teniendo en cuenta que, en el aire, la intensidad del campo es *numéricamente* igual a la densidad de flujo, el flujo total a través de la sección central es $0{,}4\pi nIA$ maxwell, siendo A la sección transversal en centímetros cuadrados. Por consiguiente, el solenoide produce un flujo cuyo valor puede calcularse.

Las propiedades de los solenoides rectos pueden obtenerse también con solenoides anulares (fig. 217) cuya sección transversal sea circular y el núcleo de un material no conductor que no sea magnético, como la madera. Sean: A la sección transversal en centímetros cuadrados, y l la longitud media de la circunferencia en centímetros (fig. 217). El solenoide está constituído por n espiras por centímetro de la circunferencia media del anillo y circula por él una corriente de I amperios. La f.m.m. total $\mathcal{F}$ es, naturalmente, $0{,}4\pi n l I$ y, si el diámetro de la sección es pequeño comparado con el diámetro interior del anillo, la reluctancia será $l : A$. Por consiguiente, el flujo vale

$$\varphi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = 0{,}4\pi n l I \frac{A}{l} = 0{,}4\pi n I A \text{ maxwell} \quad (198)$$

que es independiente de la longitud del arrollamiento.

La densidad media de flujo es

$$B = \frac{\varphi}{A} = 0{,}4\pi n I \quad \text{gauss} \qquad (199)$$

Es decir que la densidad de flujo *es igual a la f.m.m. por centímetro de longitud* y es también independiente de la longitud del arrollamiento.

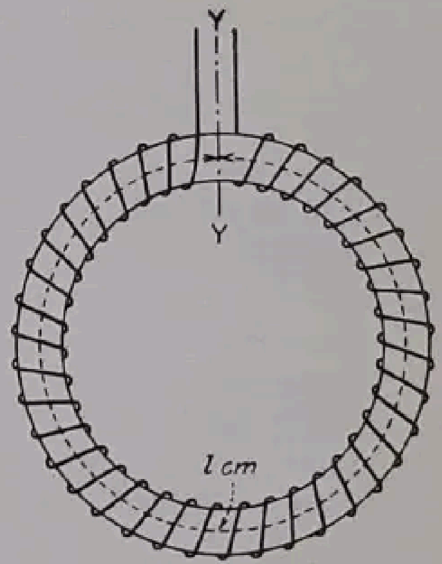


FIG. 217.—Solenoide anular.

Debe notarse que la expresión (199) es numéricamente idéntica a la (145a) de la pág. 258, que da la intensidad del campo en el punto medio de un solenoide recto de mucha longitud. La expresión (198) da también el flujo a través de la sección central de un solenoide recto de gran longitud.

Volviendo a la fórmula (198)

$$\varphi = 0{,}4\pi n I : \frac{1}{A}$$

$1/A$ es la reluctancia *por centímetro de longitud* del solenoide, y $0{,}4\pi n I$ es la f.m.m. *por centímetro de longitud* del mismo. Por consiguiente, podemos decir que, en este solenoide, la f.m.m. en cada unidad de longitud se utiliza totalmente en producir flujo a través de la misma.

Si el solenoide anular (fig. 217) se corta por un plano YY y se desarrolla, se obtiene un solenoide recto de mucha longitud, como el de la figura 182 (pág. 257) o el de la figura 218. El solenoide de gran longitud de la figura 218 tiene también l cm de longitud y n espiras por centímetro de longitud. El flujo, representado en la figura con dirección de derecha a izquierda dentro del solenoide, abandona el extremo derecho del solenoide y se esparce, teóricamente, sobre una superficie infinita para entrar de nuevo por el extremo derecho. Si no existiera reluctancia en el exterior del solenoide, toda la f.m.m. en su interior se utilizaría en vencer la reluctancia propia del mismo, como en el solenoide anular (fig. 217). Por consiguiente, el valor del flujo en este solenoide puede obtenerse también por medio de la fórmula (198). Considerando que en el camino exterior de retorno, el flujo se distribuye teóricamente sobre una superficie infinita, la reluctancia es pequeña, excepto para las regiones $\mathcal{R}$ próximas a los extremos, en que el área es finita.

Esto no obstante, si la reluctancia $l : A$ del mismo solenoide es grande comparada con el valor $2\mathcal{R}$ de la reluctancia en los extremos, la f.m.m. total del solenoide puede considerarse que se utiliza en vencer su propia reluctancia. Por consiguiente, el flujo cerca de la parte media del solenoide será,

$$\varphi = 0{,}4\pi nlI \cdot \frac{A}{l} = 0{,}4\pi nIA \tag{200}$$

que es la misma que la (198). Por lo tanto, el flujo φ en este solenoide es numéricamente igual a la *fuerza magnetomotriz por centímetro*, multiplicada por la sección transversal del solenoide, expresada en centímetros cuadrados. Es fácil construir un solenoide de este tipo cuando se conoce el diámetro y el número de espiras por centímetro. Si la longitud del solenoide es igual a 10 veces el diámetro, la fórmula (200) es válida con un error máximo de 0,5 %, y si la longitud es igual a 20 veces el diámetro, el error es sólo de 0,1 %.

El error debido a las dos reluctancias extremas $2\mathcal{R}$ es idéntico al error que se comete al suponer que un solenoide finito es de longitud ilimitada (§ 175, pág. 257).

En unidades m.k.s. no racionalizadas, la f.m.m. por metro de longitud del solenoide es de $4\pi In$ unidades (e igual a la intensidad del campo H_p), siendo n el número de vueltas por metro. La reluctancia de un metro de longitud del solenoide es $1 : \mu_v A$, expresándose el área A de la sección recta en metros cuadrados. Por consiguiente, el flujo en la sección central valdrá:

$$\varphi = 4\pi In\mu_v A = \mu_v H_p A = H_p A \cdot 10^{-7} \text{ weber} \tag{201}$$

[véase fórmula (160, pág. 261].

Cuando se emplean unidades m.k.s. racionalizadas, la f.m.m. por metro de longitud de solenoide es de In amperios-vuelta por metro (igual a la intensidad del campo H'_p). La reluctancia de un metro de longitud del solenoide es $1 : \mu'_v A$. Por consiguiente, el flujo en el centro de la sección es:

$$\varphi = In \cdot \mu'_v A = \mu'_v H'_p A = 4\pi \cdot H'_p \cdot A \cdot 10^{-7} \quad \text{weber} \tag{202}$$

[Véase fórmula (154), pág. 260].

Las fórmulas (201) y (202) son iguales.

209. Ajuste del galvanómetro. Para ajustar el galvanómetro se emplean las conexiones indicadas en la figura 218, que representa, como ejemplo, el ensayo de un modelo anular. La corriente en el arrollamiento primario del solenoide patrón se obtiene de un manantial constante de corriente continua. Su valor se regula por medio de un reóstato R' y se lee con un amperímetro. Un arrollamiento secundario de número de espiras conocido, n_2, se dispone sobre el solenoide y en las cercanías de su centro. Este secundario se conecta en serie con el secundario del modelo que se ensaya y con el galvanómetro. Ambos secundarios están siempre en circuito con objeto de mantener constante el valor de R que entra en la fórmula (196) de la página 310. Un conmutador inversor *Con* se intercala en el circuito del galvanómetro. Para ajustar el galvanómetro se abre el interruptor *Con* y se cierra el *S*, lo que crea una tensión en el solenoide sin dar lugar a desviación alguna del galvanómetro. Se cierra el interruptor *Con* y se hace la lectura en el amperímetro para obtener el valor de *I*. Abriendo luego *S*, se anota la desviación balística del galvanómetro. Se deben llevar a cabo varias lecturas como comprobación.

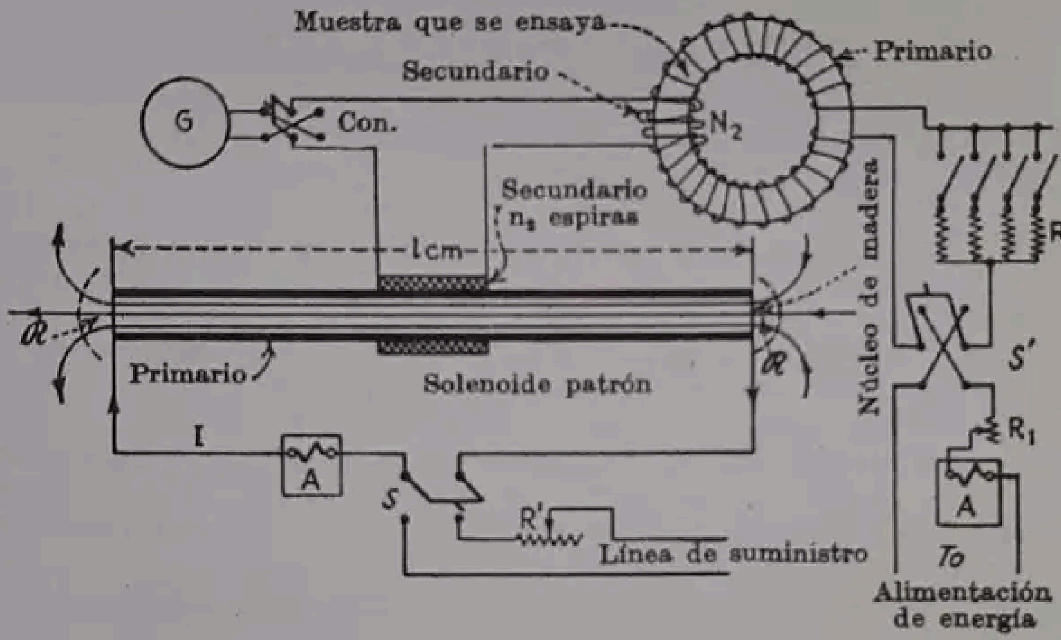

Muestra que se ensaya
Primario
Secundario
G
Con.
N_2
Secundario
n_2 espiras
lcm
R
ℛ
Núcleo de madera
Primario
Solenoide patrón
ℛ
S'
I
R_1
A
S
R'
A
Línea de suministro
To
Alimentación
de energía

FIG. 218.—Solenoide patrón con muestra de ensayo anular y galvanómetro.

Cuando se abre el interruptor S, la variación total del flujo $\Delta\varphi$ es $0{,}4\ \pi n I A$, y la cantidad Q_1 que se descarga a través del galvanómetro según la fórmula (196) será

$$Q_1 = \frac{n_2 \Delta\varphi}{R} = n_2 \frac{0{,}4\pi n I A}{R} \tag{203}$$

Cuando el flujo φ_2 en el modelo sufre una variación $\Delta\varphi_2$, o de φ_2 a φ_1 se obtiene por medio de (196) la cantidad

$$Q_2 = N_2 \frac{\Delta\varphi_2}{R} = N_2 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R} \tag{204}$$

en la que N_2 es el número de espiras del secundario del modelo que se ensaya.

Dividiendo la igualdad (204) por la (203)

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\dfrac{N_2(\varphi_2 - \varphi_1)}{R}}{n_2 \dfrac{0{,}4\pi n I A}{R}} = \frac{N_2(\varphi_2 - \varphi_1)}{0{,}4\pi n n_2 I A}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{Q_2}{Q_1} \frac{0{,}4\pi n n_2 I A}{N_2}$$

Como las desviaciones del galvanómetro son proporcionales a Q_2 y Q_1 [fórmula (197)]

$$\Delta\varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{D_2}{D_1}\left(\frac{0{,}4\pi n n_2 I A}{N_2}\right) = \left(\frac{0{,}4\pi n n_2 A I}{D_1 N_2}\right) D_2 = K D_2 \qquad (205)$$

La cantidad que está dentro del paréntesis es la constante del galvanómetro K que aparece en la fórmula (197), de la página 310. Es decir que

$$K = \frac{0{,}4\pi n n_2 A I}{D_1 N_2} \qquad (206)$$

en esta expresión, n son las espiras por centímetro en el *primario* del solenoide patrón; n_2 el número total de espiras del *secundario* del mismo solenoide; N_2 el número total de espiras en el secundario de la muestra que se ensaya; A la sección transversal del núcleo del solenoide patrón en centímetros cuadrados; I la corriente en el primario del solenoide patrón, y D_1 la desviación del galvanómetro cuando se abre el primario del solenoide patrón.

Ejemplo: Un solenoide sin núcleo, de 120 cm de longitud, tiene un diámetro interior de 4,5 cm, un arrollamiento primario de 960 espiras y un arrollamiento secundario de 2000 espiras. En el secundario de la muestra que se ensaya hay 40 espiras. El galvanómetro se empalma en serie con los dos arrollamientos secundarios indicados (ver fig. 218). Cuando la corriente en el primario del solenoide patrón ha llegado al valor constante 3,82 amperios, se abre el circuito, y el galvanómetro experimenta una desviación balística de 12,4 cm. Determinar: (*a*) la densidad de flujo (gauss) en el solenoide patrón; (*b*) el flujo total en el mismo solenoide; (*c*) la constante del galvanómetro; (*d*) la variación del flujo en el modelo que se ensaya cuando la desviación balística del galvanómetro es 8,9 cm.

Las espiras por centímetro de longitud en el solenoide patrón son

$$n = \frac{960}{120} = 8$$

La sección transversal del solenoide patrón es $A = {}^1/_4\pi 4{,}5^2 = 15{,}9\ \mathrm{cm}^2$.

(*a*) Mediante la (199), $B = 0{,}4\pi \cdot 8 \cdot 3{,}82 = 38{,}4$ gauss.

(*b*) $\varphi = BA = 38{,}4 \cdot 15{,}9 = 611$ maxwell.

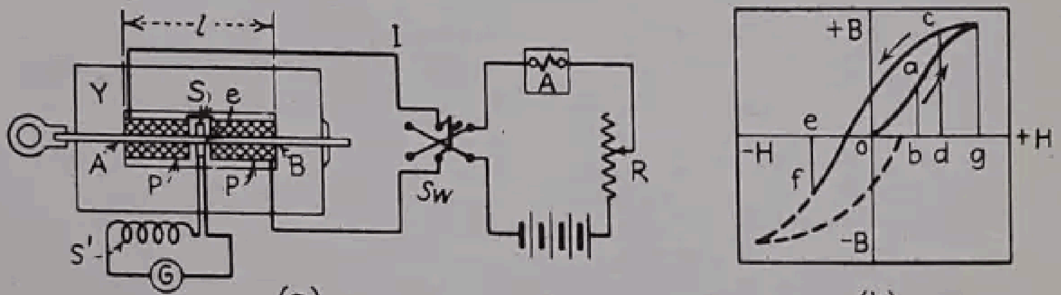
(*c*) Por medio de la (206),

$$K = \frac{0{,}4\pi \cdot 8 \cdot 2000 \cdot 15{,}9 \cdot 3{,}82}{12{,}4 \cdot 40} = 2480$$

(*d*) $\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi_2 = K D_2 = 2480 \cdot 8{,}9 \simeq 22100$ maxwell.

210. Método de la culata. En el método de la culata, o de la barra dividida, debido a Hopkinson, la muestra que se ensaya es una varilla cilíndrica de 0,6 a 1,3 cm de diámetro y de 50 cm de longitud. La varilla está partida en dos, A y B (fig. 219, *a*), cuyos extremos se unen al tope en e. Estos dos extremos están pulidos con cuidado, de manera que su contacto magnético sea perfecto. La varilla está fijamente sujeta por ambos extremos en una culata de hierro macizo Y cuya reluctancia es despreciable con respecto a la de la varilla. La longitud efectiva de la varilla es l cm, que es la distancia entre las caras internas de la culata. El arrollamiento excitador PP está dividido en dos secciones y tiene un total de N espiras. El flujo se determina por medio de un pequeño arrollamiento secundario S, a través del cual pasa la varilla A. Por medio de un resorte, el arrollamiento S salta fuera de la culata cuando se tira de la parte A de la varilla.

El galvanómetro se conecta en serie con el arrollamiento S y el secundario S' del solenoide patrón (fig. 219, *a*). La corriente de excitación la suministra una batería o cualquier otra fuente de corriente constante, pasando por un reóstato R, un amperímetro A y un conmutador inversor Sw. Se obtiene a menudo más precisión con una bobina provista de cursor que con una serie de resistencias. La f.m.m. en gilbert por centímetro es



(a) (b)

FIG. 219.—Método de la culata.

$$H = \frac{0{,}4\pi NI}{l}$$

Para determinar un punto a de la curva de inducción normal, se aumenta la corriente hasta el valor preciso para obtener la f.m.m. ob (fig. 219, *b*). Se tira de la parte A de la varilla, dejando que S salte fuera, y se lee la desviación balística del galvanómetro. Como el flujo en el arrollamiento S se aproxima a cero cuando S se separa, la desviación del galvanómetro debe ser proporcional a la ordenada ba. Para determinar el punto c del ciclo de histéresis, se aumenta la excitación hasta og y luego se reduce a od. Se tira otra vez del extremo A de la varilla y se lee la desviación del galvanómetro, que es proporcional a cd. Para determinar el punto f de la curva de histéresis, se aumenta la excitación hasta og, se reduce a cero en o, se invierte el conmutador y se aumenta negativamente la excitación hasta e. Se tira de nuevo de la varilla A y la desviación que se obtenga en el galvanómetro será proporcional a la ordenada ef.

El galvanómetro se ajusta por el método indicado en el § 209. La densidad de flujo B se determina rápidamente, cuando se conoce el flujo φ y la sección transversal A de la varilla.

Este método está expuesto a ligeros errores debidos a las fugas magnéticas desde la varilla a la culata, a los contactos magnéticos imperfectos y a los efectos de histéresis en la culata.

211. Método del anillo. En el método de ensayo magnético del anillo, ideado por Rowland, la forma de la muestra ha de ser tal que permita formar un circuito magnético cerrado. Por lo general, consiste en un anillo (figs. 218 y 220), aunque, si no puede darse a la muestra esta forma, también puede dársele la cuadrada. Por ejemplo, se puede obtener fácilmente la forma de cuadrado con chapas rectangulares que se ensamblan con las juntas alternadas. Si se hace de una manera apropiada, las juntas no producen más que ligeros errores. Las conexiones en este método del anillo (figs. 218 y 220, *a*) son en esencia las mismas que en el método de la culata (fig. 219, *a*). La principal diferencia estriba en el procedimiento de llevar la muestra a través del ciclo magnético.

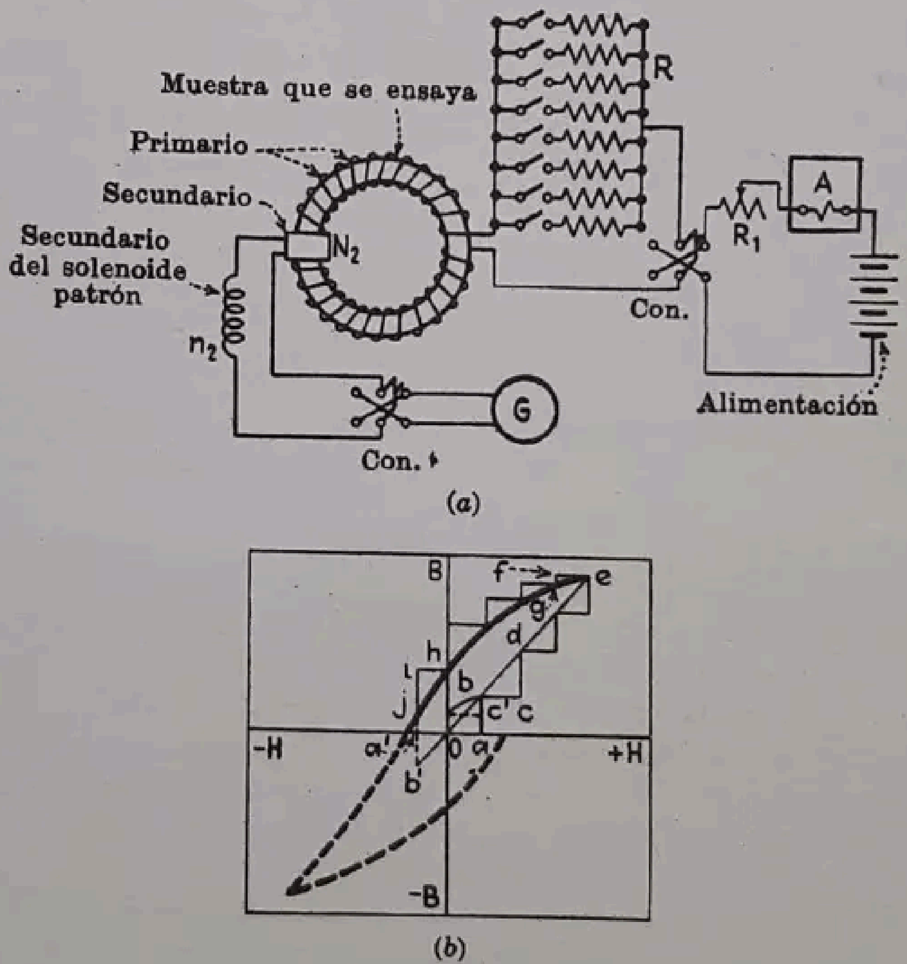


Fig. 220.—Método del anillo.

El primario se arrolla uniformemente sobre el anillo (fig. 220, *a*) o sobre los cuatro lados si la muestra tiene la forma cuadrada. El valor de *H* se obtiene, aproximadamente, dividiendo la f.m.m. total por la longitud media de la muestra. El secundario se arrolla sobre la muestra de la manera que representan las figuras 218 y 220 (*a*). El éxito del experimento depende de que la corriente se pueda cambiar rápidamente y en magnitudes definidas. Por consiguiente, la disposición de las resistencias *R* en paralelo (fig. 220, *a*), con un interruptor para cada una, es preferible a una resistencia con contacto por cursor. El reóstato auxiliar R_1 es también de mucha utilidad, porque puede colocarse en la posición que corresponda a los distintos valores de la corriente máxima. Una simple serie de resistencias con varios interruptores que permitan poner en corto circuito partes bien definidas de ellas, sirve también para los cambios de corriente.

Como la muestra constituye un circuito de hierro cerrado, puede existir inicialmente un considerable magnetismo residual, o remanencia, que es necesario reducir a valores muy pequeños, para lo que se invierte la corriente de excitación, más o menos rápidamente, por medio del conmutador de la fuente de energía, reduciendo al mismo tiempo lentamente el valor de la corriente hasta cero, mediante las resistencias R_1 o R. Esto hace que el hierro siga ciclos de histéresis de amplitud decreciente, y si se hace de una manera adecuada, el magnetismo residual o remanencia puede reducirse a un valor insignificante.

La curva normal se puede obtener invirtiendo la fuerza magnetizante cada vez que se lleva a cabo una medición. Por ejemplo, en la figura 220 (*b*), tratemos de obtener un punto *b* de la curva normal, correspondiente al flujo φ_1. Si se aumenta la fuerza magnetizante hasta *a* y entonces se abre el circuito, la variación del flujo no será $ab = \varphi_1$, sino bc', debido a la remanencia. Sin embargo, si se invierte el conmutador de la batería, la variación total del flujo será $ba + a'b' = 2\varphi_1$, siendo $oa' = oa$. Así, cada punto de la curva se puede determinar obteniendo la fuerza magnetizante deseada, invirtiéndola, y observando la desviación del galvanómetro. La desviación del galvanómetro corresponde al *doble* del valor del flujo.

Se puede también obtener la curva normal por un método de incrementos. La curva de histéresis debe obtenerse de esta manera:

Cuando la fuerza magnetizante crece desde *o* hasta *a* (fig. 220, *b*), accionando un solo conmutador (fig. 220, *a*), se produce una variación de flujo *ab*, cuyo valor se determina por la desviación balística del galvanómetro. Se cierra luego un segundo conmutador, aumentando *H* en *bc*, y el flujo en *cd*, valor que se determina como antes por medio de la desviación balística del galvanómetro. De esta manera se incrementa poco a poco el flujo hasta *e*, punto a que corresponde un flujo $ab + cd + \ldots$ El galvanómetro mide los *incrementos* (o *disminuciones*) de flujo correspondientes a las sucesivas fuerzas magnetizantes. Para obtener puntos de la curva de histéresis, se reduce la fuerza magnetizante en una cantidad *ef* abriendo un solo conmutador (figura 220 *a*), y se lee la disminución de flujo *fg* en el galvanómetro. Cuando se alcanza la remanencia *oh*, se invierte el conmutador de la batería y se cierra un solo interruptor (fig. 220, *a*). Con ello se obtiene una disminución de fuerza magnetizante *hi* y la correspondiente del flujo *ij*. La muestra ha seguido así la curva de histéresis.

Como el flujo en cualquier punto es la suma de distintos incrementos del flujo, un solo error puede afectar todos los datos. Es, pues, recomendable hacer recorrer al flujo una o dos veces el ciclo representado por la curva antes de considerar los datos como exactos.

Aun cuando el método del anillo da resultados más precisos que el método de la culata, es más difícil el manejo y las muestras no tienen siempre la forma conveniente. Además, el conjunto de los datos puede dejar de tener valor por un solo error, tal como una lectura incorrecta del galvanómetro, o un cierre inadvertido de un interruptor, etc.

212. Permeámetro de Koepsel. En los dos métodos precedentes de ensayos magnéticos, las mediciones son directas, muy laboriosas, y exigen cálculos considerables. El permeámetro de Koepsel es un instrumento indicador en el que se lee directamente la densidad de flujo de una muestra, del mismo modo que se lee la intensidad de la corriente en un amperímetro. La fuerza magnetizante H se lee también directamente por medio de un amperímetro. El instrumento está fundado en el principio del amperímetro de Weston (§ 115, pág. 158), es decir, si por una bobina pasa una corriente y está sometida a la acción de un campo magnético, tiende a colocarse en posición perpendicular a la dirección del campo. En el aparato ordinario de Weston, el flujo es constante y las desviaciones son prácticamente proporcionales a la corriente que circula por la bobina; en el permeámetro de Koepsel, la corriente en la bobina móvil es constante y las desviaciones son prácticamente proporcionales al flujo en el entrehierro.

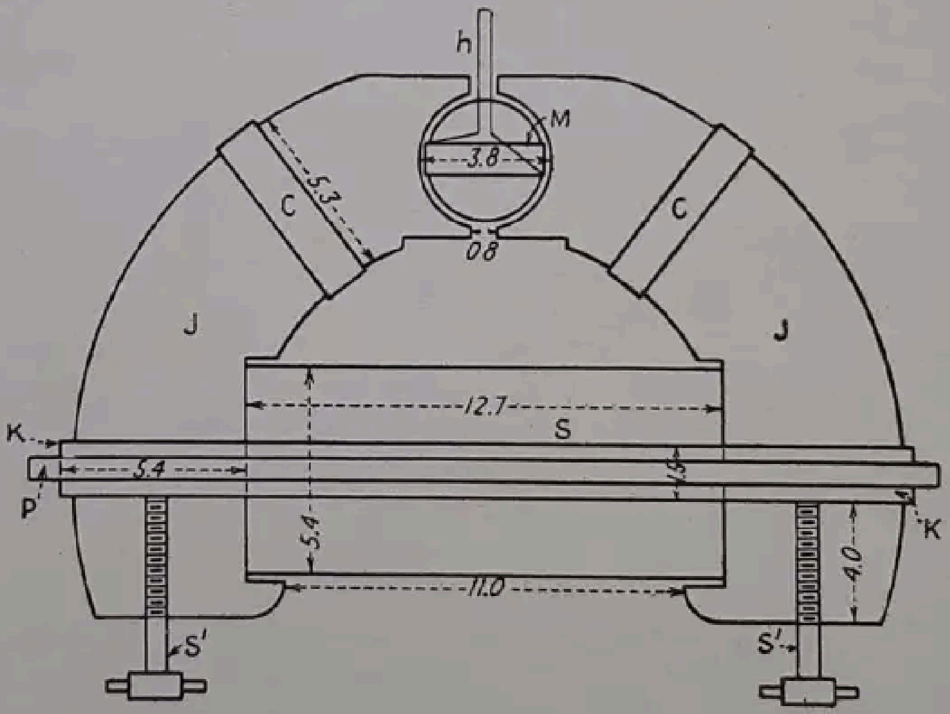


Fig. 221.—Esquema del permeámetro de Koepsel (dimensiones en centímetros).

El aparato (fig. 221) consta de dos culatas macizas de hierro dulce JJ, una bobina móvil M, que gira dentro de un entrehierro muy pequeño, dos bobinas compensadoras CC y la bobina de excitación S. La muestra que se ensaya es una varilla de hierro P que se coloca en posición por medio de mordazas KK y tornillos $S'S'$. Puede ser de sección cuadrada o circular, y las mordazas se adaptan en general a muestras de 6 mm de lado o de diámetro.

Cuando la corriente en la bobina móvil M es igual a $0{,}005/A$ amperios, siendo A la sección transversal de la muestra que se ensaya en centímetros cuadrados, el instrumento da directamente la lectura correspondiente a la densidad de flujo B en la muestra. La corriente para la bobina móvil proviene de una batería de tres o cuatro pilas secas en serie, cuya tensión es de 4 voltios, y se regula por medio de un reóstato. Esta corriente, cuando se ha ajustado una vez, debe permanecer constante. El arrollamiento de la excitación S consta de $79{,}6\ (= 100 : 0{,}4\pi)$ espiras por centímetro, y la f.m.m. por centímetro es $H = 0{,}4\pi\ (100 : 0{,}4\pi)I = 100\ I$ gilbert, siendo I la corriente de excitación en amperios. Por lo tanto, la f.m.m. por centímetro se puede obtener rápidamente multiplicando la lectura del amperímetro por 100. Generalmente se emplea el mismo amperímetro para medir las corrientes en la bobina móvil y en la excitación, conectando para ello diferentes shunts en el circuito por medio de clavijas.

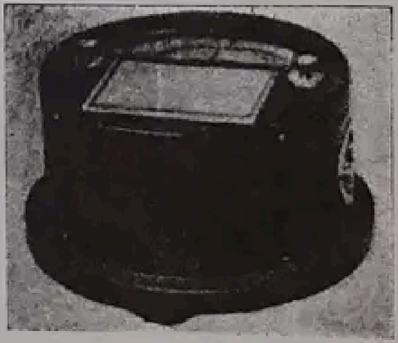


FIG. 222. – Permeámetro de Koepsel.

Con la corriente en la bobina de excitación S, el instrumento se desviaría normalmente aun cuando la muestra no estuviera en su lugar, puesto que la f.m.m. de dicha bobina es suficiente para producir un flujo considerable en la culata. Para evitar esta desviación se disponen los dos arrollamientos compensadores CC, montados sobre la culata cerca del entrehierro, conectados en serie con S y oponiéndose a esta bobina. Están ajustadas de tal manera que no hay desviación ninguna cuando circula corriente por S. Para reducir al mínimo las desviaciones de la bobina producidas por el campo magnético terrestre, debe colocarse el instrumento de tal manera que el eje de la bobina se encuentre en el plano del meridiano magnético del lugar. La figura 222 representa una vista del instrumento. Aunque este instrumento es de manejo sencillo y sus indicaciones se repiten con poca variación, está sujeto a algún error, especialmente para densidades de flujo elevadas. Se supone que un porcentaje fijo del flujo de la varilla llega al entrehierro. Este porcentaje puede variar hasta en un 2 %, según sea la densidad del flujo. También, debido a la reluctancia del entrehierro, fugas, etc., el error en el valor de H en condiciones límites puede alcanzar el 10 %. Los instrumentos van acompañados de curvas de corrección, que permiten reducir los errores. Como los errores no son generalmente importantes, este instrumento resulta particularmente útil para comparar materiales magnéticos y para buscar faltas de uniformidad.

213. Determinación de los ciclos de histéresis con el oscilógrafo de rayos catódicos. En los métodos que se han indicado anteriormente, la curva de histéresis se obtiene por puntos y requieren, por lo menos, series de 40 determinaciones, lo que los hace enojosos y muy prolongados. Si no se requiere una gran precisión numérica, puede utilizarse el oscilógrafo de rayos catódicos (véase vol. II, cap. IV) para obtener los ciclos tanto dinámica como visualmente, en curvas continuas como la indicada en la figura 223 (*b*). El esquema de conexiones del aparato se representa en la figura 223 (*a*). Para obtener ciclos completos y variables rápidamente de la corriente de excitación, se emplea corriente alterna para producir la fuerza de imanación *H*. Para obtener resultados precisos, la muestra debe hacerse con chapas y la frecuencia conviene que sea reducida para que los efectos de las corrientes parásitas sean despreciables. Para obtener una regulación precisa de la corriente se emplean transformadores, representándose en la figura 223 (*a*) un autotransformador variable. Con una resistencia de regulación en serie, la caída de tensión que se produce en ella distorsiona la tensión aplicada a la muestra si la corriente no es sinusoidal, lo que es en general cierto cuando el hierro llega a la saturación. Es también conveniente disponer un transformador reductor si el número de espiras de imanación es pequeño. La intensidad de la corriente se mide con un amperímetro *A*, y la f.e.m. entre las placas *H*, o placas *X*, que produce la desviación del haz electrónico en una dirección horizontal, se deriva a través de un shunt *Sh* de baja resistencia. Como la tensión en los extremos de *Sh* es proporcional a la intensidad de la corriente *I* y la fuerza magnetizante *H* es igual a $0{,}4\pi nI$, la desviación horizontal será proporcional a *H* (n = vueltas por centímetro de la muestra).

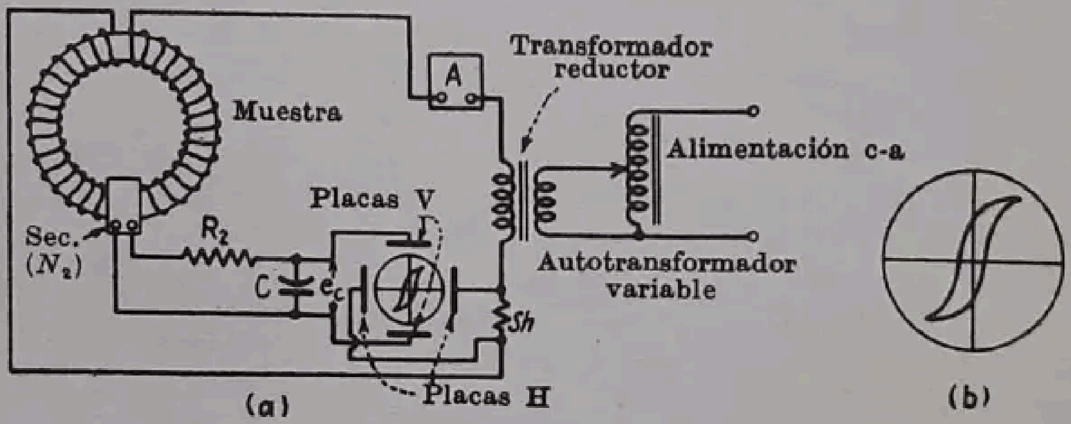


FIG. 223.—Ciclo dinámico de histéresis con oscilógrafo de rayos catódicos.

Las placas *V*, o placas *Y*, que producen la desviación vertical, se alimentan por una bobina secundaria que rodea a la muestra y tiene N_2 vueltas. Esta bobina secundaria es similar a las de las figuras 218 y 220. Para que las desviaciones verticales sean proporcionales a la densidad del flujo *B*, es necesario disponer un circuito integrador, constituído por una resistencia elevada R_2 y una capacidad C en serie. La tensión e_c entre las placas V se produce entre bornas de la capacidad C. La necesidad de este circuito se demuestra como sigue:

Sea φ el flujo en maxwell, en la muestra, e_2 la f.e.m. inducida en el secundario, i_2 la intensidad de la corriente secundaria, q la cantidad de electricidad, en culombios, en la capacidad C. Entonces

$$e_2 = -N_2 \frac{d\varphi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ voltios} \tag{I}$$

$$\varphi = -10^8 \frac{1}{N_2} \int e_2 dt + K' \quad \text{maxwell} \tag{II}$$

La constante de integración K' puede hacerse igual a cero.

Como R_2 es muy grande

$$i_2 \cong \frac{e_2}{R_2} \qquad e_2 \cong i_2 R_2 \tag{III}$$

valor que substituído en (II) da

$$\varphi = -10^8 \frac{1}{N_2} R_2 \int i_2 dt \quad \text{maxwell} \tag{IV}$$

La tensión en bornas de la capacidad C vale

$$e_c = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int i_2 dt \quad \text{voltios} \tag{V}$$

La sección transversal A de la muestra es constante, de modo que la densidad de flujo será $B = \varphi : A$. Por lo tanto, comparando (IV) y (V), se deduce que

$$B = Ke_c \tag{VI}$$

siendo K una constante.

Con las muestras usuales se ve que se producen desviaciones normales del oscilógrafo, con las siguientes constantes: $N_2 = 3000$ vueltas; $R_2 = 10^5$ ohmios; $C = 2\mu f$. La caída de tensión en Sh debe ser de unos 3 voltios.

El método es muy útil para dar una demostración visible del fenómeno de histéresis y para comparar rápidamente los efectos de la histéresis en diferentes muestras. En la fabricación de transformadores se emplea este sistema para determinar rápidamente si los núcleos cumplen las normas establecidas; se traza sobre la pantalla del oscilógrafo un ciclo de histéresis normal, y si un núcleo da origen a una imagen del ciclo cuya superficie supera a la del normal, se rechaza la muestra y se vuelve a recocer. Se emplean bajas frecuencias de la corriente, para que los efectos de las corrientes parásitas sean despreciables.

CAPÍTULO IX

AUTOINDUCCIÓN E INDUCCIÓN MUTUA

En los capítulos precedentes se ha considerado que la intensidad de la corriente, en un circuito, la generaban manantiales de f.e.m., tales como generadores o baterías, acoplados a dicho circuito, y dependía también de su resistencia. Cuando la corriente alcanza un *régimen permanente*, los valores de la f.e.m. y la resistencia determinan por sí solos la intensidad de la corriente. Si, no obstante, se produce una variación de la intensidad, ésta origina a su vez una variación del campo magnético generado por el circuito. La variación del campo magnético induce una f.e.m. en el propio circuito, y esta f.e.m. influye también en el valor de la intensidad de la corriente. Esta f.e.m. se genera solamente durante los períodos en que la corriente *varía*. No existe cuando la corriente permanece estacionaria.

Los circuitos en los que las variaciones de la corriente dan lugar a la inducción de una f.e.m. en el propio circuito, se dice que tienen *autoinducción*, e incluso, con frecuencia, que tienen *inducción*. En los párrafos que siguen se desarrollan los métodos para determinar el efecto de la inducción en los circuitos eléctricos.

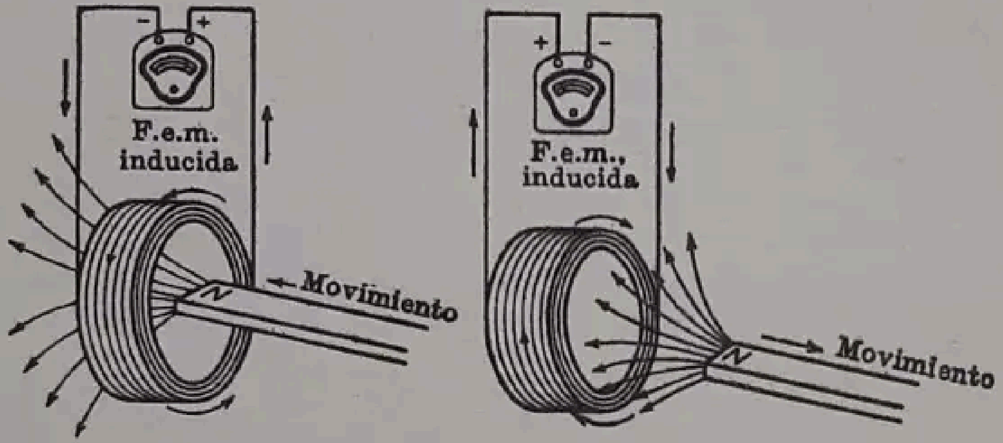
Si un circuito eléctrico está acoplado a otro, de manera que toda variación de la corriente del segundo provoque un cambio en el flujo que actúa sobre algunas de las espiras del primero, se dice que ambos tienen *inducción mutua*. La inducción mutua será también objeto de estudio en los párrafos que siguen.

Los efectos de la inducción son en realidad los de la *f.e.m. inducida*. Como el funcionamiento de los aparatos eléctricos, como los generadores, motores y transformadores, depende fundamentalmente de la f.e.m. inducida, es de gran interés su conocimiento.

214. Fuerza electromotriz inducida. Si los terminales de una bobina aislada (fig. 224, *a*) se conectan a un galvanómetro, y un campo magnético actúa sobre ella, generado mediante una barra imanada introducida dentro de la bobina, o por algún otro medio, el galvanómetro se desviará momentáneamente y luego volverá a su posición de reposo, lo que demuestra que temporalmente se ha generado una f.e.m. en la bobina. Cuando el flujo que atraviesa la bobina cesa de variar, esta f.e.m. deja de existir. Si se investigan las causas de ello, se encuentra que la dirección de esta f.e.m. inducida es la que indica la figura y si puede generar una corriente será de dirección tal que repela la barra imanada hacia *fuera* de la bobina o, lo que es lo mismo, se opondrá a que penetre en ella.

Si se retira la barra imanada del interior de la bobina (fig. 224, *b*), el galvanómetro volverá a desviarse momentáneamente como antes, pero la desviación será en sentido opuesto a la que anteriormente se produjo.

La dirección de la f.e.m. inducida es en este caso tal que, si produce una corriente, ésta tenderá a *oponerse* a que la barra magnética sea retirada de la bobina. La f.e.m. es en todos los casos transitoria y cesa en cuanto deja de *variar* el flujo que la bobina corta.



F.e.m. inducida
Polo norte introducido en la bobina

F.e.m. inducida
Polo norte retirado

FIG. 224. — Fuerza electromotriz de inducción.

Si se mide con cuidado el valor de la f.e.m. inducida se deduce que depende: 1) del número de espiras N de la bobina; 2) de la rapidez con que varía el flujo que corta a la bobina, $\Delta\varphi : \Delta t$.

La f.e.m. *media* inducida viene dada por la expresión

$$e = -N \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} 10^{-8} \text{ voltios} \qquad (207)$$

en la que $\Delta\varphi$ es el incremento experimentado por el flujo, en maxwell, durante un incremento de tiempo de Δt segundos. El factor 10^{-8} hace que el valor del flujo, expresado en weber, se exprese en voltios para dar el valor de e.

Si $\Delta\varphi$ se da en weber, la (207) se transforma en

$$e = -N \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \text{ voltios} \qquad (208)$$

El signo menos indica que la f.e.m. inducida está en oposición con la causa que la produce.

$\Delta\varphi : \Delta t$ es el valor promedio de la variación del flujo, de modo que puede decirse que la f.e.m. inducida es proporcional al *número de vueltas* y a la *velocidad de la variación del flujo*.

Ejemplo: Un flujo de 1 500 000 maxwell atraviesa una bobina de 350 espiras. Este flujo se reduce a cero, a velocidad uniforme, en 0,2 segundos. ¿Cuál será la f.e.m. inducida durante este tiempo?

$$e = 350 \frac{1500000}{0{,}2} 10^{-8} = 26{,}25 \text{ voltios.}$$

En el ejemplo anterior, la velocidad de variación del flujo $\Delta\varphi : \Delta t$ es $1\,500\,000 : 0{,}2 = 7{,}5 \times 10^6$ maxwell por segundo.

Cuando el flujo no varía de una manera uniforme, sino que su velocidad de variación cambia de un momento a otro, la f.e.m. inducida se puede también calcular si se conoce el valor *instantáneo* de la velocidad de variación de flujo $d\varphi : dt$. Esta condición se cumple, por ejemplo, en los transformadores en los que el flujo varía, corrientemente, en función del tiempo, siguiendo una ley senoidal. Cuando el flujo se acerca al valor cero, la velocidad de variación es máxima, y cuando el flujo llega a su valor máximo, la velocidad de variación es nula (véase vol. II). Para un flujo variable, la fórmula (207) se escribirá

$$e = -N \frac{d\varphi}{dt} 10^{-8} \text{ voltios} \tag{209}$$

y la (208)

$$e = -N \frac{d\varphi}{dt} \text{ voltios} \tag{210}$$

El hecho de que las corrientes producidas por inducción se opongan a los efectos que las causan debe recordarse siempre, porque se manifiesta en la práctica en todos los tipos de máquinas eléctricas. Este principio fué formulado primeramente por Lenz, en forma que se denomina la *Ley de Lenz*, [1] que dice lo siguiente:

En todos los casos de inducción electromagnética, la tensión inducida es de dirección tal que las corrientes que genera se oponen a la causa que las origina.

Esta ley se funda también en la ley de conservación de la energía. Es decir, las corrientes inducidas se producen a expensas de la energía mecánica requerida para introducir el imán en la bobina o bien para retirarlo de ella, y se oponen a estos movimientos. Cuando se induce una f.e.m. en un circuito por variación de la corriente que pasa por él, la f.e.m. se debe a la variación de la relación entre el flujo y la intensidad de la corriente.

---

[1] Lenz, Enrique, Federico, Emilio, 1808-1865, nació en la Rusia septentrional y empezó estudiando teología; luego se dedicó a las ciencias naturales y a la Física. A los veinte años hizo un viaje de investigación alrededor del mundo, como geólogo. A su regreso, informó a la Academia de Ciencias, fué elegido miembro de la misma y nombrado profesor de Física en San Petersburgo. Entonces estudió el electromagnetismo basándose en los experimentos de Faraday. Más tarde estudió la resistencia de los metales y enunció una fórmula según la cual el cambio de resistencia está relacionado con el cambio de temperatura. Fué un escritor profuso y en 1864 publicó un «Manual de Física» en dos volúmenes.

215. Autoinducción. Si una corriente circula por un conductor, se produce un campo magnético a su alrededor, que lo rodea completamente, y del mismo modo la corriente rodea el flujo. Algunos ejemplos corrientes se representan en la figura 225, indicándose en ellos las corrientes y los campos relacionados con ellas.

En la figura 225 (*a*), la corriente recorre una simple espira. El flujo que produce está representado por anillos. Estos anillos abrazan la corriente y ésta abraza los anillos. En (*b*) se representa la corriente que circula por una lámina delgada que tiene una parte cilíndrica. Las líneas del flujo abrazan la corriente y la corriente abraza aquéllas. Un ejemplo aún más impresionante es el representado en (*c*), de una corriente que circula por una espira de alambre que pasa por dentro de un núcleo magnético circular.

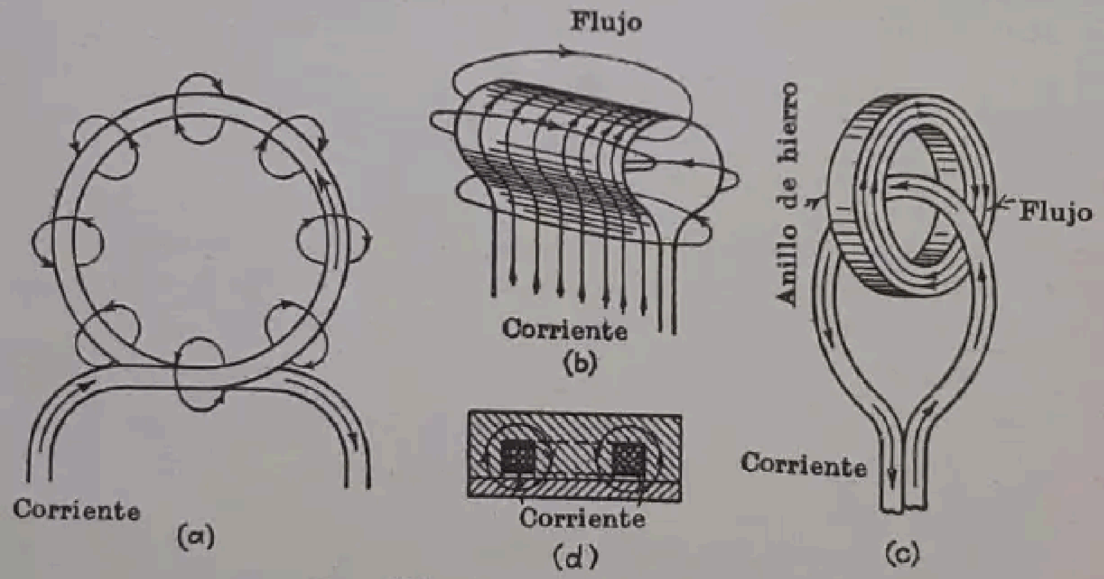


Fig. 225.—Acoplamientos inductivos.

Otro ejemplo excelente de interdependencia de corriente y flujo viene dado por (*d*), que representa el flujo en el circuito magnético de un electroimán elevador que abraza la corriente de las bobinas de excitación.

Estas figuras muestran que una corriente y el flujo que produce se abrazan siempre mutuamente. Esta mutua interdependencia queda bien manifiesta, sobre todo en la figura 225 (*c*).

El producto de las espiras del conductor y del número de líneas del flujo que abrazan dichas espiras vendrá expresado en unidades c.g.s. si el flujo está expresado en maxwell, es decir, en maxwell-vuelta [1].

Ejemplo: Un solenoide tiene 800 espiras. Una corriente de 5 amperios produce en el arrollamiento un flujo de 2500000 maxwell. En este caso se tendrá, por lo tanto, $800 \cdot 2500000 = 20 \cdot 10^8$ maxwell-vuelta (unidades c.g.s.).

---

[1] Este producto se denomina «flux linkage» o «magnetic linkage», es decir, enlaces de flujo o magnéticos, y podría considerarse como un acoplamiento autoinductivo, si bien este término se utiliza para expresar ciertas formas de acoplar circuitos. No se ha generalizado una denominación específica de estos valores.

Cuando la reluctancia del circuito magnético es constante (véase también § 218, pág. 330), el número de maxwell-vuelta por unidad de corriente se llama *coeficiente de autoinducción* del circuito y se representa por el símbolo L. La unidad de autoinducción es el henrio [1].

Por definición, el coeficiente de autoinducción vale

$$L = \frac{N\varphi}{I \cdot 10^8} \text{ henrios} \tag{211}$$

siendo φ el flujo en maxwell, e I la corriente en amperios.

Se ha de dividir por 10^8 porque 10^8 líneas magnéticas, o maxwell, son iguales a *un* weber en el sistema de unidades m.k.s.

Si se emplean unidades m.k.s. tanto en el sistema racionalizado, como en el no racionalizado, la (211) se escribe

$$L = \frac{N\varphi}{I} \text{ henrios} \tag{212}$$

expresándose φ en weber.

Ejemplo: En el circuito del ejemplo precedente, determinar: (a) el coeficiente de autoinducción; (b) el coeficiente de autoinducción si el número de espiras se aumenta hasta 1 200 sin variar los restantes datos.

$$(a)\quad L_1 = \frac{20 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^8} = 4{,}0 \text{ henrios.}$$

(b) Con 1 200 espiras y la misma corriente de 5 amperios, el flujo será

$$\frac{1\,200}{800}\, 2\,500\,000 = 3\,750\,000 \text{ maxwell}$$

y por lo tanto

$$3\,750\,000 \cdot 1\,200 = 4{,}5 \cdot 10^9 \text{ maxwell-vuelta}$$

y el coeficiente de autoinducción

$$L_2 = \frac{4{,}5 \cdot 10^9}{5 \cdot 10^8} = 9{,}0 \text{ henrios}$$

---

[1] Henry, Joseph (1797-1878). Eminente físico norteamericano que cursó sus estudios en Albany, preparándose allí para la carrera de medicina. Sin embargo, se fué interesando por la Física y en 1825 fué nombrado profesor de Matemáticas y Filosofía de la Academia de Albany. Sin material de estudio y sin disponer de tiempo libre llevó a cabo muchos perfeccionamientos en los aparatos electromagnéticos y escribió muchas memorias relacionadas con el electromagnetismo.

En 1832 pasó a ocupar la cátedra de Filosofía de la Universidad de Princeton y en 1846 fué nombrado secretario y director de la Smithsonian Institution, de Washington. Fué el primero que aisló los conductores; inventó los carretes, o bobinas, de excitación de electroimanes y el relevador electromagnético, que se emplea mucho para la regulación de los aparatos eléctricos. Su mayor contribución a la ciencia fué el descubrimiento de la autoinducción en 1831. Independientemente de Faraday, descubrió la inducción electromagnética. La National Academy of Scientists lo consideró, en votación, como el hombre de ciencia americano más destacado.

Como puede observarse, el coeficiente de autoinducción es proporcional al *cuadrado* del número de vueltas.

El henrio puede definirse de la siguiente manera: *El henrio es el coeficiente de autoinducción de un circuito en el que se induce una fuerza electromotriz de un voltio cuando se produce una variación de la intensidad de la corriente de un amperio por segundo* [Véase también fórmula (218), p. 329].

Según las fórmulas (211) y (212) parecería que el coeficiente de autoinducción de un circuito es primordialmente función del flujo. También podría inferirse que la autoinducción es directamente proporcional al número de espiras. Sin embargo, estas dos relaciones no son exactas para un valor constante de la reluctancia, porque el flujo φ es proporcional a la vez al número de espiras y a la intensidad de la corriente. Es decir, $\varphi = 0{,}4\pi NI : \mathcal{R}$, siendo $\mathcal{R}$ la reluctancia del circuito magnético. Por consiguiente

$$L = \frac{0{,}4\pi N^2}{\mathcal{R} \cdot 10^8} \text{ henrios} \tag{213}$$

Como $\mathcal{R} = l : \mu A$ (§ 183, pág. 274)

$$L = \frac{0{,}4\pi N^2 \mu A}{l \cdot 10^8} \text{ henrios} \tag{214}$$

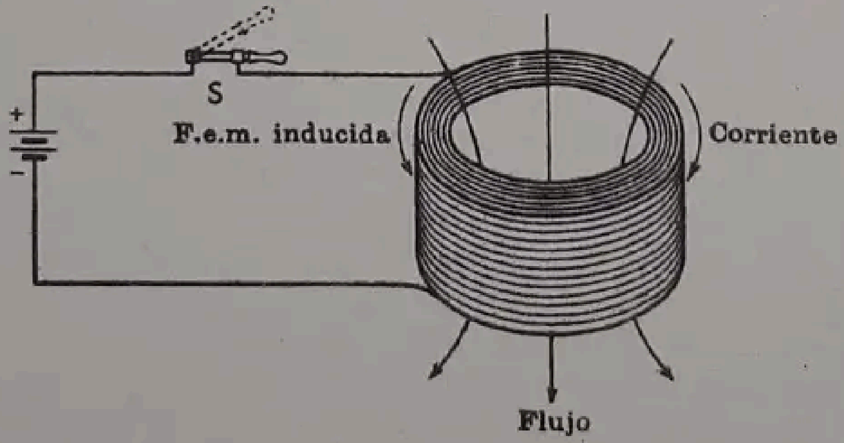


FIG. 226.—Relación entre la f.e.m. de autoinducción y la corriente.

Así, pues, el coeficiente de autoinducción depende primeramente de las dimensiones del circuito, del número de espiras y de la permeabilidad.

De las expresiones (213) y (214) se deduce que cuando la reluctancia se mantiene constante, el coeficiente de autoinducción varía proporcionalmente al cuadrado del número de espiras, aun cuando, en la (212), N aparezca únicamente elevada a la primera potencia. El ejemplo que antecede comprueba lo indicado.

$$L_2 = 4{,}0\left(\frac{1\,200}{800}\right)^2 = 9{,}0 \text{ henrios}$$

216. Fuerza electromotriz de autoinducción. Si se conecta una bobina a una batería y se cierra el interruptor S (fig. 226) se iniciará el paso de una corriente en la bobina. Esta corriente produce un acoplamiento autoinductivo entre el flujo y la bobina. Si el flujo crece debe inducir una f.e.m. en el arrollamiento, cuya magnitud depende del número de espiras y de la velocidad de variación del flujo. Según la ley de Lenz y también por consideraciones que se deducen de la figura 224 (*a*), la f.e.m. así inducida debe tener una dirección tal que se oponga a que crezca el flujo producido por la bobina y, por lo tanto, debe *oponerse* a un aumento de la corriente. Así, pues, en la figura 226, que representa una vista por encima, la dirección de la corriente en el arrollamiento es la de las agujas de un reloj, la dirección del flujo es descendente, y la dirección de la f.e.m. es de sentido opuesto a las agujas del reloj, o sea, opuesta a la corriente. La corriente no puede, por lo tanto, alcanzar inmediatamente su valor máximo, sino que se retarda debido a la f.e.m. producida por ella misma. Esta f.e.m., que se genera en el circuito de la corriente que la produce, es la *f.e.m. de autoinducción.*

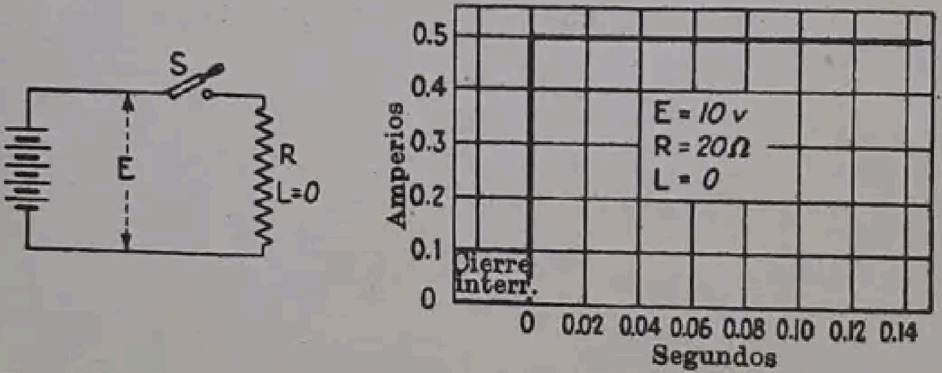


FIG. 227.—Variación de la corriente en un circuito no inductivo.

En cambio, el crecimiento de la intensidad de la corriente en un circuito en el que solamente haya resistencias es inmediato, como se representa en la figura 227, en la que supone actúa una f.e.m. de 10 voltios sobre una resistencia de 20 ohmios. En cuanto se cierra el interruptor S, la corriente alcanza inmediatamente su máximo valor, dado por la ley de Ohm.

En un circuito inductivo, la corriente se acerca paulatinamente al valor dado por la ley de Ohm, como se indica en la figura 229 (*b*), página 331; más exactamente, requiere un tiempo infinito para alcanzar dicho valor, aunque en un tiempo relativamente corto llegue prácticamente a alcanzarlo. La relación entre la corriente y el tiempo en un circuito inductivo se deducirá en el § 219 (pág. 331).

217. Cálculo de la fuerza electromotriz de autoinducción. De acuerdo con la fórmula (207), página 323, la f.e.m. inducida en una bobina producida por la variación del flujo que abraza es

$$e = -N \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} 10^{-8} \text{ voltios} \qquad (215)$$

en esta expresión, N es el número de espiras, y $\Delta\varphi : \Delta t$ la velocidad de variación del flujo.

Según la (211), se tiene también

$$L = \frac{N\varphi}{I} 10^{-8} \tag{216}$$

Si φ e I son variables, $\varphi : I$ establece la relación entre las variaciones del flujo y las correspondientes de la intensidad de la corriente. Si, por lo tanto, se produce un incremento de flujo debido a otro de la intensidad de la corriente, se verificará que $L\,\Delta I = N\,\Delta\varphi\, 10^{-8}$. Substituyendo en (215) el valor de $N\Delta\varphi$

$$e = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \tag{217}$$

Si la velocidad de variación de la corriente con relación al tiempo no fuera constante, debe intervenir la derivada $di : dt$ de la corriente con relación al tiempo. Según la (209), $e = -N\frac{d\varphi}{dt}10^{-8}$ voltios y de acuerdo con la (211), $N\varphi \cdot 10^{-8} = Li$. Multiplicando por -1 y diferenciando

$$-N\frac{d\varphi}{dt}10^{-8} = -L\frac{di}{dt} = e \text{ voltios}$$

y

$$e = -L\frac{di}{dt} \text{ voltios} \tag{218}$$

expresándose L en henrios.

Por consiguiente, la f.e.m. de autoinducción es igual al producto del coeficiente de autoinducción L, por la derivada de la corriente con relación al tiempo. El signo menos indica que esta f.e.m. se *opone* a la variación de la corriente.

Si el coeficiente de autoinducción varía con el flujo se puede escribir la expresión (218) como sigue

$$e = -\frac{d}{dt}(Li) = -\left(L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt}\right) \tag{219}$$

siendo el término adicional el que representa la f.e.m. inducida por el cambio del coeficiente.

Ejemplo: El circuito inductor de un generador tiene un coeficiente de autoinducción de 6 henrios. Si la corriente de excitación es de 12 amperios y se extingue en 0,05 segundos, ¿cuál será la f.e.m. inducida en el arrollamiento del inductor?

$$e = -6\frac{12}{0{,}05} = -1\,440 \text{ voltios}$$

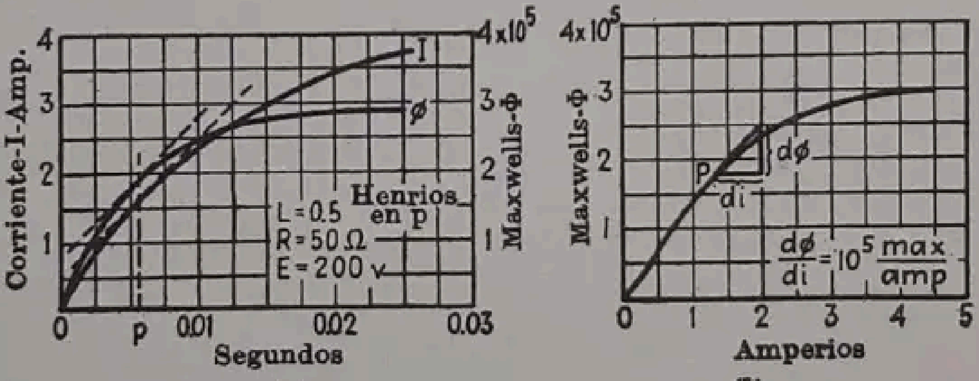
218. Autoinducción con reluctancia variable. Cuando la reluctancia de un circuito magnético *no es constante*, su coeficiente de autoinducción es igual al producto del número de espiras por la *velocidad de variación del flujo* dividido por la *velocidad de variación de la corriente* y por 10^8. Esta relación se deduce como sigue: Sea L el coeficiente de autoinducción variable. En cualquier instante, la f.e.m. inducida es

$$- L \frac{di}{dt} = - N \frac{d\varphi}{dt} 10^{-8} \text{ voltios} \tag{220}$$

Despejando L tenemos

$$L = N \frac{d\varphi}{di} 10^{-8} \text{ henrios} \tag{221}$$

En la figura 228 se representa gráficamente esta relación. Un circuito eléctrico con 500 espiras está acoplado a un circuito magnético. Cuando se aplica al circuito una tensión de 200 voltios, la corriente aumenta desde cero evolucionando como se indica en la curva *I* de la figura 228 (*a*). Sin embargo, al aumentar la corriente se satura el hierro, como puede verse en (*b*), que representa la curva de saturación del circuito magnético. Por lo tanto, a medida que aumenta la corriente en (*a*), la velocidad de aumento del flujo disminuye con relación a la velocidad de aumento de la corriente. En el instante *p* (fig. 228, *a*), correspondiente a los 0,0055 seg., el flujo aumenta a la velocidad de $2 \cdot 10^7$ maxwell por segundo y en este mismo instante la corriente aumenta a la velocidad de 200 amperios por segundo. Estas velocidades de crecimiento se pueden determinar por medio de las tangentes trazadas a las curvas en el punto que corresponde al instante considerado.



(*a*) (*b*)

FIG. 228.—Bobina de autoinducción con relación flujo-corriente variable.

Ejemplo: Determinar el valor de la autoinducción en el instante *p*. Aplicando la fórmula (220),

$$L = \frac{N \dfrac{d\varphi}{dt}}{\dfrac{di}{dt}} 10^{-8} \text{ henrios}$$

Por consiguiente,

$$L = 500 \frac{2 \cdot 10^7}{200 \cdot 10^8} = 0{,}5 \text{ henrios}$$

El punto p de la curva de saturación (b) de este circuito corresponde al punto p de la (a). En el punto p de (b), la velocidad de variación de flujo con relación a la corriente $d\varphi : di$ es de 10^5 maxwell por amperio. Por consiguiente, por medio de la (221)

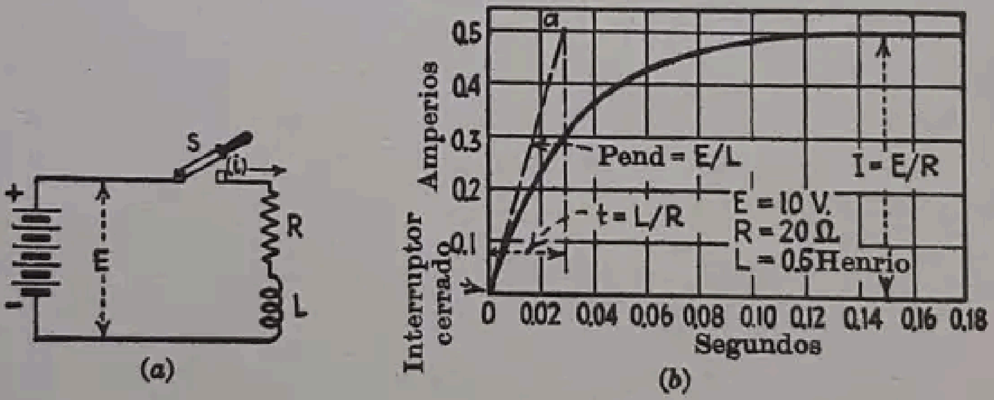
$$L = 500 \cdot 10^5 \cdot 10^{-8} = 0{,}5 \text{ henrios}$$

valor que puede determinarse trazando la tangente en el punto p en (b).

En el sistema m.k.s., y si se expresa φ en weber, la (221) se transforma en

$$L = N \frac{d\varphi}{di} \text{ henrios} \tag{222}$$

219. Crecimiento de la intensidad de la corriente en un circuito inductivo. En la figura 229 (a) se representa una resistencia R en serie con una autoinducción de coeficiente de L henrios. La autoinducción se supone que no tiene resistencia propia y que su pequeño valor real está incluído en R. Cuando se cierra el interruptor se aplica inmediatamente al circuito una diferencia de potencial de E voltios. Tomemos el instante de cierre del interruptor como origen de tiempos. La corriente i en amperios se puede determinar en función del tiempo t expresado en segundos.



(a) (b)

FIG. 229.—Variación de la corriente en un circuito inductivo.

La tensión aplicada E no solamente debe vencer la resistencia del circuito sino que ha de contrarrestar, también, la f.e.m. de autoinducción, $-L(di{:}dt)$. Así, pues,

$$E = Ri + L\frac{di}{dt} \tag{223}$$

También debe recordarse que la ley de Ohm establece que la intensidad de la corriente en un circuito es igual a la f.e.m. *total* dividida por la resistencia, y como la f.e.m. total, en el caso del circuito anterior, es $E - L\,(di : dt)$, la intensidad de la corriente será

$$i = \frac{E - L\dfrac{di}{dt}}{R} \tag{224}$$

que es equivalente a la (223).

La expresión (223) es una ecuación diferencial lineal de primer orden, fácilmente integrable.

Si se multiplica la (223) por dt, se obtendrá, ordenándola

$$Edt = Ridt + Ldi$$

$$(E - Ri)\,dt = Ldi$$

$$\frac{di}{E - Ri} = \frac{1}{L}\,dt$$

Integrando resulta

$$-\frac{1}{R}\log_e (E - Ri) = \frac{1}{L}t + K$$

siendo $e = 2{,}718$ la base de los logaritmos neperianos y K una constante de integración. La ecuación precedente puede escribirse en la forma,

$$\log_e (E - Ri) = -\frac{Rt}{L} - KR$$

Cuando $t = 0$, $i = 0$, lo que debe ser verdad, puesto que, si la corriente aumenta hasta un valor finito cualquiera durante el tiempo cero, su velocidad de variación deberá ser infinita, así como también la f.e.m. de autoinducción. Por consiguiente,

$$K = -\frac{1}{R}\log_e E,\ \log_e E = -KR$$

$$\log_e (E - Ri) - \log_e E = \log_e \frac{E - Ri}{E} = -R\frac{t}{L}$$

Poniendo la expresión en forma exponencial

$$\frac{E - iR}{E} = e^{\frac{-Rt}{L}}$$

de la cual

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right) \tag{225}$$

Esta ecuación exponencial está representada gráficamente en la figura 229 (b) para un circuito en el que $E = 10$ voltios, $R = 20$ ohmios y $L = 0{,}6$ henrios.

El crecimiento de la corriente es primero muy rápido y luego más lento hasta $t = \infty$, en que cesa de aumentar. Teóricamente, la corriente no alcanzará el valor que da la ley de Ohm hasta un valor infinito del tiempo; prácticamente, lo alcanza en un tiempo relativamente corto.

La velocidad de variación de la corriente en un instante t cualquiera es

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{R}\frac{d}{dt}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right) = \frac{E}{L}e^{\frac{-Rt}{L}} \text{ amp. por seg.} \tag{226}$$

Cuando $t = 0$

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \text{ amp. por seg.} \tag{227}$$

Es decir que en el instante de cerrar el interruptor, la corriente empieza a crecer a la velocidad de $E : L$ amperios por segundo.

La tangente Oa (fig. 229) a la curva en el origen O, debe tener, por tanto, una inclinación $E : L$. La velocidad de variación de la corriente en el instante en que se cierra el interruptor puede hallarse también directamente por medio de la fórmula (223), ya que para $t = 0$, $i = 0$, y $di : dt = E : L$.

Como la corriente se aproxima al valor dado por la ley de Ohm de una manera gradual, y teóricamente no llega nunca a alcanzarlo, el tiempo que invierte en llegar o acercarse al valor indicado no puede evaluarse solamente conociendo la velocidad de variación de la corriente. Por esta causa se toma como índice para su evaluación el valor $L : R$. Esta relación entre el coeficiente de autoinducción en henrios y la resistencia en ohmios recibe el nombre de *constante de tiempo*, τ, del circuito y es el tiempo en segundos necesario para que la corriente llegue a alcanzar el 63,2 % de su valor final fijado por la ley de Ohm. Substituyendo en la fórmula (225) el valor de t por $L : R$, se tiene

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{\frac{-R}{L}\left(\frac{L}{R}\right)}\right) \text{ amp.}$$

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - \frac{1}{2{,}718}\right) = 0{,}632\,\frac{E}{R} \text{ amp.} \tag{228}$$

Es decir que en el tiempo $L : R$ seg. la corriente alcanza, como se ha dicho, un valor igual a 0,632 de su valor final $E : R$. Esta relación queda indicada en la figura 229 (*b*), en la que la constante de tiempo es $0{,}6 : 20 = 0{,}03$ seg.

Debe notarse que si la intensidad de la corriente continuase aumentando a la velocidad inicial $E : L$, alcanzaría el valor final $E : R$ en $L : R$ seg. Es decir

$$i = \frac{E}{L}t = \frac{E}{L}\cdot\frac{L}{R} = \frac{E}{R} \text{ amp.}$$

Este crecimiento corresponde al de la tangente Oa (fig. 229, *b*), que corta a la abscisa correspondiente a 0,03 seg. en un punto de ordenada 0,5 amp.

Ejemplo: La resistencia de un relevador es de 400 ohmios, y su coeficiente de autoinducción de 0,4 henrios. Si se conecta este relevador, instantáneamente, a una red de 120 voltios, determinar: (*a*) la ecuación de intensidad de la corriente; (*b*) la velocidad inicial de variación de esta intensidad; (*c*) el valor de la intensidad a los 0,0005 segundos; (*d*) la constante de tiempo del circuito; (*e*) el valor de la intensidad de la corriente para el tiempo deducido en (*d*).

(*a*) Substituyendo en la ecuación (225),

$$i = \frac{120}{400}\left(1 - e^{\frac{-400t}{0{,}4}}\right) = 0{,}3\,(1 - e^{-1000t})$$

(*b*) Cuando $t = 0$

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} = \frac{120}{0{,}4} = 300 \text{ amperios por segundo}$$

(*c*) $i = 0{,}3\,(1 - e^{-1\,000 \times 0{,}0005})$

$$= 0{,}3\,(1 - e^{-0{,}5}) = 0{,}3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{e}}\right) = 0{,}1181 \text{ amperios}$$

(*d*) La constante de tiempo $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{0{,}4}{400} = 0{,}001$ segundos.

(*e*) $i = 0{,}3\left(1 - \dfrac{1}{e}\right) = 0{,}3\,(1 - 0{,}368) = 0{,}1896$ amperios.

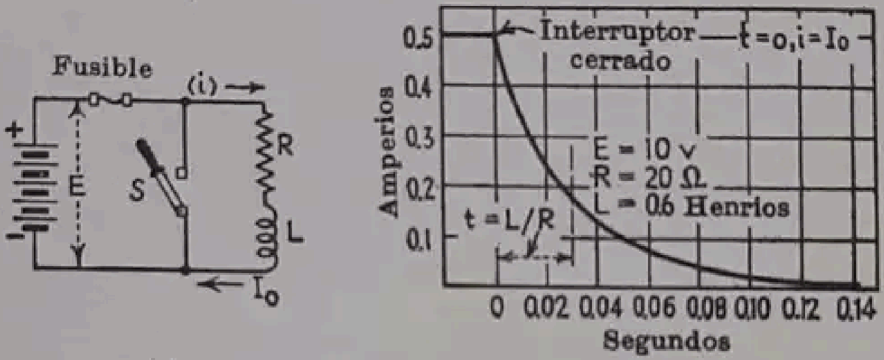
Este retardo en el aumento de la intensidad de la corriente en los circuitos, debido a la autoinducción, debe recordarse cuidadosamente, porque interviene en el retraso que se observa en los relevadores, bobinas de embrague, etc. Cuando se produce un corto circuito, puede existir un considerable retraso entre el momento de producirse y aquel en que se abre el disyuntor o el interruptor accionado por un relevador. El efecto de la autoinducción es también uno de los factores que regulan la aceleración de la corriente inicial en un corto circuito.

220. Disminución de la corriente en un circuito inductivo. Si se pone en corto circuito un circuito inductivo que transporta una corriente, ésta no cesa inmediatamente de circular, como ocurre en los circuitos no inductivos en igualdad de condiciones, sino que continúa circulando y no se anula hasta que ha transcurrido un tiempo apreciable a partir del instante del corto circuito. Teóricamente, la corriente no se anula hasta que ha pasado un tiempo infinitamente grande. Esta circulación de corriente después de que ha cesado de actuar la tensión, es debida a la f.e.m. de autoinducción. El flujo que abraza la bobina se debe a la corriente, y cuando la corriente decrece, el flujo también lo hace e induce una f.e.m. en la bobina. De la misma manera que la corriente generada por la f.e.m. inducida tiende, en la figura 224 (*b*), página 323, a oponerse a que se separe de la bobina la fuente productora de flujo, así también la f.e.m. de autoinducción tiende a oponerse a las disminuciones de la intensidad de la corriente o del flujo, y disminuye proporcionalmente a la velocidad de decrecimiento de éstos.

En la figura 230 (*a*) se representa un circuito en el cual se pueden poner en corto circuito, sin peligro, la autoinducción y la resistencia. El interruptor S está dispuesto para poner en corto circuito la resistencia R y la autoinducción L en serie. En el instante del corto circuito, una corriente de I_0 amperios circula por R y L.

Se intercala un fusible en serie con la batería para protegerla contra el corto circuito. Es posible determinar la corriente en la resistencia y en la autoinducción en función del tiempo haciendo $E = 0$ en la fórmula (223), página 331. Sin embargo, el circuito es fundamentalmente uno solo, al que se aplica una f.e.m. $-L\,(di : dt)$, siendo su resistencia R. Por consiguiente, aplicando la ley de Ohm,

$$iR = -L\frac{di}{dt} \tag{229}$$



(a) (b)

FIG. 230.—Descenso de la corriente en un circuito inductivo.

colocándose signo menos para indicar que la f.e.m. de autoinducción es opuesta al efecto que la produce (ley de Lenz). Esta ecuación se integra fácilmente

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}\,dt$$

$$\log_e i = -\frac{Rt}{L} + K$$

siendo K una constante de integración.

Cuando $t = 0$, $i = I_0$; por lo tanto,

$$\log_e I_0 = K$$

$$\log_e \frac{i}{I_0} = -\frac{Rt}{L}$$

Que puesta en forma exponencial y despejando i nos da

$$i = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} \tag{230}$$

La ecuación (230) es una función exponencial decreciente. Teóricamente, la intensidad de la corriente se reduce a cero sólo después de un tiempo infinitamente grande. Prácticamente se anula en un plazo relativamente corto. La ecuación (230) se representa gráficamente en la figura 230 (*b*) para un circuito en el cual, antes del corto circuito, E tiene un valor de 10 voltios. R es igual a 20 ohmios y L igual a 0,6 henrios, que son las mismas constantes del circuito de la figura 229 (*b*).

La constante de tiempo $\tau = L : R$ es aquí la que fija la velocidad de disminución de la corriente. Por ejemplo, cuando $t = \tau = L : R$

$$i = \frac{I_0}{e} = 0{,}368\ I_0 \tag{231}$$

Ejemplo: En el circuito cuyas constantes se indican en la figura 230 (*b*), la corriente es de $I_0 = 0{,}5$ amperios al cerrar el interruptor *S*. Determinar: (*a*) la intensidad de la corriente cuando $t = 0{,}01$ seg; (*b*) la constante de tiempo del circuito; (*c*) la intensidad de la corriente correspondiente al tiempo dado por el valor (*b*).

(*a*) Utilizando la ecuación (230)

$$i = 0{,}5\ e^{-\frac{20 \cdot 0{,}01}{0{,}6}} = \frac{0{,}5}{2{,}718^{1/3}} = 0{,}358 \text{ amperios}$$

(*b*) $\tau = L : R = 0{,}6 : 20 = 0{,}03$ segundos.

(*c*) $i = I_0\, e^{-1} = I_0 : e = 0{,}368 \cdot I_0 = 0{,}184$ amperios.

221. Energía del campo magnético. Para *crear* un campo magnético debe invertirse energía. Para mantener un campo constante no se necesita gastar energía, por lo que se refiere al propio *campo*. La energía suministrada a los arrollamientos de un electroimán se invierte en calentar el cobre y no tiene relación con la energía del campo magnético en sí. La energía del campo magnético queda almacenada como energía potencial y es análoga a la energía de un peso mantenido en el aire (figura 231). Se invierte trabajo en elevar el peso hasta una posición dada, *pero no se requiere gasto de energía para mantenerlo en ella.* La energía de posición del peso es *Wh,* si *W* es el peso y *h* la altura a la cual se elevó. Esta energía es utilizable y puede recuperarse de varias maneras.

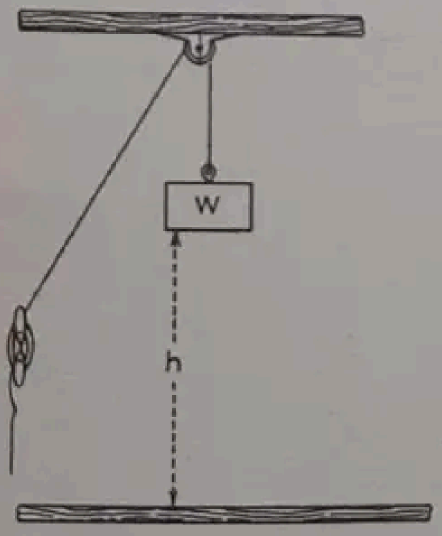


FIG. 231.—Energía potencial de un peso suspendido.

Del mismo modo, la energía almacenada en el campo magnético se puede utilizar y poner de manifiesto de varios modos, como, por ejemplo, en el arco que se forma en los contactos de los interruptores. En un circuito recorrido por una corriente alterna, toda esta energía puede devolverse al circuito.

La energía del campo en julios o vatios-segundo es

$$W = {}^1/_2\, LI^2 \tag{232}$$ [1]

si L es el coeficiente de autoinducción del circuito en henrios, e I la intensidad de la corriente en el mismo.

---

[1] Debe observarse la semejanza entre esta expresión y la de la energía almacenada en una masa en movimiento. Por ejemplo, cuando una masa M se mueve con velocidad V, su energía cinética es $1/2\ MV^2$. Para un cuerpo en rotación que tiene un momento de inercia I y una velocidad angular ω, la energía cinética vale $1/2\ I\omega^2$.

La fórmula (232) se deduce fácilmente de la expresión de la autoinducción. Consideremos una corriente de intensidad i que circule por un circuito con autoinducción (fig. 229, a). De la energía absorbida, $\int_0^t Ei\,dt$ julios, en el tiempo t, una parte se disipa en forma de calor en la resistencia $\left(=\int_0^t i^2 R dt\right)$ y el resto se almacena como energía del campo magnético. Esta energía se puede determinar como sigue. Cuando una corriente circula en oposición a una f.e.m., o bien se desarrolla una potencia mecánica (motor, § 327) o bien se almacena energía (carga de una batería, § 51, pág. 65). En el circuito con autoinducción, la corriente circula oponiéndose a la fuerza contraelectromotriz $e = -L(di : dt)$, y debe almacenarse energía.

La potencia instantánea es $ie = i\,(Ldi : dt)$ y la energía

$$W = \int_0^T iedt = L\int_0^I idi = {}^1/_2\, LI^2 \tag{232 a}$$

(Cuando $t = T$, $i = I$).

Las expresiones (232) y (232 a) demuestran que la energía del circuito magnético es proporcional al *cuadrado* de la intensidad de la corriente. Por lo tanto, si esta última se puede reducir, por medio de una resistencia conveniente, a la mitad de su valor inicial antes de abrir un circuito con gran autoinducción, la energía del arco que se forma en los contactos del interruptor puede reducirse a la cuarta parte del valor que habría tenido sin la adición de dicha resistencia. Este hecho debe recordarse cuando se abre el circuito del inductor de una dínamo.

Ejemplo: En un circuito que tiene una autoinducción de 4 henrios, la corriente es de intensidad de 10 amperios. Determinar: (a) la energía del campo magnético; (b) si se interrumpe esta corriente en 0,2 segundos, el valor medio de la potencia consumida por el campo magnético durante este tiempo.

(a) $W = {}^1/_2 \cdot 4 \cdot 10^2 = 200$ vatios-segundo.

(b) $P = \dfrac{200}{0{,}2} = 1\,000$ vatios $= 1$ kw.

222. Energías magnética y calorífica. Si después de haberse estabilizado la corriente en el circuito de la figura 229 (a), se abre el interruptor S, se forma un arco bien visible entre sus contactos. Este arco será mucho mayor que el que se forme en los del interruptor del circuito de la figura 227, que solamente tiene resistencia, aun cuando la corriente y la tensión sean las mismas en ambos casos. La formación de este arco puede atribuirse a dos efectos de la autoinducción.

Cuando se abre un interruptor, se produce un decrecimiento rápido de la intensidad de la corriente, lo que genera una f.e.m. de autoinducción, de valor $-L(di : dt)$ (§ 217, pág. 329), que intenta oponerse a la disminución de la corriente y que llega a ser suficientemente elevada para iniciar y mantener un arco de apreciable longitud entre los contactos del interruptor. El arco quema los contactos y provoca su rápido deterioro.

Otro método, probablemente mejor, de explicar este fenómeno es el de considerar su aspecto energético. La energía almacenada en el campo magnético es $^1/_2LI^2$ julios. Cuando la corriente se anula, la energía almacenada en el campo debe anularse también y en virtud de la ley de conservación de la energía ésta debe aparecer bajo otra forma. En este caso se transforma en calor producido por el arco que salta entre los contactos del interruptor.

La f.e.m. inducida y el arco que produce la interrupción de un circuito con autoinducción pueden resultar peligrosos, desde el doble punto de vista de los daños personales y del deterioro de los aparatos, como sucede, por ejemplo, con los inductores de los alternadores que se excitan separadamente y que requieren que se abra el circuito cuando se para el alternador. La f.e.m. de autoinducción que se genera alcanza, a veces, valores tan elevados que ha llegado a perforar el aislamiento en el instante de abrir el circuito inductor. Para proteger este circuito de estas averías del aislante, se emplea a menudo un interruptor de campo (fig. 232). En el instante en que se abre el interruptor, el campo (y momentáneamente la línea) se ponen en paralelo con la resistencia de campo. La energía del campo inductor se disipa así parcialmente en esta resistencia, en lugar de formar arco en los contactos del interruptor.

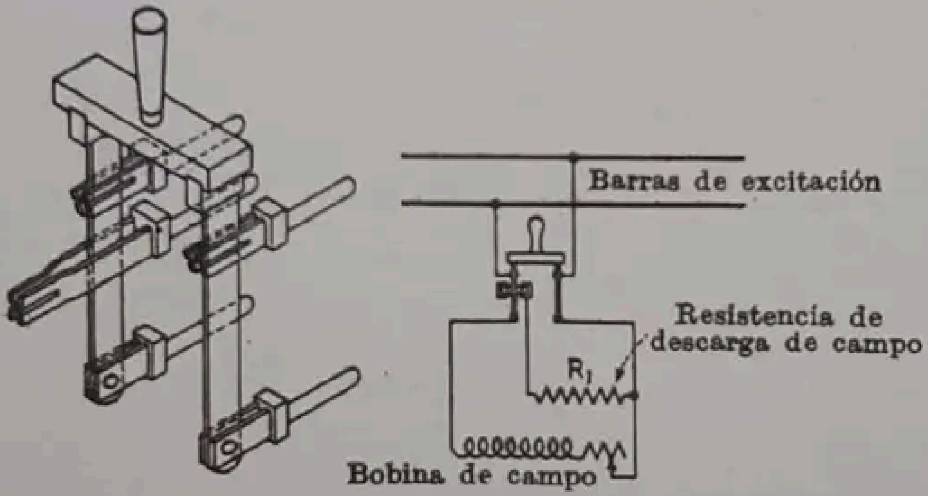


FIG. 232. — Interruptor con resistencia de descarga de campo.

El valor e_f de la f.e.m. creada en el inductor y el interruptor de campo puede calcularse empleando el mismo método que para obtener la fórmula (230) de la página 335. El circuito de la figura 233 es equivalente al de la 232, siendo R y L la resistencia y coeficiente de autoinducción del circuito inductor que comprende la bobina de excitación y el reóstato, y R_1 la resistencia adicional del interruptor de campo. Cuando el interruptor está cerrado, la corriente en el circuito inductor vale $I_0 = E : R$, si E es la tensión en las barras de la excitación. Cuando se abre el interruptor S, la f.e.m. de autoinducción $-L\ (di : dt)$ actuará provocando el que una corriente de intensidad i circule por el circuito *abcda*. Como esta f.e.m. tiende a prolongar el tiempo de paso de la corriente, la dirección de i será la misma que la de I_0 (fig. 233). En el instante de abrir el interruptor, la intensidad de la corriente en el circuito de campo será I_0, ya que esta intensidad, en un circuito con autoinducción, no cambia en un tiempo nulo (pág. 331). Escribiendo la ecuación correspondiente a este circuito

$$-L\frac{di}{dt} = i\,(R_1 + R)$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{R_1 + R}{L}\,dt$$

$$\log_e i = -\frac{R_1 + R}{L}t + K$$

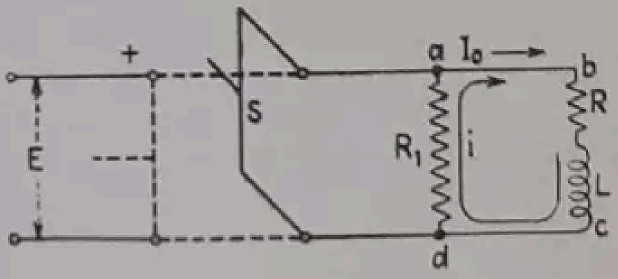


FIG. 233.—Circuito de descarga de campo.

siendo, como siempre, e la base de los logaritmos neperianos y K la constante de integración. Cuando $t = 0$, $i = I_0$, luego

$$K = \log_e I_0$$

$$\log_e \frac{i}{I_0} = -\frac{R_1 + R}{L}t$$

$$i = I_0 e^{-\frac{R_1+R}{L}t} \text{ amperios} \tag{233}$$

Como la tensión es $e_f = iR_1$

$$e_f = I_0\,R_1\,e^{-\frac{R_1+R}{L}t} \text{ voltios}$$

$$I_0 = \frac{E}{R} \text{ amperios.}$$

$$e_f = E\,\frac{R_1}{R}\,e^{-\frac{R_1+R}{L}t} \text{ voltios} \tag{234}$$

e_f es máxima cuando $t = 0$. Si $R_1 = R$, la f.e.m. es igual a la tensión E.

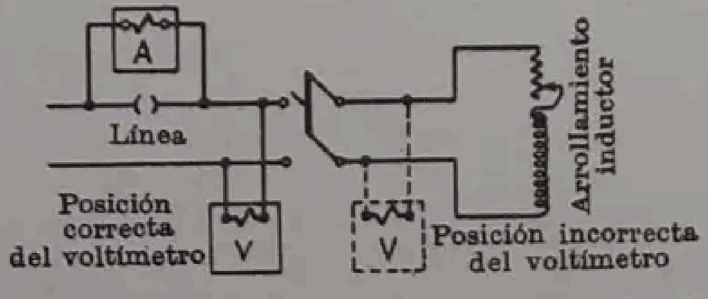

A
Línea
Posición correcta del voltímetro
V
V
Posición incorrecta del voltímetro
Arrollamiento inductor

FIG. 234.—Posición del voltímetro en un circuito inductivo.

Los inductores de los generadores y motores shunt están conectados por lo general a los terminales de los inducidos, de manera que cuando se pone la máquina fuera de circuito, el campo se descarga paulatinamente a través del inducido y no es necesario prever un interruptor de campo.

Deben evitarse especialmente, aun en los casos de tensiones reducidas, los interruptores de contactos en los circuitos con autoinducción. No solamente existe en ellos el peligro de fusión por el arco, sino también el de averías por causa de la elevada f.e.m. inducida.

Al medir la resistencia de un circuito con autoinducción por el método del voltímetro-amperímetro, el voltímetro, representado de trazos en la fig. 234, no debe conectarse nunca del lado del interruptor correspondiente a los receptores. Cuando se abre el interruptor, el voltímetro quedará sometido a una f.e.m. de autoinducción cuyo valor puede ser varias veces mayor que el de las barras de servicio, lo que se comprueba mediante la ecuación (234), en la que R_1 fuese la resistencia del voltímetro, que puede ser muy superior a la del circuito de campo. Puede, desde luego, desconectarse el voltímetro antes de abrir el interruptor o también disponerlo en el *lado de la alimentación*, ya que aquí la tensión se mantendrá a su valor nominal, que es la de los generadores del sistema.

223. Utilización de la energía del campo magnético. Un ejemplo conocido de utilización de la energía almacenada en un campo magnético se presenta en el sistema de encendido de alta tensión en los automóviles. La figura 235 representa el esquema de una de estas instalaciones. El primario de una bobina de encendido está conectado a los terminales de una batería en serie con los contactos del interruptor. La bobina de encendido está constituída por un arrollamiento primario de relativamente pocas espiras y uno secundario con gran número de espiras, montados los dos sobre un núcleo de chapas de hierro. Los contactos del interruptor se cierran y se abren mediante una leva giratoria que lleva tantos salientes como cilindros tiene el motor. Los contactos permanecen cerrados durante el tiempo suficiente para que el flujo en el núcleo de la bobina de encendido alcance el valor necesario y entonces se abren súbitamente. Con ello se induce una elevada f.e.m. en el secundario $[e_2 = -N_2(d\varphi : dt)]$, que hace saltar la chispa de encendido entre las dos puntas de la bujía. La energía, almacenada con relativa lentitud en el campo magnético, queda súbitamente liberada y se transforma en energía térmica entre las puntas de la bujía. El condensador conectado a los contactos sirve para apagar el arco cuando éstos se abren, evitando el que, a expensas de una parte de la energía almacenada en el campo magnético del núcleo, se lleguen a quemar. Esta energía queda, de este modo, almacenada en el condensador, que la libera cuando se cierran nuevamente los contactos. La resistencia en serie con el primario tiene un elevado coeficiente de temperatura, con lo que, si queda cerrado inadvertidamente el

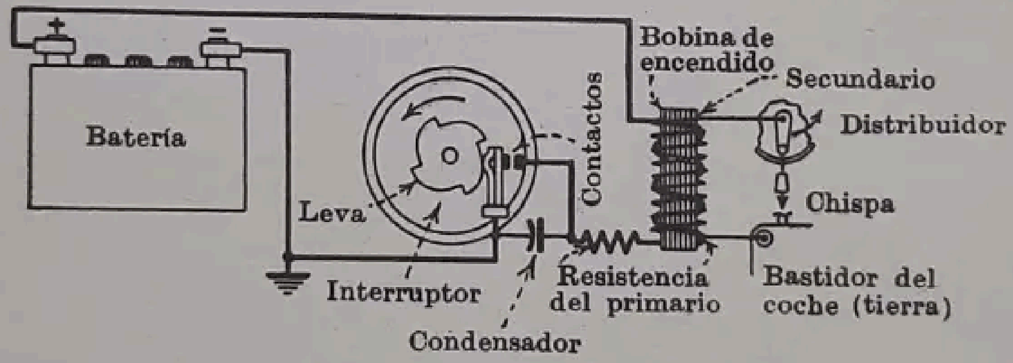


FIG. 235.—Sistema de encendido de un automóvil.

interruptor de encendido y los contactos se hallan también casualmente cerrados, el primario no puede sufrir un sobrecalentamiento.

Este medio de almacenar energía lentamente en un campo magnético y de liberarla luego súbitamente, se aplica también al encendido de baja tensión de los motores de combustión interna. En la cabeza del cilindro se ponen dos contactos en serie con un circuito de baja tensión, constituído ordinariamente por seis pilas secas y una bobina con núcleo de chapas de hierro, sobre el que se arrollan varias espiras de alambre de construcción similar al núcleo y primario de la bobina de la figura 235 Los contactos se abren y cierran por medio de un mecanismo de levas. Cuando los contactos están cerrados, se crea un campo magnético en la bobina de ignición, y se almacena de este modo energía magnética. Cuando se abren los contactos, esta energía aparece en forma de chispa que enciende la mezcla explosiva en el cilindro.

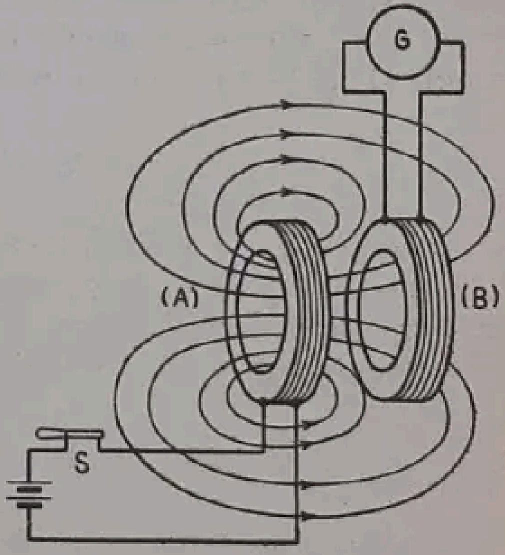


FIG. 236. — Inducción mutua entre dos bobinas.

224. Inducción mutua. En la figura 236 se representan dos bobinas A y B. La bobina A se conecta a una batería por medio de un interruptor S. La bobina B se conecta con un galvanómetro, pero no a un manantial de f.e.m. La bobina B se coloca de manera que su eje casi coincida con el de la A y que las dos bobinas queden muy próximas. Cuando se cierra el interruptor S, la corriente afluye a la bobina A creando un campo magnético que la rodea. La posición de B con relación a A hace que una parte considerable del flujo de A corte al mismo tiempo B. Por lo tanto, si se interrumpe la corriente en A abriendo el interruptor S, o bien varía su intensidad, se produce simultáneamente una variación del flujo que corta B, lo que induce una f.e.m. en ella. Esta f.e.m. se pone de manifiesto por medio del galvanómetro conectado a los terminales de B. Al cerrar el interruptor S, el galvanómetro se desviará momentáneamente y volverá al cero, lo que revela que se ha producido una f.e.m. transitoria en la bobina B. Al abrir el interruptor S, el galvanómetro se desviará en sentido opuesto a como lo hizo en el caso anterior, lo que prueba que la f.e.m. inducida al abrir el circuito es de dirección opuesta a la f.e.m. que se induce al cerrar el circuito. Como la bobina B está relacionada con la A de tal modo que cuando cambia el flujo en ésta se induce una f.e.m. en B, se dice que entre estas dos bobinas se ejerce una *inducción mutua*. La f.e.m. inducida es, por lo tanto, de inducción *mutua* y su valor medio según la fórmula (215), de la página 328, es

$$e_{av} = N_2 \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta t} 10^{-8} \text{ voltios} \qquad (235)$$

en la que N_2 es el número de espiras de la bobina B, $\Delta\varphi_2$ la variación del flujo magnético generado por la bobina A y que corta a la bobina B, y Δt el tiempo en segundos en que se produce la variación de flujo indicada.

Aunque las bobinas A y B se pongan juntas, no todo el flujo φ_1 de A cortará la bobina B, sino solamente una determinada proporción k, inferior a la unidad. Es decir

$$e_{av} = N_2 \frac{k\Delta\varphi_1}{\Delta t} 10^{-8} \text{ voltios} \tag{236}$$

k recibe el nombre de *coeficiente de acoplamiento* de los circuitos A y B. Como N_2 y k son constantes para una forma determinada de los circuitos, y φ_1 puede suponerse proporcional a la intensidad i_1 de la corriente en la bobina A, la (236) se puede escribir así:

$$e_{av} = L_{AB} \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \text{ voltios} \tag{237}$$

expresión en que L_{AB} es el *coeficiente de inducción mutua,* en henrios, entre las bobinas A y B, indicándose con la primera letra del subíndice la bobina en la que se genera el campo.

Comparando la (236) y la (237), se obtiene:

$$L_{AB} = kN_2 \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta i_1} 10^{-8} \text{ henrios} \tag{238}$$

Se dice, pues, que entre dos circuitos se ejerce una inducción mutua cuando la variación de la intensidad de la corriente que circula por uno de ellos genera en el otro una f.e.m. de inducción.

En las tablas físicas del Smithsonian Institute, la inducción mutua se define, cuantitativamente, como sigue.

La inducción mutua entre dos circuitos es la f.e.m. producida en uno de ellos por un incremento unitario de la variación, con respecto al tiempo, de la intensidad de la corriente que circula por el otro.

Si en las fórmulas (235), (236) y (237) se consideran valores instantáneos, es decir que $\Delta\varphi_2$, Δt, $\Delta\varphi_1$ y Δi_1, se aproximan indefinidamente al límite cero, las tres expresiones se transforman en las siguientes:

$$e_2 = N_2 \frac{d\varphi_2}{dt} 10^{-8} \text{ voltios} \tag{239}$$

$$e_2 = N_2 k \frac{d\varphi_1}{dt} 10^{-8} \text{ voltios} \tag{240}$$

$$e_2 = L_{AB} \frac{di_1}{dt} \text{ voltios} \tag{241}$$

en las que e_2 es el valor instantáneo de la f.e.m. inducida en la bobina B.

Ejemplo: En la figura 236, se supone que la bobina A tiene 400 espiras, y la B, 600. Con una corriente en A de 5 amperios de intensidad, genera ésta un flujo de 500 000 maxwell, de los que la bobina B abraza 200 000. Todas las reluctancias se consideran constantes. Determinar: (a) el coeficiente de autoinducción de la bobina A cuando B está en circuito abierto; (b) el coeficiente de acoplamiento entre A y B; (c) valor medio de la f.e.m. inducida en B cuando el flujo que abraza pasa de cero a 200 000 maxwell en 0,5 segundos; (d) coeficiente de inducción mutua entre A y B; (e) valor medio de la f.e.m. inducida en B cuando la intensidad de la corriente que circula por A pasa de cero a 5 amperios en 0,5 segundos.

(a) Mediante la fórmula (216), página 329, se obtiene

$$L_1 = \frac{N_1 \varphi_1}{I} = \frac{400 \cdot 500\,000}{5} 10^{-8} = 0{,}4 \text{ henrios}$$

(b) $k = 200\,000 : 500\,000 = 0{,}4.$

(c) Utilizando la (235)

$$e_{av} = 600 \frac{200\,000}{0{,}5} 10^{-8} = 2{,}4 \text{ voltios}$$

(d) La fórmula (238) da

$$L_{AB} = \frac{0{,}4 \cdot 600 \cdot 500\,000}{5} 10^{-8} = 0{,}24 \text{ henrios}$$

(e) Aplicando (237)

$$e_{av} = 0{,}24 \frac{5}{0{,}5} = 2{,}4 \text{ voltios}$$

El valor de L_{AB} calculado en (d) puede también obtenerse a partir de (c) y aplicando la fórmula (237)

$$2{,}4 = L_{AB} \frac{5}{0{,}5} \qquad\qquad L_{AB} = 0{,}24 \text{ henrios}$$

Se comprende que si L_{AB} es el coeficiente de inducción mutua de la bobina B con respecto a la A, habrá también un L_{BA} como coeficiente de inducción mutua de la A con relación a B. Es decir, si la velocidad de variación de la intensidad de la corriente en la bobina B es $\Delta i_2 : \Delta t$ amperios por segundo se induce en A una f.e.m.

$$e_{av} = L_{BA} \frac{\Delta i_2}{\Delta t} \text{ voltios} \tag{242}$$

y, para valores instantáneos,

$$e_1 = L_{BA} \frac{di_2}{dt} \tag{243}$$

Si el circuito de la bobina B se cierra, de acuerdo con la ley de Lenz, la corriente que se induzca en B por una variación de la intensidad de la corriente en A, debe *oponerse* a esta última, es decir que si una de ellas circula en *el sentido de las agujas del reloj*, la otra deberá circular en *sentido contrario al de las agujas del reloj*. La corriente inducida se opone al aumento del flujo que abraza la bobina. Del mismo modo, a toda corriente que se produzca en B se opondrá otra que se inducirá en A.

La inducción mutua de dos circuitos puede aumentarse de una manera notable acoplándolos entre sí por medio de un núcleo común de hierro. Así, si dos bobinas, similares a las representadas en la figura 236, se arrollan sobre un mismo núcleo de hierro (fig. 237), el valor del coeficiente de acoplamiento k se acercará mucho a la unidad; es decir, prácticamente todo el flujo que genera la bobina A lo abrazará la bobina B.

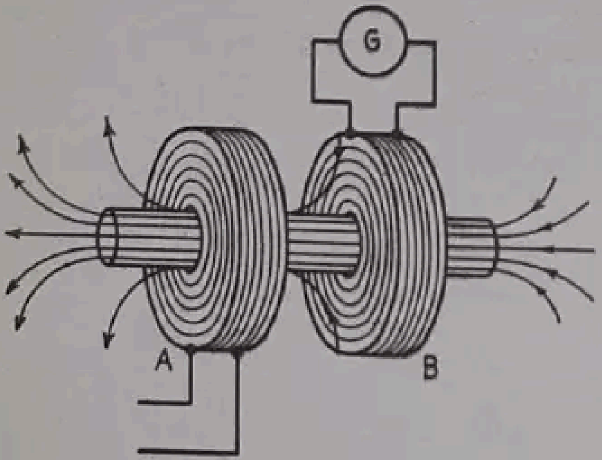


Fig. 237. — Efecto de un núcleo de hierro en la inducción mutua.

225. Inducción mutua y autoinducción. La inducción mutua de dos circuitos cuyos coeficientes de autoinducción sean L_1 y L_2 es

$$L_m = k\sqrt{L_1 L_2} \qquad (244)$$

siendo $L_m = L_{AB} = L_{BA}$ y k el coeficiente de acoplamiento. La fórmula (244) puede obtenerse como sigue.

En la figura 238 se representan dos bobinas, A y B, colocadas una al lado de otra y sobre el mismo circuito magnético. La bobina A tiene N_1 espiras, y la B, N_2. La reluctancia del circuito magnético es de $\mathcal{R}$ unidades c.g.s. y se supone que es constante. Supóngase que circula una corriente i_1, solamente por A.

El flujo generado por A es:

$$\varphi_1 = \frac{0{,}4\pi N_1 i_1}{\mathcal{R}} \text{ maxwell} \qquad \text{(I)}$$

El flujo que abraza B es

$$\varphi_2 = k\varphi_1 = k\frac{0{,}4\pi N_1 i_1}{\mathcal{R}} \text{ maxwell} \qquad \text{(II)}$$

La f.e.m. inducida en B, debida a la variación de la intensidad de la corriente en A, $di_1 : dt$, será

$$e_2 = kN_2\frac{d\varphi_1}{dt}10^{-8} = k\frac{0{,}4\pi N_1}{\mathcal{R}} N_2\, 10^{-8}\frac{di_1}{dt} \text{ voltios} \qquad \text{(III)}$$

Por consiguiente, según la ecuación (241)

$$L_{AB} = L_m = k\frac{0{,}4\pi N_1 N_2}{\mathcal{R}} 10^{-8} \text{ henrios} \qquad (245)$$

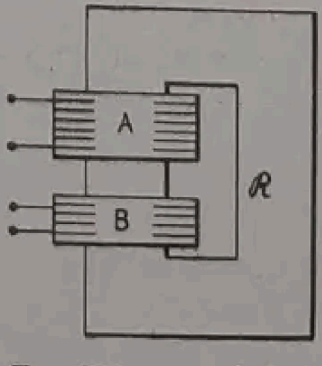


Fig. 238. — Autoinducción e inducción mutua de dos bobinas con núcleo de hierro.

Según la ecuación (211) de la página 326,

$$L_1 = \frac{N_1\varphi_1}{i_1}10^{-8} = \frac{0{,}4\pi N_1^2 i_1}{\mathcal{R} i_1}10^{-8} = \frac{0{,}4\pi N_1^2}{\mathcal{R}}10^{-8} \text{ henrios} \qquad \text{(IV)}$$

Del mismo modo, si circula una corriente i_2 por B solamente

$$L_2 = \frac{N_2 \varphi_2}{i_2} 10^{-8} = \frac{0{,}4\pi N_2^2 i_2}{\mathcal{R} i_2} 10^{-8} = \frac{0{,}4\pi N_2^2}{\mathcal{R}} 10^{-8} \text{ henrios} \qquad \text{(V)}$$

Multiplicando la (IV) por la (V) y extrayendo la raíz cuadrada

$$\sqrt{L_1 L_2} = \frac{0{,}4\pi N_1 N_2}{\mathcal{R}} 10^{-8} \text{ henrios} \qquad \text{(VI)}$$

Según la ecuación (245) se obtiene que

$$L_m = k\sqrt{L_1 L_2} \text{ henrios} \qquad (246)$$

Si las dos bobinas A y B están conectadas en serie de manera que se ayuden mutuamente, el coeficiente de autoinducción total es

$$L = L_1 + L_2 + 2L_m \qquad (247)$$

si están en oposición

$$L = L_1 + L_2 - 2L_m \qquad (248)$$

La ecuación (247) se puede demostrar fácilmente. Sea i la corriente en las dos bobinas en serie. La f.e.m. total inducida en el circuito, debida a la variación de la corriente con relación al tiempo $di : dt$, es la suma de las f.e.m. debidas a la autoinducción de cada una de las bobinas independientemente y de la f.e.m. inducida en cada bobina por la inducción mutua entre las dos bobinas. Es decir,

$$e = \left(L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt}\right) + \left(L_m \frac{di}{dt} + L_m \frac{di}{dt}\right) =$$

$$= (L_1 + L_2 + 2L_m)\frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt}.$$

La fórmula (248) se puede deducir de una manera análoga.

Ejemplo: Dos bobinas, A y B, con 800 y 1 200 espiras respectivamente, están acopladas mediante un circuito magnético cuya reluctancia es 0,0015 unidades c.g.s. El coeficiente de acoplamiento es 0,8 y por las dos bobinas, puestas en serie, circula una corriente de 0,5 amperios. Determinar: (*a*) el coeficiente de autoinducción de cada bobina; (*b*) el coeficiente de inducción mutua; (*c*) el coeficiente de inducción total con las dos bobinas en serie ayudándose mutuamente; (*d*) el coeficiente de inducción total con las dos bobinas en serie y en oposición.

$$(a) \quad \varphi_1 = \frac{0{,}4\pi 800 \cdot 0{,}5}{0{,}0015} = 335\,000 \text{ maxwell}$$

$$L_1 = \frac{N_1 \varphi_1}{i_1} 10^{-8} = \frac{800 \cdot 335\,000}{0{,}5} 10^{-8} = 5{,}36 \text{ henrios}$$

$$\varphi_2 = \frac{0{,}4\pi 1\,200 \cdot 0{,}5}{0{,}0015} = 502\,000 \text{ maxwell}$$

$$L_2 = \frac{N_2 \varphi_2 10^{-8}}{i_2} = \frac{1\,200 \cdot 502\,000}{0{,}5} 10^{-8} = 12{,}05 \text{ henrios}$$

(*b*) Por medio de la fórmula (238), página 342

$$L_{AB} = 0{,}8 \frac{1\,200 \cdot 335\,000}{0{,}5} 10^{-8} = 6{,}44 \text{ henrios}$$

También, de la (244) se deduce

$$L_m = 0{,}8 \sqrt{5{,}36 \cdot 12{,}05} = 6{,}44 \text{ henrios}$$

(*c*) Empleando la (247)

$$L = 5{,}36 + 12{,}05 + (2 \cdot 6{,}44) = 30{,}29 \text{ henrios}$$

(*d*) Empleando la (248)

$$L = 5{,}36 + 12{,}05 - (2 \cdot 6{,}44) = 4{,}53 \text{ henrios.}$$

226. Energía almacenada. Si circula una corriente i_1 en la bobina A y otra corriente i_2 en la bobina B, la energía total almacenada [1] es

$$W = {}^1/_2\, L_1 i_1^2 + {}^1/_2\, L_2\, i_2^2 \pm L_m\, i_1 i_2 \text{ julios} \tag{249}$$

El signo positivo se emplea cuando las f.m.m. de las dos bobinas están en conjunción, y el negativo cuando están en oposición.

Ejemplo: En el ejemplo del § 225, con la corriente de la bobina A igual a 8,0 amp. y la corriente de la bobina B igual a 5,0 amp., determínese la energía total almacenada cuando (*a*) las f.m.m. de las bobinas se ayudan; (*b*) cuando las f.m.m. se oponen.

$$(a) \quad W = {}^1/_2 \cdot 5{,}36 \cdot 8^2 + {}^1/_2 \cdot 12{,}05 \cdot 5^2 + 6{,}44 \cdot 8 \cdot 5$$
$$= 171{,}5 + 150{,}6 + 257{,}6 = 579{,}7 \text{ julios.}$$

$$(b) \quad W = {}^1/_2 \cdot 5{,}36 \cdot 8^2 + {}^1/_2 \cdot 12{,}05 \cdot 5^2 - 6{,}44 \cdot 8 \cdot 5$$
$$= 171{,}5 + 150{,}6 - 257{,}6 = 64{,}5 \text{ julios.}$$

227. Medición de la autoinducción y de la inducción mutua. La autoinducción se mide muy fácilmente con un puente de impedancia (véase vol. II, § 85). La inducción mutua se mide también convenientemente con el mismo puente. Existen diversos métodos para medir la inducción mutua mediante el puente [2].

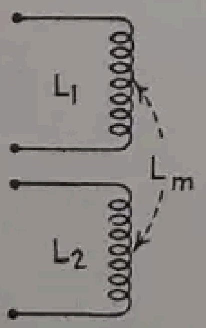


FIG. 239.—Medida de inducción mutua.

Los métodos más sencillos son los siguientes: Sean L_1 y L_2 (fig. 239) los dos coeficientes de autoinducción, y L_m el de inducción mutua. Empleando un puente de impedancia, se miden L_1 y L_2 independientemente, y luego el de autoinducción total conectando los dos circuitos anteriores en serie. Por medio de las expresiones (247) y (248),

$$L = L_1 + L_2 \pm 2L_m \text{ henrios} \tag{I}$$

Si las dos autoinducciones están en conjunción magnéticamente

$$L_m = \frac{L - (L_1 + L_2)}{2} \text{ henrios} \tag{250}$$

---

[1] Véase LAWRENCE, R. R.: *Principles of Alternating Currents*, 2.ª ed., pág. 187, McGraw-Hill Book Company.

[2] Véase LAWS, F. A.: *Electrical Measurements*, McGraw-Hill Book Company.

lo tanto, la fuerza eléctrica es máxima. En los proyectos de aisladores se evitan, todo lo posible, los pequeños radios de curvatura en los salientes, de modo que la fuerza eléctrica no adquiera concentraciones demasiado elevadas.

El flujo dieléctrico se representa por el símbolo ψ.

Resumiendo:

1. *Toda línea de fuerza tiene su origen en una carga positiva y termina en una negativa.*

2. *Si una unidad de carga positiva está situada en el electrodo de este nombre, tenderá a desplazarse hasta el electrodo negativo siguiendo una línea de fuerza, por la acción de una fuerza cuyo valor en dinas, en cada punto del campo, será igual al número de líneas por centímetro cuadrado de una superficie que, siendo normal a ella, rodee al punto.*

3. *El campo electrostático tiende siempre a conformarse de tal modo que el número de líneas de fuerza sea un máximo.*

Si una carga se distribuye uniformemente sobre la superficie de una esfera, su acción, con respecto al campo exterior a ella, es la misma que si estuviese concentrada en el centro de la esfera.

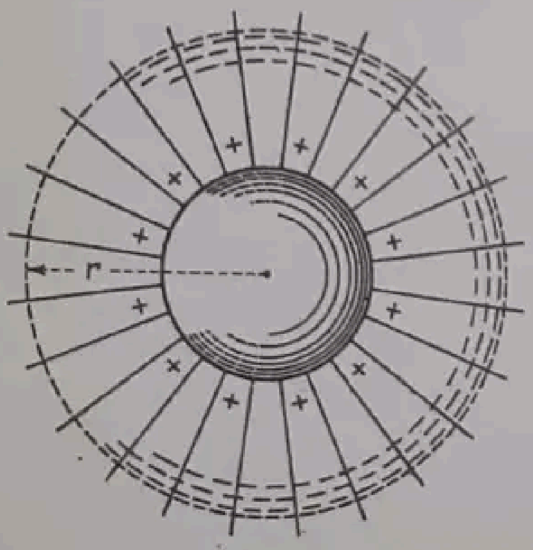


FIG. 245.—Esfera cargada aislada.

La figura 245 representa una esfera aislada en el aire y cargada positivamente.[1] La carga se reparte únicamente sobre la superficie de la esfera. Como las cargas positivas individuales se rechazan entre sí, se separarán tanto como les sea posible unas de otras y, por lo tanto, deberán situarse sobre la superficie de la esfera.

Si la carga negativa correspondiente se encuentra suficientemente alejada o si existe otra esfera concéntrica exterior, la carga positiva debe distribuirse uniformemente, por razón de simetría, sobre la superficie de la esfera. También por simetría, las líneas eléctricas deben partir en dirección radial y estar repartidas uniformemente sobre la esfera. Si estas líneas se pudiesen prolongar hacia el interior, deberían encontrarse todas en el centro de la esfera. Por consiguiente, por lo que se refiere a los puntos situados en el espacio exterior a la esfera, la carga ejerce sobre ellos el mismo efecto que si estuviera concentrada en el centro de la esfera.

235. Inducción electrostática. Si un cuerpo conductor A, cargado positivamente (fig. 246, a) se aproxima a un cuerpo conductor B, perfectamente aislado e inicialmente descargado, se cargará negativamente su extremo b más cercano al cuerpo A. Como que B no tenía carga inicial alguna, y hemos supuesto que estaba perfectamente aislado, no puede haber salido ninguna electricidad de B ni haber penetrado del exterior, de manera que la carga total de B debe ser aún cero. Por lo tanto, deberá también aparecer una carga positiva en b', extremo de B más alejado de A, que debe ser igual a la de b. Como las dos cargas son iguales y de signos distintos, la carga total de B será nula. Debe observarse que la carga negativa b está lo más próxima posible a la carga inductora positiva a, mientras que la carga positiva b' se halla lo más alejada que puede de la carga positiva inductora a. Esto se debe al hecho de que las cargas de signos iguales se repelen y las de signo contrario se atraen.

---

[1] Para cada carga positiva debe existir una carga negativa igual. La correspondiente carga negativa puede existir en las paredes de la habitación o sobre la superficie del suelo o en algún lugar alejado.

Las cargas a y b están *ligadas entre sí* y la carga b' es *libre*. Esto se demuestra conectando B con tierra (fig. 246, b). La carga b' se derivará a tierra y ocupará una posición lo más alejada de a que le sea posible, mientras que las cargas a y b permanecerán estacionarias.

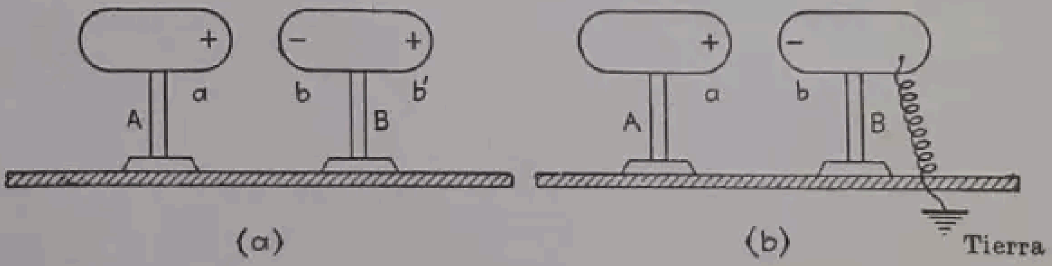


Fig. 246. — Inducción electrostática.

Si a fuese una carga negativa, b sería positiva y b' negativa.

Estos experimentos aclaran las siguientes leyes electrostáticas:

Las cargas de signo contrario se atraen y las del mismo signo se repelen.

Las cargas positivas inducen cargas negativas en los cuerpos próximos.

Las cargas negativas inducen cargas positivas en los cuerpos próximos.

Estas leyes son análogas a las de inducción magnética, en las que un polo N induce un polo S, etc. (véase § 159, pág. 234).

236. Intensidad de campo. En un campo eléctrico, la fuerza que actúa sobre la unidad de carga se llama *intensidad del campo*, y la representaremos por **E**. La intensidad de campo tiene dirección y, por consiguiente, **E** es un *vector*. En los tres sistemas de unidades, la fuerza que actúa sobre una carga q es $\mathbf{F} = \mathbf{E} \cdot q$ unidades de fuerza.

Consideremos la esfera de la figura 245. Si hay $+q$ unidades de carga, o estat culombios, sobre la superficie de la esfera, podrá determinarse la fuerza que ejerce sobre la unidad de carga, es decir, la intensidad del campo que crea **E**, a una distancia de r cm del centro de la esfera, aplicando la ley de

Coulomb, dada por la fórmula (253), en la que basta hacer $q_1 = q$ y $q_2 = 1$, con lo que se obtiene:

$$\mathbf{F} = \frac{q}{\varepsilon_r r^2} \text{ dinas por unidad de carga} \tag{254}$$

[Véase también la fórmula (256 *a*), pág. 361].

En el sistema c.g.s., si el medio tiene una constante dieléctrica $\varepsilon_r = 1$, la intensidad del campo es igual al número de líneas por centímetro cuadrado de superficie normal a ellas, como se indica en el § 243, página 366. Por consiguiente, en estas condiciones, la intensidad de campo **E** es numéricamente igual a la *densidad del flujo*, o *desplazamiento, D.*

Si se considera una superficie esférica no conductora, del mismo centro que la anterior y de radio r cm, la fuerza que se ejerce en cada punto de ella será de $q : r^2$ dinas, es decir que pasarán a través de la superficie $q : r^2$ líneas por centímetro cuadrado. Como esta superficie vale $4\pi r^2$ cm², la atravesarán $4\pi r^2(q : r^2) = 4\pi q$ líneas. Esto es: *de la carga q salen $4\pi q$ líneas.* De aquí se deduce que: *por cada unidad de carga salen, o entran, 4π líneas.*

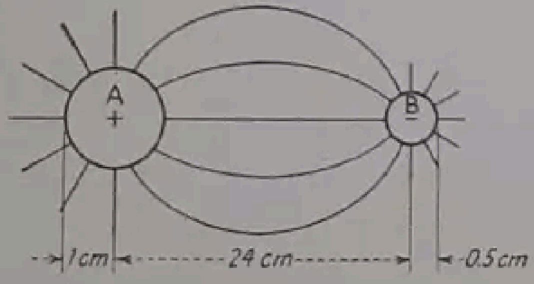


FIG. 247. — Esferas cargadas en el aire.

Ejemplo: Si la carga de la esfera de la figura 245 es de 5 estat culombios positivos, determinar: (*a*) el número total de líneas que salen de la esfera; (*b*) la intensidad del campo a 20 cm del centro de la esfera.

(*a*) $\psi = 4\pi \cdot 5 = 62{,}83$ líneas

(*b*) $\mathbf{E} = 5 : 20^2 = 0{,}0125$ dinas por unidad de carga.

Ejemplo: Dos esferas, *A* y *B* (fig. 247) tienen 1 cm y 0,5 cm de radio, respectivamente, y están situadas a una distancia de 24 cm entre centros y en el aire. Si la primera esfera está cargada positivamente y negativamente la segunda, con 20 estat culombios cada una, determinar: (*a*) el número de líneas dieléctricas que salen de cada esfera; (*b*) la densidad de flujo en la superficie de cada esfera, debida a su propia carga; (*c*) la fuerza máxima en la superficie de cada esfera; (*d*) densidad de flujo a la distancia de 10 cm del centro de la esfera *A* y sobre la recta que une los centros de las dos esferas; (*e*) fuerza con que se atraen ambas esferas.

Se supone que las cargas están concentradas en los centros de las esferas.

(*a*) $\psi = 4\pi 20 = 251{,}3$ líneas para cada esfera

(*b*) $D_A = \dfrac{4\pi 20}{4\pi 1^2} = 20$ líneas por cm²

$$D_B = \frac{4\pi 20}{4\pi\, 0{,}5^2} = 80 \text{ líneas por cm}^2$$

(*c*) Si cada esfera estuviese aislada, las fuerzas en la superficie de cada una de ellas serían las que da (*b*), ya que en el aire $\mathbf{E} = D$, numéricamente; pero como están enfrentadas, la carga de cada una de las esferas ejerce una acción sobre la unidad de carga situada en la superficie de la otra. Esta acción será máxima para el punto de cada superficie que esté más próximo a la otra, puesto que la fuerza varía en razón inversa del cuadrado de la distancia.

Esta fuerza en la superficie de la esfera *B* producida por la *A*, y sobre la recta que une sus centros, actúa hacia el centro de *B*, puesto que la carga positiva de *A* rechaza la unidad de carga positiva de *B*. La fuerza que se ejerce sobre esta misma unidad positiva de carga, debida a la carga de *B*, actúa hacia el centro de *B*, puesto que la carga negativa de *B* atrae dicha carga positiva. Por consiguiente, ambas fuerzas actúan en la misma dirección en este punto. Análogamente, las cargas de ambas esferas *A* y *B* actúan en la misma dirección en el punto más cercano a *B* de la superficie de la esfera *A*. Por lo tanto, la fuerza en la superficie de cada esfera es máxima en los puntos en que las corta la recta que une sus centros. Por consiguiente,

$$\mathbf{E}_A = 20 + \frac{20}{23^2} = 20 + 0{,}038 = 20{,}038 \text{ dinas}$$

$$\mathbf{E}_B = 80 + \frac{20}{23{,}5^2} = 80 + 0{,}036 = 80{,}036 \text{ dinas}$$

(*d*) Como la intensidad del flujo en un punto cualquiera es, en líneas por centímetro cuadrado y en el aire, igual a la fuerza en dinas que se ejerce sobre una unidad de carga positiva situada en dicho punto,

$$D = \frac{20}{10^2} + \frac{20}{14^2} = 0{,}20 + 0{,}102 = 0{,}302 \text{ líneas por cm}^2$$

(*e*) Según la fórmula (253)

$$\mathbf{F} = \frac{20 \cdot 20}{24^2} = 0{,}6944 \text{ dinas}$$

Resulta de esto que, en una esfera aislada y en el aire, la densidad de las líneas de fuerza varía *en razón inversa del cuadrado de la distancia* al centro de la esfera.

Cuando la distancia entre dos esferas, tales como las de la figura 247, es pequeña en comparación con sus radios, ya no puede suponerse que las cargas están concentradas en los centros de las esferas. Debido al efecto de proximidad, es decir, a la mutua atracción entre las cargas, los centros de carga se trasladan, cada uno, hacia la otra esfera.

Teorema de Gauss. El hecho de que cada unidad positiva de carga eléctrica dé origen a 4π líneas de fuerza, que salen de ella, se ha generalizado en el siguiente teorema debido a Gauss:[1] *Si en un campo eléctrico se considera una superficie cerrada, la integral de superficie de las componentes normales de la intensidad del campo sobre la superficie, de dirección saliente de ella, es igual a 4π veces la cantidad de electricidad que existe en el espacio limitado por dicha superficie.* La demostración de este teorema es la siguiente: Supóngase, en la figura 248, que *S* sea una superficie cualquiera que engloba una cantidad *q* de electricidad. Sea $d\omega$ un ángulo sólido diferencial, que representa un tubo de fuerza que engloba un pequeño cono de flujo que intercepta sobre la superficie *S* una diferencial de área ds. La distancia entre q y ds es de r cm. En el sistema de unidades c.g.s., la intensidad del campo $\mathbf{E}$ en la superficie ds es de $q : r^2$ dinas por unidad de carga. Sea $\mathbf{E} = q : r^2$ la magnitud y dirección de la intensidad del campo en ds, y $\mathbf{E}_n$ su componente normal a la superficie S en ds. $\mathbf{E}_n = \mathbf{E} \cos \theta$. Denominemos ds' la diferencial de superficie normal a $\mathbf{E}_n$. $ds' = ds \cdot \cos \theta$. Las líneas de fuerza que atraviesan ds y son normales a S vendrán dadas por

---

[1] Véase nota 2 de la pág. 232. El teorema de Gauss se aplica cuando se utilizan los sistemas de unidades c.g.s. y m.k.s. no racionalizado. En el sistema m.k.s. racionalizado la integral de superficie es igual a la cantidad total *q* (véase pág. 382).

$$d\psi = \mathbf{E}_n\, ds = \mathbf{E}\, ds \cdot \cos \theta = \frac{q}{r^2}\, ds'$$

y como

$$\frac{ds'}{r^2} = d\omega$$

tendremos

$$\psi = q \int\int d\omega = 4\pi q \text{ líneas de fuerza.}$$

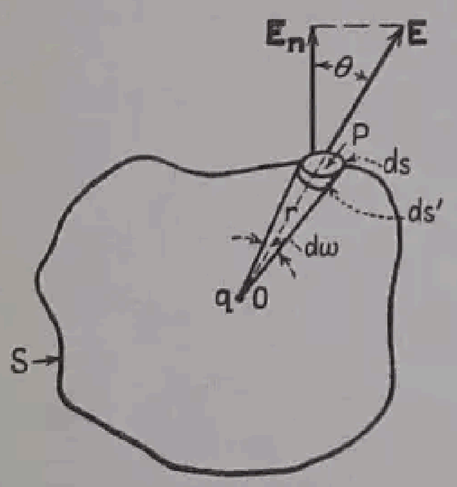


FIG. 248. — Teorema de Gauss.

237. Diferencia de potencial. En el § 236 se ha definido la intensidad de campo como fuerza ejercida sobre la unidad de carga. En situación estática, la diferencia de potencial entre dos puntos se mide por el *trabajo* necesario para llevar una unidad positiva de carga desde uno a otro de los puntos y es independiente del camino que se siga. Supongamos que en las condiciones de la figura 249 se quisiera determinar la diferencia de potencial entre los puntos A y C, moviéndose la unidad de carga sobre la trayectoria AbC. En un punto cualquiera, tal como el p, la intensidad del campo es de $\mathbf{E}$ unidades de fuerza por unidad de carga (dinas por estat culombio en el sistema c.g.s.) y su dirección se define mediante el vector $\mathbf{E}$. La diferencia de potencial entre A y B, al medirse por un trabajo W, valdrá

$$V_{AC} = W = \int_A^C \mathbf{E} \cos \theta \, ds \tag{255}$$

fórmula que se denomina *integral curvilínea de la intensidad del campo,* y que demuestra que si la intensidad del campo es uniforme a todo lo largo de la trayectoria y en todos los puntos forma el mismo ángulo con ella

$$V = \mathbf{E}d \tag{255 a}$$

si d es la longitud de la trayectoria.

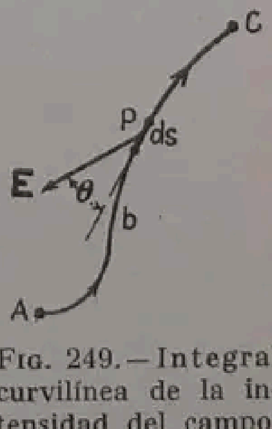


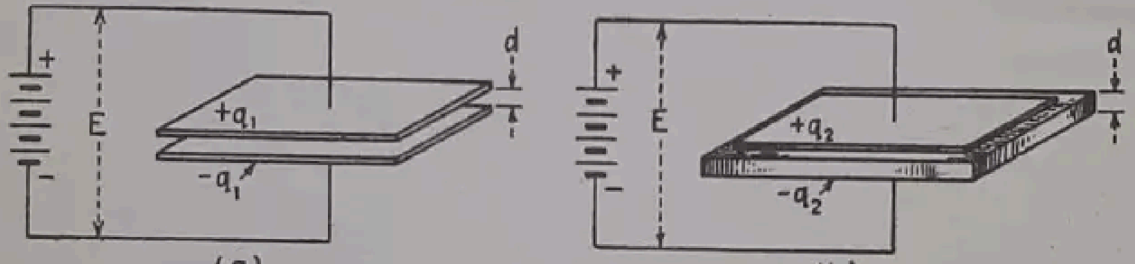
FIG. 249. — Integral curvilínea de la intensidad del campo.

238. Dieléctricos. En el § 3 se han expuesto brevemente las diferencias que hay entre los cuerpos conductores y los aisladores. En los conductores, los electrones están débilmente ligados a sus núcleos atómicos y fácilmente pueden quedar en libertad para pasar de un átomo a otro si actúa una diferencia de potencial. En los aisladores, los electrones están firmemente enlazados en los núcleos atómicos, y se requiere una diferencia de potencial relativamente elevada para conseguir que un número relativamente pequeño de electrones pasen de un átomo a otro. Sin embargo, el mecanismo de la conducción de la electricidad en los aisladores y conductores es el mismo, y la única diferencia es de magnitud. De aquí que, al considerar las propiedades de un medio aislante en lo que se refiere a la conducción de la corriente, se le denomine *aislador*. Sin embargo, cuando el comportamiento de un medio aislante se refiere a los fenómenos dieléctricos, como son el número y densidad de las líneas de fuerza de los campos, las pérdidas producidas por los esfuerzos dieléctricos y la resistencia a la perforación por chispa, el medio se llama *dieléctrico*. Por ejemplo, el aire no es un dieléctrico muy bueno en el aspecto de posible descarga por chispa. Su resistencia dieléctrica es sólo de unos 3000 voltios por milímetro, pero en cambio es uno de los mejores aislantes. Las muestras delgadas de caucho resisten tensiones considerables, del orden de 18000 voltios por milímetro, pero las fugas son mucho más importantes que en el aire. Es decir que el caucho es mejor dieléctrico y peor aislante que el aire.

Se ha explicado en el § 234 (pág. 352) que el campo electrostático se parece a la vez al circuito eléctrico y al campo magnético, por el hecho de que las líneas de fuerza se distribuyen de la misma manera que las líneas de corriente y las líneas magnéticas. Cualquiera que sea la corriente que circula por un conductor, éste no sufre ningún daño de carácter mecánico, si se mantiene frío. Tampoco sufre daños un conductor magnético, cualquiera que sea el número de líneas magnéticas que lo atraviesen. El medio dieléctrico, por el contrario, tiene la propiedad de que solamente deja pasar un número limitado de líneas por unidad de superficie sin que se produzca la perforación. Cuando la densidad del flujo sobrepasa el citado valor límite, sobreviene la perforación, a la que puede seguir la formación de un arco que quema y carboniza el dieléctrico. Hasta el presente no se ha explicado satisfactoriamente el mecanismo de la perforación de los dieléctricos sólidos y líquidos, aunque se hayan formulado sobre ello varias teorías racionales. La aptitud de una substancia para resistir a la perforación dieléctrica se llama *rigidez dieléctrica*. Se expresa en voltios por unidad de espesor cuando se coloca la substancia entre dos electrodos planos de cantos redondeados. Por ejemplo, la rigidez dieléctrica del aire es aproximadamente 3000 voltios por milímetro. El caucho y la cinta barnizada tienen una rigidez dieléctrica mucho mayor que el aire, con valor medio para el caucho de 16000 voltios por milímetro. La rigidez dieléctrica de la cinta barnizada es el doble de la del caucho.

La diferencia de potencial por unidad de espesor, aplicada a un dieléctrico, se denomina *gradiente de potencial*. Por ejemplo, si se aplica una tensión de 24000 voltios a un espesor de 0,5 mm de aislante, el gradiente será 24000 : 0,5, o sea 48000 voltios por milímetro. Cuando se trata de substancias aislantes se deben considerar conjuntamente sus propiedades aislantes y dieléctricas.

239. Capacidad inductiva o constante dieléctrica. [1] En la figura 250 (*a*) se representan dos placas metálicas paralelas, separadas por una distancia *d*. Cuando se les aplica una tensión *E*, la superior aparece con una carga positiva $+q_1$ y la inferior con una negativa $-q_1$. Si se interpone entre las placas una lámina de vidrio, ebonita o cualquier otro dieléctrico, de modo que ocupe por completo el espacio intermedio (fig. 250, *b*), se observará que, sin variar la tensión *E*, las cargas anteriores adquirirán valores más elevados, $+q_2$ y $-q_2$. Este aumento de la carga será, evidentemente, debido a la presencia del vidrio, ebonita o dieléctrico que se haya interpuesto.



(a) (b)

Fig. 250. — Efecto de los dieléctricos sólidos en la carga.

La relación $q_2 : q_1 = \varepsilon_r$ se denomina *capacidad inductiva específica* o *constante dieléctrica* del dieléctrico colocado entre las placas [2].

En la tabla que sigue se dan las capacidades inductivas específicas de algunos de los dieléctricos más corrientes.

Constantes dieléctricas *

Aceite	2,2 a 4,7	Madera	2,5 a 7,7
Agua	81	Mica	2,5 a 6,6
Bakelita	4,5 a 5,5	Papel	2 a 2,6
Caucho	2 a 3,5	Parafina	2,1 a 2,5
Ebonita	2,8	Porcelana	5,7 a 6,8
Fibra	2,5 a 5	Vidrio	5,4 a 9,9

* Para datos más completos véase «Standard Handbook for Electrical Engineers», 8.ª edición, sec. 4, § 450 y siguientes.

Como la carga q_2, en el caso de la figura 250 (*b*), es igual a ε_r multiplicado por la q_1, que aparece en la figura 250 (*a*), se deduce que, en el primer caso, el número de líneas de fuerza es ε_r veces mayor que en el segundo. La tensión *E* que existe entre las placas y la distancia *d* entre ellas permanecen, sin embargo, invariables. Según la fórmula (255 *a*) de la página 358, en los dos casos anteriores, $E = \mathbf{E}d$ voltios, es decir que la intensidad del campo **E**, en ambos casos, ha de ser la misma. De aquí que **E** deberá ser *inversamente* proporcional a ε_r, de modo que, en el caso de dieléctricos con una constante dieléctrica ε_r, la ley de Coulomb, dada por la expresión (253) de la página 351, se transforma en:

---

[1] También se denomina *capacidad inductiva específica* o *permitividad*, si bien esta última designación ha caído en desuso.

[2] Análogamente a como ocurre con μ_v y μ'_v con respecto a μ_r (pág. 240), ε_v y ε'_v son, físicamente, muy diferentes de ε_r, ya que son *constantes de espacio*, mientras que ε_r es una propiedad del dieléctrico y depende de su polarización y de otros efectos análogos.

$$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_r \varepsilon_v r^2} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \text{ dinas} \qquad (256)$$

y la fórmula (254) de la página 356, en

$$\mathbf{F} = \frac{q}{\varepsilon_r \varepsilon_v r^2} = \frac{q}{\varepsilon r^2} \text{ dinas por unidad de carga} \qquad (256\ a)$$

habiéndose hecho $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_v$.

240. Capacidad. Dos conductores separados por un dieléctrico constituyen un condensador. Cuando se establece una diferencia de potencial entre las placas de un condensador, la electricidad se almacena en el mismo, localizándose una carga positiva en una de las placas, o grupo de placas, y otra negativa, de igual valor, en la otra placa o grupo de placas. Esta propiedad de los condensadores de almacenar electricidad se llama *capacidad.* Por qué estas cargas se almacenan de este modo, se ha explicado ya al principio del capítulo y por medio de la figura 241 (pág. 350).

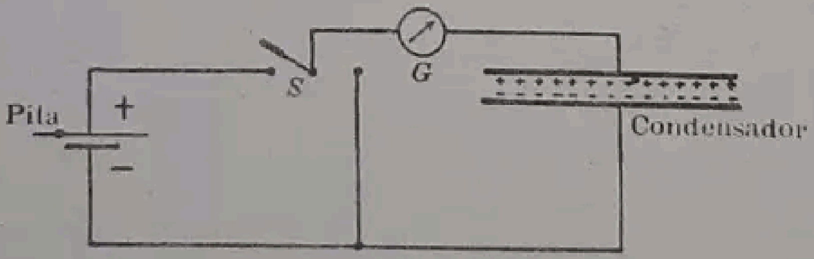


Fig. 251. — Carga y descarga de un condensador.

La manera de obrar de un condensador cuando se conecta a un circuito eléctrico se comprende examinando la figura 251, que representa dos placas conductoras separadas por un dieléctrico y conectadas a una batería, apareciendo, también, en el circuito un interruptor unipolar *S*, de dos contactos, y un galvanómetro *G*. Si el interruptor *S* se cierra sobre el contacto izquierdo, el galvanómetro se desviará momentáneamente y luego retrocederá hasta el cero, lo que indica que al cerrar el interruptor pasa una cierta cantidad de electricidad por el galvanómetro, pero la corriente deja de circular inmediatamente después. La corriente circula solamente durante el tiempo necesario para cargar el condensador y, una vez que el condensador esté completamente cargado, cesa, porque la f.e.m. del condensador es igual y opuesta a la de la batería. Como la f.e.m. del condensador se opone a que la corriente entre en él, puede considerarse como una fuerza contraelectromotriz. Si después de que el condensador está completamente cargado circulase una corriente, ésta sería de dispersión a través del aislamiento. Si el interruptor *S* se abre por un breve instante, y luego se cierra de nuevo, el galvanómetro no acusará el paso de corriente a menos que haya fugas.

La carga de un condensador por medio de una batería no deja de tener analogías con la operación de llenar un tanque T con agua de un depósito de reserva R (fig. 252). Cuando se abre la válvula V por vez primera, el agua penetrará en la cañería que comunica R con T y continuará circulando, con caudal decreciente, hasta que el nivel H del agua en el tanque sea igual al que tiene en el depósito de reserva. Si el tanque no tiene fugas, no circulará ya más agua por la cañería cuando los niveles sean iguales. De igual manera, el condensador (fig. 251) admite la entrada de corriente hasta que su diferencia de potencial llega a ser igual a la de la batería, después de lo cual la corriente cesa de circular. Además, si el tanque no tiene fugas, no habrá nueva circulación de corriente si se cierra la válvula V y luego se abre otra vez.

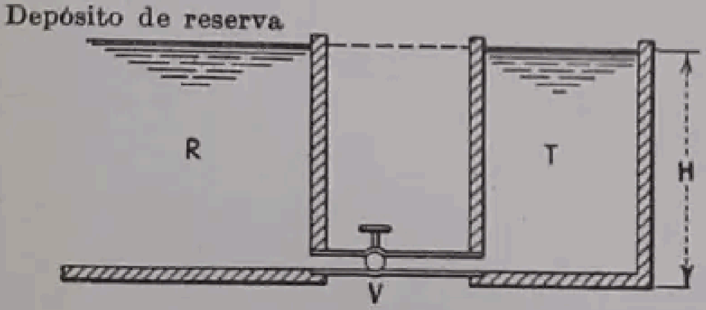


Fig. 252. — Depósito de reserva que alimenta un tanque.

Para probar que se ha almacenado electricidad en el condensador (figura 251), se cambia de posición el interruptor S cerrándolo sobre el contacto de la derecha, lo que pone en corto circuito el condensador con el galvanómetro. Éste se desvía momentáneamente en dirección opuesta a la que se produjo durante la carga, probando que la corriente *sale* de la placa positiva. El condensador queda entonces completamente descargado, lo que se comprueba porque posteriormente ya no se producen desviaciones de la aguja del galvanómetro. También, si el condensador no tiene fugas, la desviación balística del galvanómetro en la descarga es la misma que durante la carga, lo que demuestra que la cantidad de electricidad es la misma en los dos casos.

Si la tensión de la batería se aumenta (fig. 251), la desviación del galvanómetro durante la carga y la descarga aumentará también, lo que se debe a que la carga del condensador es proporcional a la tensión entre sus terminales, de igual manera que la cantidad de agua del tanque es proporcional a la altura de carga H (fig. 252). La relación entre la tensión y la carga en un condensador se expresa por la ecuación

$$Q = CE. \tag{257}$$

Es decir que la cantidad de electricidad almacenada en un condensador es igual a la tensión multiplicada por una constante C. Esta constante C es la *capacidad* del condensador. La unidad práctica de capacidad es el *faradio* [1].

---

[1] Faraday, Michael (1791-1867). Físico y químico inglés, hijo de un hojalatero y que hasta 1813 fué aprendiz de encuadernador. A instancias de Sir Humphry Davy, entró

Si C se expresa en faradios y E en voltios, Q vendrá dado en culombios o amperios-segundo.

El faradio resulta en la práctica demasiado grande, como unidad. Un condensador de un faradio de capacidad sería excesivamente grande. La capacidad de la Tierra, considerada como una esfera aislada, es menor de una milésima de faradio. El *microfaradio* (μf), equivalente a una millonésima de faradio, es la unidad de capacidad que se usa generalmente.

En radiotelegrafía y radiotelefonía se emplean capacidades tan pequeñas que el microfaradio resulta todavía excesivo, por lo que se utiliza el micromicrofaradio ($\mu\mu f = 10^{-12}$ faradios). Sin embargo, en la fórmula (257) y en las (258) y (259), que se incluyen a continuación, si Q se expresa en culombios y E en voltios, C debe expresarse en faradios.

De la (257) se obtiene,

$$C = \frac{Q}{E} \tag{258}$$

$$E = \frac{Q}{C} \tag{259}$$

Para aclarar la manera de servirse de estas relaciones, consideraremos el ejemplo siguiente:

Ejemplo: Un condensador tiene una capacidad de 200 μf y está conectado a una red de 600 voltios. Si se mantiene constante una corriente de 0,1 amperios, ¿cuánto tiempo se requiere para que el condensador quede completamente cargado?

La cantidad de electricidad que almacena el condensador completamente cargado será: $Q = 0{,}000200 \cdot 600 = 0{,}12$ culombios o amperios segundo.

$$0{,}12 = 0{,}1\,t$$

luego

$$t = 1{,}2 \text{ segundos.}$$

Se denomina *elastancia*, S, el valor recíproco de la capacidad; esto es $S = 1 : C$. La unidad de elastancia es el *daraf* (*farad* escrito al revés).

241. Condensadores en paralelo. Determinemos la capacidad C de varios condensadores en paralelo cuyas capacidades son C_1, C_2, C_3. La dis-

---

como ayudante en el laboratorio de la Royal Institution de Gran Bretaña. Fué nombrado director en 1825, y en 1833 profesor vitalicio de Química. Aun cuando llevó a cabo importantes descubrimientos en Química, sus trabajos más salientes fueron los de electricidad. Fué el primero que produjo la rotación continua de alambres conductores de electricidad y de imanes (acción motriz) y que creó corrientes inducidas por magnetismo o por la corriente de otro circuito (acción generatriz e inducción mutua). Descubrió las dos leyes fundamentales de la electrólisis (§ 110, pág. 146), el efecto del magnetismo sobre la luz polarizada, el diamagnetismo y otras notables aportaciones a la comprensión de los fenómenos electrostáticos; la ley de las cargas iguales y opuestas y la hipótesis de los tubos de fuerza son ejemplos que lo confirman.

posición de estos condensadores se representa en la figura 253. Si la tensión común entre placas de los condensadores es E y la carga total resultante es Q, tendremos

$$Q = CE$$

y también

$$Q_1 = C_1E, \qquad Q_2 = C_2E, \qquad Q_3 = C_3E$$

Luego la carga total será

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = CE$$
$$CE = C_1E + C_2E + C_3E = (C_1 + C_2 + C_3)E$$

y por lo tanto

$$C = C_1 + C_2 + C_3 \tag{260}$$

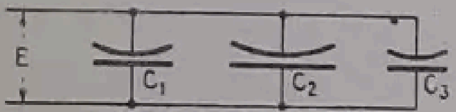


FIG. 253.—Capacidades en paralelo.

Es decir que *si varios condensadores se conectan en paralelo, la capacidad resultante es la suma de las capacidades individuales.*

Este resultado es análogo al que se obtiene agrupando conductancias en paralelo en un circuito eléctrico.

Ejemplo: Tres condensadores cuyas capacidades son 5, 10 y 12 μf están conectados en paralelo a una red de 600 voltios. Determinar: (*a*) la capacidad de un condensador único que pudiera reemplazar esta combinación; (*b*) la carga de cada uno de los condensadores.

(*a*) $C = 5 + 10 + 12 = 27\ \mu\text{f}$.
(*b*) $Q_1 = 5 \times 600 = 3\,000$ microculombios.
$Q_2 = 10 \times 600 = 6\,000$ »
$Q_3 = 12 \times 600 = 7\,200$ »

Carga total $= 16\,200 = 27 \cdot 600$ microculombios.

242. Condensadores en serie. En la figura 254, tres condensadores, cuyas capacidades son C_1, C_2, C_3, están conectados en serie con una tensión E. Se desea determinar la capacidad de un solo condensador equivalente. Sean E_1, E_2, E_3 las diferencias de potencial entre placas de estos condensadores. Después de aplicar la tensión E al sistema, tendremos $+Q$ unidades de carga en la placa positiva de C_1 y, por la ley de inducción electrostática, $-Q$ unidades en la placa negativa de C_1.

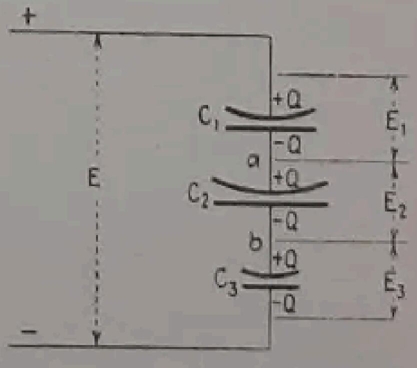


FIG. 254.—Capacidades en serie.

Consideremos ahora la región a constituída por la placa negativa de C_1 y la placa positiva de C_2 y el conductor que las enlaza. Este sistema está aislado de todo potencial exterior, puesto que suponemos que el aislamiento es perfecto. Antes de crear una diferencia de potencial en el sistema de condensadores, no existe ninguna carga en la región a. Después de establecida la tensión, la carga neta en esta región debe permanecer nula, puesto que no puede pasar carga alguna a través del aislamiento. Por lo tanto, es necesario que aparezcan $+Q$ unidades para que la carga neta de la región a siga siendo nula $[(+Q) + (-Q) = 0]$. Esta carga de $+Q$ unidades irá a la placa de C_2 porque la rechaza la carga positiva de C_1, como sucedía con la carga b' en la figura 246 (a) de la página 355, que se situaba en el extremo del cuerpo conductor B más alejado de la carga positiva inductora a. El mismo razonamiento puede hacerse para la región b, entre C_2 y C_3. Por lo tanto, los tres condensadores tienen cada uno la misma carga. (Análogamente ocurre con las resistencias en serie, puesto que todas deben transportar la misma corriente si no hay fugas).

Los valores de las diferencias de potencial E_1, E_2, E_3, serán, por tanto

$$E_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad E_2 = \frac{Q}{C_2}, \quad E_3 = \frac{Q}{C_3} \text{ voltios [según (259), pág. 363)}$$

La suma de las tres tensiones de los condensadores debe ser igual a la tensión de la línea

$$E_1 + E_2 + E_3 = E \qquad \text{voltios}$$

$$E = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \qquad \text{voltios}$$

También, $E = Q : C$, puesto que, por definición, el condensador equivalente C debe tener una carga Q.

Substituyendo este valor por E

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \text{ voltios}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \text{ daraf} \qquad (261)$$

Es decir que *la inversa de la capacidad equivalente a la de varios condensadores en serie es igual a la suma de las inversas de las capacidades individuales de los condensadores.*

Suponiendo, en el caso de condensadores conectados en serie con un manantial de corriente continua, que la tensión entre las placas de cada condensador es inversamente proporcional a su capacidad, se desprecia la influencia de la dispersión. Si los condensadores tienen ligeras fugas, por el contrario, circulará una corriente a través de la serie y eventualmente la diferencia de potencial se distribuirá de acuerdo con la ley de Ohm.

$$E_1 = IR_1, \qquad E_2 = IR_2, \qquad E_3 = IR_3 \qquad \text{voltios}$$

siendo I la corriente de fuga, y R_1, R_2, R_3, las resistencias óhmicas de los tres condensadores.

Ejemplo de condensadores en serie. Supongamos que los tres condensadores del § 241, cuyas capacidades son de 5, 10 y 12 μf, se conectan en serie con una red a 600 voltios.

Determinar: (*a*) la capacidad equivalente de la combinación; (*b*) la carga de cada condensador; (*c*) la diferencia de potencial en cada condensador, suponiendo que no hay fugas.

(*a*) $$\frac{1}{C} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = 0{,}3833 \text{ megadaraf.}$$

$$C = 1 : 0{,}3833 = 2{,}608 \ \mu\text{f}$$

(*b*) $Q = 2{,}608 \cdot 600 = 1\,565$ microculombios en cada condensador.

(*c*) $$E_1 = \frac{1\,565 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6}} = 313 \text{ voltios.}$$

$$E_2 = \frac{1\,565 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} = 156{,}5 \text{ voltios}$$

$$E_3 = \frac{1\,565 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-6}} = \underline{130{,}4 \text{ voltios}}$$

$$E_1 + E_2 + E_3 = 599{,}9 \text{ voltios.}$$

243. Intensidad del campo entre placas paralelas. Algunos de los fenómenos electrostáticos como el almacenamiento de energía y la rigidez dieléctrica en los dieléctricos, por ejemplo, dependen de la intensidad del campo a que éstos están sometidos.

Consideremos dos placas conductoras paralelas, que tengan una superficie de A cm^2 cada una, y separadas por una distancia pequeña en comparación con sus dimensiones, de manera que se puedan despreciar los efectos que se producen en el contorno (fig. 250, pág. 360). Supongamos que el dieléctrico es el aire. Una de las placas tiene una carga de $+q_1$ unidades y la otra de $-q_1$, que se distribuirán totalmente en las caras adyacentes de las placas. La carga por unidad de área es $\sigma = q_1 : A$. De cada unidad de carga positiva partirán 4π líneas, que terminarán en la correspondiente unidad de carga negativa, existiendo $4\pi\sigma$ líneas por centímetro cuadrado entre las placas. Por consiguiente, por definición, la intensidad de campo será $\mathbf{E} = 4\pi\sigma$ dinas por unidad de carga.

Esta relación puede también deducirse por el mismo sistema empleado para determinar la fuerza en el campo próximo a una superficie imanada (§ 162, pág. 238). Teniendo en cuenta que la ley que define la fuerza entre unidades de carga es la misma que definía la fuerza entre unidades de polo, la generada en la cara de una placa cargada con σ unidades de carga por centímetro cuadrado es $2\pi\sigma$ dinas. La dirección del campo cercano a una placa cargada es normal a ella (§ 234) y uniforme. Se desprende de aquí que la fuerza debe ser $2\pi\sigma$ dinas a cualquier distancia de la placa, mientras el campo se conserve uniforme. La intensidad del campo entre dos placas paralelas, cargadas con cargas opuestas, es uniforme en todos sus puntos. Cada una de las placas debe ejercer, por lo tanto, una fuerza de $2\pi\sigma$ dinas sobre una unidad de carga situada en la región comprendida entre las dos placas, de manera que la fuerza total será de $4\pi\sigma$ dinas y la intensidad de campo

$$\mathbf{E} = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon_v} = 4\pi\sigma \text{ dinas por unidad de carga} \tag{262}$$

Como se ha indicado en el § 236 (pág. 356), en el sistema c.g.s. electrostático, **E** es numéricamente igual a la densidad del flujo D cuando la constante dieléctrica ε_r del dieléctrico es igual a la unidad, como ocurre cuando éste es el aire. **E** corresponde a la intensidad del campo magnético H en los fenómenos de magnetismo, y el hecho de que $\mathbf{E} = D$ cuando $\varepsilon_r = 1$ corresponde también al de que $H = B$ cuando $\mu_r = 1$ (véase pág. 279).

La atracción que se ejerce entre las dos placas se puede calcular fácilmente. Supóngase una unidad de carga situada sobre la placa negativa. La placa positiva ejerce sobre ella una fuerza de $2\pi\sigma$ dinas, y sobre cada centímetro cuadrado de placa negativa $2\pi\sigma^2$ dinas, lo que representa para la totalidad de esta placa

$$\mathbf{F} = \frac{2\pi\sigma^2 A}{\varepsilon_v} = 2\pi\sigma^2 A \quad \text{dinas} \tag{263}$$

Cuando la capacidad inductiva relativa es ε_r (fig. 250, *b*) la fórmula (262) se transforma en

$$\mathbf{E} = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon_v \varepsilon_r} = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon_r} \text{ dinas por unidad de carga} \tag{264}$$

[Véase § 239 y fórmulas (256) y (256 *a*) de la pág. 361].

De igual manera, la (263) resulta:

$$\mathbf{F} = \frac{2\pi\sigma^2 A}{\varepsilon_v \varepsilon_r} = \frac{2\pi\sigma^2 A}{\varepsilon_r} \text{ dinas} \tag{265}$$

Substituyendo el valor de σ despejado de la fórmula (264), en la (265), y suponiendo que fuese $A = 1$ cm², se obtiene

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{E}^2 \varepsilon_r}{8\pi} \text{ dinas por cm}^2 \tag{266}$$

[Compárese esta fórmula con la (130) de la pág. 238].

244. Energía almacenada en los condensadores. Como se almacena cierta cantidad de electricidad en los condensadores y existe una diferencia de potencial entre sus placas positivas y negativas, se deberá almacenar energía. La existencia de esta energía se revela por la chispa que se produce cuando se ponen en corto circuito las placas del condensador.

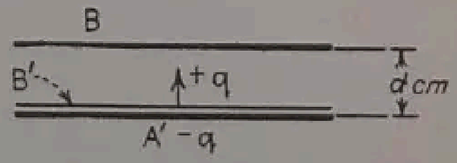


Fig. 255.—Carga de un condensador plano.

La energía almacenada puede calcularse hallando el trabajo mecánico realizado al cargar un condensador. En la figura 255, las placas conductoras paralelas iguales A' y B' están separadas entre sí por una distancia infinitesimal. Sobre B' hay una carga de $+q$ estat culombios y sobre A' una carga de $-q$ estat culombios, y como estas cargas están separadas por una distancia infinitamente pequeña, no se realiza ningún trabajo finito al separarlas. La fuerza entre las dos placas es $2\pi\sigma^2 A$, siendo σ la densidad de carga sobre cada una de ellas en estat culombios por centímetro cuadrado, y A es el área de cada una de las placas en centímetros cuadrados (véase § 243). Esta fuerza es constante mientras la carga sea constante y el campo entre las placas es uniforme. La placa B' se separa ahora de la A' en una dirección normal a su plano hasta una posición B, a d centímetros de A' y paralela a ésta. El trabajo efectuado al separar las cargas $+q$ y $-q$ es el producto de la fuerza por la distancia. Es decir,

$$w = 2\pi\sigma^2 Ad \qquad \text{ergios} \tag{I}$$

Según el § 246 (pág. 370), la capacidad de este condensador es

$$C = \frac{A}{4\pi d} \text{ estat faradios} \tag{II}$$

Substituyendo el valor de d de la (II) en la (I) y recordando que $q = \sigma A$

$$w = \frac{q^2}{2C} \text{ ergios} \tag{III}$$

Si se utilizan las unidades m.k.s., el trabajo viene dado en julios.

Supongamos que seguimos cargando el condensador trasladando otra placa B' desde A' hasta B, aportando una carga adicional $+q_1$. Se tendrán que vencer dos fuerzas, la que se debe a la separación de las cargas $+q_1$ y $-q_1$ que es igual a $2\pi\sigma_1{}^2 A$ ó $2\pi(q_1 : A)^2 A$ y la que se debe a la intensidad de campo producido por las cargas $+q$ y $-q$. Esta última fuerza es igual a $4\pi\sigma q_1$ ó $4\pi(q : A)q_1$. El *trabajo total* es ahora

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{4\pi q q_1 d}{A} + \frac{2\pi q_1{}^2 d}{A} \text{ ergios}$$

Substituyendo,

$$C = \frac{A}{4\pi d} \text{ estat faradios}$$

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{qq_1}{C} + \frac{q_1{}^2}{2C} = \frac{1}{2C}(q + q_1)^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \text{ ergios} \tag{267}$$

siendo $Q = q + q_1$. El mismo procedimiento puede seguirse con otras cargas adicionales q_2, q_3, etc.

También se puede calcular el trabajo por un método analítico. En la figura 255, el trabajo efectuado para mover q unidades de carga sometidas a una diferencia de potencial dv (§ 237, pág. 358) es

$$dw = qdv \quad \text{ergios}$$

y el trabajo total será

$$W = \int_0^V qdv \quad \text{ergios}$$

Pero $q = Cv$, de donde

$$W = C\int_0^V v\,dv = {}^1/_2\, C V^2 \text{ ergios} \tag{268}$$

Como $Q = CV$, se pueden expresar las fórmulas (267) y (268) en la forma

$$W = {}^1/_2\, Q V \text{ ergios} \tag{269}$$

Si Q, C y $\mathbf{E}$ se dan en culombios, faradios y voltios, tenemos

$$W = {}^1/_2 \frac{Q^2}{C} \text{ julios} \tag{270}$$

$$W = {}^1/_2\, C\, V^2 \text{ julios} \tag{271}$$

$$W = {}^1/_2\, Q V \text{ julios} \tag{272}$$

La analogía de forma de la (271) con la expresión de la energía almacenada en el campo magnético es digna de ser observada [véase la fórmula (232), § 221, pág. 336]. La energía almacenada en el campo dieléctrico es proporcional al cuadrado de la *tensión*, mientras que la que se almacena en el campo magnético es proporcional al cuadrado de la *intensidad de la corriente.*

Ejemplo: Determinar la energía almacenada en cada uno de los condensadores en serie del § 242 (pág. 364), y la energía total almacenada. Utilizando la (270).

$$W_1 = \frac{1}{2}\,\frac{(1\,565\cdot 10^{-6})^2}{5\cdot 10^{-6}} = 0{,}2449 \text{ julios}$$

$$W_2 = \frac{1}{2}\,\frac{(1\,565\cdot 10^{-6})^2}{10\cdot 10^{-6}} = 0{,}1225 \text{ julios}$$

$$W_3 = \frac{1}{2}\,\frac{(1\,565\cdot 10^{-6})^2}{12\cdot 10^{-6}} = 0{,}1020 \text{ julios}$$

La energía total $$W = \frac{1}{2}(1\,565\cdot 10^{-6}\cdot 600) = 0{,}4695 \text{ julios}$$

Comprobaciones:
Empleando la (271)

$$W_1 = {}^1/_2\cdot 5\cdot 10^{-6}\cdot (313)^2 = 0{,}2449 \text{ julios (véase pág. 366)}$$

Por medio de la (272)

$$W_1 = {}^1/_2\cdot 1\,565\cdot 10^{-6}\cdot 313 = 0{,}2449 \text{ julios}$$

Energía por unidad de volumen de un dieléctrico. En la fórmula (264) de la página 367, $\sigma = Q : A$; por lo tanto,

$$Q = \frac{\mathbf{E} A \varepsilon_r}{4\pi} \tag{I}$$

Según la fórmula (255 *a*) de la página 358

$$V = \mathbf{E} d \tag{II}$$

Substituyendo (I) y (II) en la (272)

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{\mathbf{E}^2\varepsilon_r Ad}{8\pi} \text{ ergios}$$

$$W_1 = \frac{\mathbf{E}^2\varepsilon_r}{8\pi} \text{ ergios por cm}^3 \qquad (273)$$

Substituyendo **E** [fórmula (290), pág. 378] en la (273), con $\varepsilon_v = 1$, se transforma en

$$W_1 = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon_r} \text{ ergios por cm}^3 \qquad (273\ a)$$

La fórmula (273) puede también deducirse de la (266) de la página 367. Como la fuerza por centímetro cuadrado es igual a $\mathbf{E}^2\varepsilon_r : 8\pi$ dinas, el trabajo desarrollado por ella, recorriendo un centímetro, es igual al que expresa la (273).

245. Cálculo de la capacidad. Si su forma geométrica no es excesivamente complicada, es posible calcular la capacidad de un condensador, ya sea por métodos analíticos, ya por métodos gráficos, en función de las dimensiones del mismo. El sistema que primeramente se utilizó fué el c.g.s. [1] Es sencillo transformar los resultados en faradios, para lo que basta dividir [2] por $9 \cdot 10^{11}$, que es la relación numérica entre las unidades de capacidad de los dos sistemas. El procedimiento consiste en determinar el trabajo efectuado al transportar una unidad de carga, a través del campo, desde un electrodo al otro. Por definición se obtiene la diferencia de potencial entre las dos placas. Por medio de la fórmula (258) de la página 363, la relación entre la carga y la diferencia de potencial da la capacidad.

El cálculo de la capacidad de los condensadores formados por esferas concéntricas o cilindros coaxiales se funda, en parte, en el hecho de que *no puede existir ninguna fuerza en una región totalmente envuelta por un conductor, cuando no existen cargas en ella.* Si existe una fuerza en esta región, deben existir líneas de fuerza, y estas líneas no pueden existir por dos razones: porque deben empezar en una carga positiva y terminar en una carga negativa, lo que es imposible porque el espacio se halla totalmente rodeado por cargas del mismo signo; y porque debe haber una diferencia de potencial entre el principio y el final de una línea de fuerza, lo que es imposible porque todo el conductor circundante se encuentra al mismo potencial. Si así no fuera, circularía una corriente, lo que es contrario a la hipótesis de partida de que la electricidad es estática.

246. Capacidad de los condensadores de placas paralelas. El condensador de placas paralelas es el tipo más sencillo que existe y su empleo está muy extendido. Por la sencillez de su forma resulta fácil calcular su capacidad si la separación de las placas es pequeña en comparación con su superficie y es con ello despreciable el efecto del contorno.

---

[1] Más adelante (págs. 379 y 382 y siguientes) se indican los cálculos en el caso de utilizar el sistema m.k.s.

[2] En realidad por $8\,98645 \cdot 10^{11}$. Véase Apéndice B.

En el condensador sencillo de dos placas (fig. 256) sea la superficie de una placa A cm² y la separación entre placas d cm. La constante dieléctrica del medio aislante es ε_r. La placa superior tiene una carga positiva de $+Q$ estat culombios igual a la carga negativa $-Q$ de la placa inferior. La densidad de carga σ de cada una de las placas es $Q : A$ estat culombios por centímetro cuadrado.

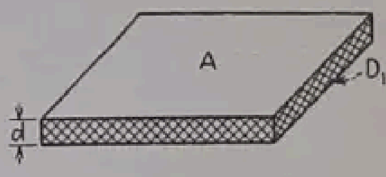


FIG. 256.—Capacidad de un condensador plano.

Utilizando la fórmula (264), página 367

$$\mathbf{E} = \mathbf{F} = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon_v\varepsilon_r} \text{ dinas por unidad de carga}$$

Como el campo es uniforme, la fuerza es constante en toda la región comprendida entre las dos placas. El trabajo efectuado al transportar una unidad de carga positiva desde la placa negativa a la positiva es, por lo tanto, de acuerdo con la fórmula (255 *a*) de la página 358,

$$W = \mathbf{E}d = \frac{4\pi\sigma d}{\varepsilon_v\varepsilon_r} = V, \tag{I}$$

si V es la diferencia de potencial entre las dos placas. Substituyendo σ por $Q : A$ y recordando que $C = Q : V$ y $\varepsilon_v = 1$,

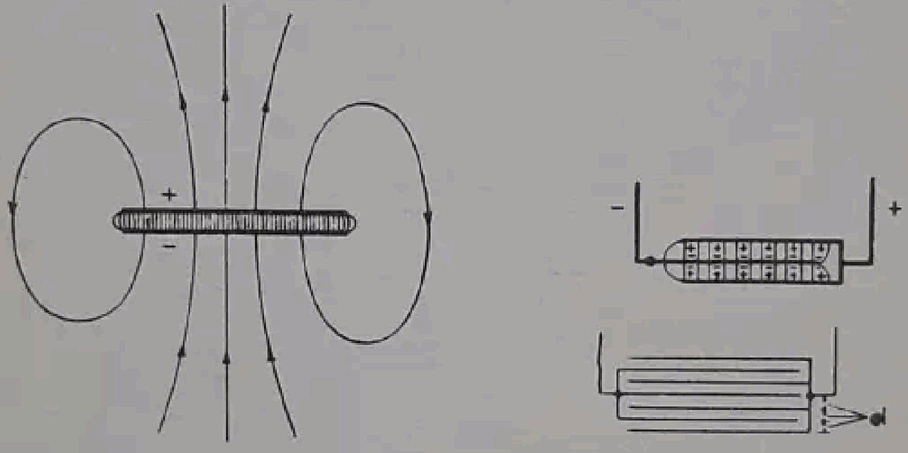
$$C = \frac{\varepsilon_r A}{4\pi d} \text{ estat faradios} \tag{274}$$

Como el *microfaradio* es $9 \cdot 10^5$ veces mayor que el estat faradio, es necesario dividir la (274) por este producto para obtener la capacidad en microfaradios. Por consiguiente,

$$C = \frac{\varepsilon_r A}{4\pi d \cdot 9 \cdot 10^5} \,\mu\text{f} \tag{275}$$

La capacidad total de un condensador sencillo de placas paralelas, de este tipo, no se puede calcular con precisión por las siguientes razones: todas las líneas de fuerza no quedan encerradas en la región comprendida entre las dos placas, sino que algunas pasan del dorso de la placa positiva al dorso de la negativa, como se representa en la figura 257 (*a*), lo que hace que el valor efectivo de la capacidad sea mayor que el calculado antes. Este error se puede evitar poniendo una placa de más en un grupo que en el otro (fig. 257, *b*). En este caso, el área A [fórmula (274)] comprende las dos caras de todas las placas con excepción de las dos extremas, y como la carga en estas últimas es del mismo signo, las dos tienen el mismo potencial y no pasan líneas de fuerza de una a otra. Se produce también un error debido a las desviaciones de las líneas cerca del contorno de las placas, a menos que la superficie de éstas sea grande en comparación con su separación.

Ejemplo de cálculo de un condensador. Se desea construir un condensador de placas de una capacidad total de 8 μf. Las placas se constituyen con hojas de estaño de 15 × 20 cm y 0,025 mm de espesor. El dieléctrico es papel de 18 × 23 cm y 0,05 mm de espesor, cuya constante dieléctrica vale 3. Determinar: (*a*) el número de hojas de papel y de estaño que se necesitan; (*b*) las dimensiones del condensador.



(*a*) (*b*)

Fig. 257. — Condensadores de placas paralelas.

(*a*) La superficie de las placas es

$$15 \times 20 = 300 \text{ cm}^2$$

y la distancia entre ellas

$$d = 0{,}05 \text{ mm} = 0{,}005 \text{ cm}$$

La capacidad entre dos placas, según la (274) será

$$C = \frac{3 \cdot 300}{4\pi \cdot 0{,}005 \cdot 9 \cdot 10^5} = 0{,}01592 \ \mu\text{f}.$$

Por lo tanto, se necesitan

$$\frac{8}{0{,}01592} = 500 \text{ secciones u hojas de papel.}$$

Estas secciones están indicadas por una *d* en la figura 257 (*b*), lo que requiere 501 hojas de estaño y 500 hojas de papel.

$$\begin{aligned} \text{Hojas de estaño} &= 501 \cdot 0{,}025 = 12{,}5 \text{ mm} \\ \text{Hojas de papel} &= 500 \cdot 0{,}050 = \underline{25{,}0 \text{ mm}} \\ \text{Espesor total} & \qquad\qquad\quad 37{,}5 \text{ mm} \end{aligned}$$

Volumen del condensador = 18 · 23 · 3,75 cm³, al que hay que añadir el aislamiento exterior y la cubierta protectora.

247. Capacidad de los condensadores de cilindros concéntricos. Los condensadores de cilindros concéntricos son de uso muy corriente. El ejemplo más extendido lo constituyen los cables, especialmente los subterráneos con cubierta de plomo. No es difícil estimar la capacidad de los cables de esta clase. Sin embargo, para hacer el cálculo empezaremos determinando las acciones ejercidas por un hilo recto cargado, de longitud infinita.

Fuerza producida por un hilo recto cargado. En la figura 258 se representa un hilo recto y delgado A, rodeado de aire, de longitud infinita y cargado con q estat culombios por centímetro de longitud. Se trata de determinar la fuerza que ejerce esta carga lineal uniforme sobre un punto P situado a la distancia h cm del hilo. Tomemos como origen el pie O de la perpendicular h trazada desde P al hilo. Consideremos un elemento diferencial de longitud del hilo dx situado a x cm del origen O. La carga correspondiente a la longitud del elemento dx es qdx estat culombios. Según la ley de Coulomb [fórmula (254), pág. 356] esta carga ejerce sobre P una fuerza $\mathbf{F} = qdx : z^2 = qdx : (x^2 + h^2)$ dinas. La componente $\mathbf{F}_2$ de esta fuerza paralela al hilo y debida a una carga situada a un lado del origen se contrarresta con otra componente igual debida a la carga simétricamente colocada al otro lado del origen, y la fuerza resultante debida a toda la carga del hilo tiene que estar dirigida según la perpendicular h. Por consiguiente, la componente $\mathbf{F}_1$ de $\mathbf{F}$ en la dirección de h es la única que se ha de tener en cuenta. La fuerza $\mathbf{F}_1$ es igual a $\mathbf{F}\cos\theta = \mathbf{F}\dfrac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}}$.

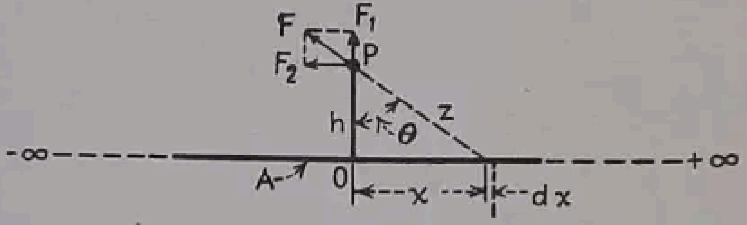


FIG. 258.—Fuerza debida a un hilo cargado, de longitud infinita.

Sea $\mathbf{F}_0$ la resultante de todas las fuerzas $\mathbf{F}_1$. Las dificultades de integración se evitan si se toman por límites 0 e ∞ y se multiplica el resultado por 2. Por lo tanto,

$$\mathbf{F}_0 = 2qh\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2 + h^2)^{3/2}} = 2qh\left[\frac{x}{h^2\sqrt{x^2 + h^2}}\right]_0^\infty \tag{I}$$

Dividiendo numerador y denominador por x y haciendo intervenir los límites

$$\mathbf{F}_0 = \frac{2q}{h}\left[\frac{1}{\sqrt{1 + (h^2/x^2)}}\right|_0^\infty = \frac{2q}{h}\ \text{dinas} \tag{276}$$

Si el medio es un dieléctrico de constante ε_r, la fuerza será

$$\mathbf{F}_0 = \frac{2q}{\varepsilon_r h}\ \text{dinas} \tag{277}$$

La fórmula (276) debe compararse con la (139) de la página 252, que da la fuerza debida a la corriente en un hilo recto de gran longitud.

Por razón de la simetría de las cargas, las líneas de fuerza entre cilindros concéntricos (fig. 259) deben ser radiales, y si continuaran hacia dentro se encontrarían en el eje de ambos cilindros. Se comprende, por lo tanto, que para los puntos exteriores del cilindro interno la carga de éste actúa como si estuviese concentrada a lo largo del eje, lo que permite aplicar las fórmulas (276) y (277).

Consideremos dos cilindros concéntricos (fig. 259), de los cuales el exterior tiene un radio R_2 cm y el interior R_1 cm. La constante dieléctrica del medio aislante sea ε_r. La carga del cilindro interior es $+q$ estat culombios por centímetro de longitud y la del cilindro exterior es $-q$ estat culombios por centímetro. Se supone que los cilindros son de longitud infinita, aunque si la relación entre la longitud y el radio es sólo moderadamente grande, el efecto es prácticamente el mismo que si la longitud de los cilindros fuera infinita. Una unidad de carga se sitúa en el punto P del dieléctrico y a la distancia de r cm del eje. Según la (277), la fuerza producida por el cilindro interior es $2q : \varepsilon_r r$ dinas. No puede actuar ninguna fuerza en P debida a la carga del cilindro exterior, puesto que P está en una región encerrada por un conductor, ya que los extremos abiertos, al estar a distancia infinita, no ejercen influencia. El trabajo efectuado para trasladar una unidad de carga desde la superficie del cilindro interior hasta el cilindro exterior y, por consiguiente, la diferencia de potencial es

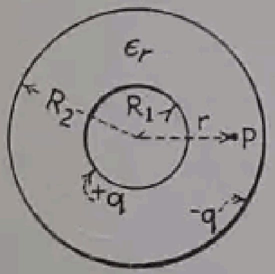


Fig. 259.—Condensador de cilindros concéntricos.

$$W = V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2q}{\varepsilon_r r} dr = \frac{2q}{\varepsilon_r} \Big[\log_e r \Big]_{R_1}^{R_2} \text{ ergios} \qquad \text{(I)}$$

Substituyendo los límites y recordando que $\log_e R_2 - \log_e R_1 = \log_e (R_2 : R_1)$

$$V = \frac{2q}{\varepsilon_r} \log_e \frac{R_2}{R_1} \text{ estat voltios}$$

Como la capacidad por centímetro C_s es igual a $q : V$ si q son los estat culombios por centímetro

$$C_s = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_r}{2 \log_e (R_2 : R_1)} \text{ estat faradios por cm} \qquad (278)$$

$$C_s = \frac{\varepsilon_r}{2 \cdot 2{,}303 \log (R_2 : R_1)} \text{ estat faradios por cm} \qquad (279)$$

Reemplazando los $9 \cdot 10^5$ estat faradios por microfaradios y los centímetros por kilómetros, la fórmula anterior se transforma en

$$C = \frac{0{,}02412 \cdot \varepsilon_r}{\log (R_2 : R_1)} \mu\text{f por Km} \qquad (280)$$

Estas expresiones se prestan para el cálculo de la capacidad de los cables subterráneos.

Ejemplo: Un cable de 400 m de longitud, con un solo conductor aislado de 5 mm de diámetro y cubierta de caucho, se emplea para una línea subterránea y tiene 4 mm de espesor de aislante. La capacidad del cable obtenida por medición resulta ser 0,105 μf. Determinar la constante dieléctrica ε_r del caucho.

$$R_1 = 5 : 2 = 2{,}5 \text{ mm}$$
$$R_2 = 4 + 2{,}5 = 6{,}5 \text{ mm}$$

La capacidad por kilómetro de longitud es

$$C = \frac{1000}{400} \cdot 0{,}105 = 0{,}2625 \ \mu\text{f}$$

Por medio de la fórmula (280)

$$\varepsilon_r = \frac{0{,}2625 \cdot \log (6{,}5 : 2{,}5)}{0{,}02412} = 4{,}5$$

248. Capacidad de los condensadores constituídos por esferas concéntricas. En la figura 260 se representa un condensador formado por dos esferas concéntricas. El radio de la esfera interior A es R_1 cm y el de la esfera exterior B de R_2 cm. La constante dieléctrica del medio aislante es ε_r. Sobre la superficie de la esfera interior hay una carga de $+q$ estat culombios y de $-q$ estat culombios sobre la de la esfera exterior. La diferencia de potencial entre las dos esferas se puede determinar transportando una unidad de carga desde la esfera A a la esfera B. La fuerza en un punto cualquiera P del dieléctrico situado a una distancia r cm del centro y debida a la carga repartida sobre la esfera interior es $q : \varepsilon_r r^2$ dinas (véase fig. 245, pág. 354). La fuerza en P debida a la carga de la esfera exterior es nula, por estar P en el interior de la misma (§ 245, pág. 370). Por lo tanto, la diferencia de potencial entre las esferas A y B es

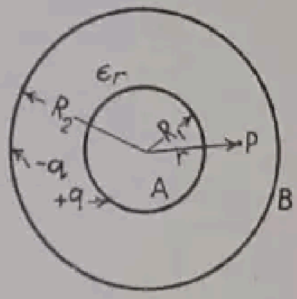


FIG. 260.—Condensador de esferas concéntricas.

$$W = V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q\,dr}{\varepsilon_r r^2} = \left[-\frac{q}{\varepsilon_r r} \right]_{R_1}^{R_2} = -\frac{q}{\varepsilon_r}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

Y la capacidad

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_r}{\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2} \right)} = \varepsilon_r \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \text{ estat faradios} \qquad (281)$$

Es interesante observar que si R_2 se hace ∞, será $V = q : (\varepsilon_r\ R_1)$ y la capacidad toma el valor

$$C = \varepsilon_r R_1 \qquad (282)$$

Es decir que la capacidad de una esfera aislada, en estat faradios, es igual a su radio en centímetros si está en el aire ($\varepsilon_r = 1$). La capacidad de la Tierra como esfera aislada es aproximadamente 720 μf.

249. Capacidad en el caso de dos cilindros paralelos. Las líneas aéreas de transporte de electricidad están ordinariamente constituídas por cilindros paralelos. El caso más sencillo es el de dos cilindros que podrán transportar corriente continua o monofásica (véase vol. II, cap. XIII). Si la corriente es alterna y la línea es de gran longitud y alta tensión, la corriente de carga debida a la capacidad creada por los conductores paralelos tiene un efecto señalado sobre las características de utilización de la línea (véase vol. II, cap. XIII). La fórmula que da la capacidad entre dos cilindros paralelos se encuentra fácilmente partiendo de la 276 (pág. 373).

En la figura 261 (*a*), los conductores son de radio r cm, y la distancia entre sus ejes de D cm. Supongamos que las cargas en estat culombios por centímetro sean $+q$ en el conductor A y $-q$ en el B. Como siempre, la diferencia de potencial entre ambos se determina por el trabajo necesario para que la unidad positiva de carga pase de uno a otro. Utilizando la fórmula (276), la fuerza que se ejerce a x cm del eje del conductor A por la acción del mismo, es $2q : x$ dinas y por la acción del B, $2q : (D - x)$ dinas, con lo que el trabajo realizado y, por lo tanto, la diferencia de potencial vale

$$W = V = \frac{2q}{\varepsilon_r \varepsilon_v} \int_r^{D-r} \frac{dx}{x} + \frac{2q}{\varepsilon_r \varepsilon_v} \int_r^{D-r} \frac{dx}{D-x} \qquad \text{(I)}$$

Como, en el aire, $\varepsilon_r = 1$, y $\varepsilon_v = 1$

$$\begin{aligned} V &= 2q[\log_e x]_r^{D-r} - 2q\,[\log_e (D-x)]_r^{D-r} \\ &= 2q[\log_e (D-r) - \log_e r - [\log_e (D - [D-r)] + \log_e (D-r)] = \\ &= 4q \log_e \frac{D-r}{r} \text{ estat voltios} \qquad \text{(II)} \end{aligned}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{1}{4 \log_e \dfrac{D-r}{r}} \text{ estat faradios por cm}$$

$$C = \frac{0{,}01206}{\log \dfrac{D-r}{r}} \mu\text{f por Km} \qquad (283)$$

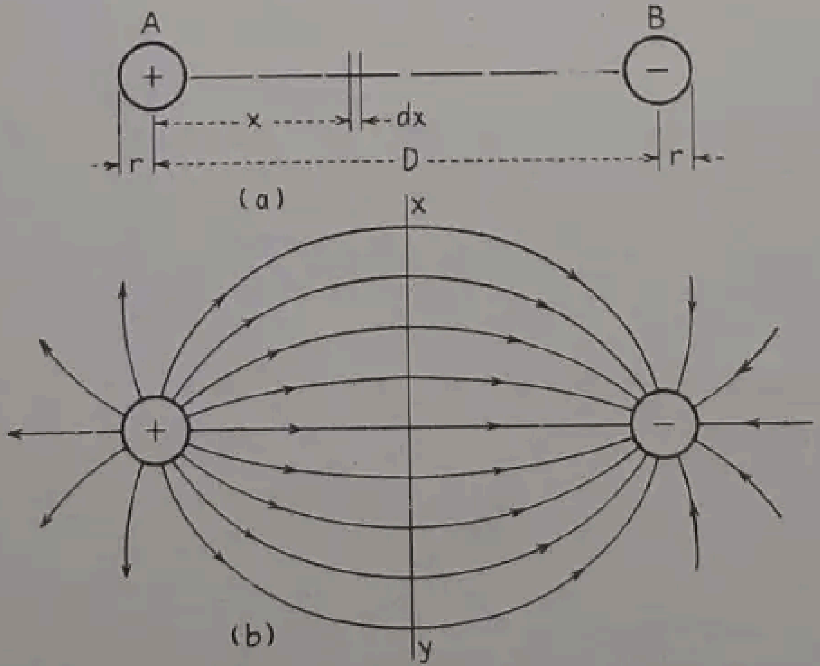


Fig. 261.—Capacidad entre dos cilindros paralelos.

En las líneas de transporte se acostumbra a emplear la capacidad con respecto al *plano neutro*, en lugar de la existente entre dos conductores. En la figura 261 (*b*), el plano *xy*, paralelo a los conductores y que equidista de ellos, corta perpendicularmente las líneas de fuerza y, por lo tanto, es una superficie equipotencial y, si es conductora, no afectará el campo eléctrico.

La capacidad C_n del condensador formado por cada conductor y el plano neutro es, así, doble de la del constituído por los dos conductores; por lo tanto

$$C_n = \frac{0,02412}{\log \frac{D - r}{r}} \mu\text{f por Km} \tag{284}$$

Cuando se trata de líneas aéreas, r es, en general, despreciable comparado con D, y si se suprime la r en el numerador de la fracción cuyo logaritmo ha de determinarse, apenas produce cambio en el valor de la capacidad, que puede por tanto escribirse

$$C_n = \frac{0,02412}{\log (D : r)} \mu\text{f por Km} \tag{285}$$

SISTEMA M.K.S. NO RACIONALIZADO

En todos los sistemas de unidades eléctricas se cumple siempre la relación: $\mu_v\varepsilon_v = 1 : c^2$, siendo μ_v y ε_v la permeabilidad y la constante dieléctrica del vacío, y c la velocidad de la luz, igual a $3 \cdot 10^8$ m/seg [1]. Verdad es que en el sistema c.g.s. electromagnético $\mu_v = 1$ y en el c.g.s. electrostático $\varepsilon_v = 1$, pero es que se trata de dos sistemas diferentes. En cualquier otro sistema [2] será $\mu_v\varepsilon_v = 1 : c^2$. Por lo tanto, como en el m.k.s. no racionalizado es $\mu_v = 10^{-7}$, resultará $\varepsilon_v = 10^7 : (2,9977 \cdot 10^9)^2 = 1,11279 \cdot 10^{-10}$. El culombio vale, en magnitud, $3 \cdot 10^9$ estat culombios.

250. Ley de Coulomb. La ley de Coulomb, expresada por la fórmula (253) de la página 351, se transforma, en este sistema, en:

$$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_v r^2} \text{ newton}^{3} \tag{286}$$

expresándose q_1 y q_2 en *culombios*, r en metros y siendo $\varepsilon_v = 1,113 \cdot 10^{-10}$.

Ejemplo: Dos cargas positivas puntuales, una de $5 \cdot 10^{-6}$ culombios y la otra de $6 \cdot 10^{-6}$ culombios, están en el aire y a 20 cm de distancia (véase fig. 243, pág. 351). Determinar la fuerza en newton que actúa entre ellas.

$$\mathbf{F} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{1,113 \cdot 10^{-10} \cdot 0,2^2} = 6,739 \text{ newton}$$

---

[1] En un principio se consideraba que la velocidad de la luz era de $3 \cdot 10^8$ m/seg., pero la realización de mediciones más precisas ha dado como valor más aproximado el de $2,9977 \cdot 10^8$ m/seg. Esta diferencia justifica las ligeras discrepancias en los valores obtenidos aplicando los sistemas de unidades m.k.s. y c.g.s. En realidad, la magnitud del culombio es $2,9977 \cdot 10^9$ veces la del estat culombio. Cuando en las fórmulas interviene el *cuadrado* de la velocidad de la luz, el error es del orden del 0,2 %. Véase también apéndice B.

[2] Estas relaciones se indican en la nota de la tabla del apéndice B.

[3] Véase nota al pie de la pág. 240.

La magnitud del culombio es de $3 \cdot 10^9$ estat culombios. De aquí que, si se resolviese el ejemplo anterior empleando el sistema c.g.s., se tendría

$$\mathbf{F} = \frac{(5 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^9)\ (6 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^9)}{20^2} = 673\,500 \text{ dinas} = 6{,}735 \text{ newton}$$

Si el dieléctrico tiene una constante ε_r, la (286) se transforma en

$$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_r \varepsilon_v r^2} \text{ newton} \tag{287}$$

[Véase fórmula (256), pág. 361].

251. Intensidad del campo y densidad del flujo. Si, en la fórmula (287), $q_1 = q$ y $q_2 = 1$, del mismo modo que en el caso del sistema c.g.s. (pág. 355), se obtiene la *fuerza por unidad de carga.* Como en el sistema c.g.s. se la denomina *intensidad del campo* **E** y se expresa en *newton por culombio* o *voltios por metro.* Por tanto:

$$\mathbf{E} = \frac{q}{\varepsilon_r \varepsilon_v r^2} \quad \text{voltios por m} \tag{288}$$

de la que se deduce como valor del potencial

$$V = \mathbf{E}d \quad \text{voltios} \tag{289}$$

siendo d la distancia en metros y **E** un vector que se considera lleva la misma dirección que d.

En el sistema c.g.s., la densidad del flujo y la intensidad del campo son numéricamente iguales en el vacío, ya que $\varepsilon_v = 1$. Sin embargo, en el sistema m.k.s. no racionalizado $\varepsilon_v = 1{,}11279 \cdot 10^{-10}$, y, según la página 367, la relación entre ambas es:

$$\mathbf{E} = \frac{D}{\varepsilon_r \varepsilon_v} \tag{290}$$

Substituyendo este valor de **E** en la fórmula (288)

$$\frac{D}{\varepsilon_r \varepsilon_v} = \frac{q}{\varepsilon_r \varepsilon_v r^2}$$

de donde

$$D = \frac{q}{r^2} \text{ líneas de fuerza por m}^2 \tag{291}$$

Si q es una carga puntual situada en el centro de una esfera de radio r m (fig. 245, pág. 354), el flujo total que atraviesa la superficie de la esfera será

$$\psi = 4\pi r^2 D \quad \text{líneas} \tag{292}$$

Despejando D de esta expresión y substituyéndolo en la (291)

$$\frac{\psi}{4\pi r^2} = \frac{q}{r^2}$$

o sea

$$\psi = 4\pi q \quad \text{líneas} \tag{293}$$

que es la misma fórmula que en el sistema c.g.s. (pág. 356). De aquí que el flujo eléctrico es proporcional a q e independiente de la constante dieléctrica del medio. También, por cada unidad de carga salen, o entran, 4π líneas.

Ejemplo: Si la carga de la esfera de la figura 245 (pág. 354) es de 5 estat culombios positivos (véase el ejemplo de la pág. 356), determinar: (*a*) el flujo total que abandona la esfera; (*b*) la densidad del flujo a 20 cm de distancia del centro de la esfera; (*c*) la intensidad del campo en las condiciones de (*b*).

a) $q = \dfrac{5}{3 \cdot 10^9} = 1{,}667 \cdot 10^{-9}$ culombios

$\psi = 4\pi \cdot 1{,}667 \cdot 10^{-9} = 2{,}095 \cdot 10^{-8}$ líneas.

b) $D = \dfrac{2{,}095 \cdot 10^{-8}}{4\pi \cdot 0{,}2^2} = 4{,}168 \cdot 10^{-8}$ líneas por m²

c) Aplicando la fórmula (288) y haciendo $\varepsilon_0 = 1{,}113 \cdot 10^{-10}$

$$\mathbf{E} = \frac{1{,}667 \cdot 10^{-9}}{1{,}113 \cdot 10^{-10} \cdot 0{,}2^2} = 374{,}4 \text{ voltios por m}$$

También de la (290), siendo $\varepsilon_r = 1$, se obtiene

$D = 1{,}113 \cdot 10^{-10} \cdot 374{,}4 = 4{,}168 \cdot 10^{-8}$ líneas por m²

Ejemplo. En el ejemplo de la página 356, determinar, en unidades m.k.s. no racionalizadas, la máxima intensidad del campo en la superficie de cada esfera, en voltios por metro [véase (*d*)].

Como 1 culombio $= 3 \cdot 10^9$ estat culombios, $q = 20 : 3 \cdot 10^9 = 6{,}667 \cdot 10^{-9}$ culombios.

Sean, sobre la superficie de la esfera A, $\mathbf{E}_1$ y $\mathbf{E}_2$ las intensidades de los campos debidos a las cargas eléctricas de A y de B. $\varepsilon_r = 1$

$$\mathbf{E}_1 = \frac{6{,}667 \cdot 10^{-9}}{1{,}113 \cdot 10^{-10}\,(1 \cdot 10^{-2})^2} = 6 \cdot 10^5 \text{ voltios por m}$$

$$\mathbf{E}_2 = \frac{6{,}667 \cdot 10^{-9}}{1{,}113 \cdot 10^{-10}\,(23 \cdot 10^{-2})^2} = 0{,}01111 \cdot 10^5, \text{ voltios por m.}$$

La intensidad total del campo será

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 6{,}01111 \cdot 10^5 \text{ voltios por m.}$$

Si se llaman $\mathbf{E}'_1$ y $\mathbf{E}'_2$ las intensidades de los campos creados en la superficie de la esfera B, por su propia carga y la de A, se tiene

$$\mathbf{E}'_1 = \frac{6{,}667 \cdot 10^{-9}}{1{,}113 \cdot 10^{-10}\,(0{,}5 \cdot 10^{-2})^2} = 24 \cdot 10^5 \text{ voltios por m}$$

$$\mathbf{E}'_2 = \frac{6{,}667 \cdot 10^{-9}}{1{,}113 \cdot 10^{-10}\,(23{,}5 \cdot 10^{-2})^2} = 0{,}0109 \cdot 10^5, \text{ o } 1\,090 \text{ voltios por m}$$

y la intensidad total del campo,

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}'_1 + \mathbf{E}'_2 = 24{,}0109 \cdot 10^5 \text{ voltios por m.}$$

Como 1 estat voltio = 300 voltios [1], un estat voltio por cm = $300 \cdot 100 = 3 \cdot 10^4$ voltios por m. Por lo tanto, en el ejemplo de la página 356:

$\mathbf{E}_A = 20{,}038$ estat voltios por cm = $300 \cdot 10^2 \cdot 20{,}038 = 6{,}0114 \cdot 10^5$ voltios por m, lo que sirve de comprobación.

252. Cálculo de las capacidades. Las capacidades se calculan en el sistema m.k.s. no racionalizado del mismo modo que en el sistema c.g.s., aunque las unidades sean diferentes.

Condensadores de placas paralelas. Sea A m² (fig. 256) la superficie de cada placa, d la distancia entre ellas y ε_r la constante dieléctrica del medio. Supongamos que las cargas de las placas sean $+q$ y $-q$. Como de cada unidad de carga salen 4π líneas, el flujo total entre los electrodos será $4\pi q$ y la densidad del flujo

$$D = \frac{4\pi q}{A} \text{ líneas por m}^2$$

Según la fórmula (290),

$$\mathbf{E} = \frac{D}{\varepsilon_r \varepsilon_v} = \frac{4\pi q}{\varepsilon_r \varepsilon_v A}$$

De acuerdo con la (289),

$$V = \mathbf{E}d = \frac{4\pi q d}{\varepsilon_r \varepsilon_v A} \quad \text{voltios}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_v A}{4\pi d} = \frac{\varepsilon_r \cdot 1{,}113 \cdot 10^{-10} \cdot A}{4\pi d} = \varepsilon_r \frac{8{,}854 \cdot 10^{-12} A}{d} \text{ faradios} \qquad (294)$$

Ejemplo. Un condensador, con acoplamiento en paralelo, está constituído por 3 placas, dos exteriores de la misma polaridad y una entre ellas de polaridad opuesta [figura 257 (*b*), pág. 372]. Las placas son cuadradas y de 0,25 m² de superficie. La separación entre placas es de 0,3 cm y la constante del dieléctrico, 4. Determinar la capacidad del condensador.

Utilizando la (294),

$$C = 2\,\frac{4 \cdot 1{,}113 \cdot 10^{-10} \cdot 0{,}25}{4\pi \cdot 0{,}003} = 5{,}903 \cdot 10^{-9} \text{ faradios}$$

Intensidad del campo generado por un conductor rectilíneo y cargado. Independientemente de las unidades y constantes dieléctricas, la fórmula de la fuerza ejercida sobre la unidad de carga, o de la intensidad del campo, es idéntica a la (I) de la página 373. Para adaptarla al sistema m.k.s., se utiliza la fórmula (288) página 378, siendo la intensidad del campo **E** igual a la fuerza **F** que actúa sobre la unidad de carga

$$\mathbf{F}_0 = \frac{2qh}{\varepsilon_r \varepsilon_v} \int_0^\infty \frac{dx}{(r^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{2q}{\varepsilon_r \varepsilon_v h} \text{ newton por culombio} \qquad (295)$$

expresándose q en culombios y x, h y r en metros. Para el aire $\varepsilon_r = 1$.

---

[1] En realidad, 299,77. Véase nota al pie, pág. 377.

Capacidad de un condensador formado por dos cilindros coaxiales. La capacidad de los condensadores constituídos por cilindros coaxiales se determina mediante la fórmula (295), como la (I) de la página 373, sin más que expresar los elementos que en ésta figuran en unidades m.k.s.

$$W = V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2q}{\varepsilon_r \varepsilon_v r}\, dr = \frac{2q}{\varepsilon_r \varepsilon_v} \log_e \frac{R_2}{R_1} \quad \text{voltios}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_v}{2 \log_e \dfrac{R_2}{R_1}} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_v}{2 \cdot 2{,}303 \cdot \log \dfrac{R_2}{R_1}} = \frac{\varepsilon_r \cdot 1{,}113 \cdot 10^{-10}}{4{,}606 \cdot \log \dfrac{R_2}{R_1}} =$$

$$= \frac{2{,}416 \cdot 10^{-11} \cdot \varepsilon_r}{\log \dfrac{R_2}{R_1}} \text{ faradios por m} \qquad (296)$$

Ejemplo. Determinar la capacidad del cable consignado en el ejemplo de la página 374, tomando 4,5 como valor de la constante dieléctrica relativa ε_r

$$R_1 = 0{,}0025 \text{ m} \qquad\qquad R_2 = 0{,}0065 \text{ m}$$

De acuerdo con la fórmula (296), la capacidad por metro será

$$C_m = \frac{2{,}416 \cdot 10^{-11} \cdot 4{,}5}{\log(0{,}0065 : 0{,}0025)} = \frac{10{,}872 \cdot 10^{-11}}{0{,}415} = 2{,}62 \cdot 10^{-10} \text{ faradios}$$

y para los 400 m

$$C = 400 \cdot 2{,}62 \cdot 10^{-10} = 1{,}048 \cdot 10^{-7} \text{ faradios o } 0{,}1048\ \mu\text{f.}$$

que es, muy aproximadamente, la dada en el ejemplo citado.

Capacidad de los condensadores constituídos por esferas concéntricas. La fórmula (281), página 375, se transforma en

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_v \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad \text{faradios} \qquad (297)$$

Capacidad de los condensadores constituídos por cilindros paralelos. En el § 249 (pág. 376), el trabajo en julios, o la diferencia de potencial en voltios, dada por (I), se transforma en:

$$W = V = \frac{2q}{\varepsilon_r \varepsilon_v} \left[\int_r^{D-r} \frac{dx}{x} + \int_r^{D-r} \frac{dx}{D - x} \right] = \frac{4q}{\varepsilon_r \varepsilon_v} \log_e \frac{D - r}{r} \text{ voltios}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_v}{4 \log_e \dfrac{D - r}{r}} = \frac{\varepsilon_r \cdot 1{,}113 \cdot 10^{-10}}{4 \cdot 2{,}303 \cdot \log \dfrac{D - r}{r}} =$$

$$= \frac{1{,}208 \cdot 10^{-11}}{\log \dfrac{D - r}{r}} \text{ faradios por m} \qquad (298)$$

expresándose q en culombios y D y r en metros.

Las fórmulas (283), (284) y (285), páginas 376 y 377, es evidente que no varían, siendo la (298) comparable a la (283).

SISTEMA M.K.S. RACIONALIZADO

253. Ley de Coulomb. Dentro del sistema de unidades m.k.s. magnéticas, el sistema racionalizado se ha establecido de modo que las fuerzas magnetomotrices vengan expresadas en amperios-vuelta NI, en lugar de determinarse por la fórmula $4\pi NI$, y, en estas condiciones, la constante dieléctrica del vacío vale $4\pi \cdot 10^{-7}$. Como ya se ha indicado (pág. 377), en todos los sistemas unificados de medidas eléctricas, la permeabilidad y la constante dieléctrica del vacío están en la relación $\mu_v \cdot \varepsilon_v = 1 : c^2$, si $c = 2{,}9977 \cdot 10^8$ m/seg es la velocidad de la luz. Por lo tanto, en el sistema m.k.s. racionalizado de unidades electrostáticas, la constante dieléctrica del vacío deberá valer

$$\varepsilon'_v = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}\,(2{,}9977 \cdot 10^8)^2} = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$$

Para determinar la intensidad del campo magnético en el sistema de unidades m.k.s. racionalizado, es necesario multiplicar μ'_v por 4π (pág. 242). Del mismo modo, para determinar la intensidad del campo eléctrico es necesario multiplicar ε'_v por 4π. La fuerza que actúa entre dos cargas electrostáticas se transforma, por lo tanto, en

$$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_r \cdot 4\pi\varepsilon'_v \cdot r^2} \quad \text{newton} \tag{299}$$

expresándose q_1 y q_2 en culombios y r en metros.

Si $q_1 = q$ y $q_2 = 1$, la acción sobre la unidad de carga será

$$\mathbf{F} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon'_v r^2} = \mathbf{E} \quad \text{newton por culombio, o voltios por m} \tag{300}$$

En el sistema m.k.s. racionalizado, sale o entra una línea de fuerza de cada unidad de polo. De igual manera sale o entra una línea por cada unidad de carga. Por lo tanto, la densidad del flujo a la distancia de r m de un punto con una carga de q culombios, será

$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \quad \text{culombios por m}^2 \tag{301}$$

Eliminando q entre la (300) y la (301)

$$D = \varepsilon_r \varepsilon'_v \mathbf{E} \quad \text{culombios por m}^2 \tag{302}$$

que es similar, pero no igual, a la fórmula (290), página 378.

Ejemplo. Empleando el sistema de unidades m.k.s. racionalizado, la solución del primer ejemplo de la página 379 es *a*) $\psi = q = 1{,}667\cdot 10^{-9}$ culombios

b) $D = \dfrac{1{,}667\cdot 10^{-9}}{4\pi\cdot 0{,}2^2} = 3{,}315\cdot 10^{-9}$ líneas por m²

c) Empleando la (300)

$$\mathbf{E} = \frac{1{,}667\cdot 10^{-9}}{4\pi\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}2^2} = 374{,}5 \text{ voltios por m}$$

Como $8{,}854\cdot 10^{-12} = 1{,}113\cdot 10^{-10} : 4\pi$

$$\mathbf{E} = \frac{1{,}667\cdot 10^{-9}}{4\pi\,\dfrac{1{,}113\cdot 10^{-10}}{4\pi}\,0{,}2^2} = 374{,}4 \text{ voltios por m}$$

que es el valor obtenido en el caso (*c*) del ejemplo de la página 379.

Si en el caso (*b*) se utiliza la fórmula (302)

$$D = 1\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\cdot 374{,}5 = 3{,}315\cdot 10^{-9} \text{ líneas por m}^2$$

lo que sirve de comprobación.

254. Cálculo de capacidades. *Condensador de placas paralelas.* Sea A m² la superficie de cada placa (fig. 256, pág. 371), d m la distancia entre ellas, ε_r la constante del dieléctrico y $+q$ y $-q$ culombios las cargas de las placas. Como de cada unidad positiva de carga sale una línea de fuerza

$$D = \frac{q}{A} \tag{I}$$

y teniendo en cuenta la (302) y la (I),

$$\mathbf{E} = \frac{D}{\varepsilon_r\varepsilon'_v} = \frac{q}{A\varepsilon_r\varepsilon'_v} \quad \text{voltios por m}$$

Según la fórmula (289), página 378

$$V = \mathbf{E}\cdot d = \frac{qd}{A\varepsilon_r\varepsilon'_v} \quad \text{voltios}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_r\varepsilon'_v A}{d} = \frac{8{,}854\cdot 10^{-12} A\cdot\varepsilon_r}{d} \quad \text{faradios} \tag{303}$$

Como $\varepsilon'_v = \varepsilon_v : 4\pi$, esta fórmula es idéntica a la (294), página 380.

Intensidad del campo producido por un conductor rectilíneo y cargado. La fórmula (295) de la página 380, en unidades m.k.s. racionalizadas, se transforma en

$$\mathbf{F}_0 = \frac{2qh}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon'_v}\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+h^2)^{3/2}} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon'_v h} \text{ newton por culombio} \tag{304}$$

Como $\varepsilon'_v = \varepsilon_v : 4\pi$, esta fórmula es igual a la (295).

Capacidad de los condensadores constituídos por cilindros coaxiales. Mediante la fórmula (304), el trabajo desarrollado para trasladar un culombio desde la superficie exterior del cilindro interno a la interior del externo [Véase fórmula (I) de la pág. 374] será

$$W = V = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon'_v}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon'_v}\log_e\frac{R_2}{R_1}\ \text{voltios}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{4\pi\varepsilon_r\varepsilon'_v}{2\log_e\frac{R_2}{R_1}} = \frac{4\pi\varepsilon_r\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}}{4{,}606\cdot\log\frac{R_2}{R_1}} =$$

$$= \frac{2{,}416\cdot 10^{-11}\varepsilon_r}{\log\frac{R_2}{R_1}}\ \text{faradios por m} \qquad (305)$$

que es idéntica a la (296) de la página 381.

Capacidad de los condensadores constituídos por esferas concéntricas. La ecuación (297), página 381, se transforma en:

$$C = 4\pi\varepsilon_r\varepsilon'_v\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1}\ \text{faradios} \qquad (306)$$

Capacidad de los condensadores constituídos por cilindros paralelos. En el sistema m.k.s. racionalizado, la fórmula (II) de la página 376 se escribirá

$$W = V = \frac{4q}{\varepsilon_r 4\pi\varepsilon_v'}\log_e\frac{D-r}{r}\quad \text{voltios}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\pi\varepsilon_r\varepsilon_v'}{\log_e\frac{D-r}{r}} = \frac{\pi\varepsilon_r\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}}{2{,}303\cdot\log\frac{D-r}{r}} = \frac{1{,}208\cdot 10^{-11}}{\log\frac{D-r}{r}}$$

$$\text{faradios por m} \qquad (307)$$

que es idéntica a la (298) de la página 381.

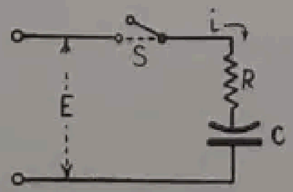


Fig. 262.—Condensador cargado a través de una resistencia.

255. Intensidad de la corriente que pasa por una capacidad y una resistencia conectadas en serie. Si a un condensador de C faradios de capacidad y una resistencia de R ohmios, conectados en serie, se les aplica súbitamente una tensión de E voltios (fig. 262), circulará por la resistencia una corriente que cargará el condensador. Teóricamente, la tensión en este último no alcanzará el valor E hasta que haya transcurrido un tiempo indefinidamente grande. Realmente, sin embargo, basta un tiempo relativamente corto. La intensidad de la corriente que pasa por una capacidad y una resistencia en serie puede determinarse en función del tiempo.

La tensión entre terminales del condensador, en un instante cualquiera es $q : C$ voltios. Al cerrar el interruptor S (fig. 262), la f.e.m. E no sólo ha de vencer la caída de tensión en la resistencia, sino que ha de contrarrestar la fuerza contraelectromotriz $q : C$ del condensador. Es decir,

$$E = iR + \frac{q}{C} \text{ voltios} \qquad \text{(I)}$$

Siendo $q = \int idt$ tenemos, substituyendo este valor en (I)

$$E = iR + \frac{1}{C} \int idt \qquad \text{(II)}$$

Diferenciando con relación a t,

$$0 = R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} \qquad \text{(III)}$$

Separando las variables e integrando

$$\frac{di}{i} = -\frac{dt}{CR} \qquad \text{(IV)}$$

$$\log_e i = -\frac{t}{CR} + K \qquad \text{(V)}$$

en donde K es la constante de integración.

Cuando el tiempo t es cero, la cantidad q de electricidad en el condensador debe ser también cero, puesto que no es posible almacenar una energía finita en un tiempo cero. Por consiguiente, si $t = 0$, $q = 0$ y la tensión entre terminales del condensador es cero. Por lo tanto, la f.e.m. aplicada E es igual a I_0R, si I_0 es la intensidad de la corriente inicial. Por consiguiente, para $t = 0$, $i = I_0 = E : R$. Substituyendo en (V)

$$K = \log_e \frac{E}{R}$$

$$\log_e i - \log_e \frac{E}{R} = \log_e \frac{i}{E : R} = -\frac{t}{CR} \qquad \text{(VI)}$$

Y expresándola en forma exponencial

$$\frac{i}{E : R} = e^{-\frac{t}{CR}} \qquad \text{(VII)}$$

de donde

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{CR}} = I_0\, e^{-\frac{t}{CR}} \text{ amperios} \qquad (308)$$

La expresión (308) es una exponencial decreciente que tiene por valor inicial $E : R = I_0$, cuando $t = 0$. Teóricamente, la corriente no alcanza el valor cero hasta que $t = \infty$, pero prácticamente se anula en un tiempo relativamente corto. La función se representa gráficamente en la figura 263 para $E = 200$ voltios, $R = 2000$ ohmios, $C = 0{,}00004$ faradios $= 40$ μf (véase ejemplo en la página siguiente).

La constante de tiempo del circuito es

$$\tau = CR \quad \text{segundos} \tag{309}$$

Substituyendo t por τ en la (308)

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{CR}{CR}} = \frac{E}{R}\,\frac{1}{2{,}718} = 0{,}368\,\frac{E}{R} \text{ amperios} \tag{310}$$

Es decir que en el instante $t = CR$, la corriente se ha reducido al 36,8 % de su valor inicial.

Después de cerrar el interruptor, la velocidad de variación de la corriente es

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{R}\left(-\frac{1}{CR}\right)e^{-\frac{t}{CR}} = -\frac{E}{CR^2}e^{-\frac{t}{CR}} \text{ amperios por seg.} \tag{311}$$

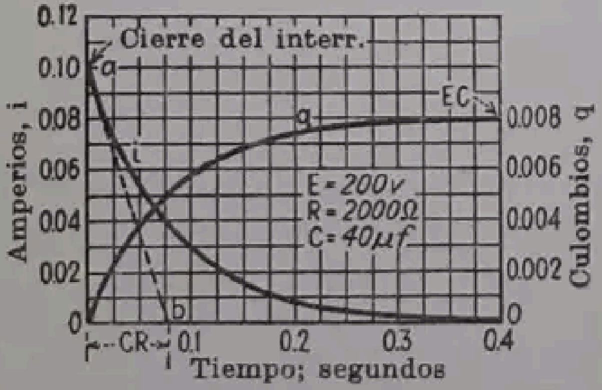


Fig. 263. — Curvas características de carga de una capacidad y una resistencia en serie.

Cuando $t = 0$, $di:dt = -E:CR^2$. Si la corriente siguiera decreciendo a esta velocidad, alcanzaría el valor cero al cabo de un tiempo igual a la constante de tiempo CR. Por ejemplo, si la velocidad uniforme de variación de la corriente $-E:CR^2$ se multiplica por el tiempo CR, la variación total de la corriente durante este tiempo sería $(-E:CR^2)\,CR = -E:R$, valor numéricamente igual al de la corriente inicial, de manera que la corriente resultante sería cero (véase línea *ab*, figura 263).

La carga del condensador se determina fácilmente integrando la (308), esto es,

$$q = \int i\,dt = \frac{E}{R}\int e^{-\frac{t}{CR}}\,dt = \frac{E}{R}\left(-CRe^{-\frac{t}{CR}} + K'\right) \tag{I}$$

siendo K' la constante de integración. Cuando $t = 0$, $q = 0$ y $K' = (E:R)CR = EC$

Por substitución en (I) obtenemos,

$$q = EC\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right) \tag{312}$$

La expresión (312) tiene un carácter análogo al de la (225), página 332, que da la variación de la corriente en un circuito inductivo. Está representada gráficamente en la figura 263.

Como en los condensadores descargados la f.c.e.m. es nula, la intensidad de la corriente debe ser infinita en el instante en que se conecta a una f.e.m. constante, si no hay resistencia en serie. La duración de la corriente en tales condiciones es cero. Sin embargo, la inevitable resistencia del circuito y del condensador impiden que la intensidad de la corriente llegue a ser infinita, aunque alcance valores muy elevados. Es también evidente que con cualquier intensidad de corriente que no sea infinita en el instante en que se cierra el circuito, la tensión entre terminales de un condensador descargado es cero.

Ejemplo. Un condensador de 40 μf se dispone en serie con una resistencia de 2000 ohmios y al conjunto se le aplica repentinamente una tensión de 200 voltios. Determinar: *a*) la intensidad de la corriente inicial; *b*) la fórmula de la intensidad de la corriente en función del tiempo; *c*) la expresión de la cantidad de electricidad en función del tiempo; *d*) la constante de tiempo; *e*) el valor de la intensidad de la corriente cuando ha transcurrido un tiempo igual a la constante de tiempo; *f*) la carga del condensador cuando el tiempo es 0,04 seg; *g*) la energía almacenada en el condensador en el caso *f*). *h*) Representar gráficamente las funciones *b*) y *c*).

Como en el momento de cerrar el interruptor, la f.e.m. entre los bornes de la capacidad es nula, la tensión aplicada se utiliza por entero para vencer la caída de tensión debida a la resistencia. Por lo tanto,

$$I_0 = \frac{200}{2\,000} = 0{,}10 \text{ amperios}$$

b) Substituyendo este valor en la (308),

$$i = 0{,}1e^{-\frac{t}{40\cdot 10^{-6}\cdot 2\,000}} = 0{,}1e^{-\frac{t}{0{,}08}} \text{ amperios.}$$

c) Substituyendo en la (312)

$$q = 200\cdot 40\cdot 10^{-6}\,(1 - e^{-\frac{t}{0{,}08}}) = 0{,}008\,\,(1 - e^{-\frac{t}{0{,}08}} \text{ culombios}$$

d) $\tau = CR = 40\cdot 10^{-6}\cdot 2000 = 0{,}08$ seg.

e) $i = 0{,}1e^{-1} = 0{,}0368$ amperios

f) Partiendo del resultado de (*c*)

$$q = 0{,}008\,\,(1 - e^{-\frac{0{,}04}{0{,}08}}) = 0{,}008\,(1 - e^{-1/2}) = 0{,}00315 \text{ culombios}$$

g) Según la expresión (270), (pág. 369)

$$w = \frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\cdot\frac{0{,}00315^2}{40\cdot 10^{-6}} = 0{,}124 \text{ julios}$$

h) Véase la figura 263.

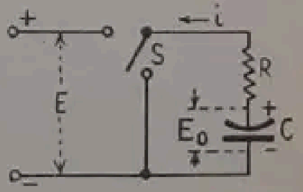


FIG. 264.—Capacidad descargada a través de una resistencia.

256. Descarga de un condensador. En la figura 264, un condensador de C faradios se ha cargado, a través de una resistencia de R ohmios, cerrando el interruptor S hacia arriba. El interruptor S se pone entonces en su posición baja, desconectando la línea y poniendo en corto circuito la resistencia y la capacidad en serie. La tensión entre terminales del condensador, en el instante de cerrar el interruptor hacia abajo, es E_0 voltios. E_0 puede diferir de E, debido, por ejemplo, a fugas de corriente o a que se haya cambiado el interruptor de posición antes de que se hubiese cargado completamente el condensador. Entonces, el condensador actúa como manantial decreciente de f.e.m. $q : C$, que suministra corriente a la resistencia. La dirección de la corriente es la inversa de la que tenía en la fase de carga. Según la ley de Ohm,

$$-iR = \frac{q}{C} \text{ voltios} \tag{I}$$

y como $q = \int idt$

$$-iR = \frac{1}{C}\int idt \qquad \text{voltios} \tag{II}$$

Diferenciando y separando variables

$$-R\frac{di}{dt} = \frac{i}{C}; \quad \frac{di}{i} = -\frac{dt}{CR} \tag{III}$$

e integrando

$$\log_e i = -\frac{t}{CR} + K_0 \tag{IV}$$

en la que K_0 es la constante de integración.

Cuando $t = 0$, $i = -I_0 = -E_0 : R$, de manera que $K_0 = \log_e(-I_0)$. Por lo tanto,

$$\log_e \frac{i}{-I_0} = -\frac{t}{CR} \tag{V}$$

que puesta en forma exponencial y despejando i nos da

$$i = -I_0 e^{-\frac{t}{CR}} = -\frac{E_0}{R} e^{-\frac{t}{CR}} \text{ amperios} \tag{313}$$

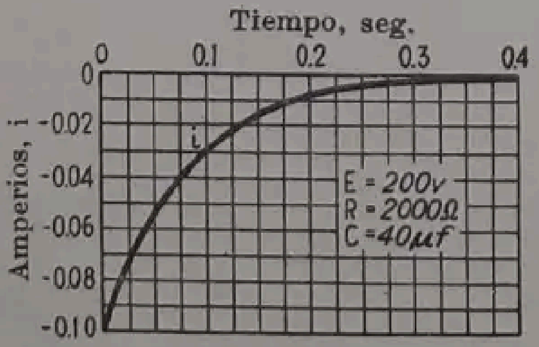


Fig. 265.—Curva característica de descarga de una capacidad y una resistencia en serie.

Esta fórmula es idéntica, en cuanto a su forma, a la (308), excepto en que la corriente es negativa. Cuando $E_0 = E$, se convierte en la (308) con signo negativo. La curva característica de la descarga de la capacidad y la resistencia en serie del ejemplo del § 255 está representada en la figura 265.

257. Ionización del aire. Efecto corona. Cuando los dieléctricos sólidos están sujetos a acciones electrostáticas suficientemente intensas, sobreviene su perforación y el arco que se forma carboniza y desintegra el dieléctrico (§ 238, pág. 359). Aunque el mecanismo exacto de este fenómeno no es conocido, indudablemente debe producirse previamente una destrucción de la estructura molecular del medio en algunos puntos, debida a la separación de los electrones de los respectivos núcleos atómicos, como resultado del elevado gradiente de potencial.

Cuando se trata de dieléctricos gaseosos como el aire, el mecanismo de la ruptura se comprende mucho mejor. Se debe, en parte, al hecho de que la estructura molecular de los gases es mucho más simple que la de la mayoría de las otras substancias. También, las partículas de los gases no se destruyen en la ruptura y, como tienen mucha movilidad, pueden recogerse y analizarse aun después de haber estado sujetas a las fuerzas de ruptura. Un átomo gaseoso está constituído por un núcleo positivo con una o más cargas eléctricas minúsculas, o electrones, que se mueven en órbitas que rodean el núcleo. Un átomo de hidrógeno tiene un solo electrón; el de helio tiene dos electrones.

En un campo eléctrico, los electrones del gas, al ser cargas negativas, son atraídos por el electrodo positivo; los núcleos positivos, o iones, son igualmente atraídos por el electrodo negativo. Por consiguiente, el campo eléctrico tiende a separar los electrones de sus núcleos respectivos. Las fuerzas que ligan los electrones a sus núcleos son, no obstante, tan grandes, que se requeriría, para separarlos por este efecto solamente, una tensión imposible de conseguir prácticamente.

Hay siempre algunos iones y electrones libres en los medios gaseosos. Por la acción del campo eléctrico, los iones, y más particularmente los electrones, se aceleran. Mientras se trasladan hacia los electrodos, entran en colisión con los átomos neutros que accidentalmente encuentran en su camino. Estas colisiones desprenden otros electrones de sus núcleos, liberándose así más iones y electrones. Por lo tanto, el proceso tiende a hacerse acumulativo. Cuando el gradiente de potencial empieza a ser suficientemente grande (aproximadamente 30000 voltios por centímetro[1] para el aire a 760 mm de presión y a 25° C), las velocidades adquiridas por los iones llegan a ser suficientemente elevadas, para que sea más rápida la producción de iones por colisión que por la acción del campo. Entonces se dice que el gas está *ionizado.* Un gas ionizado conduce la corriente, pero tiene, no obstante, una resistencia *muy elevada.* Esta conducción de electricidad a través de un gas ionizado es un fenómeno de convección similar al de la conducción electrolítica (§ 109, pág. 144). Así, la rigidez dieléctrica de un gas ionizado queda prácticamente anulada. Si entra en acción un manantial de electricidad de considerable potencia, se produce la perforación del gas y se establece la corriente en forma de arco.

Puede presentarse una ionización parcial del gas sin ruptura completa, si se adopta una disposición similar a la representada en la figura 266. Uno de los electrodos, el superior en la figura citada, termina en punta y es conveniente que tenga la forma de aguja, disponiéndose como electrodo inferior una placa. Al aplicar una diferencia de potencial aparecen efluvios entre la punta de la aguja y la placa. Debido a la forma afilada de la primera, la densidad de flujo cerca de ella es muy grande, mientras que cerca de la placa es mucho menor a causa de su gran superficie. Por consiguiente, el aire en la proximidad de la punta de la aguja se ioniza más pronto, extendiéndose al principio la región ionizada hasta la región señalada por la línea *aa*. Más allá de *aa*, el campo eléctrico no tiene intensidad suficiente para producir una ionización mayor y el resto del aire se opone, por lo tanto, al paso de corriente. Aumentando más la diferencia de potencial, la zona ionizada puede extenderse hasta *bb* sin que se produzca la ruptura completa. Finalmente, no obstante, la diferencia de potencial puede alcanzar un valor suficiente para provocar la ruptura de la región no ionizada, formándose entonces el arco.

---

[1] Corresponden a 100 líneas c.g.s. por centímetro cuadrado.

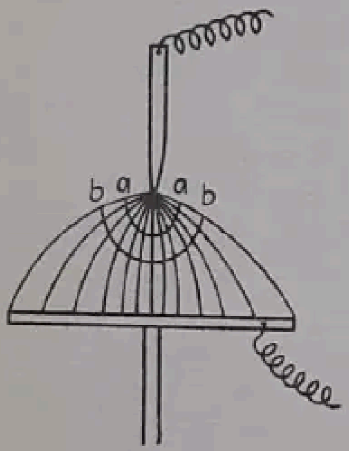


FIG. 266.—Líneas de fuerza dieléctricas entre la punta de una aguja y una placa.

La ionización del aire sobre la superficie de los conductores se manifiesta por la formación de pequeños efluvios fácilmente visibles en la obscuridad. Este fenómeno se denomina *efecto corona*, porque es parecido a la corona solar. En el conductor positivo se manifiesta por una luminosidad constante de color azulado, y en el negativo por penachos o efluvios rojizos. Si la corriente es alterna se observa una luminosidad más o menos continua de color azul rojizo. El efecto corona va acompañado también por un silbido y un olor de ozono. En presencia de la humedad se forma ácido nitroso, y este fenómeno es la base de uno de los métodos de fabricación de nitratos por medio de la electricidad, partiendo del nitrógeno atmosférico. El efecto corona aparece en los aparatos de alta tensión y en las líneas de transmisión (véase vol. II, cap. XIII).

MEDIDA DE LA CAPACIDAD

•258. Método balístico. Existen dos métodos corrientes de medición de capacidades: el método de corriente continua, o balístico, y el de corriente alterna, o método del puente.

En el método de corriente continua se utiliza un galvanómetro balístico. Se puede demostrar que si la bobina móvil de un galvanómetro ordinario tiene una inercia considerable y está adecuadamente amortiguado, su desviación máxima, debida al impulso que le imprime el paso momentáneo de una corriente por la bobina, es proporcional a la cantidad total de electricidad que pasó por el galvanómetro.

Esto presupone que toda la cantidad de electricidad pasa por la bobina antes de que ésta empiece a moverse (véase § 207, pág. 309). Sea D la máxima desviación del galvanómetro en centímetros. Tendremos:

$$Q = KD \tag{314}$$

si Q es la cantidad de electricidad y K la constante del galvanómetro.

Para llevar a cabo la medición, se conecta el aparato como indica la figura 267. Una batería B suministra la corriente necesaria. La medición puede hacerse tanto durante la carga como durante la descarga del condensador, o se pueden llevar a cabo dos mediciones, en carga y en descarga, que sirvan mutuamente de comprobación. Si el condensador no tiene fugas es preferible el método de descarga.

Cuando se cierra el interruptor hacia la izquierda, el condensador C_1 se carga con la corriente que pasa por el galvanómetro cuya máxima desviación da la indicación que debe anotarse. Deben hacerse varias lecturas de comprobación. El galvanómetro debe volver inmediatamente a cero. Si su desviación se mantiene constante sin volver al cero es que el condensador tiene fugas. De una manera análoga se puede leer la desviación balística del galvanómetro durante la descarga cerrando el interruptor sobre el contacto de la derecha cuando ya está cargado. Sea D_1 la desviación del galvanómetro cuando C_1 está conectado; Q_1 la cantidad de electricidad almacenada en el condensador y E la tensión entre terminales del condensador. Según la (314),

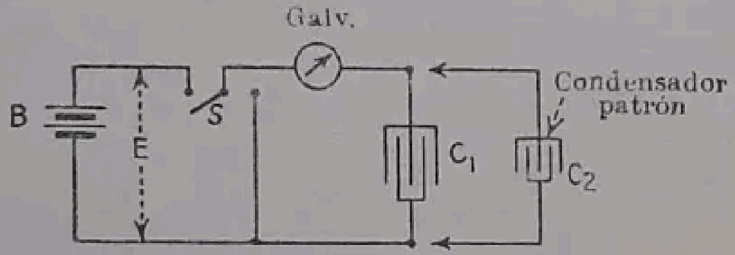


FIG. 267. — Método balístico de medición de capacidad.

$$Q_1 = KD_1$$

y también

$$Q_1 = C_1E$$

siendo C_1 la capacidad que buscamos. Por lo tanto,

$$C_1E = KD_1 \tag{I}$$

Si ahora reemplazamos la capacidad desconocida por una capacidad patrón y hacemos una nueva serie de lecturas, tendremos:

$$Q_2 = KD_2$$
$$C_2E = KD_2 \tag{II}$$

Dividiendo la (I) por la (II)

$$\frac{C_1E}{C_2E} = \frac{KD_1}{KD_2}$$

$$C_1 = C_2\,\frac{D_1}{D_2} \tag{315}$$

siendo $E(C_2 : D_2)$ la constante K del galvanómetro.

Frecuentemente es conveniente emplear un shunt de Ayrton para tales mediciones, porque amplía el campo de lecturas del aparato. Cuando se emplea este shunt deben corregirse las lecturas teniendo en cuenta su poder multiplicador. También es conveniente instalar un interruptor uni o bipolar, de dos posiciones, para poder conectar fácilmente la capacidad C_2 o la C_1.

259. Método del puente. En el método del puente, los brazos adyacentes de un puente de Wheatstone se constituyen con dos condensadores, y dos resistencias forman los otros dos brazos (fig. 268 *a*). Es preferible la alimentación con corriente alterna, que puede suministrar el secundario de una bobina de inducción. También se puede utilizar una batería con llave para la carga y la descarga del sistema, como en la figura 268 (*b*). Sea C_x la capacidad desconocida y C_2 una patrón, graduable o no. R_1 y R_2 son dos resistencias conocidas, una de las cuales debe ser graduable, a menos que lo sea C_2.

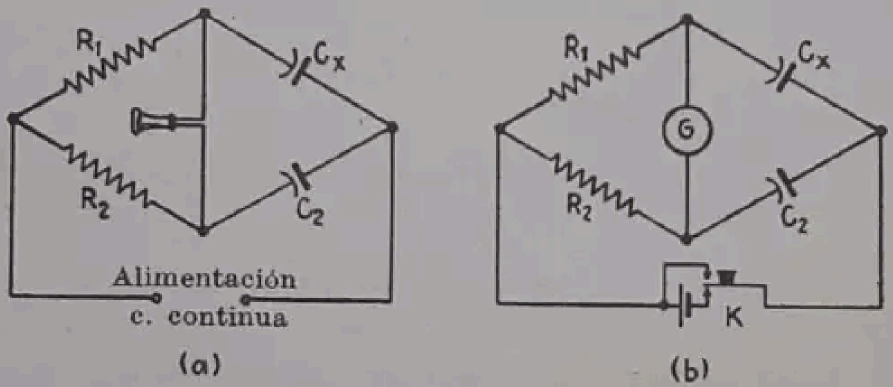


Fig. 268. — Métodos del puente para medir capacidades.

Si se varía C_2, o una de las resistencias, cuando el teléfono no produzca ningún ruido, el puente estará equilibrado. En estas condiciones

$$\frac{C_x}{C_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$C_x = C_2 \frac{R_2}{R_1} \tag{316}$$

Cuando se utiliza una batería o pila, es necesario disponer una llave de doble contacto K (fig. 268, *b*). La llave K se aprieta y se suelta y, hasta que el puente está equilibrado, el galvanómetro se desviará, debido a la carga del sistema cuando se aprieta la llave y a la descarga cuando se la suelta. El puente está equilibrado cuando el galvanómetro no se desvía ni en carga ni en descarga. Entonces puede aplicarse la fórmula (316).

En las mediciones precedentes se supone que las fugas a través del condensador son nulas o muy pequeñas.

260. Localización de una rotura en un cable. En el capítulo V se ha visto que se pueden localizar las derivaciones a tierra en los cables por mediciones convenientes de las resistencias empleando uno de los métodos de Murray o de Varley. Si el cable está totalmente roto o desconectado, y sus extremos separados han quedado aislados entre sí, no es posible efectuar los ensayos indicados. Pero en este caso puede localizarse la avería por medición de la capacidad. El esquema de conexiones se indica en la figura 269. La capacidad C_1 para el trozo x hasta la avería es lo primero que se determina por el método balístico. Si hay un cable *parecido*, en perfectas condiciones, y de longitud l, paralelo al cable averiado, se empalman los extremos más alejados y se lleva a cabo la medición de la capacidad combinada.

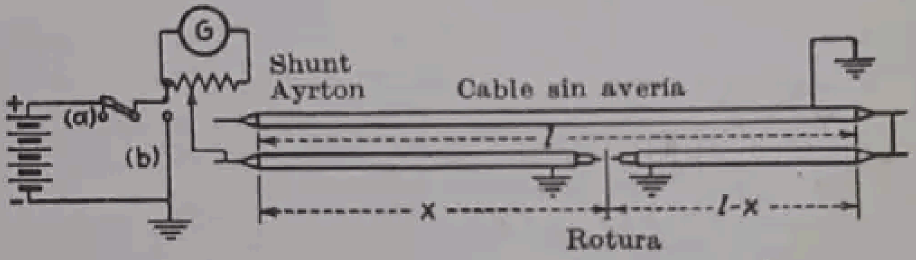


Fig. 269.—Localización de una rotura en un cable.

Esta capacidad C_2 es la suma de la capacidad de la longitud l del cable en buen estado y de la capacidad de la longitud $l - x$ del cable averiado. Por consiguiente, C_2 es la capacidad de la longitud $l + l - x = 2l - x$.

Sea c la capacidad por unidad de longitud, que suponemos que es la misma para ambos cables

$$C_1 = xc = KD_1 \tag{I}$$

llamando K la constante del galvanómetro y D_1 la desviación correspondiente a C_1.

Análogamente,

$$C_2 = (2l - x)c = KD_2 \tag{II}$$

Divídiendo la (I) por la (II),

$$\frac{x}{2l - x} = \frac{D_1}{D_2}; \qquad x = l\,\frac{2D_1}{D_1 + D_2} \tag{317}$$

La capacidad por unidad de longitud y la capacidad total no intervienen en la fórmula final, de manera que no es necesario emplear un condensador patrón para calibrar el galvanómetro. Las capacidades de las distintas longitudes son proporcionales a las desviaciones del galvanómetro cuando se corrigen atendiendo al poder multiplicador del shunt de Ayrton.

De la (I) y (II) puede obtenerse también el valor de x en función de C_1 y C_2.

$$x = l\,\frac{2C_1}{C_1 + C_2} \tag{318}$$

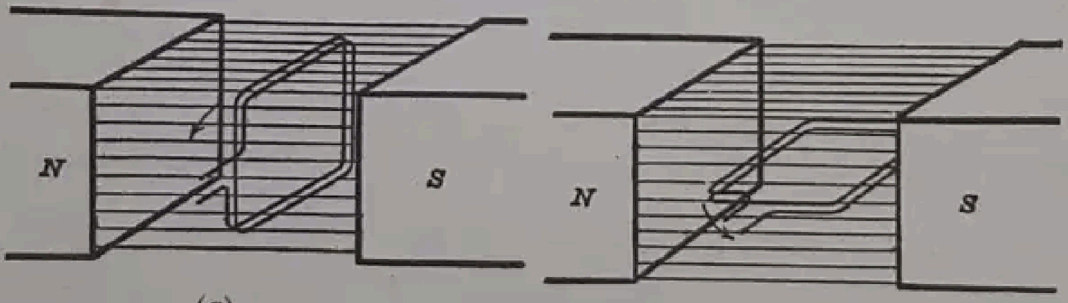
Puede emplearse el sistema del puente para determinar los valores de C_1 y C_2, y una vez obtenidos calcular la distancia a que se encuentra la avería.

CAPÍTULO XI

GENERADORES DE ELECTRICIDAD

Definición. Los generadores eléctricos son máquinas destinadas a transformar la energía mecánica en eléctrica. Esta transformación se consigue por la acción de un campo magnético sobre unos conductores eléctricos dispuestos sobre una armazón. Si mecánicamente se produce un movimiento relativo de los conductores y el campo, se generará en los primeros una fuerza electromotriz, de modo que, si se enlazan a un circuito exterior, le suministrarán energía eléctrica.

En el generador de corriente continua, o *dínamo*, el campo magnético es, ordinariamente, fijo y la armazón (inducido) la que gira. En muchos tipos de generadores de corriente alterna, la armazón está fija y es el campo el que gira. Lo mismo el inducido, en un caso, como el campo, en el otro, se hacen girar por medio de una fuerza mecánica aplicada a su eje.



(*a*) (*b*)

FIG. 270.—Espira sencilla que gira en un campo magnético.
a) Cantidad máxima de líneas a través de la espira.
b) No pasa ninguna línea a través de la espira.

261. Fuerza electromotriz generada. En el capítulo IX se ha visto que si se hace variar el flujo que abraza una espira, se induce una f.e.m. en esta última. El funcionamiento del generador está fundado en este principio. El flujo que abrazan las espiras del inducido se hace variar haciéndolo girar en el campo inductor.

En la figura 270 se representa una espira que gira en un campo magnético uniforme, producido por dos polos, N y S. En la figura 270 (*a*), el plano de la espira es perpendicular a la dirección del campo magnético y corta el máximo posible de flujo. Sea φ este flujo en maxwell.

Si la espira gira en sentido contrario al de las agujas de un reloj, al efectuar un cuarto de revolución se encontrará en la posición representada en (*b*) con su plano paralelo a la dirección del campo, por lo que no abraza flujo alguno. Por lo tanto, en un cuarto de vuelta el flujo cortado ha disminuído φ maxwell. La f.e.m. media inducida en la espira durante este tiempo es, pues, para un arrollamiento de varias espiras,

$$E_{av} = N \frac{\varphi}{t} 10^{-8} \text{ voltios [cap. IX, fórmula (207), pág. 323]}$$

si N es el número de espiras y t el tiempo necesario para girar un cuarto de vuelta. Como $t = 1 : 4s$, si s son las revoluciones de la espira por segundo, la f.e.m. media durante un cuarto de vuelta es

$$E_{av} = 4Ns\varphi\, 10^{-8} \text{ voltios} \qquad (319)$$

Y si el flujo se expresa en weber (Φ), la f.e.m. valdrá

$$E_{av} = 4Ns\Phi \quad \text{voltios} \qquad (320)$$

En los arrollamientos que se emplean en los generadores, las espiras del inducido se superponen unas sobre otras, de modo que no queda bien definida la variación del flujo que cada una de ellas corta al girar el inducido o el campo inductor. De aquí que sea en general preferible considerar la f.e.m. inducida en cada espira como suma de las inducidas en cada uno de los dos lados activos, ya que los dos lados de la espira que forman las conexiones extremas no inducen f.e.m. apreciables.

La f.e.m. inducida por un conductor de longitud l cm que corta un flujo de densidad de B gauss a una velocidad de v m/seg., es

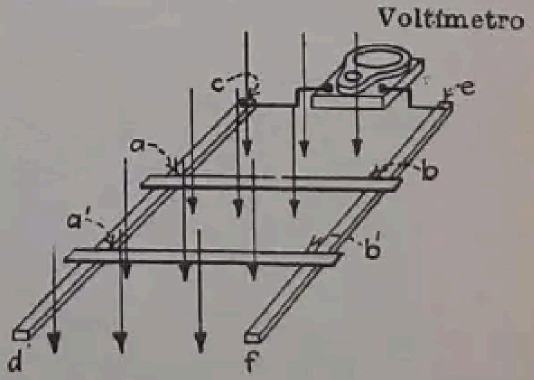


FIG. 271. — Conductor que corta un campo magnético uniforme.

$$e = B \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \quad \text{voltios} \qquad (321)$$

Siempre que B, l y v sean perpendiculares entre sí. Si esto no ocurre, la fórmula anterior debe multiplicarse por el seno del ángulo que formen dos cualesquiera de las tres cantidades B, l y v.

Si B se expresa en weber por metro cuadrado, l en metros, y v en metros por segundo, la (321) se transforma en:

$$e = Blv \quad \text{voltios} \qquad (322)$$

Aunque la fórmula $e = (-Nd\varphi : dt) \cdot 10^{-8}$ voltios es la más importante de todas las que se refieren a la fuerza electromotriz inducida y de aplicación general, igual valor de e se obtendrá si se aplican correctamente las (321) y (322), como a continuación se demuestra.

Consideremos que el conductor ab (fig. 271) puede deslizar libremente sobre dos guías paralelas de metal *cd* y *ef*, separadas por una distancia de *ab* centímetros. Las dos guías se conectan por un extremo a los bornes de un voltímetro. Un campo magnético uniforme de B gauss de densidad corta perpendicularmente el plano de las guías y del conductor.

Supongamos que el conductor *ab* se mueve paralelamente a sí mismo con una velocidad uniforme v hasta llegar a la posición *a′b′*. Durante este movimiento, el voltímetro marcará una determinada tensión, que se puede atribuir a una de estas dos causas:

1. Cuando el conductor *ab* pasa de esta posición a la *a′b′*, el flujo que corta la espira formada por *ce*, las guías y *ab* aumenta porque crece la superficie de la espira.

2. Se produce una f.e.m. en el conductor *ab* debido a que corta el campo magnético.

Un sencillo ejemplo numérico permite comprobar que la f.e.m. inducida en uno y otro caso es la misma. Sea una densidad de flujo de 100 gauss (fig. 271), una distancia *ab* de 30 cm y $aa' = bb' = 20$ cm. El conductor *ab* se mueve con una velocidad uniforme v, llegando a la posición *a′b′* en 0,1 seg. Determinar la f.e.m. generada en *ce*.

La variación del flujo cortado por la espira es

$$\varphi = 30 \cdot 20 \cdot 100 = 60000 \text{ maxwell.}$$

Esta variación se produce en 0,1 seg.

Por medio de la fórmula (207), de la página 323,

$$E_{\text{av}} = 1 \frac{60000}{0{,}1} 10^{-8} = 0{,}006 \text{ voltios}$$

Aplicando la (321),

$$v = \frac{20}{0{,}1} = 200 \text{ cm por seg.}$$

$$E_{\text{av}} = 100 \cdot 30 \cdot 200 \cdot 10^{-8} = 0{,}006 \text{ voltios.}$$

Como se ve, se obtiene el mismo resultado al considerar la f.e.m. inducida en el conductor al *cortar* el campo o la inducida por la variación de flujo que *abraza* la espira.

De un modo análogo, la f.e.m. desarrollada por la espira de la figura 270 puede atribuirse a las f.e.m. generadas en los conductores de los lados opuestos de la misma, al *cortar* el flujo magnético. Estos conductores están empalmados en serie por medio de los lados extremos, o conexiones, de la espira, en los que no se genera una f.e.m. apreciable. La dirección de las f.e.m. generadas en los dos lados de la espira es tal que ambas se suman.

Para diferenciar estos dos conceptos, se ha denominado «f.e.m. de transformación» la que se genera por variación del flujo abrazado, y «f.e.m. de velocidad» la que se induce en un conductor que corte el flujo. Con frecuencia se inducen simultáneamente f.e.m. de los dos tipos, como ocurre en los inducidos de los motores monofásicos de inducción (vol. II, cap. X). Ya se ha indicado que si se quiere obtener el valor exacto de la f.e.m. inducida mediante las fórmulas (321) y (322), éstas deben aplicarse *correctamente*. En diferentes ocasiones se indicarán las condiciones, admitidas como anómalas, en las que estas ecuaciones *no siempre* son aplicables. Por ejemplo, si un conductor corta el flujo, el flujo que abraza la espira varía, debido al cambio de la reluctancia magnética o a otras causas. De acuerdo con ello, a menos que se tenga en cuenta la f.e.m. debida a este cambio del flujo abrazado, se obtendrá un valor incorrecto de la f.e.m. inducida.

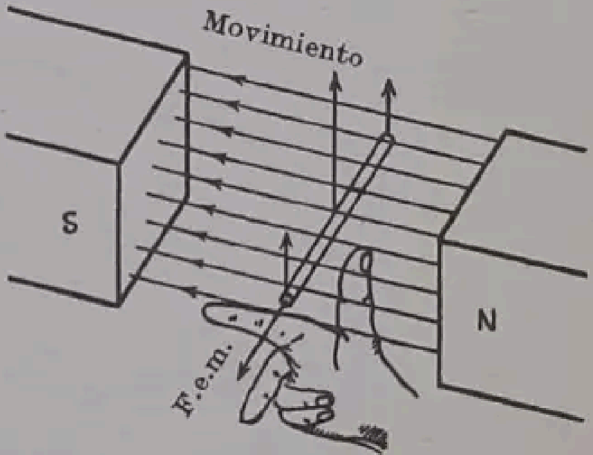


FIG. 272.—Regla de la mano derecha, de Fleming.

262. Dirección de la fuerza electromotriz inducida. Regla de la mano derecha, de Fleming. Existe una relación definida entre la dirección del flujo, la dirección del movimiento del conductor y la dirección de la f.e.m. inducida en este último.

Una regla útil para determinar esta relación es la *regla de la mano derecha, de Fleming*. Para su aplicación se utilizan como sigue los dedos de la mano *derecha:*

Se emplean los dedos índice, pulgar y medio de la mano derecha, que se ponen de modo que formen ángulos rectos entre sí (fig. 272). Si el *índice señala la dirección de las líneas del campo y el pulgar la dirección del movimiento del conductor, el dedo medio indicará la dirección de la f.e.m. inducida.*

Esta regla se representa gráficamente en la figura 272 (véase también fig. 380).

263. Fuerza electromotriz generada por la rotación de una espira. La figura 273 (*a*) representa una espira que gira en sentido contrario al de las agujas de un reloj y a velocidad constante, en un campo magnético. Según la posición de la espira, la f.e.m. inducida en ella cambia de valor. Cuando está en la posición 1, no se genera f.e.m., porque ningún conductor activo corta líneas magnéticas, ya que se mueven paralelamente a ellas. (Para esta posición es nula también la variación del flujo que abraza la espira.) Cuando la espira alcanza la posición 2 (de trazos), sus conductores activos cortan *oblicuamente* las líneas, y la f.e.m. tiene el valor indicado en 2 en la figura 273 (*b*). Al llegar a la posición 3, los conductores cortan las líneas *perpendicularmente* y, por consiguiente, el máximo número posible de ellas. Por lo tanto, la f.e.m. es máxima cuando la espira está en esta posición. En la posición 4, la f.e.m. disminuye porque el número de líneas cortadas se va reduciendo. En la posición 5 ya no corta ninguna línea y, como en la 1, la f.e.m. es nula. En la posición 6, la dirección de la f.e.m. en los conductores se invertirá, puesto que se encuentran ahora frente a un polo de signo contrario al correspondiente a las posiciones 1 a 5. La f.e.m. crece hasta un máximo negativo, que se alcanza en 7, y luego decrece hasta que la espira ocupa de nuevo la posición 1. Después se va repitiendo el mismo ciclo. La región correspondiente a las posiciones 1 y 5, en las cuales el plano de la espira es normal a la dirección del campo inductor y no se induce f.e.m. en las bobinas giratorias, se llama *zona neutra*.

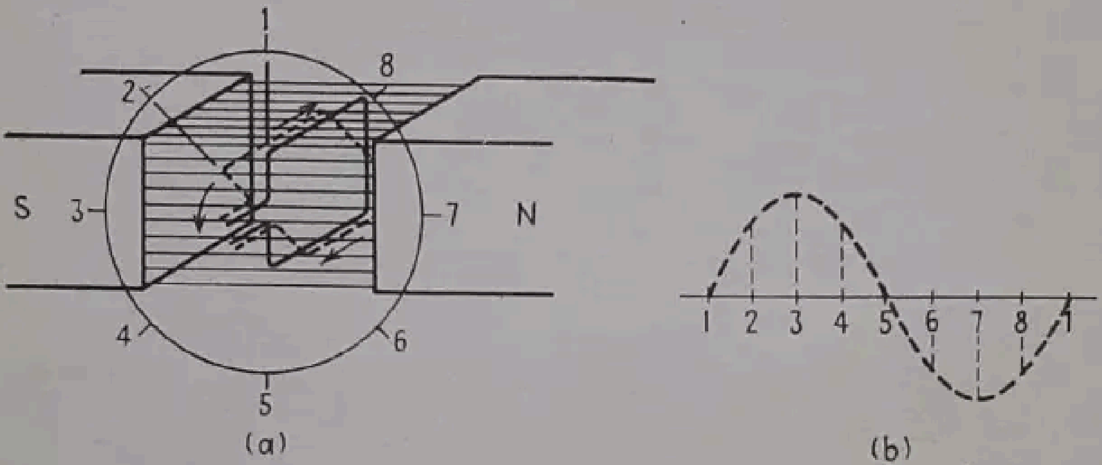


FIG. 273.—**Fuerza electromotriz inducida en una espira que gira a velocidad constante en un campo magnético uniforme.**

Esta f.e.m. inducida es *alterna* y sigue una ley de variación *sinusoidal*. Esta f.e.m. alternativa puede actuar sobre un circuito exterior conectado a dos *anillos con escobillas* (fig. 274). Los anillos son de una pieza y están aislados entre sí y también del eje del inducido. Las escobillas son de metal o de carbón y se apoyan sobre los respectivos anillos pasando a través de ellas la corriente que va al circuito exterior (véase vol. II, cap. I).

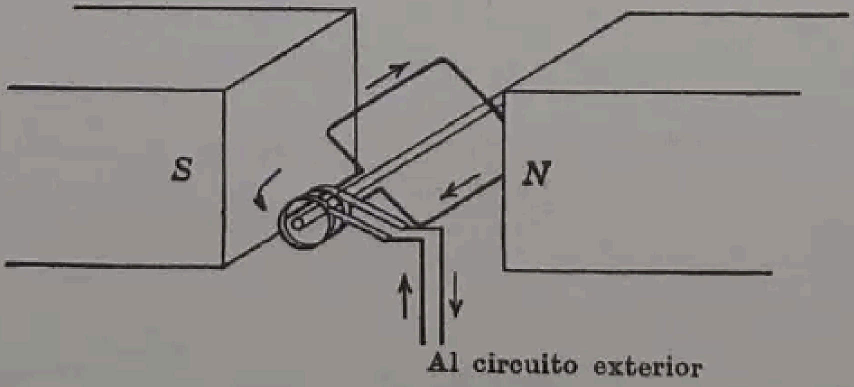


FIG. 274.—Toma de corriente de una espira giratoria por medio de anillos.

Si se desea obtener una *corriente continua*, es decir que tenga siempre la misma dirección, no se pueden utilizar los anillos. La corriente en las espiras es necesariamente alterna, puesto que lo es la f.e.m. que la produce, como se ha indicado en la figura 273 (*b*). Es, por lo tanto, necesario rectificar dicha corriente antes de enviarla al circuito exterior, lo que puede lograrse por medio de un *colector con escobillas*, como se ve en la figura 275 (*a*). En lugar de dos anillos, como en la figura 274, se utiliza solamente uno solo, pero cortado según una generatriz en dos posiciones diametralmente opuestas, y empalmando cada una de las mitades a uno de los extremos de la espira.

La figura 275 (*a*) muestra que, cuando se invierte la dirección de la corriente en la espira, las conexiones con el circuito externo se invierten también. Por lo tanto, la dirección de circulación de la corriente en el circuito exterior es invariable. Las escobillas pasan sobre los cortes del anillo cuando la espira es perpendicular al campo magnético, esto es, en el *plano neutro*, cuando no se produce ninguna f.e.m., como sucedía en los puntos 1 y 5 de la figura 273. Estos puntos neutros están marcados con 0 — 0 — 0 en la figura 275 (*b*).

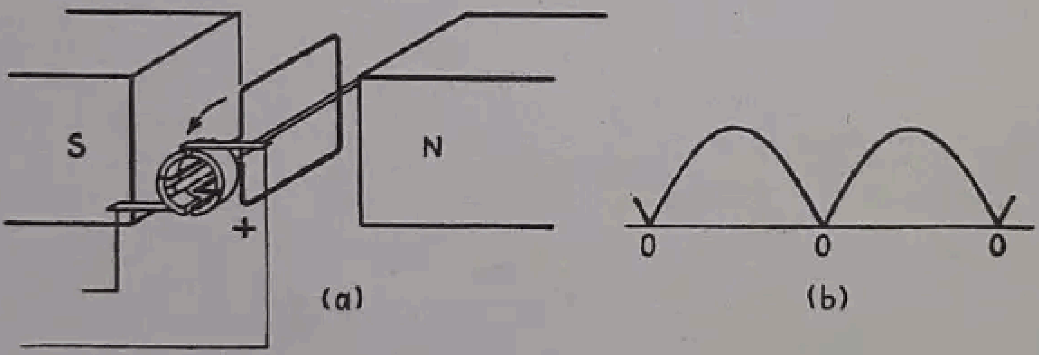


FIG. 275.—Efecto de rectificación del colector.

Comparando las figuras 273 (*b*) y 275 (*b*) se verá que la mitad negativa de la ondulación se ha invertido convirtiéndose en positiva.

Una f.e.m. que se anula dos veces en cada ciclo (fig. 275) no se prestaría a las necesidades comerciales de un suministro con corriente continua. Una máquina con una sola espira tendría muy poco rendimiento para su tamaño y peso. Puede conseguirse que la f.e.m. ondulatoria de la figura 275 tenga menores oscilaciones si se emplean dos espiras y cuatro segmentos o *delgas* en el colector (fig. 276, *a*), lo que da origen a un arrollamiento de *circuito abierto*, ya que es imposible partir de una delga cualquiera del colector y volver a ella después de seguir todo el arrollamiento. En este tipo de arrollamiento no se utiliza toda la f.e.m. producida por cada espira, debido a que una de ellas queda fuera de contacto cuando las escobillas pasan por los puntos *a*, *a*, *a* de la figura 276 (*b*), y la f.e.m. representada por las líneas de puntos no se emplea.

264. Inducido. Ha quedado explicado en lo que antecede que en una dínamo debe haber conductores que corten un campo magnético, y un colector que invierta las corrientes inducidas en el momento adecuado para utilizarlas en el circuito exterior. Estos elementos forman parte del elemento móvil o inducido. El inducido ha de calcularse también de manera que la potencia útil del generador sea suficientemente grande con relación al peso y al costo para que se cumplan las condiciones económicas necesarias.

Los inducidos industriales deben estar provistos de un núcleo de hierro, que no solamente ha de servir de soporte a los conductores de cobre y desplazarlos en el seno del campo magnético, sino que también forma parte del circuito magnético. Sin el núcleo de hierro, el campo magnético sería tan débil que la potencia útil resultante sería pequeña. El inducido está formado por un núcleo cilíndrico de chapas superpuestas de hierro (página 430), montado sobre un eje para que pueda girar en el campo magnético producido por los polos del inductor. Las caras de los polos son, prácticamente, coaxiales con el inducido, con lo que el entrehierro es, respecto al circuito magnético, relativamente pequeño, lo que reduce la reluctancia magnética.

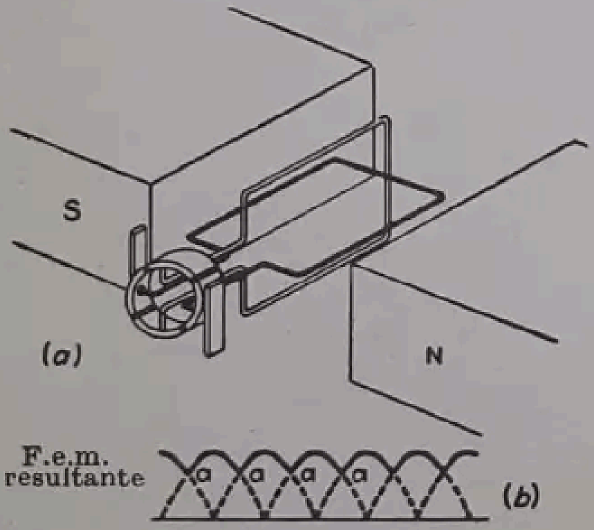


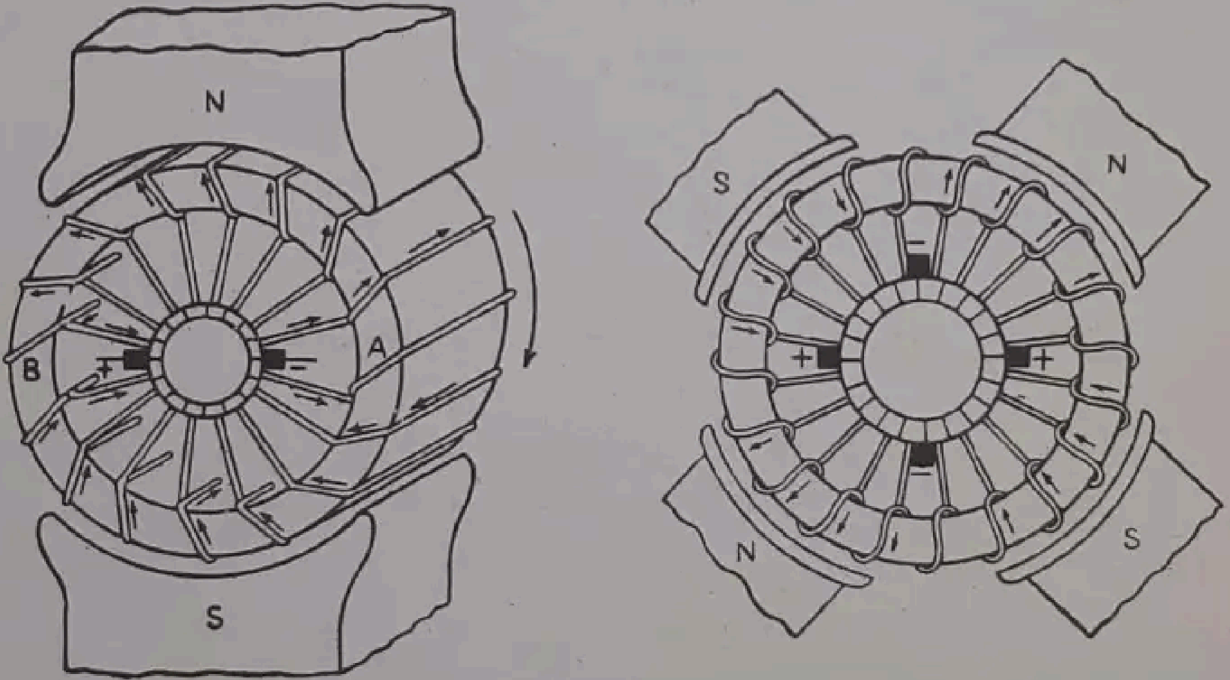
Fig. 276. — Efecto de dos espiras y cuatro delgas del colector sobre la ondulación de la f.e.m.

Los conductores están colocados en ranuras dispuestas en la superficie del inducido (pág. 407), construcción que tiene la ventaja de fijarlos con firmeza en su posición, y los dientes entre ranuras permiten reducir el entrehierro. Todos los esfuerzos van encaminados a poner la mayor cantidad de cobre posible en las ranuras, puesto que el rendimiento de la dínamo es proporcional a la cantidad de cobre activo. Además, los conductores deben colocarse y conectarse de modo que se sumen sus respectivas f.e.m, y que la totalidad de la producida sea captada por las escobillas. Excepto en las dínamos pequeñas se disponen en el inducido conductos de ventilación.

Para conseguir que la f.e.m. alterna inducida en los conductores sea siempre positiva y recoger la corriente rectificada resultante para conducirla al circuito exterior, se requiere un colector con escobillas apropiadas. Con el fin de que las ondulaciones de la f.e.m. no sean demasiado pronunciadas (fig. 276, *b*) y de que la diferencia de potencial entre las delgas no llegue a ser tan alta que produzca chispas, se procura que el número de delgas sea relativamente grande.

Para poder elegir el inducido más conveniente en cada caso, es necesario estudiar la construcción del inducido y los métodos de bobinarlo. Para comprender cómo funciona una dínamo se requiere también el completo conocimiento de la disposición del inducido.

265. Inducido de Gramme y su devanado. Las espiras y conductores que constituyen el bobinado del inducido han de interconectarse de manera que la f.e.m. y potencia nominal que se desee obtener se produzcan con buen rendimiento y económicamente, lo que puede conseguirse mediante diferentes tipos de bobinados, como se verá más adelante. La forma constructiva de los bobinados del inducido y la manera de realizar las conexiones se comprenden mejor si se conocen bien los principios en que se basa la generación de energía y la conmutación.



(a) Dos polos (b) Cuatro polos

FIG. 277.—Devanado anular de Gramme y piezas polares.

El tipo de inducido Gramme de anillo se utilizó en los generadores antiguos, y actualmente se ha abandonado casi por completo, pero debido a la simplicidad del arrollamiento y al hecho de que no haya entrecruzamientos de conductores, su estudio es muy útil para explicar el principio en que se basa el funcionamiento de los inducidos. Además, los fenómenos eléctricos y magnéticos en el inducido son cualitativamente idénticos a los producidos en los actuales tipos de bobinados en tambor.

En la figura 277 (*a*) se representa el caso de un generador bipolar. El núcleo del inducido está constituído por un cilindro hueco, o anillo, construído con chapas de hierro, sobre el que se arrolla en espiral un conductor aislado del que se sacan derivaciones, a intervalos regulares, que lo enlazan con las delgas del colector. Se observa que el arrollamiento es continuo y, por lo tanto, *cerrado*, y que las espiras están en serie con las escobillas. Cada espira, como se indica en la figura, está conectada a una delga del colector. En la figura 277 (*a*) se representa el instante en que las espiras *A* y *B* quedan enlazadas con las escobillas a través de sus correspondientes delgas. Aplicando la regla de Fleming, o de los tres dedos (§ 262), las f.e.m. inducidas dan origen a corrientes dirigidas hacia el polo *N* y que se alejan del polo *S*, de modo que llevan direcciones opuestas en las dos mitades del arrollamiento. Las flechas indican las direcciones de la corriente en los distintos elementos del arrollamiento.

Si el inducido en sí y en relación con las piezas polares adopta una disposición simétrica, las f.e.m. inducidas en sus mitades superior e inferior entre los puntos *A* y *B*, son iguales y opuestas. La f.e.m. resultante para la totalidad del inducido es, pues, nula. Sin embargo, existe una tensión entre los puntos *A* y *B* y, por lo tanto, si se conectan directamente con las escobillas, existirá entre ellas una tensión real. También ha de tenerse en cuenta que el inducido gira y las espiras *A* y *B*, así como las delgas del colector a que están conectadas, se separan de la posición de enlace directo con las escobillas, que es la representada en la figura 277 (*a*), pasando, por lo mismo, otras espiras y delgas similares a reemplazarlas. Para una velocidad de rotación del inducido y un flujo inductor constantes, la tensión entre las escobillas permanecerá constante, si se prescinde de las pequeñas fluctuaciones debidas a la toma y cese de contacto de las sucesivas delgas con las escobillas (véase fig. 278).

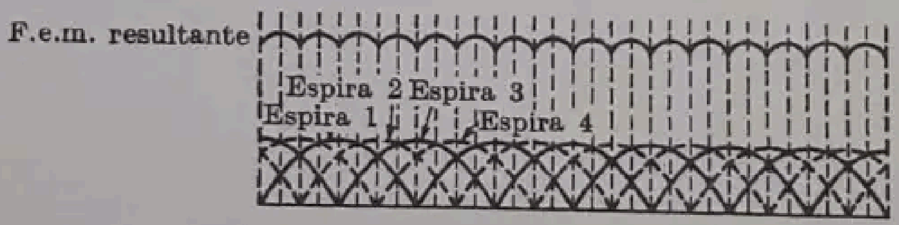


FIG. 278.—Fuerza electromotriz resultante, debida a cuatro series de espiras enlazadas entre escobillas.

Asimismo ha de observarse que las espiras *A* y *B*, en el instante en que se conectan directamente a las escobillas y por tanto realizan la conmutación, se encuentran en la región situada entre polos en la cual no cortan flujo, es decir, en el plano neutro correspondiente a las posiciones 1 y 5 de la figura 273, y, por lo tanto, no se induce en ellas f.e.m. Las espiras *A* y *B* actúan, por consiguiente, exclusivamente como conductores de conexión entre los conductores activos y las escobillas, a través del colector. Además, las escobillas las dejan en corto circuito, y como, prácticamente, no se induce en ellas ninguna f.e.m., la intensidad de la corriente que circula por ellas será grande si su resistencia y la de las escobillas es pequeña. (Véase § 299, página 462, en donde se amplía el estudio de la conmutación).

Una ventaja del devanado en anillo de Gramme es que, teóricamente, puede adaptarse el mismo devanado para cualquier número de polos, como se comprueba en la figura 277 (*b*), que representa el caso de una dínamo tetrapolar y en la que puede observarse que el sistema de bobinado y su conexión con el colector son idénticos a los de (*a*). Las dos escobillas positivas se unen entre sí e igualmente las dos negativas. Ordinariamente, sin embargo, no puede emplearse el mismo arrollamiento para diferente número de polos, debido a limitaciones impuestas por las tensiones. En la figura 278 se indican las fluctuaciones típicas de la f.e.m. en los devanados de anillo de Gramme.

Se considera que la f.e.m. inducida en cada bobina es sinusoidal, de modo que al rectificarla resulta de la forma indicada en la figura 275 (*b*). Se ha representado por separado la f.e.m. inducida en cada bobina. Debido a las posiciones diferentes de las bobinas, estas f.e.m. no se anulan ni alcanzan su valor máximo al mismo tiempo. Como tanto en la figura 277 (*a*) como en la (*b*) están en serie las espiras comprendidas entre las escobillas, la f.e.m. entre estas últimas es la *suma* de las f.e.m. inducidas en las bobinas individuales. Por lo tanto, cada bobina contribuye en todo momento a la generación de la f.e.m. total, excepto en el breve intervalo de tiempo en que la escobilla las deja en corto circuito.

El hecho de que la f.e.m. resultante entre las escobillas positivas y las negativas sea la suma de las inducidas en las espiras que están en serie con ellas conduce al resultado que se indica en la figura 278, que se refiere al caso de la 277 (*b*). La observación de esta última hace ver que hay cuatro espiras activas en serie entre cada par de escobillas positivas y negativas, con lo que la f.e.m. resultante en cada momento es la suma de las f.e.m. individuales en el mismo momento. Es de interés comparar esta f.e.m. resultante con la obtenida mediante un bobinado abierto, como el de la figura 276, en cuyo caso la f.e.m. resultante no es igual a la suma de las f.e.m. individuales, sino que está formada por las crestas de las ondulaciones individuales. Puede observarse que se obtiene una f.e.m. claramente plana con cuatro espiras, en la que se percibe un «rizado», pero muy pequeño. Al aumentar el número de espiras, estas ondulaciones llegan a ser casi imperceptibles. Los arrollamientos de anillo de Gramme son *cerrados*, ya que es posible partir de un punto de ellos y volver al mismo pasando continuamente a través del mismo. Aun cuando en las figuras 277 (*a*) y (*b*) se representa el bobinado de Gramme como si los conductores estuviesen dispuestos sobre el inducido, en la práctica van alojados en ranuras. Como ya se ha indicado, el devanado Gramme de anillo no se emplea ya, debido a que los conductores situados por la parte interior del anillo no cortan prácticamente ningún flujo y actúan, por lo tanto, exclusivamente como conexiones entre los lados activos. Debido a la pequeña proporción de conductor activo, se necesita una cantidad relativamente grande de cobre para una potencia dada. En las pequeñas dínamos, no hay espacio suficiente para disponer los conductores inactivos en la parte posterior y a través del núcleo del inducido (véase fig. 305, pág. 430). Además, en este tipo de arrollamientos no se pueden emplear bobinas prefabricadas, lo que los hace caros.

266. Arrollamiento de tambor. Los defectos del arrollamiento de anillo se han corregido con el empleo del inducido de tambor. En éste, la totalidad de los conductores se dispone en ranuras labradas en la superficie exterior del tambor, conectándose unos a otros mediante hilos dispuestos en las bases del inducido, o conductores frontales, que completan las espiras (*ad* y *bc* en la fig. 279). Las dos ventajas principales del arrollamiento de tambor son que, exceptuando los conductores frontales, todo el cobre del inducido es «activo», es decir, corta flujo y actúa, por lo tanto, como generador de f.e.m., y que, salvo en los generadores pequeños y en inducidos con ranuras semicerradas [fig. 308 (*d*), página 433], las bobinas pueden confeccionarse antes de colocarlas en el inducido, lo que reduce el costo del bobinado.

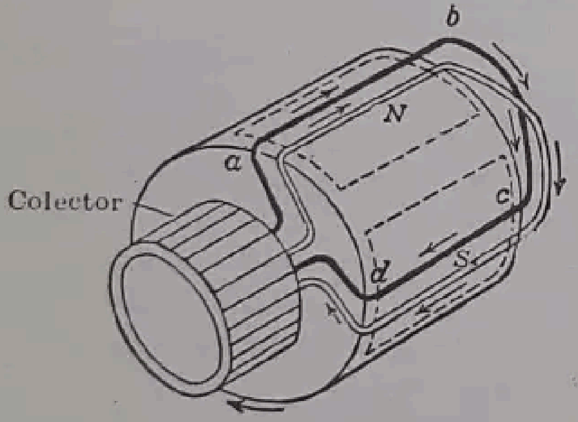


Fig. 279.—Posición de dos espiras en un inducido de cuatro polos con devanado de tambor.

Las condiciones que debe cumplir el arrollamiento son las siguientes. Debe ser cerrado, o continuo, esto es las espiras han de cerrarse para que sean «activas», excepto en el breve momento de la conmutación. En estas condiciones, la f.e.m. generada entre escobillas es la suma de las inducidas en todas las espiras comprendidas entre aquéllas (fig. 278). Los conductores frontales o de conexión de las espiras, como los *ad* y *bc* de la figura 279, que enlazan los lados activos *ab* y *dc* conectándolos en serie, no deben ser demasiado largos con respecto a la longitud total de la espira. Las f.e.m. inducidas en los dos lados de cualquier espira deben sumarse y, por lo tanto, cuando uno de los conductores laterales se sitúa frente al centro de un polo *N* del inductor, el otro debe quedar cerca del centro de un polo *S*. Para disminuir el costo del bobinado, las bobinas deben confeccionarse y aislarse antes de su colocación en el inducido, lo que requiere arrollamientos de dos capas (fig. 282). Ordinariamente, las bobinas se confeccionan a máquina, que les da la forma adecuada, y entonces se sujetan entre sí las espiras, ordinariamente con cinta de algodón. Los extremos se dejan desnudos, ya que después han de soldarse a las delgas del colector. Las bobinas se impregnan entonces de un compuesto aislante, asfalto por ejemplo, y luego se secan (véase figura 280). Si han de soportar temperaturas muy elevadas durante su funcionamiento, se emplean otros materiales aislantes, como la mica, cinta de papel, cinta de lana de vidrio, y aislantes de silicona impregnada.

Las ranuras se recubren con aislantes y los conductores se sujetan firmemente, con cuñas de fibra u otro material no conductor, en los generadores grandes (fig. 308, pág. 433) o con alambre de atar en los más pequeños. Este tipo de construcción es mucho mejor, en el aspecto mecánico, que el de colocar los conductores sobre la superficie del inducido. Por otra parte, al estar los conductores embebidos en el hierro tienen una autoinducción relativamente grande. Con ello resulta más difícil conseguir una conmutación satisfactoria, y las pulsaciones del flujo debidas al dentado del inducido producen pérdidas en las caras polares y en los dientes. El *paso polar* es igual a la periferia del inducido dividida por el número de polos o, lo que es lo mismo, la distancia, medida sobre la superficie exterior del inducido, que existe entre los centros de dos polos consecutivos (fig. 311, pág. 437).

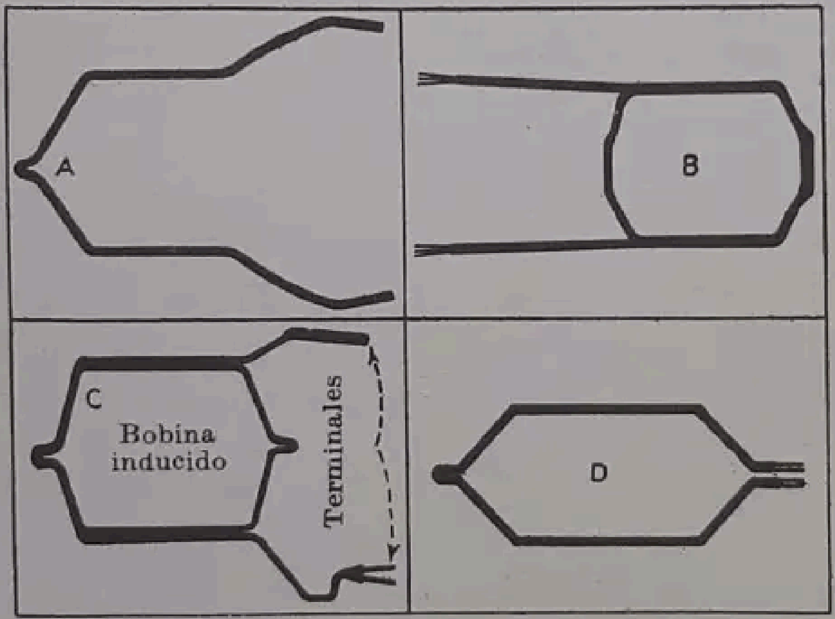


FIG. 280.—Espiras de inducido preparadas de antemano.

Para que la f.e.m. inducida en las espiras sea la máxima, deben cumplirse otras nuevas condiciones. El ancho de las espiras debe ser igual al paso polar; sin embargo, puede reducirse a los $^{8}/_{10}$ de este paso sin gran reducción de la f.e.m. inducida, en cuyo caso los arrollamientos se llaman de paso *fraccionario*. Este último tipo de arrollamiento permite un considerable ahorro de cobre en los conductores frontales y mejora la conmutación, debido a que la inducción mutua entre las bobinas es menor.

Ordinariamente se dispone uno de los lados de las espiras en la parte superior de las ranuras y el otro en el fondo y a una distancia aproximadamente igual al paso polar. Con ello se alojan por lo menos dos lados de bobina en cada ranura. Sin embargo, es frecuente encintar simultáneamente varias espiras formando una bobina de espiras múltiples (pág. 409), con lo cual varios lados de espira se alojan en la parte superior de una ranura y los otros lados en el fondo de otra, a una distancia aproximada de un paso polar. Este tipo de arrollamiento es de *dos capas* y actualmente casi el único utilizado. Permite realizar fácilmente las conexiones, ya que los extremos de las bobinas pueden doblarse de manera sistematizada, pasando de la capa superior a la del fondo gracias a una torsión especial de las bobinas.

267. Arrollamiento imbricado o de bucles. En el tipo de devanado de tambor de una sola capa, la conexión de las espiras se realiza a partir de una delga, a través de los dos lados de una espira y desde allí, *de vuelta*, a la delga inmediata, en la que se inicia una nueva conexión semejante con la espira siguiente, etc. El número de delgas del colector tiene que ser igual al de bobinas del inducido.

En los estudios de los devanados, el grupo de hilos que constituyen el lado de una bobina sencilla, casi siempre sujeto con cinta para que forme una unidad, se considera que es un *elemento del arrollamiento*. Estos elementos se indican con las letras *ab* y *dc* en la figura 279 y con las letras *ab* en las bobinas de la figura 281. Aun cuando haya varios conductores en cada lado de la bobina, se debe representar como uno solo en el esquema de conexiones, como en la figura 281. Naturalmente habrá doble número de elementos que de bobinas. El número de elementos que la espira avance en la parte posterior del inducido es el *paso posterior* del devanado; se suele representar por y_b, (fig. 293 (*a*), pág. 419) y se determina por el ancho de la conexión *bc* (fig. 279). El número de elementos que se avanza por el lado del colector recibe el nombre de *paso anterior o frontal* y se representará por la letra y_f. Éste puede ser *mayor* o *menor* que el paso posterior, *pero no igual* a él. Si es mayor, el devanado es *regresivo;* es decir, que avanza en dirección contraria a la de las agujas del reloj cuando se mira desde el lado donde está el colector. Si el paso frontal es el menor, el devanado es *progresivo*, es decir, avanza en el sentido de las agujas del reloj cuando se mira del lado del co-

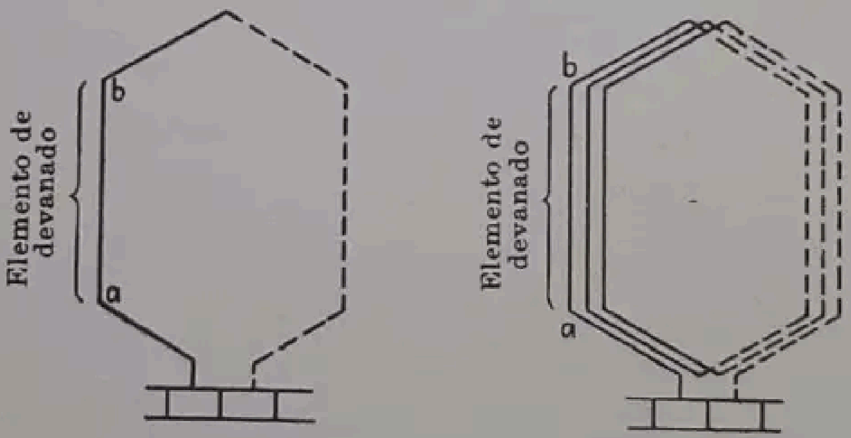


FIG. 281. — Bobina de triple espira. Representaciones esquemática y real.

lector. En las figuras 282 y 283 se representan los dos pasos. El elemento 1 se conecta con el 10 por la parte posterior, luego, el paso posterior es $y_b = 9$. El elemento 10 se conecta luego con el 3 en el frente del inducido, en la delga del colector. Por lo tanto, el paso frontal es $y_f = 7$. Este devanado es, por lo tanto, *progresivo*.

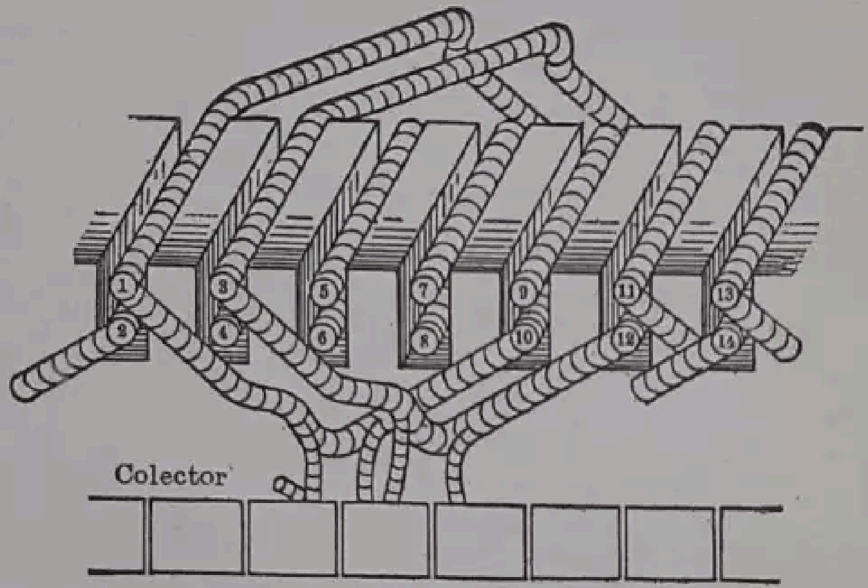


FIG. 282.—Devanado imbricado simple para paso posterior 9 y paso frontal 7.

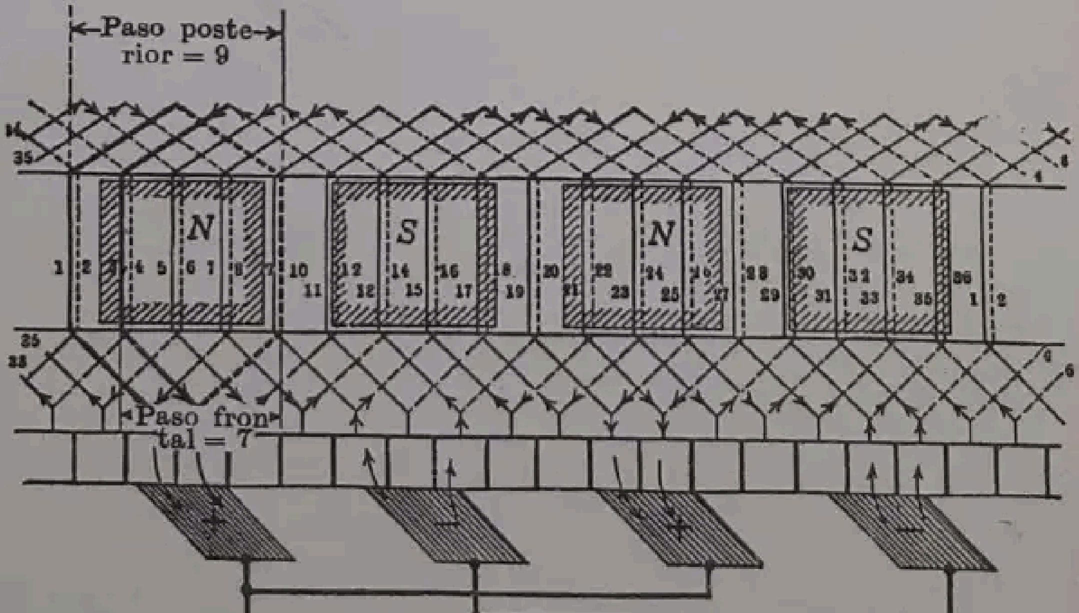


FIG. 283.—Desarrollo de un devanado imbricado de cuatro polos.

Como actualmente se hacen todos los devanados de dos capas, solamente se considerarán los de esta clase. Los elementos dispuestos en la parte alta de las ranuras se designarán con números impares y los colocados en el fondo con números pares (fig. 282). Si un lado de una espira se coloca en el fondo de la ranura, el otro lado debe quedar en la parte alta de otra. Por consiguiente, y_b e y_f deben ser ambos *impares*. Si y_b e y_f fueran ambos pares, todos los elementos tendrían que disponerse o encima o en el fondo de las ranuras y sería imposible cumplir la condición anterior.

Los pasos frontal y posterior deben, por lo tanto, diferir uno de otro en 2. Es decir

$$y_b = y_f \pm 2 \tag{323}$$

El valor medio del paso es

$$y = \frac{y_b + y_f}{2} \tag{324}$$

El signo más de la fórmula (323) indica que el devanado es progresivo, es decir que progresa en el sentido de las agujas del reloj cuando se mira desde el lado del colector. El signo menos indica que el devanado es regresivo o que avanza en sentido contrario al de las agujas de un reloj cuando se mira desde el lado del colector.

268. Paso en el colector. Como ya se ha indicado (pág. 406), el número de delgas del colector es igual al de bobinas y, por lo tanto, valdrá

$$N_c = N = \frac{Z'}{2}$$

si Z' es el número total de elementos del devanado que hay en la superficie del inducido y N el número de bobinas.

En las figuras 282 y 283 se puede ver que el devanado avanza *una delga del colector por cada espira completa.* Por consiguiente, en estos devanados, el paso en el colector es $y_c = 1$.

Al proyectar un inducido es necesario procurar que los lados opuestos de cada una de las bobinas queden delante de polos distintos, para que las dos f.e.m. producidas se adicionen. Por lo tanto, el paso medio debe ser próximamente igual al número de elementos por polo.

Las tres condiciones fundamentales que debe llenar un devanado imbricado son:

1. *El paso debe elegirse de manera que los lados opuestos de una misma bobina se encuentren frente a polos de signo contrario.*
2. *En el devanado debe aparecer cada elemento solamente una vez.*
3. *El devanado debe cerrarse sobre sí mismo.*

Ejemplo. Supongamos que el núcleo del inducido de una dínamo de 4 polos tiene 18 ranuras. Proyectar un devanado de dos capas con 2 elementos por ranura.

Tenemos 36 elementos. El paso medio debe aproximarse a 36 : 4 = 9. El paso posterior puede dejarse igual a 9. Entonces

$$y_b = 9; \qquad y_f = 7.$$

Comenzando en el 1, el devanado progresará como sigue:

1-10-3-12-5-14-7-16-9-18-11-20-13-22-15-24-17-26-19
28-21-30-23-32-25-34-27-36-29-2-31-4-33-6-35-8-1.

Ésta es la *tabla de devanado*, que ordinariamente se emplea para la comprobación de los devanados. Como verificación puede comprobarse si cada conductor aparece una sola vez o no, y si el devanado se cierra en el mismo conductor, que es el 1 en este caso, donde comenzó. El devanado se representa en la figura 283 como si se hubiera abierto según una generatriz del cilindro y desarrollado sobre un plano. Se observará que las escobillas se sitúan sobre delgas a las que se empalman elementos, como el 1 y el 19 por ejemplo, situados en el punto medio de la distancia entre dos polos; es decir que las escobillas están conectadas a los conductores en los cuales no se está produciendo prácticamente ninguna f.e.m.

269. Bobinas de espiras múltiples. En los generadores de alta tensión es, a menudo, preciso poner varias espiras en una misma ranura: cuatro, seis u ocho, por lo general. Más de ocho elementos por ranura no es normal. La razón de que se pongan varios conductores en una ranura es la que sigue:

El número de delgas del colector no puede ser demasiado reducido. La tensión media entre delgas contiguas no puede exceder de 15 voltios, o algo más, porque se corre el peligro de que salten chispas, y aun es preferible quedarse por debajo de este valor límite. Por lo tanto, el número de delgas viene determinado por la tensión entre las escobillas, disponiendo suficientes delgas entre cada escobilla positiva y negativa para que la tensión entre las adyacentes sea inferior a aquella que da origen a la producción de chispas. Además, si el número de delgas se reduce demasiado, las ondulaciones de la f.e.m. resultan inadmisibles (fig. 276, *b*, pág. 400). Por consiguiente, en muchas dínamos que llevan en el colector el número de delgas necesario, si se dispusieran solamente dos elementos por ranura, uno en la parte alta y otro en la baja, sería necesario establecer un número considerable de ranuras, lo que reduciría su tamaño y haría que el factor de espacio (relación entre las secciones de cobre y de ranura) fuese bajo. El espesor de los dientes sería también reducido, lo que los debilitaría mecánicamente. Poniendo más de dos elementos por ranura, el número de éstas se reduce y sus dimensiones aumentan, con lo que, al mismo tiempo, se reduce el coste del devanado.

Se acoplan dos, tres o cuatro espiras individuales para formar una bobina única, como se representa en *B* (fig. 280), constituyendo lo que se llama una *bobina de espiras múltiples*, que puede designarse indicando que es de espira doble, espira triple, etc. Estas bobinas pueden colocarse como si se tratara de unidades aisladas en las ranuras apropiadas. Examinando el inducido de la figura 306, página 431, se ve que salen tres hilos terminales de la cubierta aislante de cada bobina, lo que indica que éstas son triples.

La numeración y las conexiones de los elementos no difieren en nada de los que ya se han descrito para el caso en que sólo hubiera dos elementos por ranura.

La elección del paso, cuando hay varios elementos por ranura, es más restringida que cuando hay dos elementos solamente.

Supongamos que un generador de seis polos tiene 72 ranuras y seis elementos en cada una de éstas. El número total de elementos será

$$Z = 72 \cdot 6 = 432$$

El paso será, aproximadamente,

$$y = \frac{432}{6} = 72$$

Así pues $\qquad y_b = 71 \qquad y_f = 69.$

Con este paso posterior de 71, una espira debe abarcar desde el elemento 1 hasta el elemento 72 (fig. 284). El elemento siguiente 3, que está junto al 1, deberá alcanzar naturalmente el 74. Estas dos espiras, por lo tanto, cubren distancias diferentes sobre el inducido, puesto que los elementos 72 y 74 no están alojados en la misma ranura. Por consiguiente, aunque los lados izquierdos de estas espiras y el elemento 5 forman parte de un mismo grupo, los elementos de la derecha no pueden ir juntos porque deben alojarse en ranuras distintas. En estas condiciones, si un grupo de lados de espira se sitúa en una ranura y el otro grupo de lados de las mismas van en ranuras diferentes, la bobina, en conjunto, se denomina *bobina partida*.

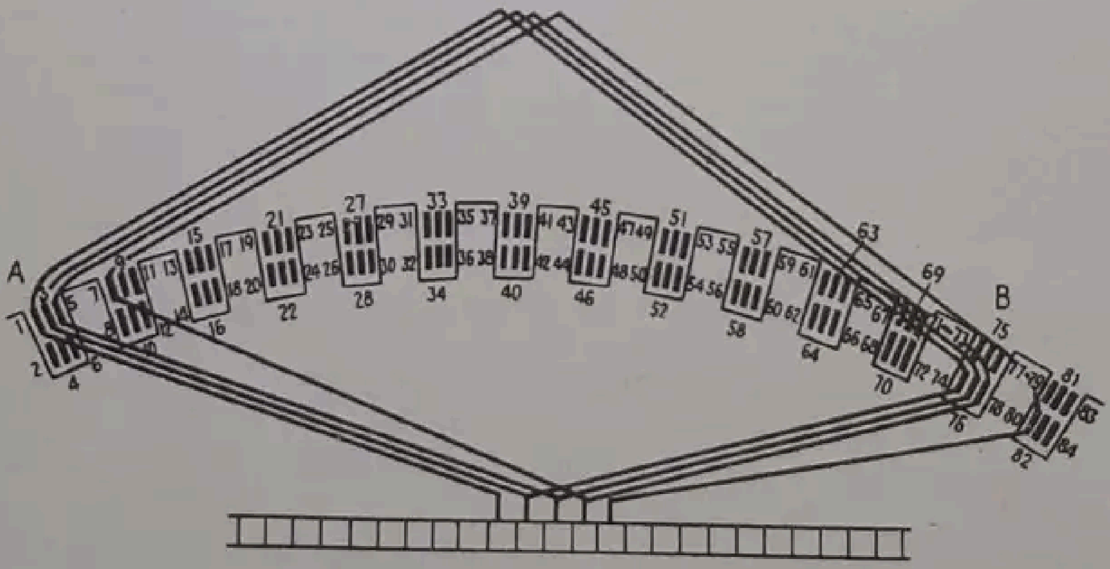

A
B
1
2
4
5
6
7
9
11 13
15
16
17 19
18 20
21
22
23 25
24 26
27
28
29 31
30 32
33
34
35 37
36 38
39
40
41 43
42 44
45
46
47 49
48 50
51
52
53 55
54 56
57
58
59 61
60 62
63
64
65 67
66 68
69
70
71
72 74
75
76
77 79
78 80
81
82
83
84

FIG. 284.—Método de conectar una espira triple.

En la práctica es de desear que si un número cualquiera de lados de espira han de colocarse agrupados en la parte superior de una ranura, los lados opuestos de las mismas espiras puedan disponerse también agrupados en el fondo de la ranura que corresponda. Esto hace posible encintar estas espiras en conjunto y colocarlas como una unidad en las dos ranuras.

Por lo tanto, en el caso precedente, si $y_b = 73$ e $y_f = 71$, la bobina que contiene el elemento 1 conectará el lado superior *izquierdo* de la ranura A con el lado inferior *izquierdo* de la ranura B, es decir, el elemento 1 con el 74 (fig. 284). El elemento 3 conectará el centro y parte superior de la ranura A con el centro y fondo de la ranura B, y el 5 el lado superior derecho de la ranura A con el inferior derecho de la ranura B. Como así las tres espiras abrazan el mismo arco de inducido, serán iguales en tamaño, forma, etc. Por esta razón, las tres espiras se pueden preparar juntas para formar una bobina *triple*, que se colocará en las ranuras como una espira simple. Por lo tanto, si los lados de tres espiras contiguas se hallan en la parte superior de sus ranuras, debe procurarse que los lados opuestos de las mismas espiras se hallen en el fondo de la ranura correspondiente. Esto se consigue haciendo que el paso posterior supere en una unidad a un múltiplo del número de elementos o lados de espira que entran en una ranura. Por ejemplo, en el caso anterior, y_b es igual a 73, o sea una unidad mayor que 72, que es múltiplo de 6.

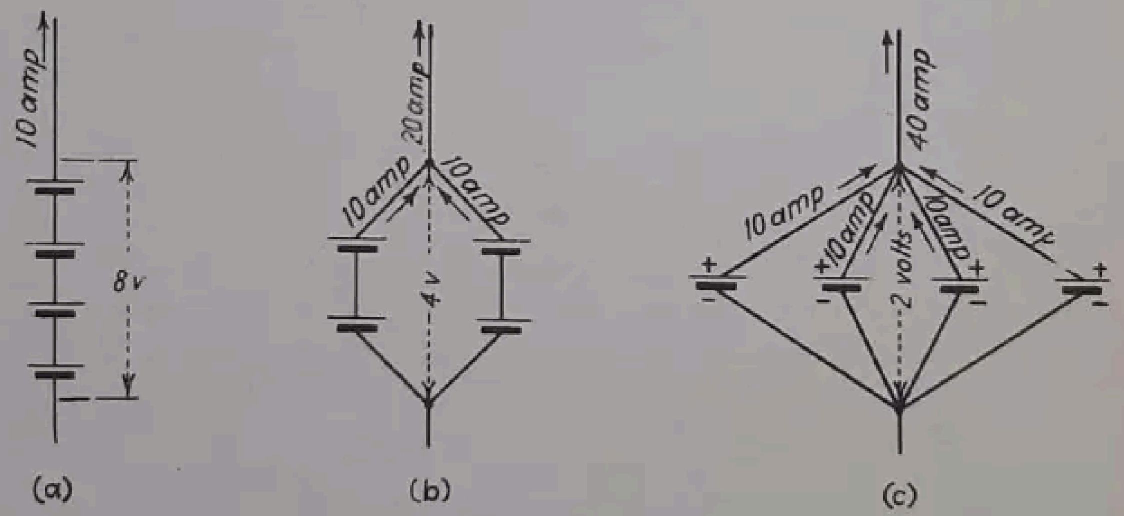


FIG. 285. — Montaje en serie, serie-paralelo y paralelo de cuatro pilas.

Las espiras dispuestas por grupos en las ranuras del inducido se llaman *espiras múltiples*.

270. Circuitos a través del inducido. En la figura 285 (*a*) se representan cuatro pilas en serie. Cada una de ellas genera una f.e.m. nominal de 2 voltios y produce una intensidad de corriente de 10 amperios, siendo su potencia nominal de 20 vatios. Cuando las cuatro pilas están en serie de modo que sus f.e.m. se sumen, la f.e.m. de la batería es de 8 voltios, la intensidad de 10 amperios y la potencia de 80 vatios. Con este montaje en serie hay un solo circuito a través de la batería. Si las cuatro pilas se disponen en dos grupos en serie, como en (*b*), obtendremos dos circuitos a través de la batería, siendo la f.e.m. de 4 voltios, la intensidad de la corriente de 20 amperios y la potencia de $4 \cdot 20 = 80$ vatios.

Si las cuatro pilas se disponen en paralelo como en (*c*), tendremos cuatro vías de paso de la corriente con una f.e.m. de 2 voltios, y una intensidad de 40 amperios, permaneciendo invariable la potencia de 80 vatios.

Si Z es el número de pilas que componen la batería, e es la f.e.m. generada por cada una, i la intensidad de la corriente por pila, y P' son los circuitos que comprende la batería, la f.e.m. de ésta será:

$$E = \frac{Ze}{P'} \quad \text{voltios} \tag{325}$$

la intensidad de la corriente

$$I = P'i \quad \text{amperios} \tag{326}$$

y la potencia

$$P = EI = Zei \quad \text{vatios} \tag{327}$$

Se observa que la potencia resultante es independiente del tipo de montaje adoptado para la batería, siempre que suministre conjuntamente corriente al circuito exterior.

Estas relaciones entre los elementos de una batería pueden aplicarse también a los conductores de un inducido. Cada conductor es un manantial de f.e.m. y en un generador bien construído las f.e.m. generadas son todas iguales. Estos conductores pueden conectarse de distintos modos, de tal manera que se constituyan dos, cuatro o más circuitos para el paso de la corriente a través del inducido. En los tipos corrientes de devanados hay por lo menos dos circuitos de paso a través del inducido. La f.e.m. y la intensidad de la corriente pueden determinarse mediante las fórmulas (325) y (326), en que e e i son respectivamente la f.e.m. y la corriente de cada elemento. Además, como en la batería, la potencia del inducido es independiente de la forma de conectar los elementos, si en conjunto suministran corriente al circuito exterior.

Para determinar el número de circuitos en paralelo a través del inducido, se comienza en uno de los terminales de la dínamo, por ejemplo en el negativo, y se miran los distintos caminos que se pueden seguir a través del inducido para alcanzar el terminal positivo.

El montaje más sencillo de los conductores corresponde al arrollamiento en anillo de Gramme. La figura 286 (*a*) representa dicho arrollamiento para una dínamo de cuatro polos.

Partiendo del terminal negativo (—), se puede seguir un circuito por la escobilla *a* y el arrollamiento 1 hasta la escobilla *d* y de allí al terminal positivo (+).

Un segundo camino se obtiene partiendo de la escobilla *a* y a través del arrollamiento 2 hasta la escobilla *b*, unida al terminal positivo.

El tercer circuito va, por la escobilla *c*, al arrollamiento 3 y a la escobilla *b*.

Y el cuarto, por la escobilla *c* y a través del arrollamiento 4, a la escobilla *d* y al terminal (+).

Se tienen, pues, cuatro circuitos independientes y en paralelo entre los terminales (—) y (+).

Supongamos que circulan 10 amperios por circuito y hay 20 voltios de tensión entre escobillas. El inducido puede asimilarse a cuatro baterías de pilas conectadas como en la figura 286 (*b*), que cada una produzca 10 amperios a 20 voltios. La batería 1 corresponde al circuito 1, la 2 al 2, etc.

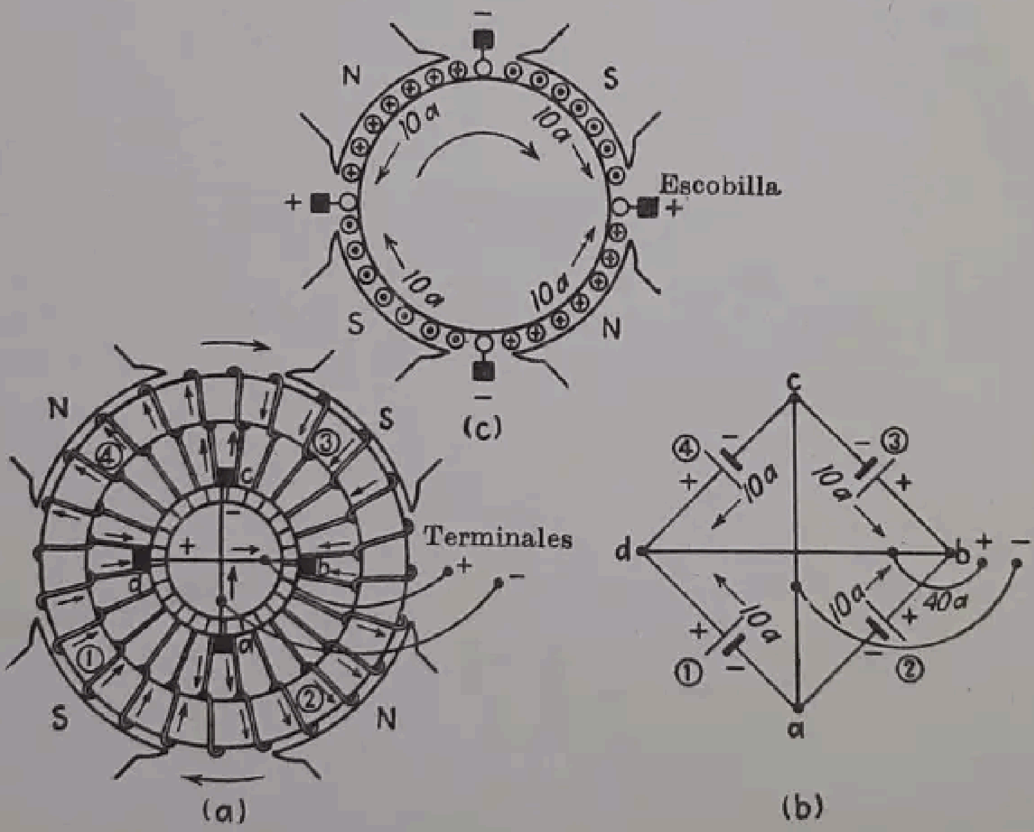


FIG. 286.—Cuatro recorridos en paralelo a través de un inducido.

Las cuatro baterías están conectadas en paralelo, ya que sus cuatro terminales positivos se unen, lo mismo que los cuatro terminales negativos. La corriente total que se obtiene será de 40 amperios, a 20 voltios. De una manera semejante, cada circuito del arrollamiento Gramme producirá 10 amperios, o sea 20 amperios por escobilla y 40 amperios por terminal. La diferencia de potencial entre escobillas será de 20 voltios.

Los circuitos en un inducido de tambor no son tan fáciles de seguir como los del arrollamiento de anillo, puesto que las conexiones extremas se cruzan entre sí como también las espiras del devanado sobre la superficie del inducido. La figura 287 representa, en diagrama circular, el devanado en tambor de 18 ranuras de la figura 283 (pág. 407). Para mayor claridad se representan dos circuitos con líneas gruesas, uno que va desde la escobilla *a* a la *b*, y el otro desde la *c* a la *d*. Siguiendo las líneas finas se pueden definir otros dos circuitos, uno entre las escobillas *c* y *b*, y el otro entre las *a* y *d*, lo que hace un total de cuatro circuitos.

En todo arrollamiento imbricado simple hay tantos circuitos en el inducido como polos.

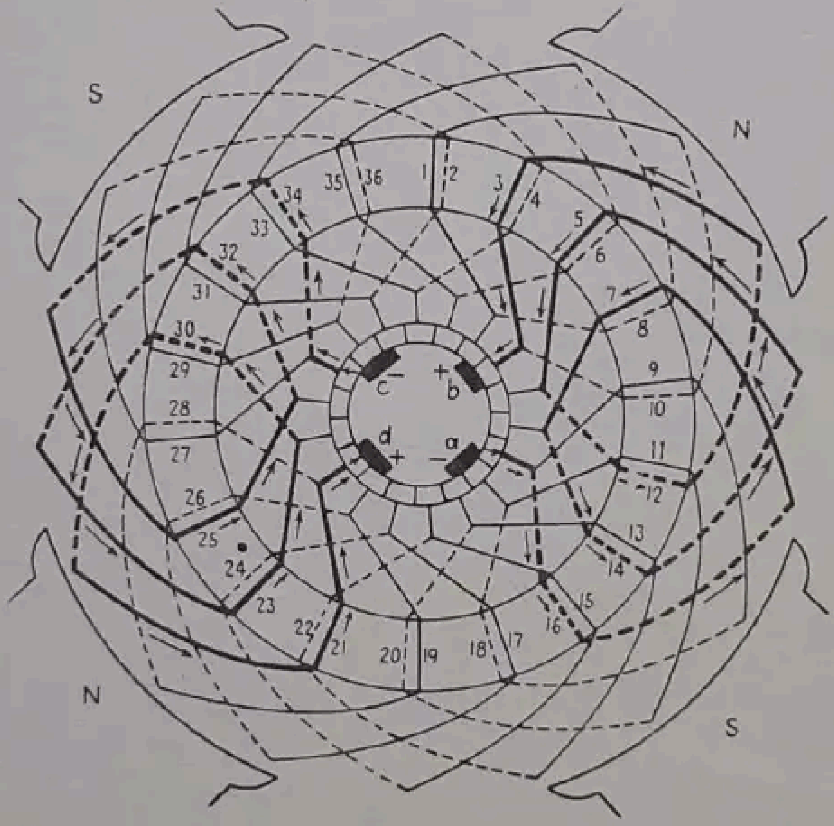


FIG. 287.—Las líneas gruesas indican dos de los cuatro recorridos en paralelo de un devanado imbricado.

271. Arrollamientos múltiples. La figura 288 representa el arrollamiento de una dínamo de 4 polos y 36 ranuras, que se llenan una sí y otra no y llevan dos lados de espira cada una. El paso posterior es $y_b = 17$, y el elemento 1 se conecta con el 18 por detrás del inducido. El elemento 18 se empalma luego con el 5 en la parte anterior, siendo el paso frontal $y_f = 13$. En lugar de volver al elemento que difiere 2 lugares del inicial, se vuelve al que difiere 4. Igualmente, el elemento 5 se conecta por la parte posterior con el 22 y de allí con el 9. Los lados 3, 4 y 7, 8 no se conectan con este arrollamiento. Además, sólo se utilizan delgas alternadas. Como se puede ver, este devanado se cierra sobre sí mismo después de una vuelta entera del inducido; es decir que es lo mismo que cualquier devanado simple con 18 ranuras y dos lados de espira por ranura (véase fig. 287).

Como en este devanado solamente se utiliza una ranura sí y otra no y una delga de cada dos, se puede montar un segundo devanado en las ranuras vacantes que duplique el primero y que tenga los mismos pasos frontal y posterior que aquél y que se conecte con las delgas del colector que el primer devanado dejó libres. Este segundo devanado se cierra también sobre sí mismo.

Estos dos arrollamientos quedan separados y aislados entre sí en el inducido, pero se enlazan eléctricamente debido al espacio del colector que cubre el carbón de las escobillas. Este detalle se comprende mejor examinando el arrollamiento de anillo de Gramme representado en la figura 289 (*a*), en el que uno de los devanados se ha dibujado con línea llena y el otro de trazos. Los dos arrollamientos del inducido de la figura 288 y del de la figura 289 (*a*) están en paralelo, de manera que el número de circuitos es aquí el doble del que hay en un arrollamiento simple imbricado. Como ambos devanados se cierran sobre sí mismos, el devanado es de *entrada doble*. Con este tipo de devanado es necesario que la escobilla cubra por lo menos dos delgas del colector.

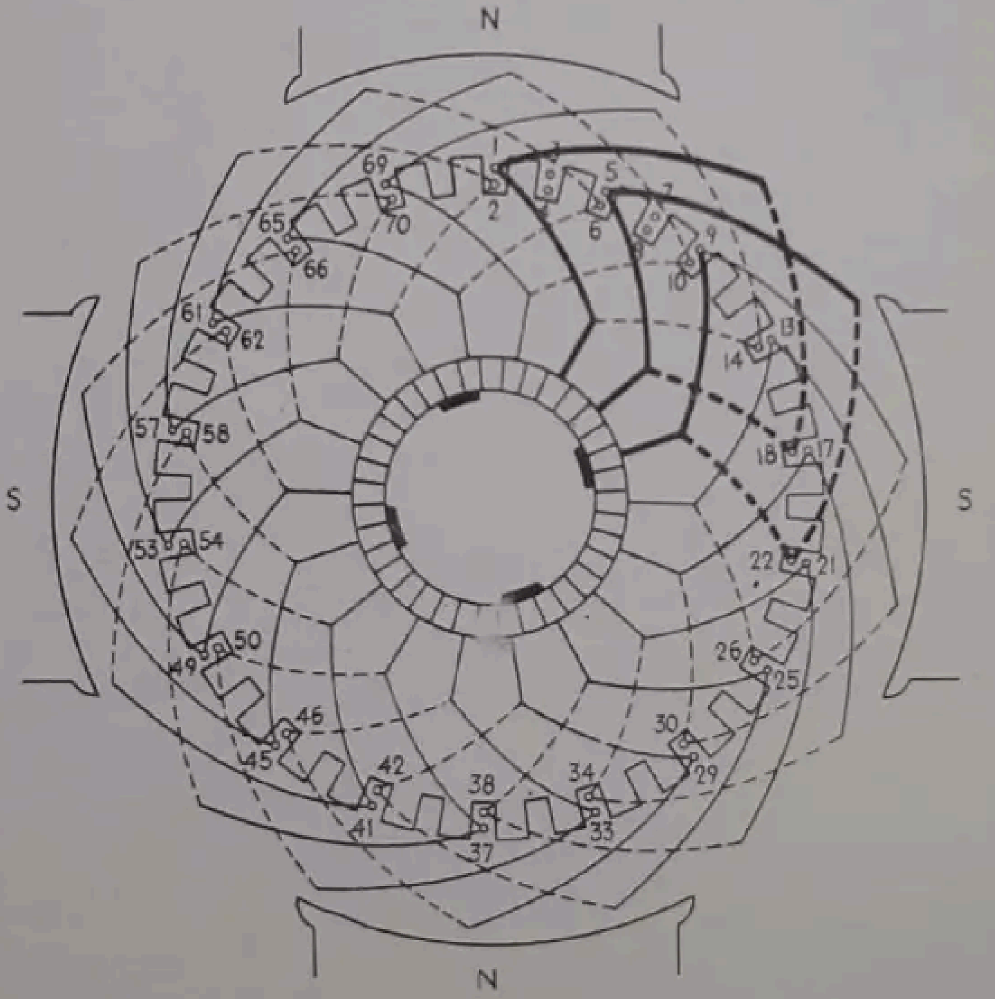


FIG. 288. — Devanado doble con entrada doble e imbricado; sólo se ha dibujado un devanado.

Cuando existen dos devanados de este tipo en paralelo, se llama *duplex* o *de dos circuitos*. Por consiguiente, se trata de un *devanado de dos circuitos* con entrada doble.

Se pueden poner tres o más devanados sobre el mismo inducido, siendo entonces de tres (triplex), cuatro (cuadruplex), etc., circuitos, según el factor de multiplicación que los afecte.

Llamemos m este factor de multiplicación. El número de circuitos en un devanado imbricado es

$$p' = mp \tag{328}$$

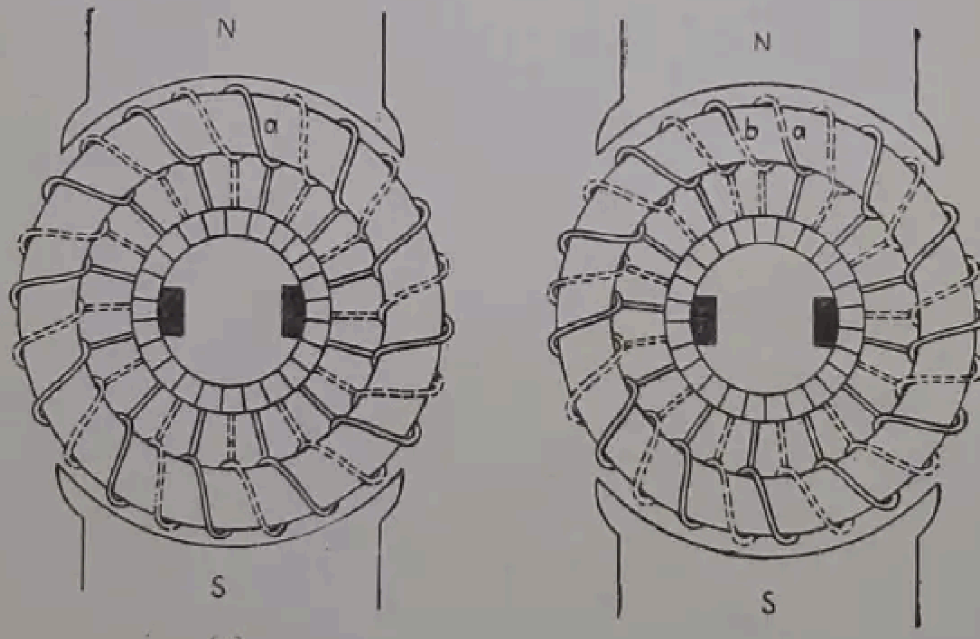
si p es el número de polos.

La relación entre los pasos posterior y frontal es

$$y_b = y_f \pm 2m \tag{329}$$

Compárese esta fórmula con la (323), página 408, en la que $m = 1$.

Si el número de ranuras y, por consiguiente, el de bobinas es impar (figura 288), es decir, si hay 35 ó 37 bobinas y delgas en el colector, el arrollamiento no se cerrará en una sola vuelta del inducido, sino que irá a parar a una ranura, o dos elementos, a la derecha o a la izquierda del elemento de partida. Por lo tanto, este devanado no se cerrará después de una vuelta alrededor del inducido, sino que debe dar aún otra vuelta para conseguirlo, como se representa en la figura 289 (*b*). El primer arrollamiento, que se ha dibujado de trazo seguido, empieza en *a* y, después de dar la vuelta completa al inducido, no se cierra en *a*, como sucedía en la figura 289 (*a*), sino que termina en *b*, un elemento antes de *a*. El segundo arrollamiento, representado por una línea de trazos, empieza en *b* y, después de dar la vuelta completa al inducido, se cierra en *a* con el primero. Aunque el arrollamiento



(*a*) (*b*)

FIG. 289. — (*a*) Devanado de dos circuitos con nueva entrada doble, de anillo de Gramme. (*b*) Devanado de un circuito con nueva entrada simple, de anillo de Gramme.

da dos vueltas a la armadura, cierra solamente una vez, por lo que es *de una sola entrada*, es decir, *de dos circuitos con una sola entrada*. Los arrollamientos de una o dos entradas son idénticos en el aspecto eléctrico. Su diferencia queda patente en los esquemas de la figura 290.

De lo dicho se desprende que, con devanados imbricados *duplex*, el paso del colector es $y_c = 2$, con los *triplex* es $y_c = 3$; etc.

272. Conexiones compensadoras en los devanados imbricados. En los devanados imbricados se forman varios circuitos en paralelo, de paso de la corriente por el inducido, que se interconectan por intermedio de las escobillas. Si se empalman varias pilas en paralelo y sus f.e.m. son distintas, circularán corrientes por las pilas aun cuando no se cierre el circuito exterior, lo que produce una pérdida constante de energía y el que las pilas se calientan.

Lo mismo acontece en el inducido de un generador. Debido a las pequeñas irregularidades del entrehierro producidas por desgaste de los cojinetes, falta de perfecto centrado del inducido, etc., se producen ligeras diferencias en la f.e.m. inducida en los distintos circuitos del inducido, que dan lugar a que circule corriente entre distintos puntos del inducido, que han de pasar por las escobillas, aun en el caso de que el generador no mande corriente al exterior. Para librar las escobillas de esta corriente suplementaria, se enlazan varios puntos del inducido por medio de barras gruesas de cobre, denominadas de compensación, lo que permite que estas corrientes circulen de uno a otro punto del inducido sin pasar por las escobillas.

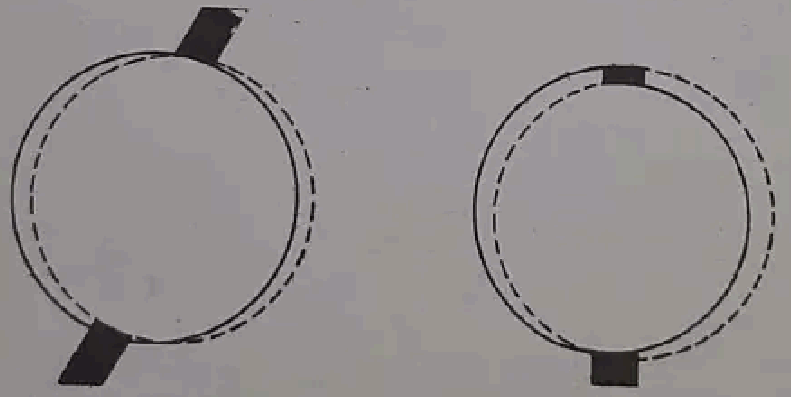

(*a*) (*b*)

FIG. 290.—Esquema de devanados dobles.

(*a*) Devanado de dos circuitos con entrada doble. (*b*) Devanado de dos circuitos con entrada sencilla.

La acción de las conexiones compensadoras difiere, sin embargo, de la que ejercen las escobillas. Las corrientes de compensación que pasan por las escobillas son continuas y proceden de los distintos circuitos que componen el arrollamiento inducido igualándose sus tensiones a expensas de caídas de tensión IR que se producen por el paso de estas corrientes por los circuitos del inducido. Las corrientes que circulan por las barras de compensación son alternas y generan f.e.m. que ejercen una reacción sobre los polos del inductor, que se opone al flujo allá donde aumenta y se adiciona a él donde disminuye. Por lo tanto, estas corrientes de compensación tienden a igualar las f.e.m. *inducidas* en los distintos circuitos. Realizan, pues, la compensación de las tensiones sin el calentamiento que se produciría por el paso de la corriente por las escobillas. [1]

Para ejecutar estas conexiones compensadoras, el número de bobinas debe ser múltiplo del número de polos, y las espiras por polo deben ser divisibles por un número pequeño, tal como 2 ó 3. Como ejemplo, supóngase una dínamo de ocho polos que tenga 12 ranuras por polo y dos lados de bobina por ranura. Habrá, pues, 96 ranuras y 192 lados de bobina. El número de estos últimos por polo es 24. Pongamos $y_b = 25$ e $y_f = 23$. Una parte del devanado está representada en la figura 291. Obsérvese que de cada cuatro espiras una va empalmada a un compensador. Las espiras conectadas a un mismo compensador ocupan las mismas posiciones con relación a los polos. (Véanse las dos semiespiras trazadas con líneas gruesas.) Es necesario que estas espiras produzcan en cualquier instante *la misma* f.e.m. Debe observarse en la figura 291 que las dos delgas sobre las que apoyan las dos escobillas positivas están enlazadas por una misma conexión compensadora.

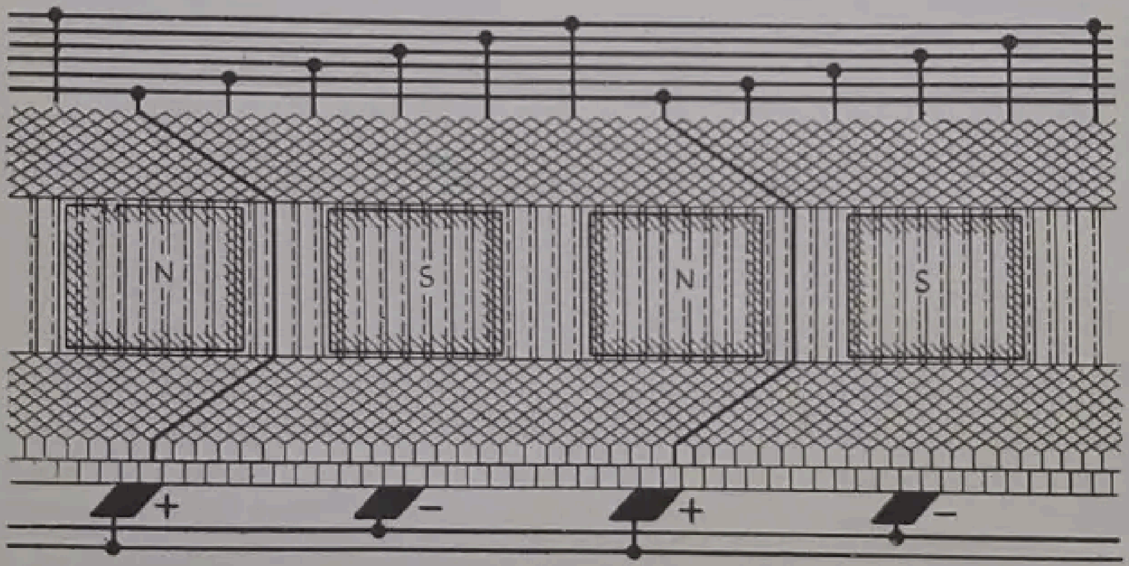


FIG. 291.—Devanado imbricado simple con puentes de equilibrio.

Teóricamente, cada espira tiene que empalmarse a un compensador, pero, como que esto requeriría un número exagerado de ellos, es suficiente en la práctica conectar una de cada tres o cuatro. Por esta razón es necesario que el número de espiras por polo sea divisible por uno de los enteros 2, 3 ó 4. La figura 292 representa un gran inducido de generador de corriente continua, con sus barras de compensación en la parte posterior del mismo.

---

[1] Véase MOORE, A. D.: «Theory of the Action of Equalizer Connections in Lap Windings», *Elect. Jour.*, diciembre 1926, pág. 624.

273. Devanado ondulado. Se ha explicado que, en el devanado *imbricado*, un elemento de bobina que queda enfrente de un polo se conecta directamente a otro que ocupa una posición próxima a la que queda enfrente del polo siguiente. Este segundo lado se conecta, *retrocediendo* en el inducido, con otro elemento situado frente al polo *de partida*, pero separado del elemento inicial por una o más ranuras, como se representa en la figura 293 (*a*), en la que el elemento *ab* situado frente a un polo *N* se conecta con el *cd*, cuya posición correspondiente queda frente al polo *S* adyacente. El elemento *cd* está *conectado retrocediendo*, con el *ef*, contiguo al *ab*, frente al polo de partida *N*. Naturalmente que no habría diferencia alguna en el devanado respecto a la dirección y magnitud de la f.e.m. inducida, si la conexión, en lugar de volver al mismo polo *N* anterior, avanzara hacia delante hasta el polo *N* próximo, como en la figura 293 (*b*). El arrollamiento pasa entonces sucesivamente por todos los polos *N* y polos *S* antes de volver al polo de partida, como se ve en el elemento *a′b′* de la figura 293 (*b*). El devanado, después de recorrer una vez todo el inducido, alcanza el conductor *a′b′* que queda frente del mismo polo que el conductor inicial *ab*. Cuando el arrollamiento avanza de polo en polo de esta manera, se dice que es *ondulado*. El número de elementos que el arrollamiento comprende entre las conexiones posteriores

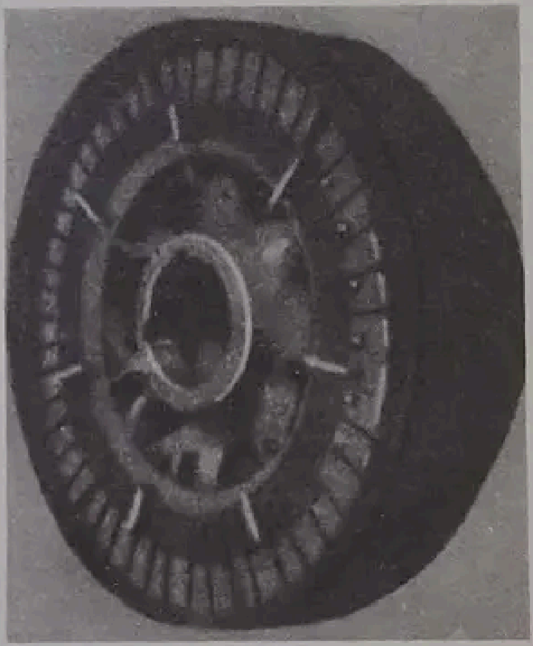
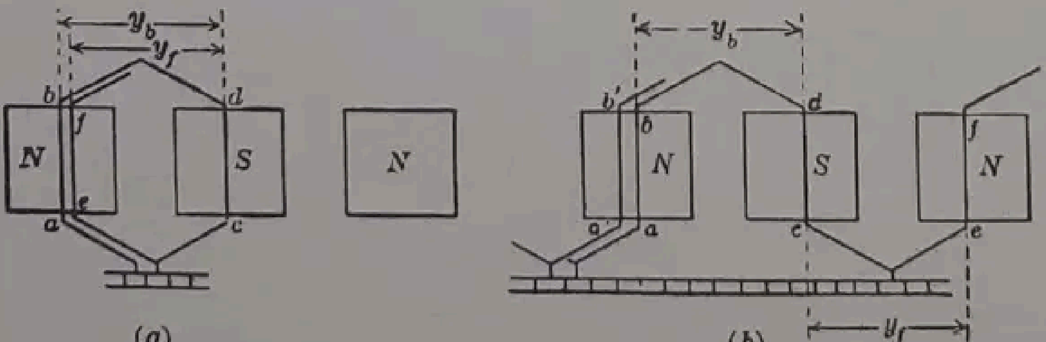


Fig. 292.—Inducido de dínamo de la General Electric Company, con igualadores.



(*a*) (*b*)

Fig. 293.—Devanados imbricado y ondulado.

(*a*) Imbricado. (*b*) Ondulado.

del inducido se llama *paso posterior* y se designa con el símbolo y_b en la figura 293 (*b*). Este término es semejante a su correspondiente en el devanado imbricado, representado en la figura 293 (*a*). El número de elementos que comprenden las conexiones frontales en el lado del colector se llama *paso frontal* y se designa con el símbolo y_f. También éste es comparable al correspondiente de la figura 293 (*a*). Como en el devanado imbricado, y_f e y_b deben ser ambos impares, con el fin de que un lado de la bobina pueda quedar en la parte superior de una ranura y el otro en el fondo de otra. Al contrario de lo que sucede en el devanado imbricado, y_f debe ser igual a y_b en el devanado ondulado, lo que se comprende con el siguiente razonamiento.

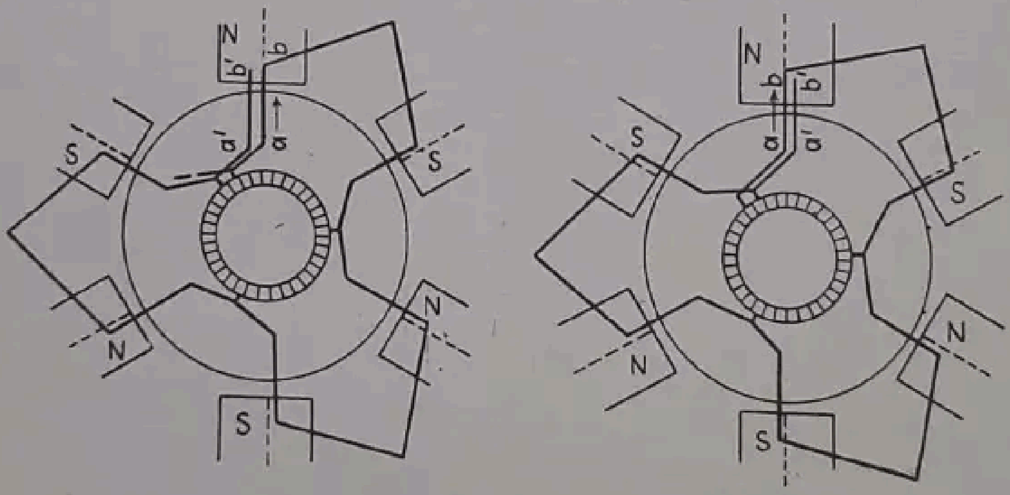


FIG. 294.—(*a*) Devanado ondulado regresivo-34 delgas en el colector. (*b*) Devanado ondulado progresivo-32 delgas en el colector.

Consideremos un arrollamiento ondulado que tiene un paso posterior 23 y un paso frontal 19. El paso medio es

$$y = \frac{23 + 19}{2} = 21$$

Los dos pasos, frontal y posterior, pueden valer 21, con lo que no varía el valor medio y. En cualquier caso, el paso medio

$$y = \frac{y_b + y_f}{2} \tag{330}$$

puede ser impar o par.

Cuando el arrollamiento, visto desde el lado del colector, cae en una ranura a la izquierda del punto de partida, tal como la *a'b'* (figs. 293, *b*, y 294, *a*) después de dar una vuelta al inducido, se dice que el devanado es *regresivo*. Si, por el contrario, cae a la derecha del punto de partida, como en la figura 294 (*b*), el devanado es *progresivo*.

El arrollamiento ondulado exige condiciones mucho más restringidas que el imbricado, en lo que se refiere al número de ranuras y de espiras, por la razón siguiente. En un devanado ondulado simple, después de dar una vuelta al inducido, el devanado debe caer dos elementos a la derecha o a la izquierda de aquel de que se partió. Así, en la figura 294 (*a*), si hay dos elementos por ranura, y el elemento *ab* está en el fondo de una de ellas, el elemento *a'b'* debe ocupar la parte superior de la ranura que sigue a la *ab*. Como hay dos elementos en cada ranura, esto implica que los elementos *ab* y *a'b'* difieran 2 entre sí.

Sea y el paso medio. Supongamos que el arrollamiento se cierra después de dar una vuelta al inducido, lo cual, naturalmente, no puede hacerse si forma un corto circuito. En estas condiciones sería:

$$py = Z$$

siendo p el número de polos, y Z el número de lados de bobina o elementos. Pero el arrollamiento no debe cerrarse a la primera vuelta; de hecho no debe cerrarse hasta que se llenen todas las ranuras. Por lo tanto, después de la primera vuelta, el producto py no puede ser igual a Z, sino que debe diferir de este número en ± 2. O sea

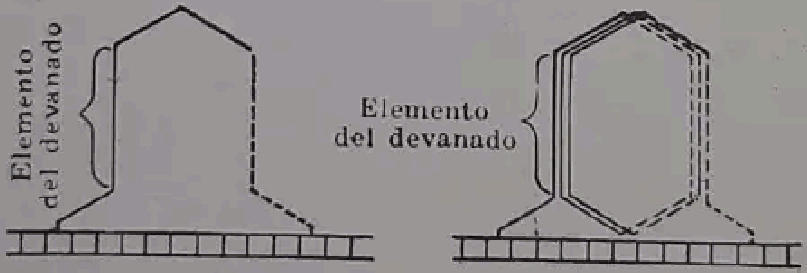


FIG. 295.—Espira simple representativa de una espira triple, para un esquema de devanado.

$$py = Z \pm 2$$

o bien

$$y = \frac{Z \pm 2}{p} \tag{331}$$

donde el signo más indica que el devanado es progresivo y el signo menos que es regresivo.

Para mayor claridad supongamos que un inducido de cuatro polos tiene 63 ranuras y 4 elementos por ranura, con un total de 252 elementos o lados de bobina. Demos al paso medio el valor 63, que será el de los pasos frontal y posterior. Como en los esquemas de arrollamientos imbricados, se representan con una espira simple las bobinas de varias espiras, como en la figura 295. Empezando en el elemento 1, el arrollamiento progresará como sigue:

1-64-127-190-(253 ó 1)

Es decir que se cerrará sobre sí mismo después de la primera vuelta, lo cual da lugar a un corto circuito y hace este devanado imposible. (La manera de colocar el devanado en las ranuras se explica más adelante, página 423). Por lo tanto, un arrollamiento ondulado simple es imposible en un generador tetrapolar si comprende 252 elementos.

Sea N_c el número de delgas del colector, que es igual al número de bobinas

$$N_c = \frac{Z}{2}, \quad Z = 2N_c$$

Pongamos

$$p_1 = \text{pares de polos} = \frac{p}{2}; \quad p = 2p_1$$

Substituyendo en la (331)

$$y = \frac{2N_c \pm 2}{2p_1} \quad ; \quad N_c = p_1 y \pm 1. \tag{332}$$

Si p_1 e y son impares, el producto $p_1 y$ es también impar, porque es siempre impar el producto de dos números impares. Añadiendo o restando una unidad se hace N_c par.

Por lo tanto, en un devanado ondulado cuyo paso medio es *impar* y ha de aplicarse a 6, 10, 14 polos o sea 3, 5, 7 pares de polos, el número de delgas del colector y también, naturalmente, el número de bobinas debe ser *par*. Si el paso medio es *par*, el número de delgas y de bobinas debe ser *impar*.

Por otro lado, si p_1 es *par*, correspondiendo a 4, 8 ó 12 polos, el producto $p_1 y$ es siempre par, de manera que N_c debe ser *impar*. La manera de aplicar la fórmula (332) se pone de manifiesto en la figura 294. Hay 6 polos y el paso medio y es 11. Aplicando la (332), $N_c = 3 \cdot 11 + 1 = 34$ y $N_c = 3 \cdot 11 - 1 = 32$. Las 34 delgas se representan en la figura 294 (a), que da un arrollamiento regresivo; y las 32 delgas se representan en la (b), lo que conduce a un devanado progresivo. N_c es par en los dos casos.

274. Paso en el colector. Como puede verse examinando la figura 294, el paso en el colector para un arrollamiento ondulado es completamente distinto del que resultaba para uno imbricado. En los dos casos (a) y (b), el paso en el colector es $y_c = 11$ delgas. Este paso *no puede* ser igual al número total de delgas dividido por el de pares de polos, porque, si así fuera, el arrollamiento se cerraría sobre sí mismo después de dar una sola vuelta al inducido. Por ejemplo, si el número total de delgas en las figuras 294 (a) y (b) se divide por el número de pares de polos, resulta $11^1/_3$ y $10^2/_3$. La diferencia entre 11, paso efectivo en el colector, y estas cantidades representa el decalaje del devanado ondulado. Este decalaje es necesario para que el devanado no se cierre sobre sí mismo después de dar la primera vuelta al inducido.

Esto motiva otra limitación del devanado ondulado y comprueba por qué es imposible el devanado de 252 elementos (126 bobinas) que se ha considerado anteriormente. El número de bobinas debe ser impar en un devanado de cuatro polos. Sin embargo, si se omitiese una bobina, dejando 250 elementos, el devanado podría progresar así:

1-64-127-190-(253 ó 3)
66-129-192-5, etc.

Es decir que el devanado avanzaría dos elementos después de cada vuelta que diera al inducido, condición que lo hace posible. La supresión de una bobina reduce el número de delgas y de bobinas de 126 a 125, número impar. Si el núcleo del inducido fuese de serie y tuviera 126 ranuras, podría, no obstante, realizarse el arrollamiento suprimiendo una bobina, que se montaría en las ranuras de igual manera que las otras, pero sin conectar sus terminales con las delgas del colector, sino cubriéndolos con aislante sin empalme con el devanado principal. Esta bobina sirve así solamente para llenar; es una «bobina muerta». En este caso habría un «decalaje» ligero del devanado con relación al colector, como se ve en la figura 296. Éste es un devanado *forzado*.

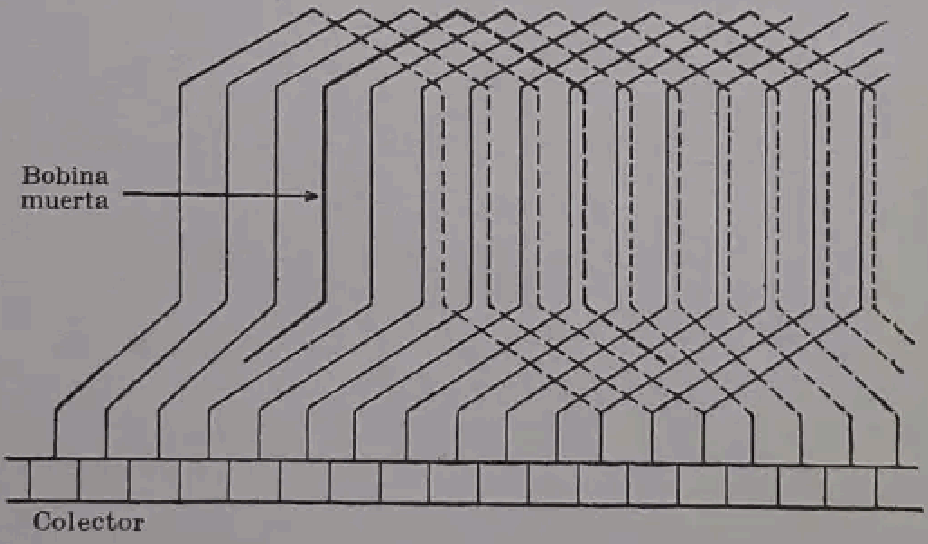


FIG. 296.—Bobina "muerta" y decalaje en un devanado ondulado forzado.

Si las bobinas de un arrollamiento ondulado tienen más de una espira, sus extremos quedarán libres y se conectarán como se indica en la figura 280 (pág. 405) y en la figura 295. Cuando las bobinas de un arrollamiento ondulado se construyen aparte, sus extremos deben separarse, como los *A*, *B* y *C* de la figura 280. Si el arrollamiento es imbricado, estos extremos se dejan más próximos, de manera que puedan conectarse a delgas contiguas del colector, como en la figura 282 (pág. 407). (En un devanado de dos circuitos, los extremos se conectan a delgas alternadas, etc.).

275. Número de escobillas. La figura 297 representa una vuelta alrededor del núcleo del inducido de un arrollamiento ondulado. Comienza en la escobilla positiva *a* y vuelve a ella después de recorrer una vez la periferia del inducido. Se trata de un arrollamiento para dínamo de seis polos con 44 delgas en el colector. El paso se determina por medio de la fórmula (332)

$$44 = 3y \pm 1$$

$$y = \frac{44 + 1}{3} = 15,$$

en la que se emplea el signo positivo. Éste es también el número de delgas que avanza el devanado por cada *par* de polos, o el número de veces que se conecta con el colector. Por lo tanto, las conexiones a las delgas, empezando por la 1 son 1-16-31-2-17, etc., como en la figura 297. El devanado termina una delga más allá de la de partida, para cada vuelta completa alrededor del inducido, lo que prueba que se ha elegido el paso que se debía.

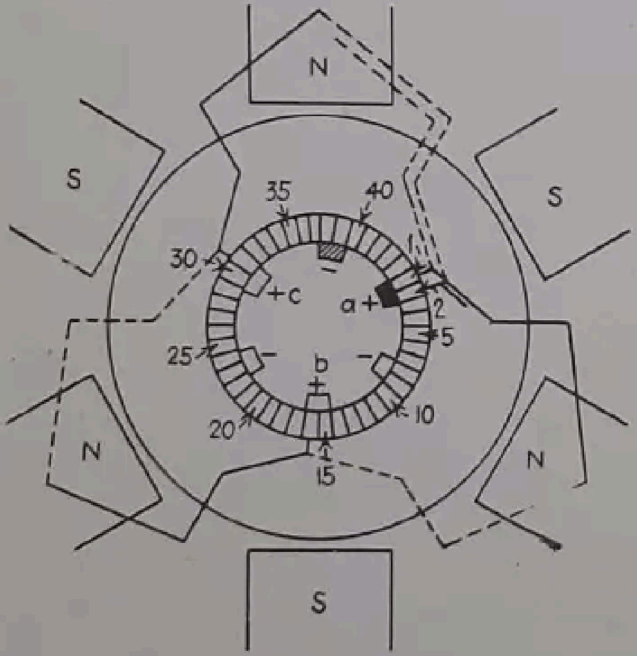


Fig. 297. — Devanado ondulado. Tres escobillas positivas, conectadas por el mismo devanado.

Hay tres posiciones para las escobillas positivas *a*, *b*, *c*, y también tres posiciones para las negativas, en número igual al que se hubiera empleado para un arrollamiento imbricado. Ha de observarse que las tres escobillas positivas *a*, *b*, *c*, se conectan *directamente* por medio del devanado. Además, los conductores que conectan entre sí estas tres escobillas están todos situados en los planos neutros existentes entre cada dos polos, y al no cortar líneas magnéticas son momentáneamente, por lo tanto, inactivos. Por consiguiente, si se suprimiesen las escobillas *b* y *c*, la corriente podría circular fácilmente por estos conductores inactivos hacia la escobilla *a* y de allí al circuito exterior. De la misma manera, dos de las tres escobillas negativas podrían suprimirse sin graves consecuencias. Siempre que sea posible, es preferible utilizar las seis escobillas, puesto que con dos de ellas solamente, la superficie de contacto por escobilla debería ser tres veces mayor que si se utilizan las seis, lo que representa que el colector habría de ser de longitud triple.

En un arrollamiento ondulado sólo se necesitan dos escobillas, si se prescinde del número de polos, aunque es preferible que el número de escobillas sea igual al de polos.

Existen casos, sin embargo, en que es conveniente disponer solamente dos escobillas. El mejor ejemplo de ello son los motores para ferrocarriles, en los que se presentarían dificultades para la revisión de cuatro o seis escobillas. Por medio de un pequeño registro dispuesto en la cubierta del motor, es en cambio relativamente sencillo alcanzar las dos series de escobillas situadas en la parte superior del colector.

276. Circuitos en el devanado ondulado. En un arrollamiento ondulado de un solo circuito existen siempre dos posibles recorridos paralelos para la corriente, si se prescinde del número de polos. La figura 298 representa un devanado ondulado de un circuito, para cuatro polos y 17 ranuras, con dos elementos por ranura. Uno de los recorridos está señalado con líneas gruesas.

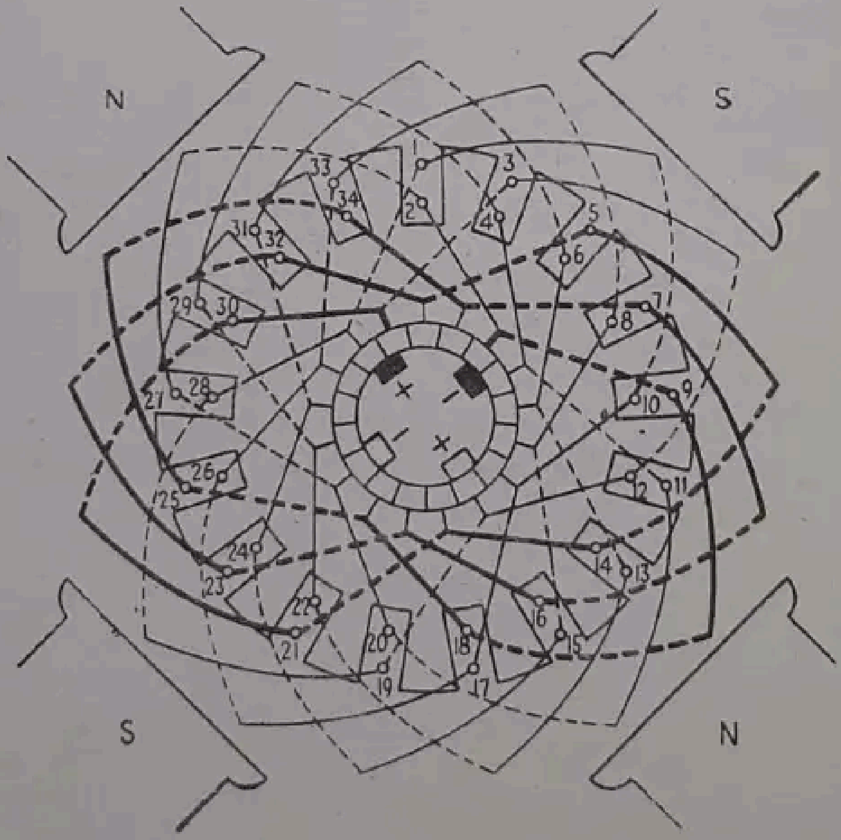


Fig. 298.—Devanado simple ondulado, cuatro polos, 17 ranuras. Paso posterior —9; paso frontal —7. Sólo se indica en raya gruesa uno de los dos circuitos en paralelo.

La mitad aproximadamente del arrollamiento está trazado de este modo, y la otra mitad constituye el otro recorrido. (Las bobinas que las escobillas dejan en corto circuito no se han representado.) Un devanado ondulado puede ser de dos o tres circuitos, o de otro grado cualquiera de multiplicidad, lo mismo que vimos para los devanados imbricados.

El número de circuitos de paso de la corriente a través del inducido depende solamente del grado de multiplicidad y no del número de polos. Un devanado sencillo ondulado tiene siempre dos recorridos, un duplex tiene cuatro, etc.

Es interesante comparar la intensidad de la corriente y la tensión en un inducido según los distintos sistemas de conexión. Consideremos una dínamo de seis polos. Cuando el arrollamiento es imbricado y de un circuito, supongamos que su f.e.m. sea de 300 voltios y la intensidad de la corriente, por terminal del inducido, de 120 amperios. La tabla que sigue da los valores de la intensidad de la corriente y de la f.e.m. que pueden obtenerse variando el arrollamiento, pero sin alterar el número de conductores del inducido.

	Circuitos de paso de la corriente	Voltios	Amperios	kw.
Imbricado de un circuito.	6	300	120	36
Imbricado de dos circuitos	12	150	240	36
Imbricado de tres circuitos	18	100	360	36
Ondulado de un circuito	2	900	40	36
Ondulado de dos circuitos	4	450	80	36
Ondulado de tres circuitos	6	300	120	36

Puede observarse que, en este caso particular, el arrollamiento ondulado de tres circuitos da igual resultado que el imbricado de uno. La potencia en kilovatios no depende del tipo de arrollamiento adoptado. Estas relaciones deben recordarse cuando se desea cambiar la intensidad o tensión de servicio de un generador, porque puede, a veces, conseguirse variando las conexiones del arrollamiento o bobinando de nuevo el inducido.

277. Utilizaciones de los dos tipos de arrollamiento. Los arrollamientos ondulados tienen la ventaja de producir una f.e.m. más elevada para un número dado de polos y de conductores en el inducido. Se emplean, por lo tanto, en generadores pequeños, especialmente para suministro a la tensión de 600 voltios. En este caso, los arrollamientos imbricados exigen un gran número de pequeños conductores, lo que, a su vez, aumenta el costo del arrollamiento y conduce a una utilización menor del espacio de las ranuras.

Los arrollamientos ondulados tienen además otra ventaja y es que la f.e.m. inducida en cada circuito de paso de la corriente se genera en conductores conectados en serie, que pasan sucesivamente frente a *todos* los polos N y S. Por lo tanto, no se produce ningún desequilibrio magnético, debido, por ejemplo, a variaciones del entrehierro o de la intensidad de los polos, lo que hace que no se generen corrientes de circulación, ya que los conductores correspondientes a cada circuito de paso de corriente por el inducido pasan frente a los mismos polos y los efectos de desequilibrio son los mismos para todos ellos. No se necesitan, por lo tanto, conexiones de compensación.

La posibilidad del empleo de dos escobillas, solamente, en los motores de ferrocarril eléctrico ya ha sido mencionada.

Cuando se requieren corrientes de mucha intensidad es preferible el arrollamiento imbricado, porque es mayor el número de circuitos de paso de la corriente. Como el límite práctico son 200 amperios por circuito, con mayor número de éstos se pueden alcanzar elevadas intensidades, lo que es especialmente útil en los grandes generadores multipolares.

CONSTRUCCIÓN DE LAS DÍNAMOS

278. Culata y núcleos. La culata o armazón de una dínamo tiene dos misiones. Forma parte del circuito magnético (véase figs. 193 y 194, págs. 269 y 270) y ejerce la función de soporte mecánico del conjunto de la máquina. En los generadores pequeños, en los que el peso tiene poca importancia, la culata se hace a menudo de hierro fundido. El pie casi siempre forma cuerpo con la culata. Excepto en las dínamos de tamaño muy reducido, el sistema moderno de construcción de la culata es arrollar una placa de acero alrededor de un molde cilíndrico y soldarla en la base. En la figura 299 puede verse una culata construída de esta manera, con los pies de soporte y la caja de conexiones soldados. La figura 300 representa un corte de un generador completo. En las dínamos grandes, culata, pie y bancada se fabrican de acero (figs. 301 y 302). En estas dínamos, la culata se construye de dos piezas que se unen con pernos, como se indica en las figuras, lo que facilita el transporte y permite quitar la culata mediante un puente grúa.

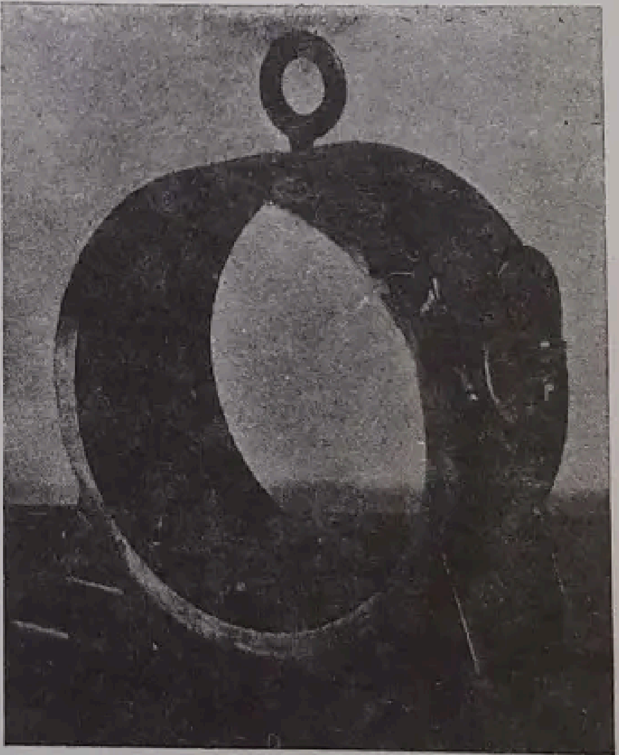


FIG. 299.—Culata de acero laminado con patas soldadas y caja terminal. *(Westinghouse Electric Corp.)*

279. Núcleos polares. Aunque en tiempos anteriores era costumbre emplear el acero fundido o forjado para hacer los núcleos de los inductores, actualmente se hacen en muchos casos de chapas de acero recocido superpuestas, unidas con remaches a presión hidráulica. El inductor completo con su núcleo y su arrollamiento se fija a la culata por medio de pernos, cuyas cabezas atraviesan la culata y se introducen en las masas polares (véanse figs. 302 y 305). Para hacer lo menor posible la distorsión del flujo debida a la reacción del inducido (§§ 293, 294 y 295), cada chapa se hace a veces con una sola extremidad polar (fig. 303). Estas chapas se acoplan luego de ma-

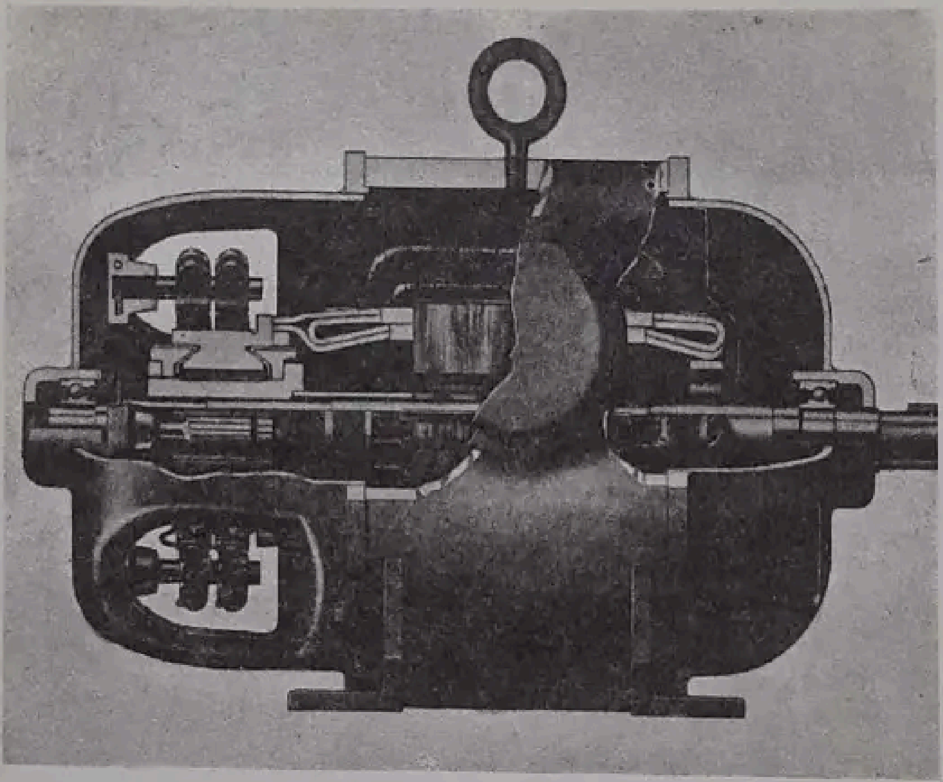


FIG. 300.—Vista de una dínamo completa, con la culata de la figura 299.

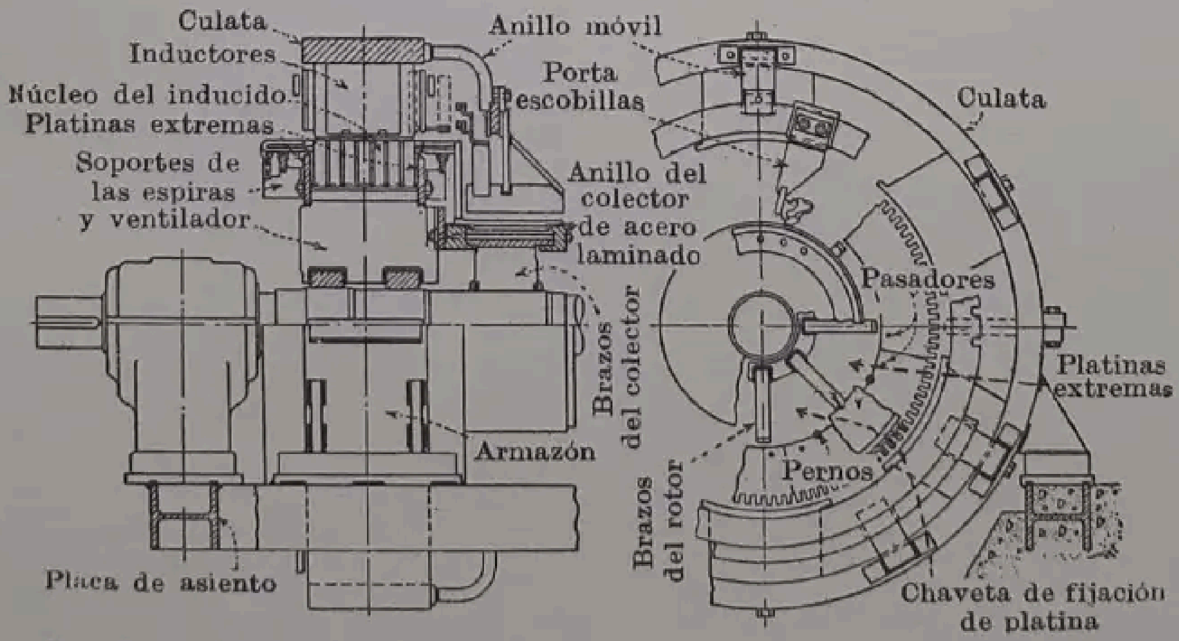

Culata
Inductores
Núcleo del inducido
Platinas extremas
Soportes de las espiras y ventilador
Anillo móvil
Porta escobillas
Anillo del colector de acero laminado
Brazos del colector
Armazón
Placa de asiento
Culata
Pasadores
Platinas extremas
Pernos
Brazos del rotor
Chaveta de fijación de platina

FIG. 301.—Vista del conjunto de una dínamo de tipo normal de fabricación. (*Westinghouse Electric Corp.*)

nera que las extremidades polares queden alternativamente a uno y otro lado. Con ello no hay más que la mitad de la cantidad normal de hierro en la sección transversal de las piezas polares, lo que conduce a que se saturen favoreciendo con ello la conmutación.

Una ventaja de los núcleos polares construídos de chapas superpuestas es la de reducir al mínimo las pérdidas por corrientes parásitas (pág. 570). Cuando se utilizan núcleos macizos, es en general necesario emplear zapatas laminares.

280. Bobinas de campo. Las bobinas de campo se devanan, en general, con hilo para electroimanes (apéndice J). Si se emplea aislamiento de algodón, las bobinas se secan al vacío y se impregnan con una composición aislante. El aislamiento exterior de algodón se protege, con frecuencia, con cinta o cuerda. En los grandes generadores se deja muchas veces un espacio de aire entre las capas de hilo, para facilitar la ventilación. Otro método consiste en devanar las bobinas de campo en derivación sobre un carrete o soporte metálico (fig. 304), que puede separarse fácilmente del núcleo

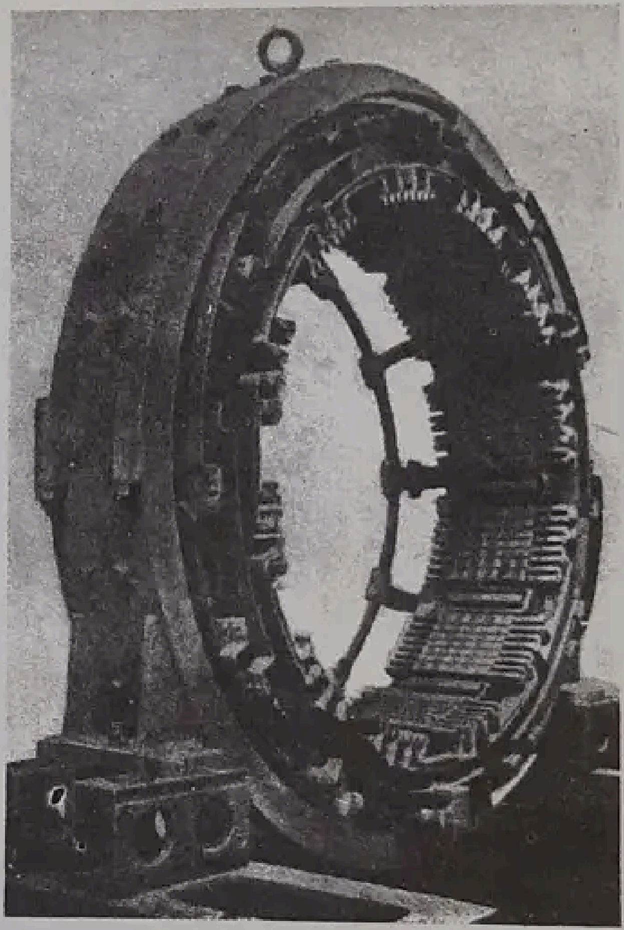


Fig. 302.—Estator de una dínamo de 12 polos, 2300 Kw, 600 voltios y 500 r.p.m., con círculo portaescobillas. *(General Electric Company.)*

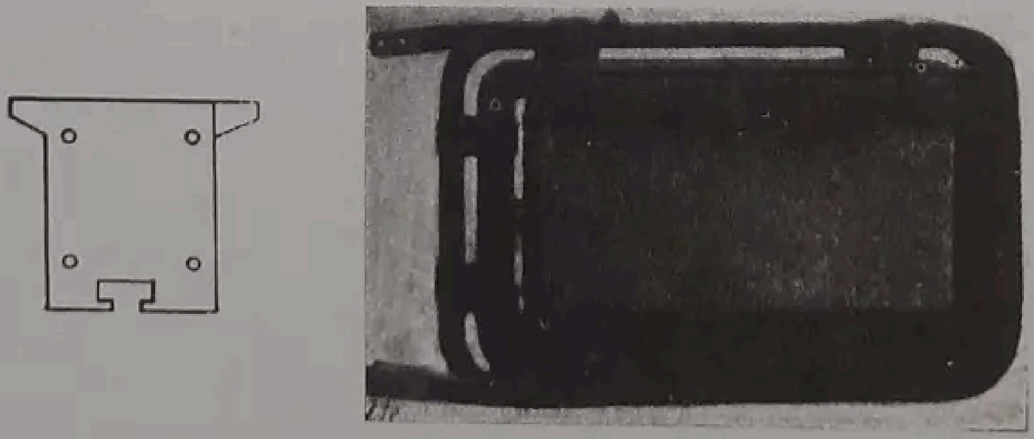


Fig. 303.—Núcleo de chapas para inductor y conjunto de la pieza polar. *(Westinghouse Electric Corp.)*

polar. El arrollamiento en serie se realiza corrientemente mediante barras rectangulares de cobre, dispuestas de canto y separadas del arrollamiento en derivación para facilitar la ventilación, como se ve en la figura 304.

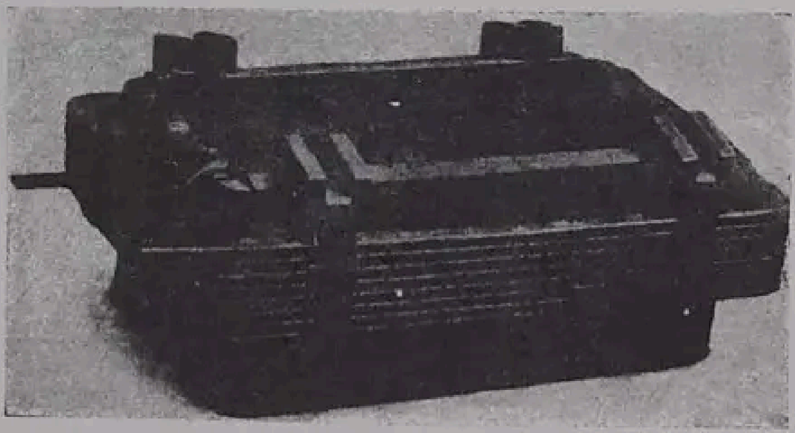


Fig. 304.—Bobina de campo en derivación y arrollamiento en serie con barra de canto.

281. Inducido. El inducido se construye con discos de chapa de acero (de 0,3 a 0,6 mm de espesor), perforadas con punzonadora. Las ranuras se pueden hacer del mismo modo o con una mortajadora. En los motores pequeños, estos discos se colocan directamente en el eje, sujetándolos con cuñas. Las chapas se perforan para dejar pasos de aire a través del inducido, de dirección paralela al eje y radial.

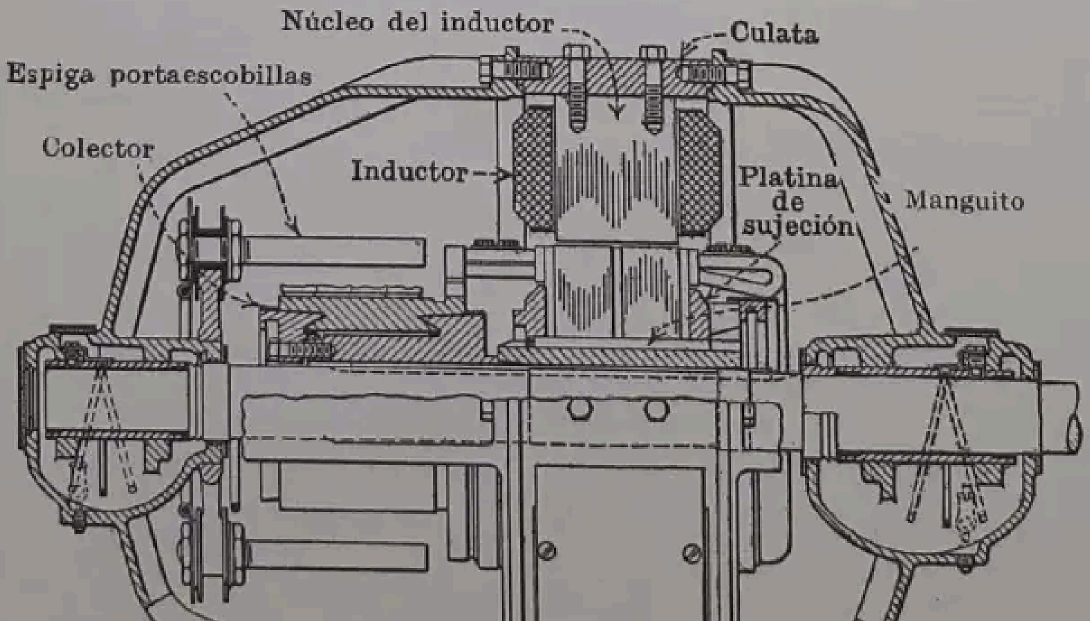

Núcleo del inductor
Culata
Espiga portaescobillas
Colector
Inductor
Platina de sujeción
Manguito

Fig. 305.—Dínamo de corriente continua, con sus cojinetes. Sección longitudinal. *(General Electric Company.)*

En los generadores de tamaño medio, los discos se ensamblan y se enchavetan a un manguito del eje, manguito que, a su vez, se enchaveta sobre el eje (fig. 305), con lo que se reduce el peso de chapa de acero necesaria y al mismo tiempo queda paso libre para el aire a través de la parte central del inducido. Ordinariamente se emplean separadores, dispuestos entre las chapas, para formar conductos de ventilación. En los inducidos de las figuras 305 y 307 no hay más que un solo conducto de ventilación situado en el centro del paquete de chapas. El aire, que circula axialmente por el manguito, es impulsado, por la acción de la fuerza centrífuga, por los conductos indicados.

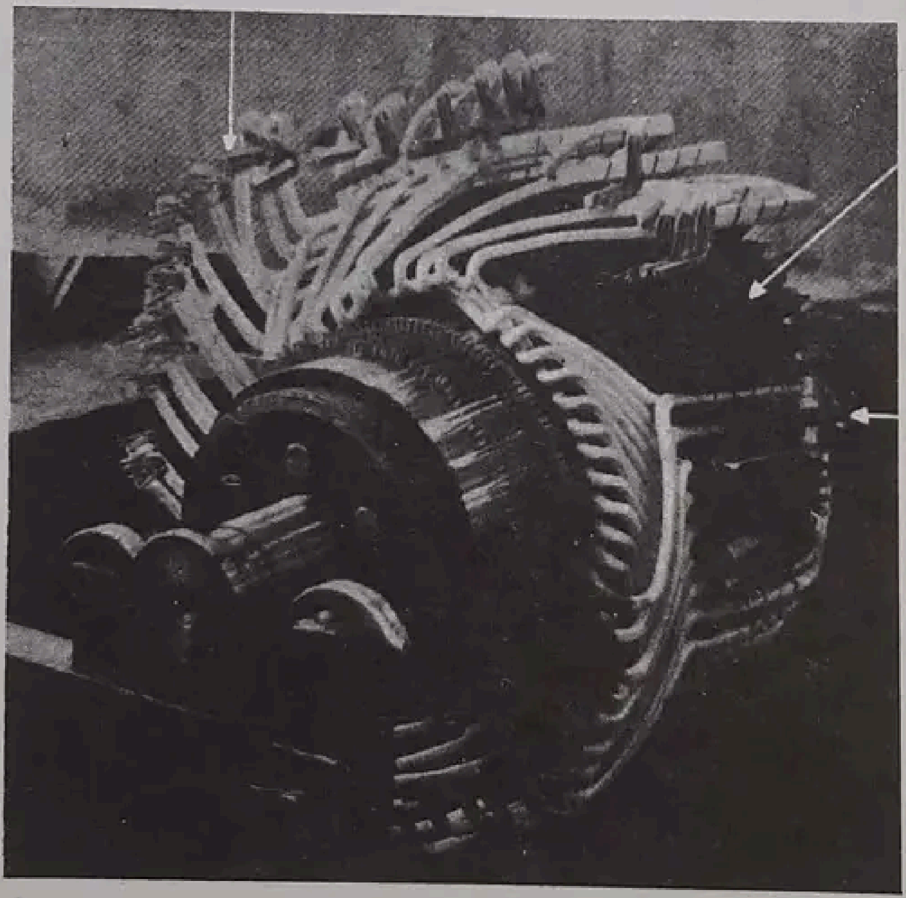


Fig. 306.—Parte del devanado de un inducido, en el que se percibe la forma de montaje de las bobinas. *(Reliance Electric and Engineering Company.)*

Flecha izquierda: Terminales de las bobinas que se unen a las delgas del colector.
Flecha superior derecha: El aislamiento de las ranuras protege las bobinas en el interior de aquéllas.
Flecha inferior derecha: Los listones de las ranuras sujetan firmemente las bobinas en su posición.

En la figura 306 aparece un inducido durante el proceso de bobinado, utilizándose bobinas triples (fig. 284, pág. 410). Puede verse que los lados de las bobinas correspondientes a la capa inferior se han colocado ya en el fondo de las ranuras y se han conectado a los talones de las delgas del colector. También se observan algunos lados de bobina correspondientes a la capa superior, que acaban de colocarse en las ranuras para completar el arrollamiento. En la figura 307 se ven la parte anterior (la del colector) y la posterior de un inducido ya terminado.

Cuando los inducidos llegan a tener 0,95 m de diámetro, o más, no result económico estampar los discos completos, en cuyo caso se confeccionan co segmentos del tipo de los representados en la figura 301, que se dispone solapados. Estos segmentos se enlazan al manguito del inducido, bien er samblándolos a cola de milano, bien sujetándolos con pernos entre platina extremas, que se montan enchavetadas sobre el manguito (fig. 301). En l figura 301 se incluye un montaje de los brazos del manguito por soldadur a cubos anulares, representándose la soldadura con trazos gruesos.

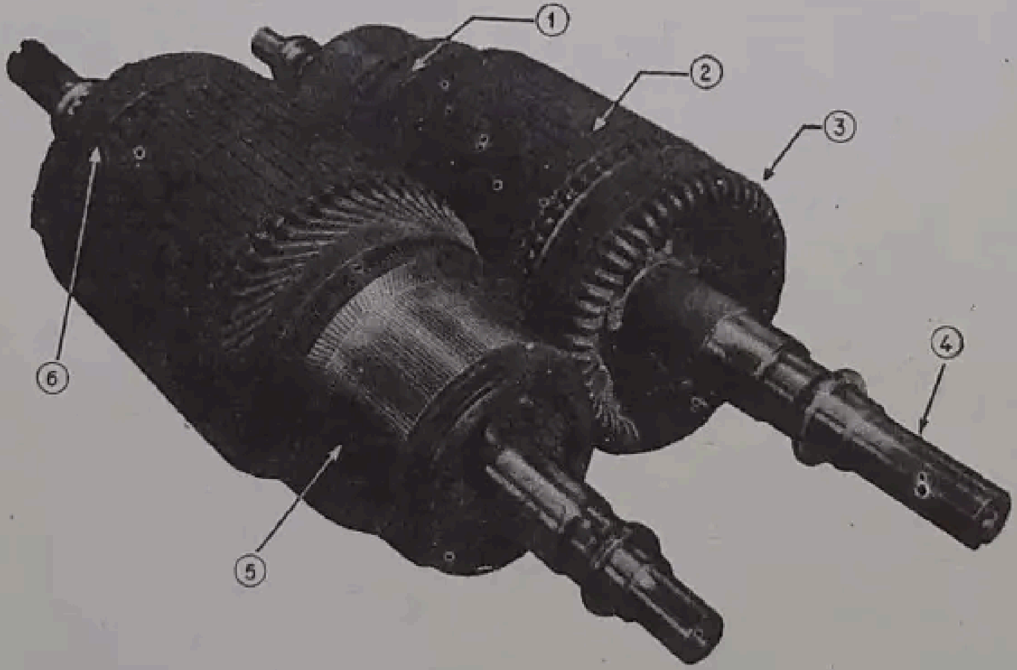


Fig. 307.—Vistas anterior y posterior de un inducido completo.
(Reliance Electric and Engineering Company.)

1. Bandaje de alambre. —2. Núcleo del inducido. —3. Bobinas. —4. Eje. —5. Colector.
6. Listones de ranuras.

Las ranuras pueden ser de flancos rectos (fig. 193, pág. 269), en cuyo caso los conductores se fijan en ellas por medio de bandajes de alambre. En los generadores grandes, los conductores se sujetan en las ranuras con listones o cuñas de fibra o de madera (fig. 308). Las ranuras deben estar bien aisladas, porque los contactos con la masa producen perturbaciones y son difíciles de reparar. Debe colocarse, por ello, dentro de la ranura una capa de una substancia dura, como papel encolado, fibra, o madera comprimida (fig. 306), recubriéndola, a su vez, con batista barnizada o muselina. En la figura 308 (*a*) se representa la disposición de bobinas triples en una ranura, sujetas por medio de una cuña de fibra. En la figura 308 (*b*) se muestran dos lados de bobinas de 12 espiras, mantenidas por una cuña de fibra. En la figura 308 (*c*) está representado el tipo de ranura adoptado por la «Reliance Electric and Engineering Company», en la cual se emplea una cuña de fibra dura y un separador del mismo material.

Los mismos conductores están, por lo regular, cubiertos con una capa de algodón, simple o doble, o bien de esmalte y algodón. La fibra de vidrio, tratada con barnices orgánicos, así como las siliconas, se emplean también para el aislamiento de conductores cuando han de trabajar a temperaturas superiores a las normales, como en el caso de los motores eléctricos. A veces se usa también mica, cuando la temperatura es muy elevada.

En los arrollamientos normales, las espiras de cada bobina se unen, envolviendo el conjunto con cinta de algodón, y una vez conformadas se sumergen en un barniz aislante y se secan en una estufa. Esta operación debe repetirse tres o cuatro veces antes de que la bobina esté lista para montarla en la ranura.

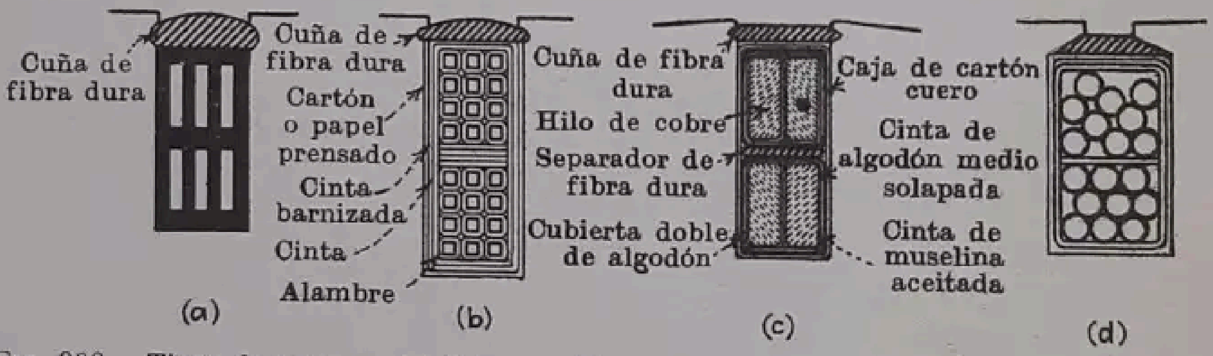

Cuña de fibra dura
(a)
Cuña de fibra dura
Cartón o papel prensado
Cinta barnizada
Cinta
Alambre
(b)
Cuña de fibra dura
Hilo de cobre
Separador de fibra dura
Cubierta doble de algodón
Caja de cartón cuero
Cinta de algodón medio solapada
Cinta de muselina aceitada
(c)
(d)

FIG. 308.—Tipos de ranuras. (*a*) Ranura abierta con triple espira. (*b*) Ranura abierta con dos elementos de 12 espiras. (*c*) Ranura tipo «Reliance Electric and Engineering Co». (*d*) Ranura semicerrada y devanado «blando».

Para reducir las irregularidades que producen las concentraciones de flujo en los dientes, que dan origen a pérdidas en las superficies polares (pág. 570) se emplean ranuras semicerradas (fig. 308, *d*). Debido a la pequeña abertura de la ranura, los conductores deben colocarse en ella de uno en uno, por lo que las bobinas no deben encintarse formando un conjunto, y sus conductores extremos se han de cubrir con cinta después de haber colocado las bobinas en las ranuras. Excepto en casos especiales y generalmente cuando se trata de motores de potencia muy reducida, los gastos del bobinado se oponen al empleo de este tipo de ranura en las máquinas de corriente continua.

282. Colector. El colector está constituído por delgas de cobre forjado o laminado duro, de sección trapecial, aisladas entre sí por capas delgadas de mica, que se cortan al nivel de las delgas. Las delgas se mantienen unidas por medio de bridas (fig. 309), que comprimen las delgas cuando se aprietan los pernos de presión. Estas bridas se protegen contra los cortos circuitos entre delgas por medio de dos anillos o collares de mica (fig. 309). Este tipo de construcción se detalla en las figuras 300 y 305.

Los conductores terminales del inducido pueden soldarse en pequeñas entallas realizadas en los extremos de las delgas o bien se dispone un talón en cada delga, al que se suelda el conductor (figs. 300, 301, 305, 306, 307 y 309; en todas ellas los terminales van soldados).

283. Escobillas. La misión de las escobillas es conducir la corriente de las delgas del colector al circuito exterior. Se hacen ordinariamente de carbón, aunque en los generadores de tensión muy baja pueden hacerse de cobre o de compuestos patentados de metal y carbón. Los portaescobillas están sujetos a un eje de giro (fig. 305) y mantienen la escobilla en la posición debida sobre el colector. El eje de los portaescobillas está aislado del soporte oscilante por medio de un cojinete y una arandela aislantes (fig. 305). La escobilla debe tener libertad para deslizar dentro de su soporte, con objeto de que pueda adaptarse a las irregularidades del colector, sobre el cual la comprime la acción de un resorte. La presión suele ser de 0,07 a 0,14 Kg/cm². Para disminuir la resistencia eléctrica, la parte superior de la escobilla está cobreada (fig. 87, pág. 147), y esta parte se conecta a su portaescobilla por medio de una conexión de escobilla hecha con cinta de cobre. En la figura 301 se representa un soporte de portaescobillas sujeto a la armazón fija de la dínamo.

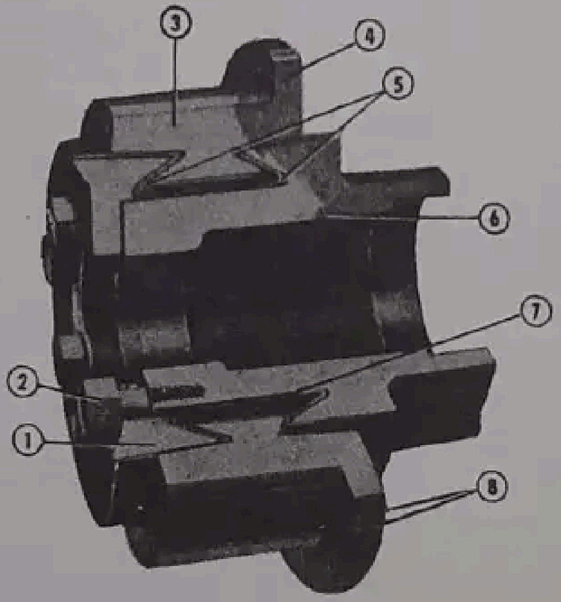


Fig. 309.—Detalle constructivo de un colector. *(Reliance Electric and Engineering Company.)*

1. Anillo de acero en V, o brida. —2. Cabeza de tornillo. —3. Delgas. —4. Borde. —5. Anillo de mica.—6. Manguito del colector. —7. Aislamiento de fibra. —8. Aislamiento de mica.

CAPÍTULO XII

CARACTERÍSTICAS DE LAS DÍNAMOS

284. Fuerzas electromotrices en un inducido. El método de determinación de la f.e.m. media en los generadores de una y dos espiras se ha expuesto al principio del capítulo XI. También se demostró allí que la f.e.m. inducida en un simple conductor que corta en ángulo recto un campo magnético es $e = Blv10^{-8}$ voltios [fórmula (321), pág. 395], o $e = Blv$ [fórmula (322)].

El inducido forma parte del circuito magnético y realiza el movimiento de los conductores en el campo magnético, de manera que se induce en ellos una f.e.m. El arrollamiento del inducido está dispuesto de modo que un determinado número de conductores están en serie entre las escobillas, estableciéndose las conexiones de modo que no se presenten f.e.m. que estén en oposición. La f.e.m. inducida entre las escobillas puede determinarse en función del flujo por polo, de la velocidad, del número de conductores del inducido, del número de circuitos en paralelo de paso de la corriente, etc.

En los generadores elementales (figs. 270 y 273, págs. 394 y 398), la f.e.m. varía en función del tiempo según una ley senoidal, porque las espiras simples giran dentro de un campo magnético uniforme. En los generadores industriales, estas condiciones, por lo regular, no existen. En lugar de un campo uniforme se obtiene una densidad máxima frente a los polos, que disminuye irregularmente entre ellos, anulándose en una zona intermedia entre los mismos (fig. 311). Los generadores que se encuentran en el mercado llevan, también, arrollamientos cerrados y, sobre la superficie del inducido, se disponen varios conductores en serie.

Consideremos la figura 310, que representa una parte del inducido situada frente a un polo N moviéndose de izquierda a derecha. Se representa también el flujo que corta el inducido procedente del polo N. En la parte inferior de la figura, la curva B indica la variación de la densidad de flujo a lo largo del inducido. Es decir, para cada punto, la ordenada da la *densidad de flujo* correspondiente a él, expresado con preferencia en líneas por centímetro cuadrado. El flujo total viene dado por el área comprendida por la curva multiplicada por la longitud real del inducido. A mitad de camino entre dos polos, la densidad de flujo se anula y frente al polo, donde el entrehierro es prácticamente uniforme, la densidad de flujo lo es también.

En la figura 310 se representan también 12 conductores (1, 2, ..., 12) dispuestos en la superficie del inducido y en la zona correspondiente al paso polar que, en el instante considerado, se sitúa frente a un polo *N*. La figura puede representar las espiras de un arrollamiento de anillo (fig. 277, *a* y *b*, pág. 401) o una capa de un arrollamiento imbricado u ondulado (figs. 287 y 298, págs. 414 y 425). Estudiando la figura 277, se ve que si representa los conductores de un arrollamiento en anillo, estarían conectados en serie entre las escobillas positiva y negativa, y si representara una capa sencilla de un arrollamiento imbricado de un circuito, el otro lado de las espiras, que está en serie con el que aparece en la figura, estará situado, en el mismo instante, en la misma posición, o muy próxima a ella, con respecto a un polo *S*.

Se deduce, de lo expuesto, que la suma de las f.e.m. en los conductores de este grupo será igual a la suma de las inducidas en los conductores de los grupos similares situados, en el mismo instante, frente a otros polos. La f.e.m. entre escobillas debe ser igual, por lo tanto, a la suma de las f.e.m. inducidas en todos los conductores del inducido, dividida por el número de circuitos en paralelo de paso de la corriente, como se ha indicado anteriormente.

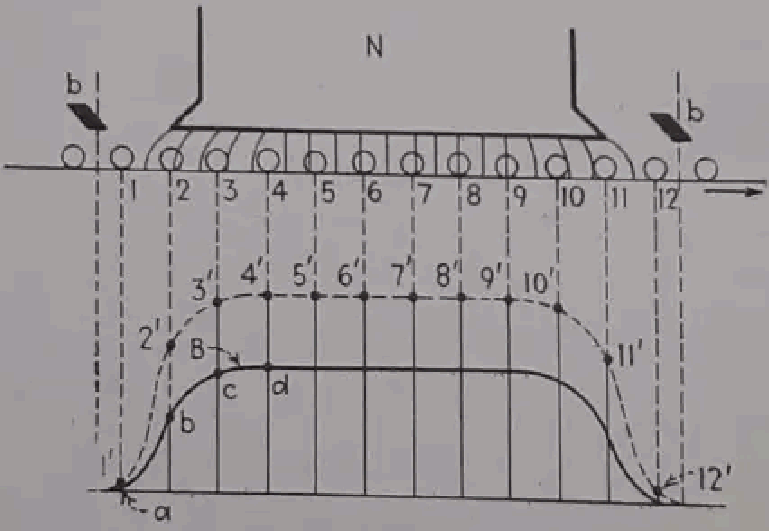


FIG. 310.—F.e.m. inducida en los conductores entre escobillas.

La f.e.m. inducida en un solo conductor en un instante dado, viene dada por [fórmula (321), pág. 395]

$$e = Blv10^{-8} \quad \text{voltios.}$$

Si la velocidad es constante, la f.e.m. inducida en un solo conductor es proporcional a la densidad de flujo *B* en la zona en que se halla dicho conductor. Por ejemplo, el conductor 2 está en un punto cuya densidad de flujo viene dada por la ordenada *b*. La f.e.m. inducida en este conductor será la que representa la ordenada 2′, que es igual a la ordenada *b* multiplicada por una constante de proporcionalidad. Igualmente, la f.e.m. inducida en el conductor 3 viene dada por la ordenada 3′, que es igual a la ordenada *c* multiplicada por la misma constante de proporcionalidad. El conductor 1 se encuentra en el espacio interpolar, en el que la densidad de flujo, dada por la ordenada *a*, es baja, como también la f.e.m. dada por la ordenada 1′. Por razonamientos análogos se encuentra que la f.e.m. inducida en este grupo de conductores viene dada por la suma de todas las ordenadas desde 1′ hasta 12′. Se ve también que, si se traza una curva continua que pase por los puntos 1′ a 12′, su forma es idéntica a la que ofrece la curva B, puesto que es igual a *B* multiplicada por la constante de proporcionalidad. La suma de todas las ordenadas de 1′ a 12′ inclusive es igual a la f.e.m. inducida en este grupo de conductores. Esta f.e.m. total es también igual al valor medio de estas ordenadas, multiplicado por el número de ellas, que es 12 en este caso.

Las ordenadas de la curva de f.e.m. (fig. 310) nos dan las f.e.m. en los distintos conductores, que, en el instante que se representa, se hallan situados entre las dos escobillas *bb*. Teniendo en cuenta que todos los conductores están en movimiento, estas ordenadas nos dan también la f.e.m. inducida en un conductor cualquiera cuando toma sucesivamente las posiciones 1, 2, etc., entre las escobillas *bb*. Por consiguiente, la f.e.m. total entre escobillas viene dada por la f.e.m. media *por conductor*, multiplicada por el número de conductores. Además, se deduce que la curva que da la variación de la f.e.m. en un conductor sólo durante un tiempo cualquiera, al cortar un flujo a velocidad constante tiene la misma forma que la curva de la densidad de flujo.

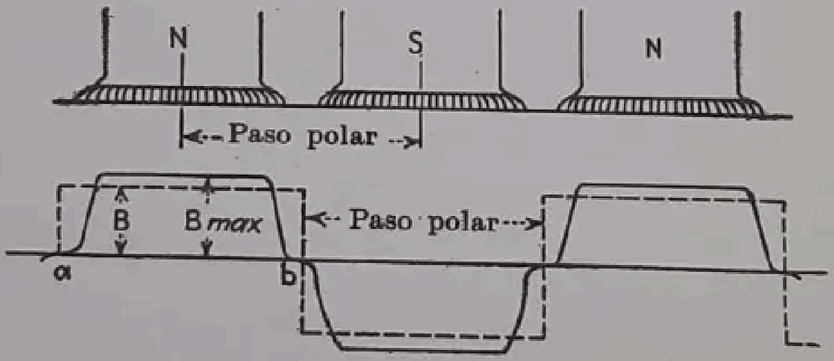


FIG. 311.—Distribución del flujo en una dínamo sin carga.

En la figura 311 se representan dos polos *N* y uno *S* de un generador. Para simplificar se representa la superficie del inducido como si se hubiese desarrollado sobre un plano. En la parte inferior se ha dibujado la curva de densidad de flujo. Las ordenadas positivas corresponden al flujo del polo *N* que entra en el inducido, y las ordenadas negativas al que sale de él para entrar en el polo *S*. El flujo total que sale del polo *N* viene dado por el área limitada por uno de los trozos positivos de la curva de distribución multiplicada por la longitud del polo según la dirección del eje. Análogamente, el flujo total que abandona el inducido para penetrar en el polo *S*, se determina por el área de uno de los ciclos negativos de la curva multiplicada por la longitud, en sentido axial, del polo. La máxima densidad de flujo corresponde a la ordenada B_{max}.

Cada una de las regiones positivas y negativas de la curva se puede reemplazar por un rectángulo de igual área, como los de líneas de trazos de la figura 311. La altura de este rectángulo será de B maxwell por centímetro cuadrado, que es el valor *medio* de la densidad de flujo a lo largo del paso polar. Tratemos de determinar la f.e.m. media inducida en un solo conductor al quedar sometido al flujo de los polos sucesivos.

Sea φ el flujo total en maxwell que parte del polo N o que penetra en el polo S; l la longitud activa del conductor en centímetros, s la velocidad del inducido en revoluciones por segundo, y P el número de polos.

Cuando el conductor recorre la distancia ab, igual al paso polar, la f.e.m. media inducida será, según la (321), pág. 395,

$$E_{av} = Blv10^{-8} \qquad \text{voltios}$$

siendo B la densidad *media* de flujo por paso polar, l la longitud activa del conductor en centímetros, y v su velocidad en centímetros por segundo, que vale

$$v = \frac{ab}{t} \text{ cm/seg.}$$

si t es el tiempo que necesita el conductor para recorrer la distancia ab, igual al paso polar. Luego

$$E_{av} = \frac{Bl(ab)}{t} 10^{-8} = \frac{\varphi}{t} 10^{-8} \quad \text{voltios}$$

ya que $Bl(ab)$ da el flujo total cortado por el conductor entre los puntos a y b, o sea φ, flujo por polo en maxwell.

El tiempo vale

$$t = \frac{1}{sP} \text{ segundos.}$$

Por lo tanto, la f.e.m. media por conductor es

$$E_{av} = \frac{\varphi}{1 : sP} 10^{-8} = \varphi\, sP\, 10^{-8} \quad \text{voltios.}$$

Si hay Z conductores y P' circuitos de paso de corriente a través del inducido, deben existir $Z : P'$ conductores en serie [véase fórmula (325), pág. 412].

Por consiguiente, la f.e.m. total generada entre dos escobillas es

$$E = \frac{\varphi s P Z}{P' 10^8} \quad \text{voltios} \tag{333}$$

Si la velocidad S viene dada en revoluciones por minuto, la (333) se transforma en

$$E = \frac{\varphi SPZ}{60P'10^8} \quad \text{voltios.} \tag{334}$$

Si el flujo por polo Φ se da en weber, la fórmula anterior se escribirá

$$E = \frac{\Phi SPZ}{60P'} \quad \text{voltios.} \tag{335}$$

Ejemplo. Una dínamo de seis polos, que gira a 900 r.p.m., lleva un arrollamiento imbricado de un circuito. El inducido tiene 300 conductores.

Los polos son cuadrados de 25 cm de lado, y la densidad media de flujo es de 8 000 maxwell por centímetro cuadrado. Determinar la f.e.m. inducida entre escobillas.

$$\begin{aligned}
\varphi &= 25\cdot 25\cdot 8\,000 = 5\,000\,000 \text{ maxwell}\\
s &= 900 : 60 = 15 \text{ r.p.m.}\\
P &= 6\\
P' &= 6 \text{ (véase § 270, pág. 412)}\\
E &= \frac{5\,000\,000\cdot 15\cdot 6\cdot 300}{6\cdot 10^8} = 225 \text{ voltios.}
\end{aligned}$$

En el sistema m.k.s., el flujo Φ es igual a 0,05 weber. Empleando la fórmula (335)

$$E = \frac{0{,}05\cdot 900\cdot 6\cdot 300}{6\cdot 60} = 225 \text{ voltios.}$$

285. Curva de saturación. La expresión (334) puede también escribirse en la forma:

$$E = \left(\frac{PZ}{60P'10^8}\right)\varphi S \quad \text{voltios.} \tag{336}$$

La cantidad encerrada en el paréntesis es constante para una máquina dada y puede ser representada por K. Por lo tanto

$$E = K\varphi S. \tag{337}$$

La f.e.m. inducida en una dínamo es directamente proporcional al flujo por polo y a la velocidad. Si la velocidad se mantiene constante, la f.e.m. inducida es directamente proporcional al flujo por polo.

El flujo es debido a los amperios-vuelta del inductor, y como el número de espiras de éstos es constante, el flujo es función de la intensidad de la corriente inductora. No es directamente proporcional a esta corriente, porque la permeabilidad del circuito magnético es variable.

La figura 312 representa la *curva de saturación* que da la relación entre los amperios-vuelta del inductor y el flujo por polo. El flujo no se inicia por lo regular del valor cero, sino de un valor ligeramente superior, debido al magnetismo residual en el circuito magnético. Para valores bajos de los amperios-vuelta inductores, la curva se transforma prácticamente en recta, porque la mayor parte de la reluctancia del circuito magnético corresponde al entrehierro. En el punto q, el hierro empieza a estar saturado y la curva se aparta de la alineación.

El número de amperios-vuelta del inductor para el entrehierro y para el hierro se puede determinar aproximadamente para cualquier punto de la curva.

Supongamos que se trata de determinar los amperios-vuelta necesarios para el entrehierro y para el hierro en el punto c. Por el origen se traza la tangente ob a la curva de saturación y la horizontal ac. La recta ob es la curva de imanación del entrehierro, si se desprecia la reluctancia del hierro para baja saturación. Por lo tanto, los amperios-vuelta requeridos por el entrehierro vienen dados por el segmento ab y los que requiere el hierro por el bc.

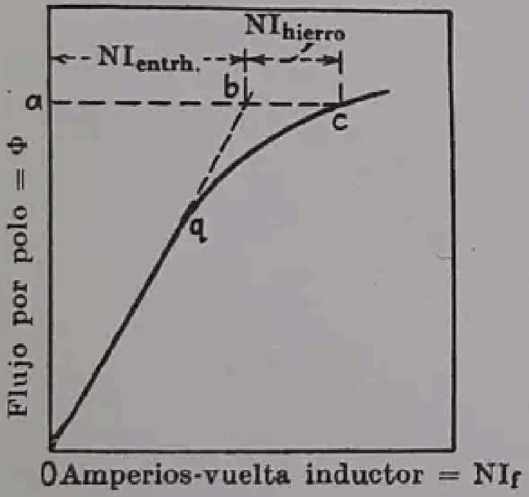


Fig. 312.—Curva de saturación.

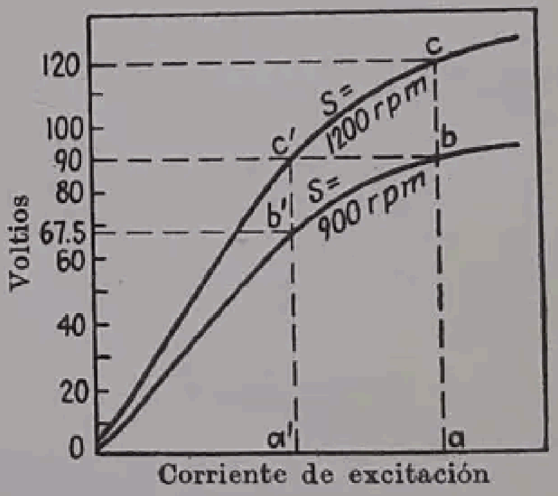


Fig. 313.—Curvas de saturación para dos velocidades distintas.

Según la (337), la f.e.m. inducida es proporcional al flujo, si la velocidad se mantiene constante. Por consiguiente, si la f.e.m. inducida se representa gráficamente tomando la corriente del inductor como abscisa, se obtiene una curva análoga a la de la figura 312, como se representa en la figura 313, cuyas ordenadas solamente difieren de las de la 312 en la cantidad constante KS. En la figura 313 se han dibujado dos curvas, una para 1 200 r.p.m. y otra para 900 r.p.m. Las dos curvas son semejantes, siendo las ordenadas de la curva inferior iguales a los 900 : 1 200 de las ordenadas correspondientes de la curva superior. Así, para la ordenada ac,

$$\frac{ab}{ac} = \frac{900}{1\,200} = \frac{90 \text{ voltios}}{120 \text{ voltios}}.$$

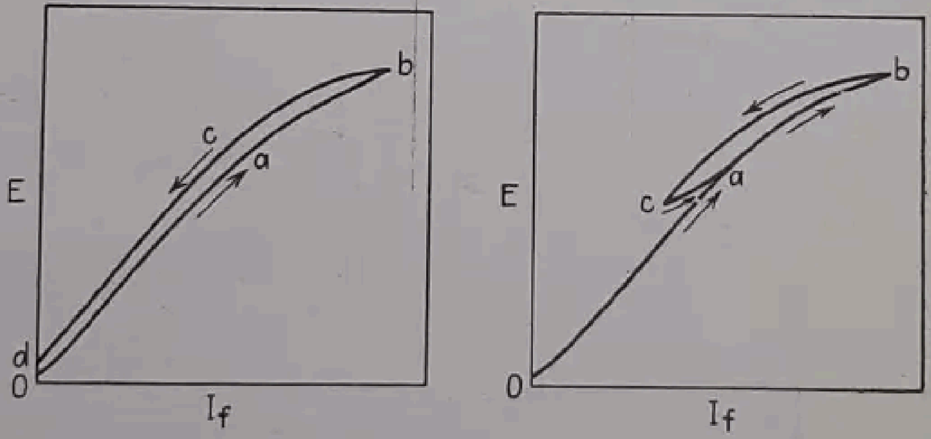
Y también para la ordenada $a'c'$, igual a 90 voltios

$$\frac{a'b'}{a'c'} = \frac{900}{1\,200} = \frac{67{,}5\ \text{voltios}}{90\ \text{voltios}}.$$

Si la curva de saturación de una dínamo se ha trazado para una velocidad determinada, las curvas correspondientes a otras velocidades se encuentran rápidamente partiendo de la proporcionalidad que se acaba de indicar.

286. Histéresis. La curva de saturación *oab* (fig. 314, *a*) está determinada, para valores *crecientes* de la intensidad de la corriente de excitación. Si al alcanzar el punto *b* la intensidad decrece, la curva correspondiente no seguirá el recorrido *bao*. Para cualquier valor dado de la corriente, la f.e.m. correspondiente será, en este caso, mayor que cuando se trataba de intensidades *crecientes*, como representa la curva *bcd*. Este efecto se debe a la histéresis del hierro (véase § 193, pág. 286).

La figura 314 (*b*) representa los efectos que se consiguen cuando, después de seguir la curva *oab*, se retrocede hasta *c*, y luego se aumenta de nuevo la corriente de excitación, con lo que la curva se une a la *oab* en el punto *a*.



(a) (b)

Fig. 314. — Curvas de histéresis.

Es evidente que para cualquier valor dado de la intensidad de la corriente de inducción puede existir más de un solo valor del flujo. El valor del flujo para un valor dado de la intensidad de la corriente depende de si se alcanzó este valor por un *aumento* de la corriente o de si se llegó a él por *disminución* de la misma. Esta característica del circuito magnético debe recordarse porque afecta en grado considerable las condiciones de funcionamiento de los generadores y de los motores, debido a la histéresis del circuito magnético.

287. Determinación experimental de la curva de saturación. La forma de la curva de saturación ejerce una influencia señalada sobre las características de funcionamiento de las dínamos y de los motores. Por ejemplo, en las figuras 312, 313 y 314, se comprueba que la saturación define los límites de la tensión creada al funcionar una dínamo. Por consiguiente, el conocimiento de la curva de saturación es indispensable para comprender las características de las dínamos.

Para determinar experimentalmente la curva de saturación, se conecta la excitación a una fuente de corriente continua y en serie con un amperímetro y un reóstato, como en la figura 315. Entre los terminales del inducido se dispone un voltímetro. El amperímetro mide la corriente excitatriz, que se toma como abscisa; el voltímetro mide la f.e.m. inducida, que se toma como ordenada. Como la caída de tensión en el inducido, debida a la corriente que pasa por el voltímetro, es despreciable, la tensión entre los terminales y la f.e.m. inducida son exactamente iguales en las condiciones del ensayo. Durante el ensayo se debe determinar la velocidad, al mismo tiempo que se hacen las otras lecturas (véase pág. 562). Si la velocidad no se puede mantener constante, se deben hacer las correcciones correspondientes a sus variaciones empleando el método del § 285 (pág. 440).

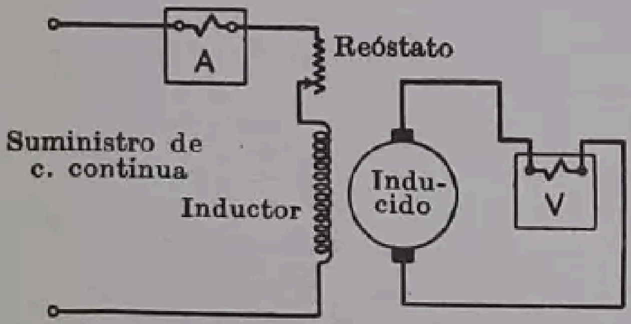


FIG. 315.—Esquema de conexiones para determinar la curva de saturación.

Cuando se determina la curva de saturación de una dínamo en derivación, puede ser difícil obtener una resistencia suficientemente elevada para que reduzca la corriente de excitación a sus valores más bajos. Un divisor de tensión, como el de la figura 316 (*a*), permite obtener corrientes inductoras tan reducidas como se quiera sin emplear resistencias excesivas. Este tipo de conexión se puede hacer fácilmente con el conocido reóstato de campo de tres puntos (fig. 316, *b*).

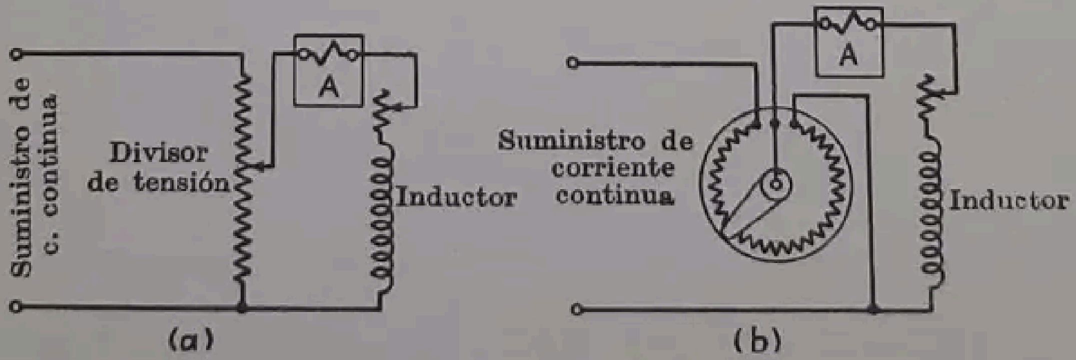


FIG. 316.—Divisores de tensión para regular la corriente de campo.

Al determinar experimentalmente la curva de saturación, la corriente en el inductor debe variar continuamente en *una sola dirección*, creciendo o decreciendo, como en la figura 314 (*a*). De otra manera se producen ciclos menores de histéresis (fig. 314, *b*).

La corriente inductora debe proceder, en este ensayo, de una fuente que no sea el propio generador, por dos motivos. Si el generador excita su propio campo, la f.e.m. inducida y la corriente inductora dependen una de otra. Por consiguiente, cualquier variación de la corriente excitatriz produce otra de la f.e.m. inducida, que a su vez hará variar la corriente inductora. Esto impide ajustar la corriente de excitación a un valor definido. También se producirá una caída de tensión en el inducido debida a la corriente de excitación del campo. El voltímetro no marcará, por lo tanto, la f.e.m. inducida verdadera, aunque el error sea pequeño.

288. Resistencia del inductor. Según la ley de Ohm, la corriente en un circuito simple es proporcional a la tensión si la resistencia es constante. Si se representa gráficamente la tensión en función de la corriente se obtiene (fig. 317) una recta que pasa por el origen. Por ejemplo, si la resistencia del circuito inductor es de 50 ohmios, la corriente será de 2 amperios cuando la tensión sea de 100 voltios; 1,5 amperios para 75 voltios, y 1 amperio para 50 voltios. Esta relación corresponde a la recta II (fig. 317). La recta I representa la variación de la tensión con la intensidad para 80 ohmios de resistencia del inductor. Como se ve, a 80 voltios la corriente es de 1 amperio y a 40 voltios es de 0,5 amperios, etc. La recta III corresponde a una resistencia de 40 ohmios del circuito de excitación.

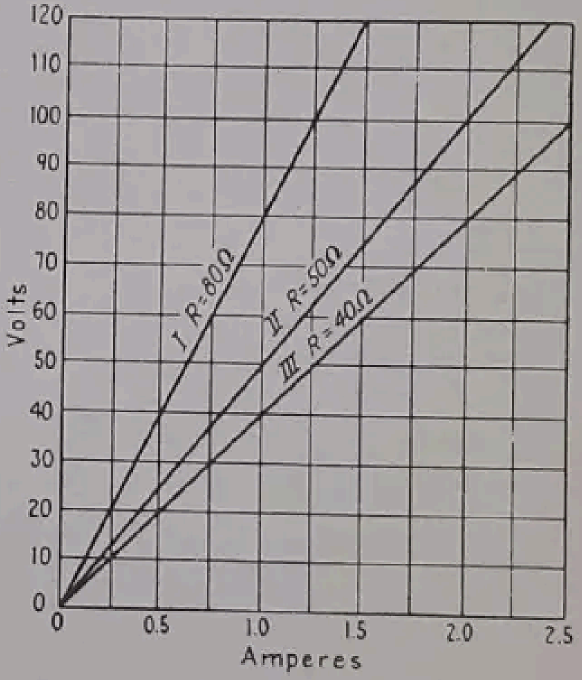


FIG. 317.—Resistencia del inductor.

Puede observarse que cuanto mayor es la resistencia, más pronunciada es la pendiente de la recta característica. De hecho, esta pendiente es igual a la resistencia en ohmios, puesto que la tangente del ángulo que la línea forma con el eje de abscisas es $E : I$.

289. Tipos de generadores. Existen tres tipos generales de generadores de corriente continua: en derivación o shunt, de excitación compuesta o compound y en serie. En el tipo de excitación en derivación, el circuito inductor se conecta entre los terminales del inducido, generalmente con un reóstato en serie (fig. 318). El shunt, por lo tanto, debe tener una resistencia relativamente elevada, con el fin de que no se derive por él una parte excesivamente grande de la corriente del generador. Los generadores compound son semejantes a los de excitación en derivación, pero llevan un arrollamiento adicional en el inductor, conectado en serie con el inducido y el circuito exterior (fig. 355, pág. 487). En los generadores con excitación en serie, ésta se produce totalmente mediante un arrollamiento de relativamente pocas espiras, conectado en serie con el inducido y el circuito exterior (véase página 497).

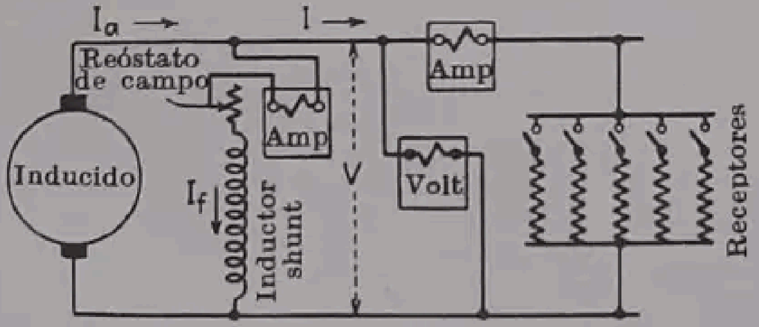

I_a →
I →
Reóstato de campo
Amp
Amp
Inducido
I_f
Inductor shunt
V
Volt
Receptores

Fig. 318. — Conexiones de un generador en derivación.

290. Generadores shunt. La figura 319 representa la curva de saturación E de un generador shunt y la característica de resistencia I_f de su inductor en derivación, ambas referidas a las mismas coordenadas. Como el

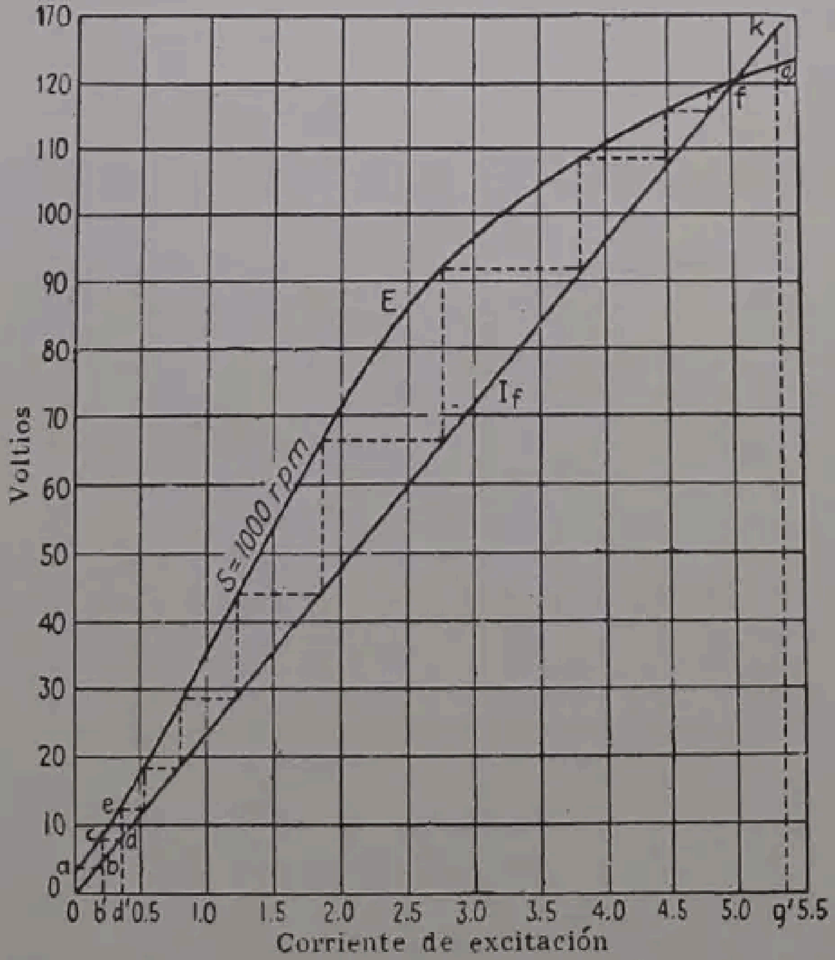


Fig. 319. — Método de excitación de un generador en derivación.

shunt se conecta a los terminales del inducido, las ordenadas de la característica de resistencia del inductor deben representar la tensión entre los terminales del generador. La resistencia del inductor, representada por su característica en la figura 319, es de 24 ohmios, de manera que a 120 voltios el campo absorbe 5 amperios, y a 60 voltios, 2,5 amperios, etc.

Cuando se pone en marcha un generador que esté parado, la f.e.m. es cero. La tensión generada puede aumentar de la manera siguiente: Cuando el generador marcha a poca velocidad, su f.e.m. es pequeña y está representada por *oa* en la figura 319, que equivale a unos 4 voltios, que se generan en el inducido a expensas del magnetismo remanente en el circuito magnético. Estos 4 voltios son también la tensión entre terminales del inductor, ya que están conectados a los del inducido. La intensidad de la corriente excitatriz que se establece por esta tensión de 4 voltios se puede obtener trazando por *a* una horizontal prolongada hasta que encuentre la característica de resistencia en *b*. La corriente excitatriz, en este caso particular, es *ob'*, es decir, unos 0,2 amperios. Fijándose en la curva de saturación se observa que, para este valor de la corriente, la f.e.m. inducida, *b'c*, es de unos 8 voltios. Los 8 voltios generan una corriente de unos 0,33 amperios en el inductor, como se ve proyectando *c* sobre la característica de resistencia, lo que da el punto *d*. Esta corriente de excitación *od'* genera un voltaje *d'e*, que a su vez incrementa el valor de la corriente en el shunt. Así se ve que cada nuevo valor de la corriente excitatriz produce un incremento de f.e.m., el que a su vez produce un aumento de la corriente en el shunt, o sea que su acción es acumulativa. La f.e.m. continúa aumentando hasta alcanzar el punto *f*, en que la característica de resistencia corta la curva de saturación, sin que pueda pasar de él por las razones que siguen.

Consideremos un punto *k* más allá de *f* sobre la característica de resistencia. Este punto representa una corriente excitatriz *og'* de unos 5,3 amperios. Para producir esta corriente se requiere una tensión de excitación *g'k* de unos 128 voltios. Pero esta corriente de 5,3 amperios produce una f.e.m. inducida que sólo es de 122 voltios. Si se necesitan 128 voltios para producir dicha corriente y el generador no puede producir más que 122 voltios con la citada corriente, es evidente que no puede alcanzar el punto *k*.

En el generador, las variaciones de la excitación no se producen en la forma escalonada que se indica por las líneas de puntos de la figura 319. El flujo no cambia instantáneamente, de modo que las indicaciones de un voltímetro conectado a los terminales del generador crecen de una manera gradual y suave.

La excitación progresiva de los generadores shunt (fig. 319) puede también estudiarse aplicando los principios de la geometría analítica. La f.e.m. E definida por la curva de saturación es función de la intensidad de la corriente inductora, por lo que puede escribirse

$$E = f(I_f) \quad \text{voltios.} \tag{I}$$

Despreciando la pequeña caída de tensión en el inducido debida a la corriente inductora,

$$I_f = \frac{E}{R_f} \quad \text{amperios} \tag{II}$$

si R_f es la resistencia del circuito inductor.

Resolviendo el sistema de ecuaciones simultáneas (I) y (II), se obtendrán los valores que la tensión y la intensidad de la corriente inductora adoptan al crecer progresivamente la excitación. Sin embargo, es difícil obtener la expresión analítica de la función (I). La solución puede obtenerse, no obstante, por intersección de los gráficos representativos de (I) y (II), lo que da el punto f.

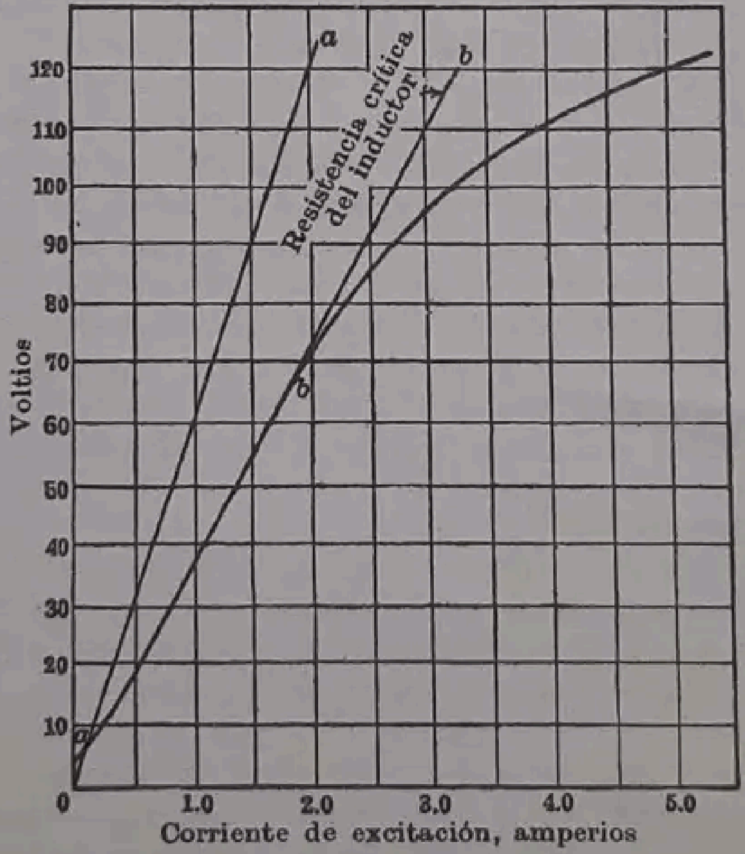


FIG. 320.—Resistencia crítica del inductor.

Es evidente que la saturación del hierro es la que impide que crezca indefinidamente la excitación.

291. Resistencia crítica del circuito inductor. Si la resistencia del circuito inductor (fig. 319) se aumenta hasta 60 ohmios, la característica de resistencia vendrá representada por *oa* (fig. 320), que corta la curva de saturación en el punto *a'*, correspondiente a unos 6 voltios. Por lo tanto, con este valor de la resistencia del inductor, la excitación del generador no puede superar las condiciones que corresponden al punto *a'*. Si la resistencia del inductor se reduce ligeramente hasta que la característica de resistencia ocupe la posición *ob*, tangente a la curva de saturación, el generador empezará a excitarse de manera continua, sin necesidad de disminuir más la resistencia, dejando de aumentar en el punto *b'*. El valor de la resistencia del inductor, correspondiente a *ob*, que coincide con la tangente a la curva de saturación, se llama *resistencia crítica*. En este caso particular, la resistencia crítica es 120 : 3,25 = 36,9 ohmios. Si la resistencia del inductor excede del valor crítico, el generador deja de excitarse.

292. Causas de la falta de corriente. Si un generador deja de producir corriente, las causas pueden ser una de las cuatro siguientes:

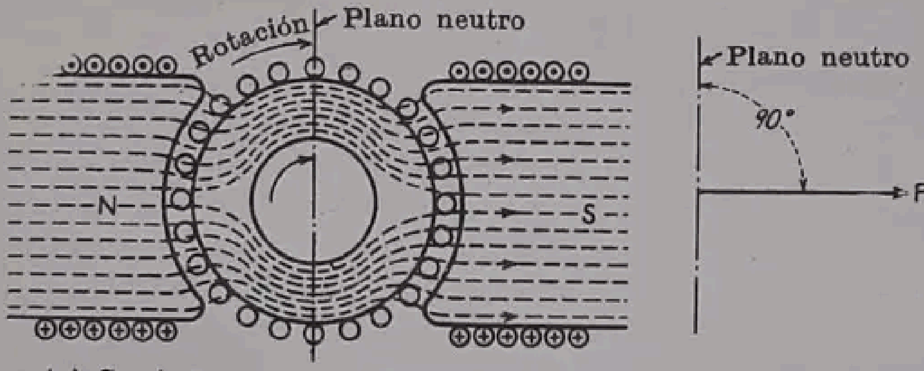
1. El circuito en derivación del inductor puede estar conectado de tal manera que la corriente inicial que lo atraviesa en la puesta en marcha es de dirección tal que tiende a reducir el magnetismo remanente, en lugar de aumentarlo. En estas condiciones, el generador no puede producir f.e.m. Para hacer una prueba se abre el circuito del inductor y si la tensión aumenta es que la corriente en el shunt se opone al magnetismo remanente y deben invertirse sus conexiones. Si al abrir y cerrar el mencionado circuito no se produce cambio en el voltímetro debe suponerse que hay una interrupción en el circuito del shunt.

2. La resistencia del inductor puede ser mayor que la resistencia crítica. En este caso, el procedimiento es reducir la citada resistencia hasta que el generador produce f.e.m.

3. Contacto imperfecto de las escobillas que aumente la resistencia en el colector. Como el inductor representa una carga conectada a los terminales del inducido, un contacto insuficiente de las escobillas equivale a un aumento de resistencia en el circuito inductor. El efecto es el mismo que el que produce la posición *oa* de la característica de resistencia (fig. 320), y el generador no puede producir ninguna tensión perceptible. Una densidad de corriente baja produce una elevada resistencia de contacto en las escobillas (§ 301, pág. 468). Apretando ligeramente cada una de las escobillas se conoce si hay excesiva resistencia en los contactos.

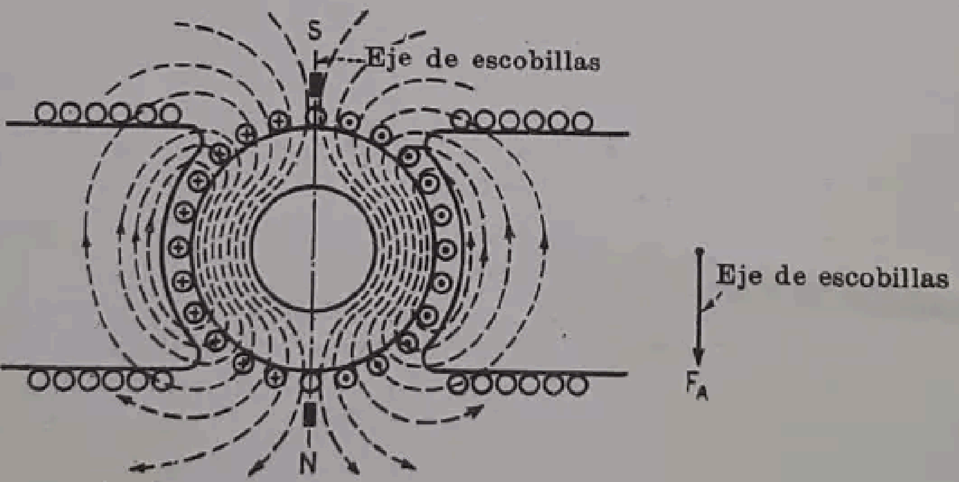
4. Puede no quedar magnetismo remanente en el generador por haberlo dejado fuera de servicio durante un tiempo excesivo. Si el circuito del inducido no está abierto y se sabe que el voltímetro funciona correctamente, la ausencia de magnetismo remanente se pondrá de manifiesto, porque el voltímetro no marcará nada. Para evitar este defecto puede ser necesario conectar temporalmente los terminales del inductor a un circuito de alimentación independiente para que se produzca un magnetismo remanente, es decir, hay que producir una *excitación previa*. Si el generador tiene el inductor en serie, un método conveniente es conectar sus terminales a un manantial de baja tensión, tal como una batería de acumuladores o una pila seca, con lo que se puede producir el magnetismo suficiente para que la dínamo empiece a producir f.e.m. Es necesario llevar a cabo uno o dos ensayos, con el fin de asegurarse de que la polaridad es la correcta.

293. Reacción del inducido. En la figura 321 (*a*) se representa el flujo que, procedente de las masas polares inductoras, corta el inducido de una dínamo bipolar cuando no circula corriente por los conductores del inducido. Este flujo se debe totalmente a los amperios-vuelta del inductor. Además, se distribuye simétricamente con relación al eje polar, es decir, a la recta que une los centros de los polos *N* y *S*. El plano neutro, que es el perpendicular a la dirección del flujo, coincide con el plano de simetría geométrico del sistema. A la derecha de la figura 321 (*a*) está representado un vector *F* que



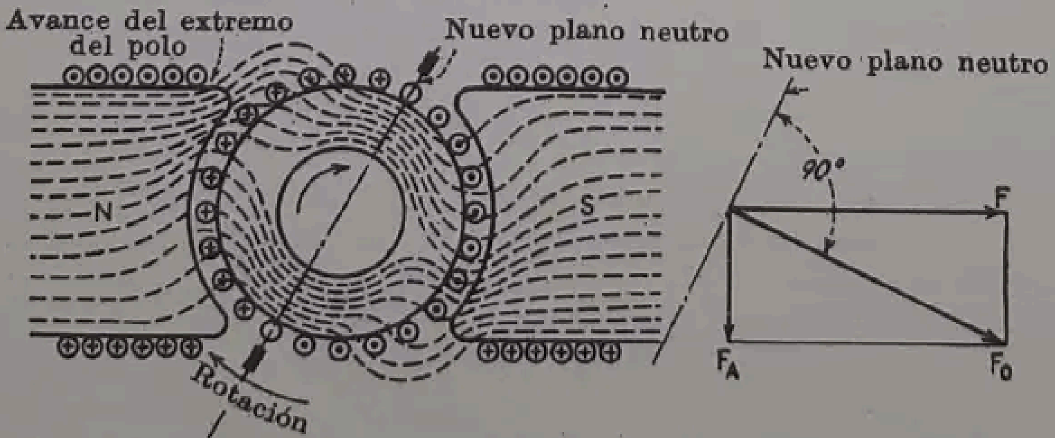
Rotación
Plano neutro
N
S
Plano neutro
90°
F

(a) Corriente en los inductores solamente



S
Eje de escobillas
N
Eje de escobillas
F_A

(b) Corriente en el inducido sólo



Avance del extremo del polo
Nuevo plano neutro
N
S
Rotación
Nuevo plano neutro
90°
F
F_A
F_0

(c) Corriente en el inducido y en el inductor, simultáneamente

FIG. 321. — Influencia de la reacción del inducido sobre el campo de un generador.

da la magnitud y dirección de la fuerza magnetomotriz que produce el flujo. Este vector forma ángulo recto con el plano neutro.

En la figura 321 (*b*) se supone que no pasa corriente por los arrollamientos del inductor, pero sí por los conductores del inducido, con la misma dirección que la que tendrían si el generador trabajara con carga. La corriente circula en la misma dirección en todos los conductores que quedan frente a un polo y se considera en la figura que penetra en el papel, a la izquierda de la figura. (Esta dirección de la corriente se puede determinar por medio de la regla de la mano derecha, de Fleming, § 262, pág. 397). Estos conductores combinan sus f.m.m, para dar un flujo *descendente* que atraviesa el inducido, como se indica en la figura, dirección que se puede determinar por la regla del sacacorchos. Los conductores de la mitad derecha del inducido transportan una corriente que sale del papel, hacia el observador. También combinan sus f.m.m. de manera que el flujo sea *descendente*, a través del inducido. Es decir que los conductores de las dos mitades del inducido coinciden en combinar sus f.m.m. de manera que el flujo en el inducido pase de arriba abajo. La dirección de este flujo es perpendicular al eje polar. En la parte derecha de la figura, la f.m.m. del inducido está representada en magnitud y dirección por el vector F_A.

La figura 321 (*c*) representa el resultado que se obtiene cuando actúa simultáneamente la corriente en el inductor y en el inducido, como ocurre cuando el generador está en carga. La f.m.m. del inducido deforma el campo simétrico del inductor representado en (*a*) concentrándolo en la extremidad superior del polo *N* y en la inferior del polo *S*. Como el inducido gira en la dirección de las agujas de un reloj, el flujo se concentra en el extremo de «cabeza» de las piezas polares. Por el contrario, el flujo se debilita en los extremos de «cola» de las piezas polares.

El paso de la corriente por el inducido da origen a un desplazamiento del campo en la dirección de la rotación del generador. *Debe recordarse que el flujo no es arrastrado por la rotación mecánica del inducido.*

A la derecha de la figura 321 (*c*) se representa, por medio de dos vectores, la reacción del inducido. El vector F de la f.m.m. del inductor y el vector F_A de la f.m.m. del inducido se componen en ángulo recto para producir la f.m.m. resultante, o vector F_0. La dirección de este vector resultante es hacia la derecha y hacia abajo, que corresponde a la dirección del flujo resultante, representado en el dibujo. El plano neutro debe formar ángulo recto con el vector F_0, si se tiene en cuenta que la dirección del flujo resultante es la misma que la de la f.m.m. resultante.

Como el plano neutro es perpendicular al campo resultante, también habrá experimentado un avance, como puede observarse. Se explicó en el capítulo XI que las escobillas deben colocarse de manera que pongan en corto circuito la espira que ha de conmutarse al pasar por el plano neutro. Cuando el generador suministra corriente, las escobillas se deben colocar un poco más adelante que este plano neutro, como se verá después. Si las escobillas se avanzan un ángulo igual al que se ha desplazado el plano neutro, por todos los conductores de la izquierda situados entre las dos escobillas circulará una corriente que se dirigirá hacia el plano del papel, mientras que en los de la derecha circulará hacia el observador. El resultado que se obtiene se representa en la figura 322. *La dirección del campo del inducido se mueve con las escobillas. Su eje coincide siempre con el eje de las escobillas.* Por lo tanto, F_A, en lugar de dirigirse verticalmente hacia abajo, quedará ahora dirigida hacia abajo y hacia la izquierda, como indica el vector. F_A puede descomponerse en dos vectores; F_D, paralelo al eje de los polos, y F_C, perpendicular a dicho eje. Teniendo en cuenta que la distribución de estas tres f.m.m. con relación al inducido es completamente distinta en unos casos y en otros (véase fig. 330), se debe aplicar un coeficiente a cada uno, con el fin de que F_A sea igual al vector suma de F_D y F_C.[1]

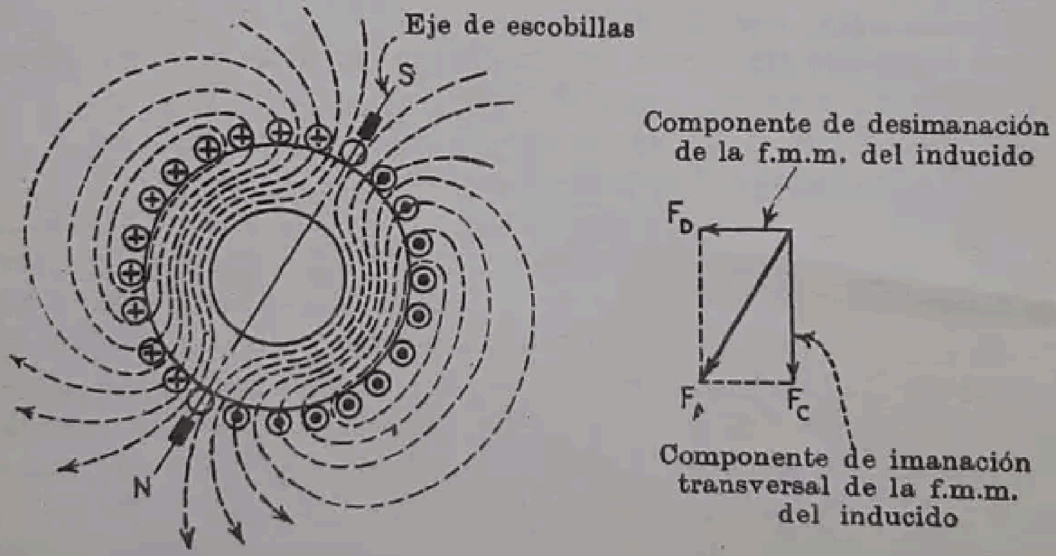

Eje de escobillas
S
N
Componente de desimanación de la f.m.m. del inducido
F_D
F_A
F_C
Componente de imanación transversal de la f.m.m. del inducido

FIG. 322.—Relación entre el campo de inducido y el eje de las escobillas.

Debe observarse que F_D actúa en sentido contrario que el campo principal F (fig. 324). Por lo tanto, tiende a reducir el flujo total y se llama por ello componente *desmagnetizante* de la reacción del inducido. F_C forma ángulo recto con F, produciendo distorsión, y se designa con el nombre de *componente transversal de imanación* de la reacción del inducido.

Los conductores precisos que producen estos dos efectos están representados en la figura 323. En (*a*) las escobillas tienen un avance angular o decalaje β que corresponde al avance del plano neutro. Por todos los conductores que se encuentran en el interior del ángulo 2β, en las mitades superior e inferior del inducido, circula corriente en la dirección que corresponde a la producción de un flujo que atraviese el inducido de derecha a izquierda. Esto se ha de comprobar por la regla del sacacorchos. Estos conductores actúan, por lo tanto, en dirección opuesta a la del campo principal y reciben el nombre de *conductores desmagnetizantes del inducido*. Su f.m.m. está representada por la componente F_D, en la figura 322.

---

[1] Si las f.m.m. se distribuyen *sinusoidalmente* a lo largo del inducido, son correctamente representadas por vectores y combinadas como tales. Como ejemplo véase vol. II, fig. 178.

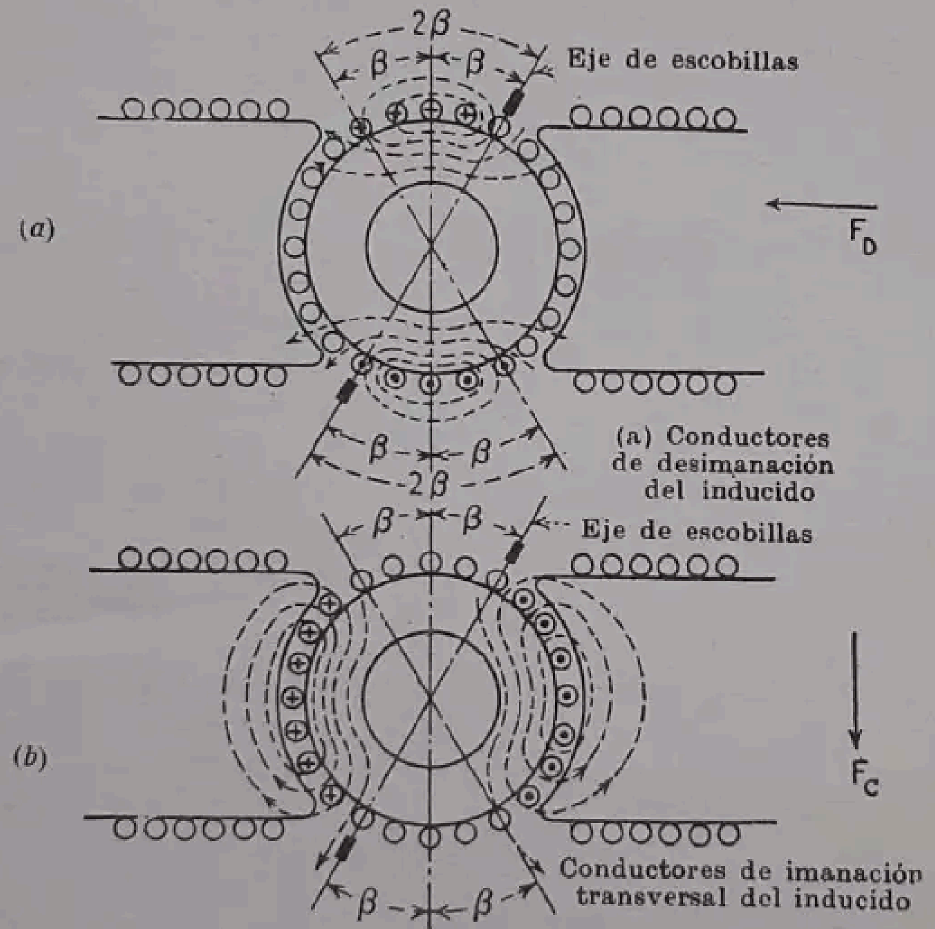

2β
β
β
Eje de escobillas
(a)
F_D
β
β
2β
(a) Conductores de desimanación del inducido
β
β
Eje de escobillas
(b)
F_C
Conductores de imanación transversal del inducido
β
β

FIG. 323.—Componentes de desimanación y de imanación transversal de la reacción del inducido.

La figura 323 (*b*) representa el flujo producido por los conductores que no quedan incluídos en el ángulo 2β, doble del decalaje de las escobillas. La dirección de este flujo es descendente y perpendicular al eje polar. Estos conductores producen un campo transversal. La f.m.m. a que da lugar este flujo está representada por la componente F_C (fig. 322).

Debe recordarse que los *amperios-vuelta* de desimanación y de imanación transversal equivalen a la mitad del número de *amperios-conductor* correspondientes.

Ejemplo. Una dínamo de cuatro polos tiene 288 conductores. El inducido es de arrollamiento imbricado y la corriente que circula por él tiene una intensidad de 120 amperios. El ángulo de avance de las escobillas es de 15 grados. Determinar los amperios-vuelta de desimanación y de imanación transversal.

El doble del ángulo de avance de las escobillas es 30°. Hay cuatro escobillas, de manera que la parte cubierta por los conductores de desimanación es de 120°. Por lo tanto, un tercio de los conductores del inducido, es decir 96, son desmagnetizantes.

Como el devanado es imbricado, hay cuatro pasos para la corriente en el inducido. La corriente por paso será $120 : 4 = 30$ amperios.

Amperios-conductores desmagnetizantes $= 30 \cdot 96 = 2880$.

Amperios-vuelta desmagnetizantes $= 2880 : 2 = 1440$.

El número de conductores de imanación transversal debe ser igual a los dos tercios de los conductores del inducido. Por lo tanto, el número de amperios-vuelta de imanación transversal es

$$\frac{192 \cdot 30}{2} = 2880.$$

La figura 324 representa el diagrama de la f.m.m. F es la f.m.m. del inductor y F_A la f.m.m. del inducido, que actúa según el eje de las escobillas, una vez que se les ha dado el decalaje correspondiente. F_0 es la resultante de las dos, que es menor que F debido a la componente de desimanación de F_A. Este vector puede descomponerse en dos según dos direcciones perpendiculares: F_D componente de desimanación de la f.m.m. del inducido; y F_C componente de imanación transversal de la f.m.m. del mismo inducido. Por el hecho de que F_C y F_D se producen por los devanados distribuídos y F por los arrollamientos inductores, la distribución espacial de las tres f.m.m. es completamente distinta (figs. 325 y 330). Por consiguiente, cuantitativamente F_A es solamente igual a la suma de los vectores F_C y F_D cuando cada una de las f.m.m. se ha multiplicado por un coeficiente de corrección referente a la distribución espacial [1].

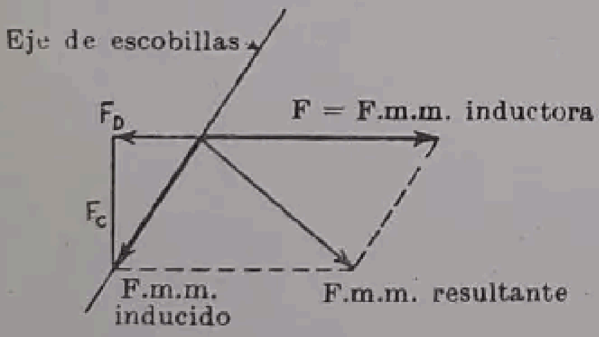


FIG. 324. — Resultante de las f.m.m. del inducido y del campo inductor.

294. Fuerzas magnetomotrices en los arrollamientos distribuídos. En las dínamos multipolares se produce también la reacción del inducido, de la misma manera que se ha consignado para las bipolares. A simple vista, sin embargo, parecen distintas las distribuciones de las f.m.m. y la distribución del flujo. El examen de las reacciones del inducido en las dínamos multipolares, se basa en las f.e.m. y en los flujos producidos por un arrollamiento distribuído, es decir, desarrollado de una manera uniforme sobre el inducido.

En los tipos normales de electroimanes, todas las bobinas de excitación actúan sobre el mismo circuito magnético. Claro está que existen puntos localizados de dispersión del flujo en cada bobina o parte de ellas; pero la mayor parte del flujo total pasa por dichas bobinas (véase fig. 192, pág. 268).

---

[1] Véase nota al pie, pág. 450.

En estas condiciones deben considerarse las f.m.m. como *concentradas*. Sin embargo, con los inducidos usuales (y los rotores cilíndricos utilizados en los generadores síncronos, vol. II, fig. 160), la f.m.m. está *distribuída* sobre la superficie, lo que ha de tenerse en cuenta para determinar sus efectos.

Consideremos dos lados de bobina a y a' (fig. 325, a) dispuestos sobre la superficie de un inducido (se suprimen las ranuras para simplificar la figura), que supondremos tienen n conductores cada uno, por los que circula una corriente de I amperios. Por el momento prescindiremos del grueso de estos lados, esto es, supondremos que los amperios-conductor actúan como si se concentraran en el centro de los lados de bobina. Si la dirección de la corriente es la indicada en la figura, es decir, hacia el papel en a y hacia el observador en a', la f.m.m. que genera actuará en dirección *descendente* en el inducido. Representando, como en la figura 311 de la página 437, por ordenadas positivas el flujo que entra en el inducido, la f.m.m. producida por una bobina aa' vendrá representada por el rectángulo $a_1bb'a'_1$. Si añadimos ahora dos lados más de bobina c y c' (fig. 325, b), que generen f.m.m. iguales a las de a y a', la f.m.m. vendrá representada por el rectángulo $c_1dd'c'_1$ y la total producida por los cuatro lados c, a, a' y c', por la figura $c_1dbb'd'c'_1$. La adición de otros dos lados de bobina e y e', similares a los anteriores (fig. 325, c), cuya f.m.m. viene dada por el rectángulo $e_1ff'e'_1$, conduce a una f.m.m. resultante definida por $e_1fdbb'd'f'e'_1$, cuya altura máxima es de $3nI$ amperios-vuelta.

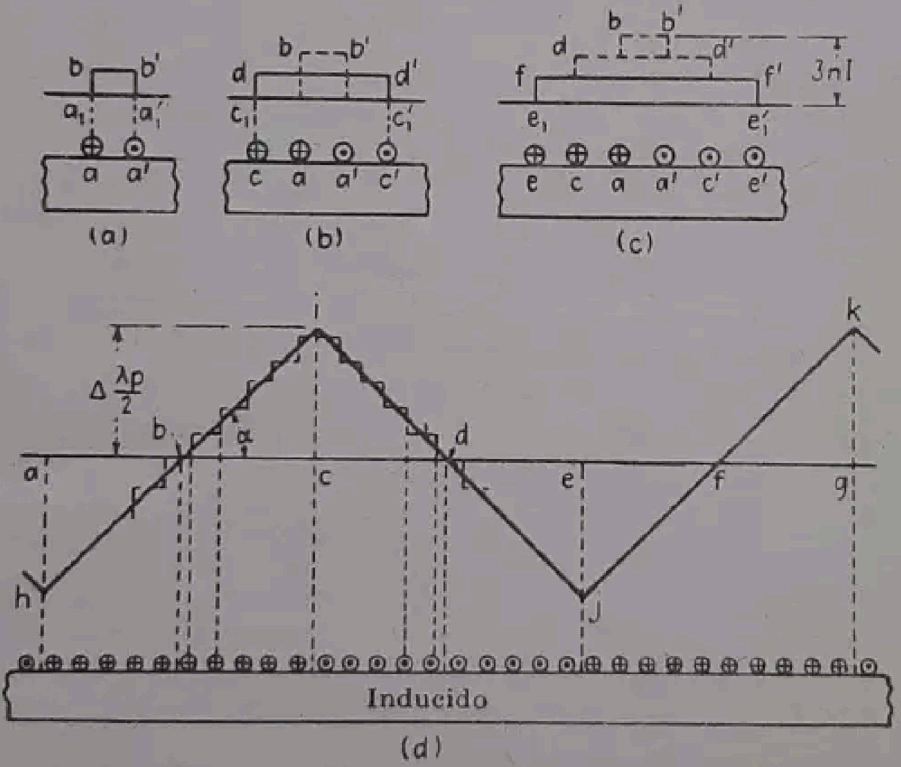


FIG. 325.—Fuerza magnetomotriz de un arrollamiento distribuído.

En la figura 325 (*d*) se representan los amperios-conductor correspondientes a una parte de la superficie del inducido que comprenda tres pasos polares *ac*, *ce* y *eg*, suponiéndose que esta superficie se ha desarrollado sobre un plano. Operando como antes con las bobinas sucesivas y teniendo en cuenta que la dirección del flujo producido por los amperios-conductor en la zona *bd* es descendente y se representa con ordenadas positivas, la distribución de la f.m.m. vendrá representada por las líneas escalonadas que se han dibujado de trazos. Sin embargo, como en los inducidos normales hay un gran número de amperios-conductor muy próximos unos a otros, la corriente se distribuye en realidad sobre la totalidad de la sección transversal de los lados de bobina y no queda concentrada en su centro, lo que hace que la curva representativa de la f.m.m. no presente escalonamientos pronunciados, sino que aparezca más o menos continua y redondeada. Igual ocurre con los flujos marginales en los bordes de las ranuras. Estos dos efectos hacen que la distribución real de la f.m.m. y el flujo, a lo largo del inducido, sea bastante continua y que la primera pueda representarse por líneas rectas, como las *hi*, *ij* y *jk*. Puede observarse que estas rectas cortan el eje de abscisas, en el que la f.m.m. es nula, en puntos equidistantes, tales como los *b*, *d* y *f* que marcan la zona de conductores en la que la corriente lleva, en todos ellos, la misma dirección. Obsérvese también que los valores máximos, positivos y negativos, se producen en puntos de la capa de conductores en los que se invierte la dirección de la corriente que por ellos circula, como los *a*, *c*, *e* y *g*. Este mismo efecto se nota en los casos (*a*), (*b*) y (*c*) de la figura 325. Se deduce de aquí que, aparte de las pequeñas irregularidades que produce el que los conductores se alojen en ranuras, la f.m.m. del inducido aumenta uniformemente desde el valor cero, que corresponde al punto medio de la zona de conductores por los que la corriente circula en la misma dirección, hasta un máximo situado en los puntos en que la corriente cambia de dirección.

Los valores máximos *ah*, *ci*, *ej* y *gk*, de la f.m.m., expresados en amperios-vuelta, son iguales al número de amperios-conductor que existen en la mitad de un paso polar. Sea Δ el número de amperios-conductor por centímetro de la circunferencia periférica del inducido, Z el número total de conductores en la superficie del mismo, I la intensidad de la corriente en cada conductor, y D el diámetro del inducido en centímetros

$$\Delta = \frac{ZI}{\pi D} \text{ amperios-conductor por cm.} \tag{338}$$

Por consiguiente, los valores absolutos de *ah*, *ci*, *ej* y *gk*, a los que habrá que afectar con el signo que corresponda, serán $\Delta(\lambda_p : 2)$, si λ_p es el paso polar en centímetros.

La pendiente de las líneas representativas de la f.m.m. en el inducido, como la *hi* por ejemplo, vale Δ amperios-conductor por centímetro. De acuerdo con los signos establecidos, la pendiente es positiva cuando la dirección de la corriente en los conductores va hacia el papel, y negativa si se dirige hacia el observador.

295. Reacción del inducido en los generadores multipolares. En la figura 326 se representan el inducido y los inductores de un generador multipolar, dibujándose el primero como si fuese plano, para simplificar.

En (*a*) se representan, alternados, los polos *N* y *S*, al mismo tiempo que el flujo magnético que entra y sale del inducido, suponiendo que no circula corriente por los conductores de éste. En (*b*) se representa la distribución de la densidad del flujo, que, como puede observarse, es simétrica con relación al eje polar y es prácticamente constante frente a las piezas polares, disminuyendo gradualmente en los bordes, debido a la dispersión marginal. Se anula y cambia de signo en los espacios interpolares. El plano neutro es la región en la que el flujo se anula y, si se trabaja sin carga, está situado a la mitad de la distancia entre cada dos polos.

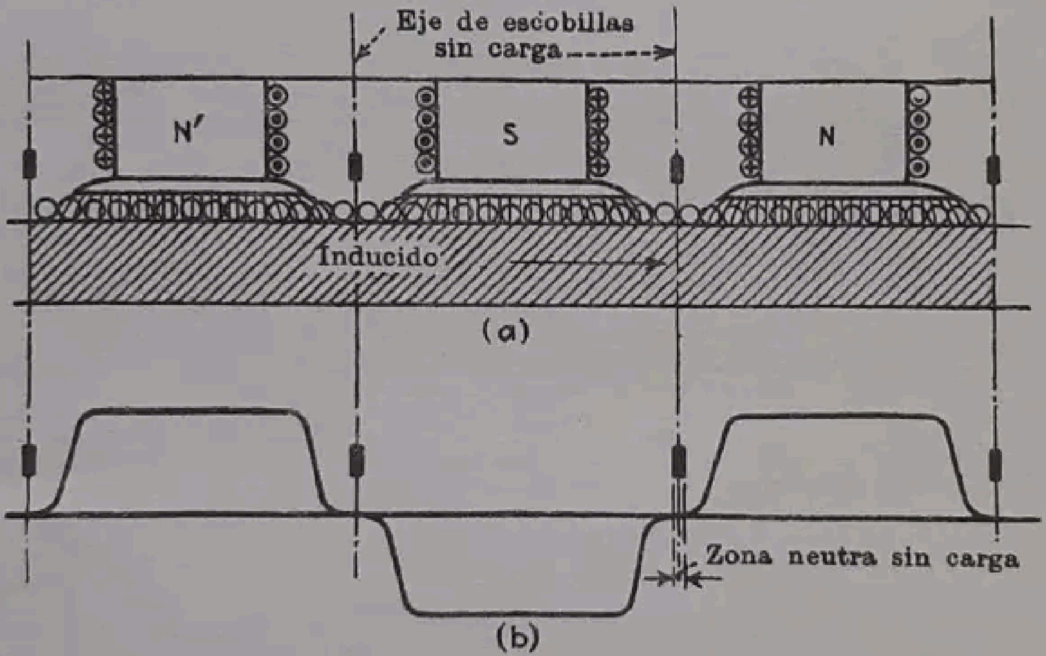


FIG. 326.—Densidad del flujo inductor en un generador multipolar.

En la figura 327 (*a*) se representa el caso en que pasa corriente por los conductores del inducido, pero la corriente de excitación es nula.

Debajo, en (*b*), se dibuja con líneas de trazos la distribución de la f.m.m., siguiendo el mismo procedimiento que en la figura 325 (*d*). La f.m.m. se anula frente al centro de las piezas polares y es máxima en los ejes en que se sitúan las escobillas dispuestas en el punto medio de los espacios interpolares. El flujo producido por la f.m.m. inducida, actuando sola, se representa en (*a*) y corresponde al caso de la figura 321 (*b*). Los conductores del inducido situados entre las líneas *qr* y *st* puede considerarse que constituyen una bobina plana en la que la corriente penetra en el papel en los conductores situados en la parte izquierda y sale de él en los dispuestos a la derecha.

En el plano *oo'*, medio entre *qr* y *st*, la f.m.m. es máxima, ya que las f.m.m. de todos los conductores a ambos lados de aquél actúan en conjunción. Este punto de máxima f.m.m. coincide con el máximo *i* de la curva de f.m.m. dibujada en (*b*).

Directamente en frente del centro de las piezas polares, la f.m.m. se anula, ya que por cada amperio-conductor situado a un lado del eje polar existe otro, simétricamente dispuesto al otro lado del eje, por el que pasa igual corriente que en el anterior y en *la misma* dirección. La f.m.m. neta frente al centro del polo, debida a estos amperios-conductor, es así nula. Estos puntos de f.m.m. nula en (*a*) coinciden con los puntos *b*, *d* y *f* de f.m.m. nula señalados en la línea de trazos que en (*b*) representa la f.m.m. Pueden compararse estos resultados con los consignados en la figura 325 (*d*).

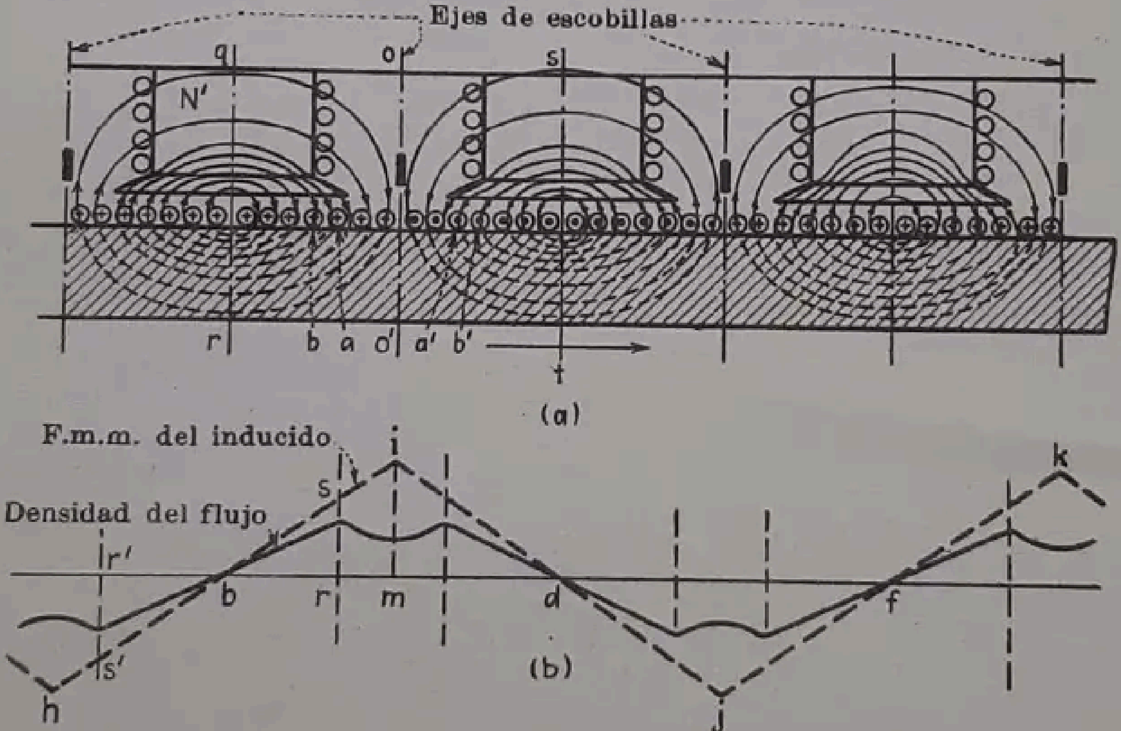


FIG. 327. — Densidad de flujo debida a la reacción del inducido en un generador multipolar.

Si la reluctancia del entrehierro fuese uniforme, la densidad del flujo producido por la f.m.m. inducida vendría representada por una curva de forma idéntica a la de la f.m.m., pero, debido a la gran reluctancia del espacio interpolar, la curva de la *densidad de flujo* no tiene la misma forma, sino que cae en los espacios interpolares, como indica la figura 327 (*b*).

La densidad de flujo resultante en cada punto se obtiene por adición de las dos curvas de densidad de flujo de las figuras 326 y 327, como se hace en la figura 328. *Esto presupone que la permeabilidad del hierro es constante.* Es de notar (fig. 328) que el flujo cae bruscamente en la extremidad del polo más avanzada (en sentido del movimiento), como en el generador bipolar. El plano neutro avanza un ángulo β en la dirección de la rotación, ángulo que también deben adelantarse las escobillas para que estén en dicho plano. Debe notarse también que el ancho de la zona neutra cuando circula corriente por los conductores del inducido es prácticamente nulo. Esto hace que sea mayor la dificultad para conseguir una conmutación satisfactoria (§ 302, pág. 472). La figura 329 indica la concentración del flujo en el extremo delantero (en el sentido del movimiento) de los polos en un generador tetrapolar.

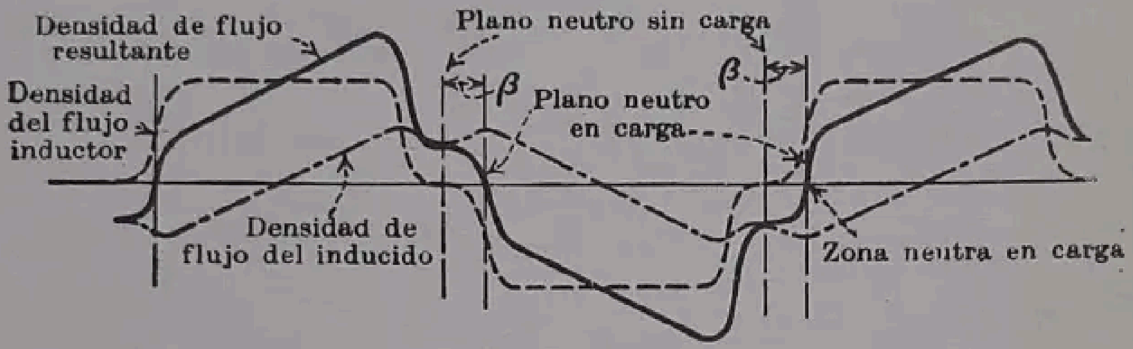

Densidad de flujo resultante
Plano neutro sin carga
Densidad del flujo inductor
β
Plano neutro en carga
β
Densidad de flujo del inducido
Zona neutra en carga

FIG. 328.—Densidad de flujo resultante de la superposición del inductor (fig. 326) y del inducido (fig. 327).

296. Amperios-vuelta transversales y de desimanación en los generadores multipolares. Según la figura 328, el plano neutro, cuando el generador está en carga, avanza un ángulo β. Como en el generador bipolar, las escobillas deben avanzarse por lo menos este ángulo, si se quiere obtener una conmutación perfecta. Con el fin de compensar la f.e.m. de autoinducción, las escobillas se avanzan más allá de este ángulo (véase § 300, pág. 466). Como en el generador bipolar, el decalaje de las escobillas convierte algunos de los amperios-vuelta de imanación transversal en amperios-vuelta de desimanación.

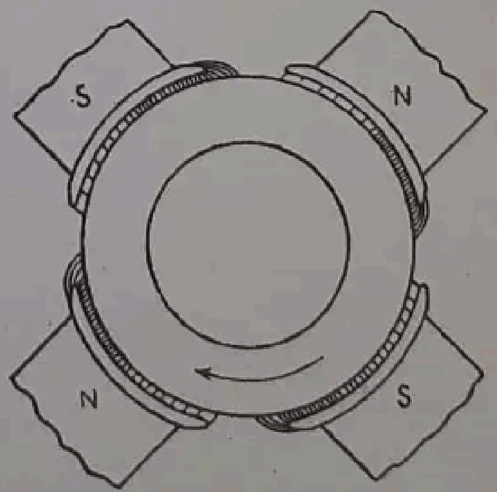


FIG. 329.—Distorsión del flujo en un generador de 4 polos.

La figura 330 representa el inducido de las figuras 326 y 327 con las escobillas avanzadas un ángulo β con respecto a la posición del plano neutro cuando el generador está sin carga. Los conductores *abcd*, situados en el espacio interpolar, quedan incluídos dentro del ángulo 2β. Los conductores *b'a'* de la izquierda y los *d'c'f'e'* de la derecha se hallan también dentro de espacios interpolares. Como la corriente en los conductores *ab* va hacia el papel y en los *a'b'* hacia afuera, pueden considerarse, en este estudio, como si estuviesen conectados formando espiras, que se indican con líneas de trazo continuo. De igual manera, los conductores *cd* y *c'd'*, y *ef*, *e'f'*, se pueden conectar formando espiras, como se ha indicado antes. Las espiras *aa'* y *bb'* cortan el circuito magnético del polo *N*, y sus f.m.m. F_D actúan en sentido descendente. Así los amperios-vuelta de estas dos espiras se oponen directamente a los amperios-vuelta del polo *N*. Las espiras *cc'* y *dd'* cortan el circuito magnético del polo *S* y sus f.m.m. actúan también hacia abajo. Así, los amperios-vuelta de estas dos espiras se oponen directamente a los amperios-vuelta del polo *S*. Análogamente, las f.m.m. de las espiras *ee'* y *ff'* actúan en oposición con el segundo polo *N*. Por tanto, como en el generador bipolar (fig. 323), los conductores comprendidos dentro del ángulo 2β igual al doble del ángulo de avance de las escobillas, son amperios-conductor desmagnetizantes.

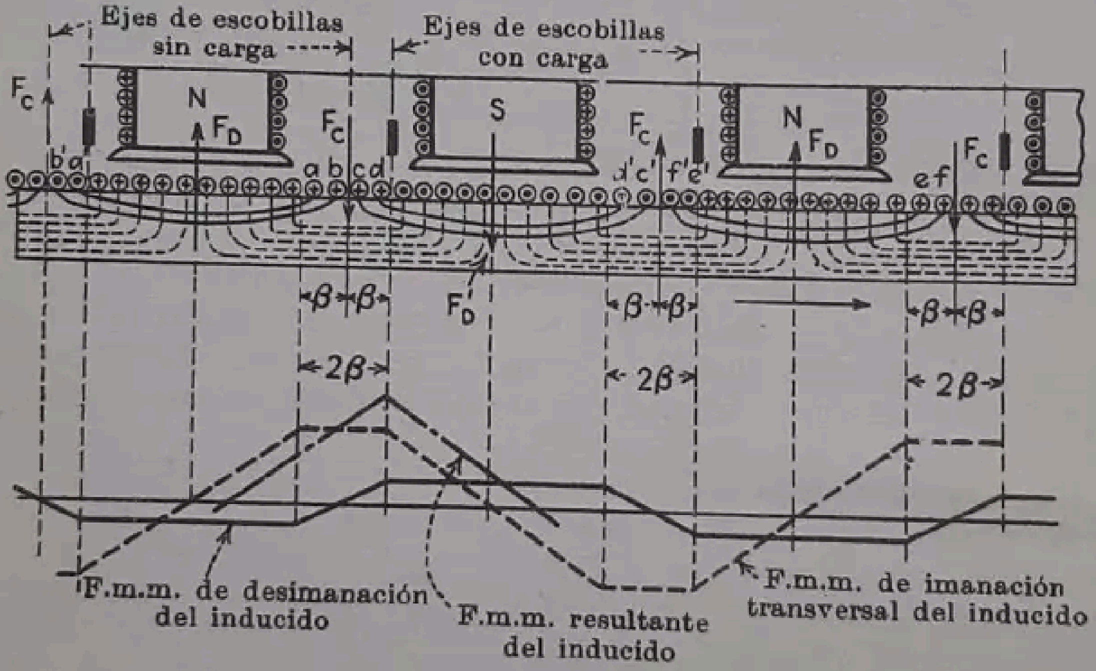

Ejes de escobillas
sin carga
Ejes de escobillas
con carga
F_C
N
F_D
S
F_C
F_C
N
F_D
F_C
b' a'
a b c d
d' c' f' e'
e f
β β
F'_D
β β
β β
2β
2β
2β
F.m.m. de desimanación
del inducido
F.m.m. resultante
del inducido
F.m.m. de imanación
transversal del inducido

FIG. 330. — Amperios-vuelta de desimanación e imanación transversal en un generador multipolar.

Debajo de la figura 330 se indica gráficamente, con una línea de trazo seguido, el valor de la f.m.m. de desimanación del inducido en función de la distancia medida sobre la superficie del inducido.

En la figura 330, los conductores del inducido no incluídos dentro de un ángulo doble del de avance de las escobillas están conectados con líneas de trazos para formar espiras. Excepto en lo que toca a la omisión de los amperios-conductor de desimanación incluídos en el ángulo 2β, las posiciones y las corrientes de estos conductores son idénticas a las del inducido de la figura 327. El diagrama de sus f.m.m., representado debajo de la figura 330 por medio de una línea quebrada, es similar al de la figura 327, omisión hecha del efecto de desimanación de los amperios-conductor. La f.m.m.

es cero frente a los centros de las caras polares y es máxima en los espacios interpolares. En consecuencia, la f.m.m. actúa transversalmente con respecto a la dirección del flujo en el núcleo del inducido, y los amperios-vuelta deben ser de imanación transversal como en la figura 327, en la que las escobillas están en el plano neutro correspondiente al caso de generador sin carga. En cada espacio interpolar, la f.m.m. de imanación transversal se designa por F_C.

Así, las reglas empleadas en los generadores bipolares para separar los amperios-conductor de desimanación y de imanación transversal tienen aplicación a los generadores multipolares.

Si se combinan las curvas de las f.m.m. de imanación transversal y de desimanación (fig. 330), la f.m.m. inducida resultante es idéntica a la de la figura 327, con la única diferencia de que la totalidad de la curva está corrida hacia la derecha un ángulo β, debido al decalaje de las escobillas. Las crestas de la curva coinciden también con las posiciones de las escobillas. Para simplificar, solamente se representa, en la figura 327, una pequeña parte del diagrama resultante de la f.m.m. del inducido.

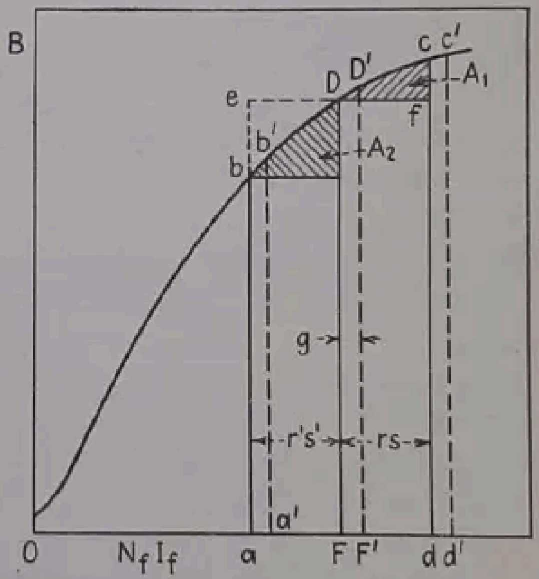


FIG. 331.—Efecto de desmagnetizante de los amperios-vuelta de imanación transversal.

297. Efecto desmagnetizante de los amperios-vuelta de imanación transversal. Aunque las escobillas se sitúen en el plano neutro correspondiente al caso de que el generador esté sin carga (fig. 327, *a*), se produce una desimanación del inducido debida al efecto que sobre su saturación ejercen los amperios-vuelta de *imanación transversal*. En la figura 331 se representa el valor de la densidad del flujo, en el entrehierro *B*, en función de los amperios-vuelta del campo inductor por polo, $N_f I_f$. Cuando pasa corriente por los conductores del inducido (fig. 327, *a* y *b*), la f.m.m. a la derecha del polo dibujado a la izquierda, *N'*, aumenta en *rs*, y a la izquierda disminuye en la misma cantidad *r's'*. El efecto que esto produce en la distribución del flujo se indica en las figuras 328 y 331. Cuando no pasa corriente por el inducido y, por lo tanto, no hay carga exterior, sobre el circuito magnético actúa una f.m.m. inductora *OF* (fig. 331), que da origen a una densidad uniforme de flujo *FD* frente a la cara polar. Al pasar corriente por el inducido, la f.m.m. *rs* (fig. 327, *b* y 331) se suma a *OF*, y la *r's'* se resta. La densidad del flujo en la extremidad de la derecha de la pieza polar aumenta con ello la cantidad *fc* (fig. 331), y en la izquierda, despreciando cualquier pequeño efecto de histéresis, disminuye en la *eb*. El aumento total de flujo es proporcional al área A_1 y la disminución total a la A_2, existiendo, por lo tanto, una *pérdida* neta de flujo. Para obtener el mismo flujo que cuando no hay carga y, en consecuencia, la misma f.m.m. en el inducido, la del campo inductor ha de aumentarse en una cierta cantidad g, pasando de OF a $O'F'$, eligiéndose esta última de modo que quede centrada en la nueva superficie $a'b'c'd'$ cuya área es igual a la del rectángulo $aefd$, que mide el flujo cuando el generador trabaja sin carga.

298. Compensación de la reacción del inducido. Si la f.m.m. en el inducido llega a ser demasiado grande comparada con la del campo inductor, se produce, tanto en las dínamos como en los motores, una tendencia a la inestabilidad (véase § 329, pág. 528). Por ejemplo, si la f.m.m. $r's'$ del inducido, que actúa a la izquierda del polo N' [figs. 326 y 327 (*a*) y (*b*)] llega a superar la parte de la f.m.m. del campo inductor que se utiliza en el entrehierro y los dientes, la polaridad en este lado del polo, lo mismo que en cualquier otro polo, se *invierte*, lo que tiende a llevar a la inestabilidad. Además, el aumento de la distorsión del campo dificulta la conmutación, tiende a hacer inestable la velocidad de los motores y da origen a chispas en el colector. De aquí que sea conveniente mantener una f.m.m. inductora, por polo, que sea adecuadamente superior a la f.m.m. del inducido.

Observando las figuras 321 (*b*) y 327 (*a*), se ve que el flujo generado por la f.m.m. del inducido cruza dos veces el entrehierro. Por consiguiente, si se aumenta el espesor del entrehierro, la reluctancia para el flujo del inducido aumenta, y este último, para una f.m.m. del inducido dada, disminuye. La reluctancia para el flujo principal aumenta también, y para conservar el valor inicial del flujo inductor es necesario aumentar los amperios-vuelta del campo. Con ello, el flujo principal se lleva de nuevo a su valor normal, y la reacción del inducido se disminuye. Se observará que la relación entre el campo inductor y los amperios-vuelta del inducido se incrementa. *De aquí que la relación entre los amperios-vuelta del campo inductor y los amperios-vuelta del inducido es la base para definir la reacción del inducido.* Las dínamos con gran entrehierro y, por consiguiente, para una relación elevada entre los amperios-vuelta del campo inductor y del inducido, se dice que son de «campo reforzado». El aumento de los amperios-vuelta inductores aumenta la cantidad de cobre y las pérdidas en el inductor. Mediante el empleo de polos de conmutación (§ 302, pág. 472) se consigue, sin embargo, en las dínamos actuales un funcionamiento satisfactorio con entrehierros relativamente reducidos.

Un método práctico, cuando se emplean chapas para las masas polares, es utilizar estampas que no tienen más que una extremidad polar, como en la figura 303 (pág. 429). Estas chapas se colocan alternativamente a un lado u otro, a medida que se apilan para formar el núcleo; así se dejan claros entre las chapas en las extremidades de las caras polares, con lo que en éstas la sección de hierro se reduce a la mitad. Por lo tanto, la extremidad del polo queda muy saturada y con permeabilidad muy reducida. Con ello se tiende a evitar que el flujo se concentre en la extremidad final. Efectivamente, el circuito magnético del flujo del inducido queda muy saturado, mientras que apenas afecta el flujo principal.

Los polos de conmutación (§ 302) se utilizan para neutralizar los efectos de la reacción del inducido y generar un flujo de conmutación correcto *únicamente en la zona neutra.* Con estos polos es posible reducir el entrehierro y, por lo tanto, la relación entre los amperios-vuelta del campo y del inducido, así como obtener una conmutación satisfactoria. Con ello se ahorran espiras en el inductor y se reducen las pérdidas en el cobre del mismo. El aumento de la reacción del inducido, sin embargo, produce una gran distorsión del flujo bajo los polos (fig. 328), con la desventaja correspondiente. En generadores y motores grandes, como los que se usan en los trituradores de rodillos, y cuando están sujetos continuamente a bruscas sobrecargas, las fuertes reacciones del inducido tienden a producir inestabilidad y chispas. De aquí que con frecuencia conviene neutralizar las f.m.m. del inducido en la totalidad de la pieza polar.

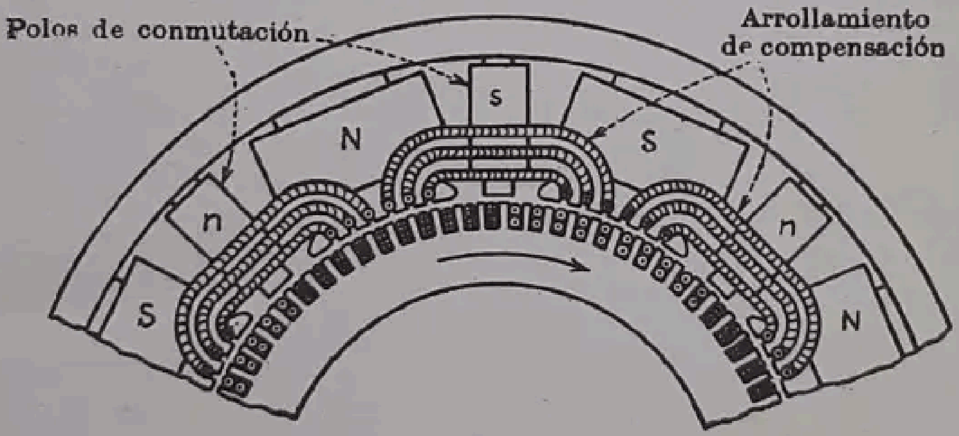


FIG. 332. — Arrollamientos de las caras polares para compensar la reacción del inducido.

Como las f.m.m. que produce el flujo del inducido no están situadas en diferente sitio que las que producen el flujo principal, es posible, sin afectar a éste, neutralizar las f.m.m. del inducido oponiéndoles otras f.m.m.

Para que sea eficaz, esta f.m.m. de compensación debe ser, en todos los puntos, igual en magnitud y de dirección opuesta a la del inducido, lo que se consigue mediante arrollamientos de compensación, colocados en ranuras situadas frente a los polos (fig. 332). Por cada uno de estos conductores pasa una corriente de dirección opuesta a la correspondiente del conductor del inducido. Los amperios-conductor situados frente a los polos, se hacen también iguales a los amperios-conductor del inducido colocados en el lado opuesto del entrehierro, de modo que la f.m.m. frente a cada polo queda prácticamente compensada. Los polos de conmutación (fig. 332) compensan solamente las f.m.m. del inducido que actúan en la zona de conmutación, como se ve en las figuras 343 y 345 (págs. 472 y 473). El anterior método de compensación se emplea también en los motores de corriente alterna, en los que la reacción del inducido es francamente desfavorable (véase volumen II, fig. 297).

Ejemplo. El diámetro del inducido de un generador hexapolar de 500 Kw a 250 V es de 76 cm, su longitud de 33 cm y el número de ranuras, 108. El arrollamiento es imbricado de un circuito con una sola espira por bobina y dos lados de bobina por ranura. La relación del arco polar al paso polar es de 0,65. El entrehierro es de 6 mm, pero teniendo en cuenta las aberturas de las ranuras y dientes puede considerarse que es de 7,5 mm. Para una sobrecarga del 25 %, determinar: *a*) número mínimo de amperios-vuelta por polo, precisos para el paso del flujo por el entrehierro y dientes del inducido, que son necesarios para evitar la inversión del flujo en los extremos de las piezas polares; *b*) densidad media del flujo en el entrehierro, en estas condiciones. Se despreciará la corriente en el campo shunt, para calcular la del inducido.

a) Intensidad nominal de la corriente = 500 000 : 250 = 2 000 amp.

Intensidad con la sobrecarga del 25 % = 2 500 amp.

Como la corriente tiene 6 circuitos de paso por el inducido

Corriente por lado de bobina = 2 500 : 6 = 416,7 amp.

Corriente por ranura = 416,7 · 2 = 833,4 amp.

Paso de las ranuras 76π : 108 = 2,21 cm

Según la fórmula (338) de la página 454

$$\Delta = \frac{833{,}4}{2{,}21} = 377{,}1 \text{ amperios por cm de periferia}$$

Paso polar 76π : 6 = 39,77 cm

Arco polar 39,77 · 0,65 = 25,85 cm.

Fuerza magnetomotriz en el extremo del polo (pág. 454)

$$377{,}1 \cdot 25{,}85 : 2 = 4\,874 \text{ amperios-vuelta}$$

[Este valor es el de $r's'$ en la figura 327 (*b*), pág. 456.]

b) Utilizando la fórmula (171) de la página 282

$$4\,874 = 0{,}8 \cdot B \cdot 0{,}6$$

$$B = 10\,154 \text{ maxwell por cm}^2.$$

Aunque Δ se expresa en amperios-conductor por centímetro de periferia del inducido, el resultado final se da en *amperios-vuelta*, ya que por cada amperio-conductor, tal como el *a*, situado entre los planos *qr* y *oo'* (fig. 327, *a*), hay otro similar *a'* entre los planos *st* y *oo'* en los que la corriente lleva dirección contraria. Estos dos conductores, lo mismo que cualquier otro par como el formado por *b* y *b'*, forman una espira o vuelta completa y, con la corriente que pasa por ella, constituyen un *amperio-vuelta*.

Obsérvese que cuando la carga del generador es superior al 125 % de la nominal, el flujo se invierte en los extremos delanteros de las piezas polares, en el sentido del movimiento. La ventaja del arrollamiento de compensación de la figura 332 queda así destacada.

299. Conmutación. Se ha visto que la f.e.m. inducida en una sola espira de un generador de corriente continua es alternativa. Con el fin de que la corriente pueda llevar siempre la misma dirección en el circuito exterior, se requiere un colector que realice la conmutación. En el breve intervalo en que una bobina queda en corto circuito a través de la escobilla, la corriente se invierte pasando del máximo valor positivo de su intensidad al máximo negativo, o viceversa. La figura 333 presenta el cambio de corriente en una bobina del inducido cuando se acerca y cuando se aleja de la escobilla. Se supone que se realiza una conmutación ideal, es decir que la corriente, al abandonar el colector se distribuye uniformemente en la escobilla. En consecuencia, en cada bobina, la intensidad de la corriente cambia o se invierte desde un máximo positivo a un máximo negativo de una manera

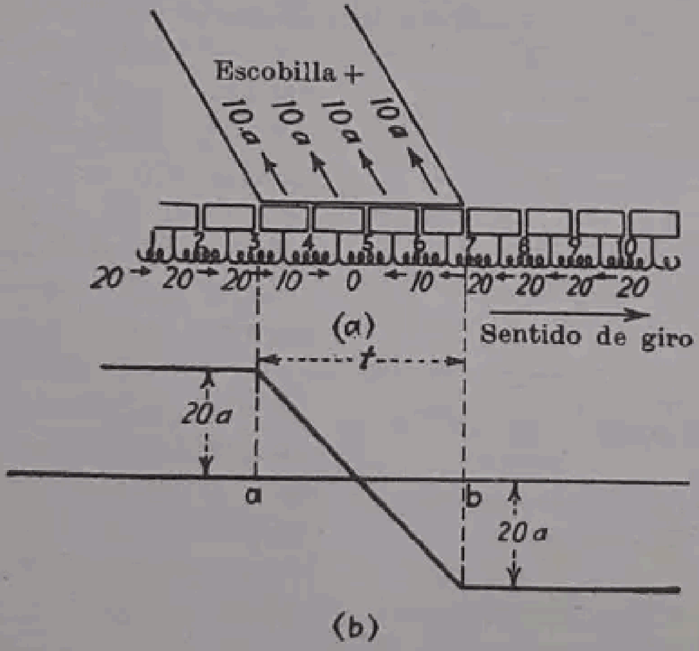


FIG. 333.—Corriente en las espiras que experimentan conmutación (condiciones ideales).

uniforme, denominándose entonces conmutación rectilínea. Con una carga de 20 amperios en cada circuito de paso de corriente por el inducido, abandonan el inducido 40 amperios por la escobilla.

En las posiciones 1, 2, 3, pasan por cada espira 20 amperios y, por lo tanto, por una espira sola cualquiera en sus posiciones sucesivas, pasarán 20 amperios. Como la escobilla cubre cuatro delgas del colector y la distribución de la corriente es uniforme, deben circular por ella 10 amperios procedentes de cada delga. Por consiguiente, al pasar de 3 a 4, la bobina debe ceder 10 amperios que pasan de la delga 3 a la escobilla. Por lo tanto, en la posición 4, por la bobina pasan sólo 10 amperios.

Antes de alcanzar la posición 5, la bobina cede otros 10 amperios, de manera que la intensidad de la corriente se anula cuando llega a esta posición. Cuando la bobina alcanza la posición 6, la corriente circula por ella en sentido opuesto, lo que se debe a que penetra en la escobilla procedente del otro circuito de paso por el inducido. La corriente es otra vez de 20 amperios en la posición 7 y conserva el mismo valor en las 8, 9, 10.

Por lo tanto, la conmutación comprende dos partes:

1. Inversión de la corriente en cualquier bobina desde el máximo valor positivo de su intensidad a un valor igual, pero negativo. Esta inversión debe operarse en el tiempo, muy reducido, que se necesita para que una delga pase por debajo de la escobilla, o sea, aquel en que la escobilla pone la bobina en corto circuito.

2. Las corrientes procedentes de los circuitos de paso por el inducido se unen en la escobilla y deben conducirse al circuito exterior.

La primera parte se ve en la figura 333 (*b*). La corriente en la bobina es de + 20 amperios hasta que alcanza la escobilla, donde se invierte de una manera progresiva hasta llegar al valor de − 20 amperios en el extremo *b* y en el tiempo de conmutación *t*. La corriente tiene en este momento la magnitud y dirección de la que llega a la escobilla procedente del circuito de paso situado en el lado derecho del inducido. Por lo tanto, cada bobina, al abandonar la zona de conmutación, se sitúa en serie con las situadas a la derecha de la escobilla sin producirse ninguna corriente transitoria. Esta forma de inversión de la corriente constituye la *conmutación ideal*, que en la práctica solamente se consigue realizar de modo aproximado.

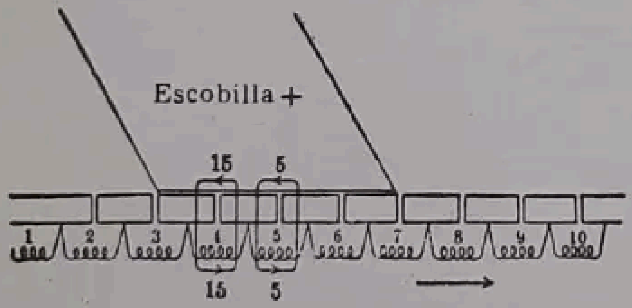


FIG. 334.—Corrientes de corto circuito entre las escobillas.

La segunda parte se consigna en la figura 333 (*a*), en la que se indica una corriente de 20 amperios procedente del lado izquierdo del inducido, que se une a otra igual del lado derecho, pasando la corriente total de 40 amperios al circuito exterior por la escobilla positiva.

La conmutación ideal (fig. 333, *b*) se obtiene en la práctica sólo aproximadamente. Existen dos causas que se oponen a su completa realización.

Debe observarse que cuando la bobina está en las posiciones 4, 5, 6, la escobilla la pone en corto circuito. Si se induce una f.e.m. en la bobina en dichas posiciones, circulará una corriente intensa, ya que la resistencia del circuito es muy débil en estas condiciones, pues se reduce simplemente a la de la bobina, aumentada en la de contacto de la escobilla que representa la mayor parte de la resistencia total. La figura 334 representa unas corrientes, supuestas de 5 y de 15 amperios, que circulan por las bobinas 4 y 5, debidas a las f.e.m. inducidas en las mismas mientras la escobilla las pone en corto circuito.

Si las corrientes locales del corto circuito de la figura 334 se superponen con las de la figura 333 (*a*), la corriente se distribuye por sí misma sobre la escobilla de la manera que se representa en la figura 335. Hay 45 amperios que entran en la escobilla y 5 amperios que la abandonan. Por lo tanto, la escobilla debe dar paso a 50 amperios en lugar de 40 amperios, y en una delga hay 20 amperios, o sea el doble de la corriente que correspondería a las condiciones ideales de la figura 333. Esto tiende a producir un calentamiento indebido y a que salten chispas desde el borde posterior de la escobilla.

La figura 335 (*b*) representa la manera como varía la corriente de la bobina en estas nuevas condiciones. En lugar de descender uniformemente a partir de los 20 amperios, *se eleva* hasta 25 amperios antes de iniciar la inversión. Debe observarse que el tiempo que dura la inversión desde + 20 a — 20 amperios ha quedado reducido de t a t_1, haciendo más difícil la conmutación. La curva de la figura 335 corresponde al caso en que la escobilla se halla demasiado retrasada con respecto al plano neutro y se inducen f.e.m. en las bobinas sometidas a la conmutación.

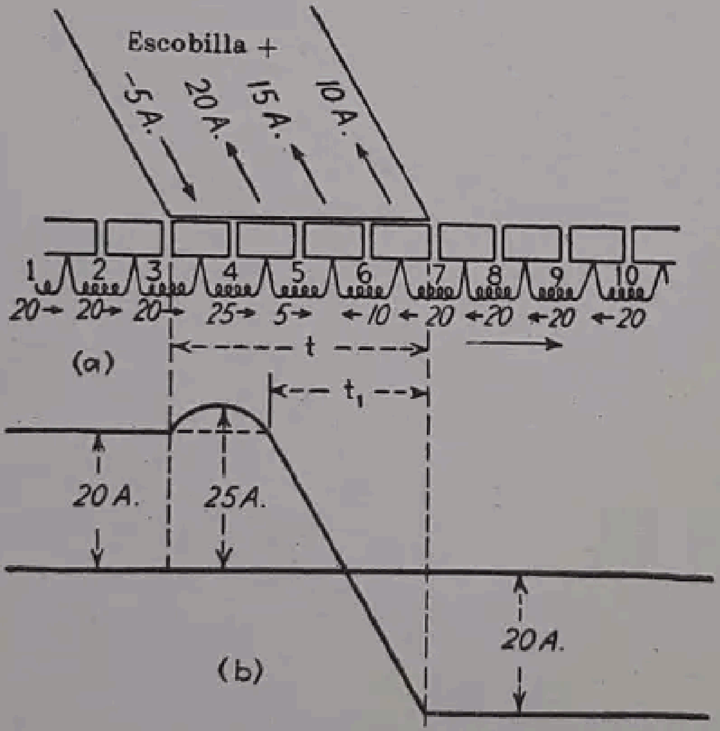


FIG. 335.—Cambio de corriente en una bobina cuando las escobillas están demasiado lejos del plano neutro.

Si las escobillas están demasiado avanzadas con relación al plano neutro, las corrientes de corto circuito salen por la punta de la escobilla produciéndose la curva de la figura 336 (*b*) para la distribución y conmutación de la corriente. Estas condiciones dan lugar a chispas en la punta de las escobillas.

Si las escobillas son excesivamente anchas, tanto el talón como la punta de la escobilla darán lugar a cortos circuitos en las espiras donde se inducen f.e.m., lo que da origen a la curva de conmutación de la figura 337. Mover las escobillas hacia delante o hacia atrás no puede, en este caso, producir ninguna mejora. El único remedio es poner escobillas más estrechas.

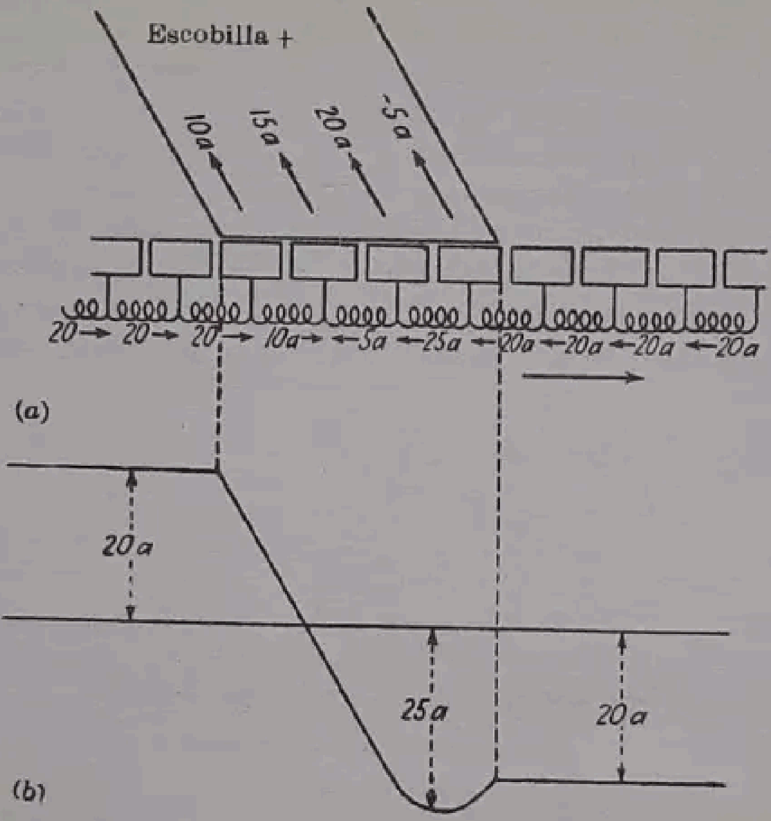


FIG. 336. — Conmutación cuando las escobillas están demasiado avanzadas.

Las curvas de las figuras 333 (*b*), 335 (*b*), 336 (*b*) y 337 se denominan *curvas de conmutación*.

300. Fuerza electromotriz de autoinducción. La figura 338 (*a*) representa una bobina del inducido en el momento de penetrar en la zona de conmutación. Los conductores dispuestos en ranuras están empotrados en el hierro dando lugar a un buen circuito magnético y, por consiguiente, a que la bobina quede rodeada por un flujo considerable, debido a la corriente en la misma bobina. La mayor parte de este flujo envuelve los lados de la bobina dispuestos en las ranuras, pasa por el hierro del inducido, por los dientes y por la abertura de la ranura. Como la mayor parte de la reluctancia de esta porción es la del aire, el flujo resulta prácticamente proporcional a la intensidad de la corriente que circula por la bobina. Cuando la bobina está entrando en la zona de conmutación, la dirección general del flujo es hacia arriba a través de ella (fig. 338, *a*). Como el flujo es prácticamente proporcional a la corriente en la bobina, el valor del flujo, cuando la espira

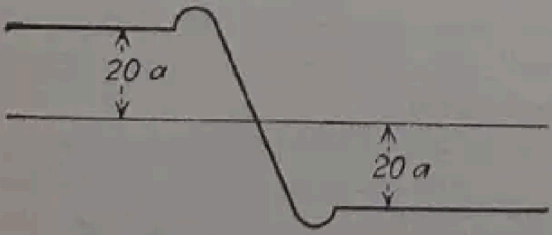


FIG. 337. — Conmutación con escobillas de ancho excesivo.

pasa por la zona de conmutación, sigue la ley de la corriente (figs. 333, *b*, 335, *b*, 336, *b* y 337).

Sea φ_c la magnitud del flujo total que corta la espira. En la figura 338 (*b*) se representa la bobina en el momento que abandona la zona de conmutación. La corriente en la bobina tiene el mismo valor que en la figura 338 (*a*), pero circula en sentido opuesto. El flujo que corta la espira sigue siendo de la misma magnitud φ_c, pero su dirección también es opuesta. Por lo tanto, en los *t* segundos necesarios para que una delga atraviese la zona de conmutación, el flujo ha variado de $2\varphi_c$ líneas, como se representa en la figura 339, en la que se supone que se produce una conmutación ideal. Esta variación de flujo inducirá una f.e.m.

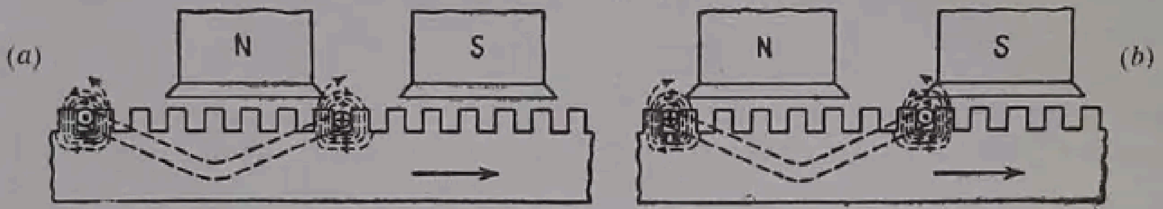


FIG. 338.—Cambio de flujo en una espira afectada por la conmutación.

$$e_c = -N\frac{d\varphi_c}{dt}10^{-8} \quad \text{voltios} \qquad [\text{fórmula (209), pág. 324}]$$

Cuando la conmutación es la ideal (fig. 339),

$$e_c = -N\frac{2\varphi_c}{t}10^{-8} \quad \text{voltios} \qquad [\text{fórmula (207), pág. 323}]$$

siendo *N* el número de espiras de la bobina.

Esta f.e.m., con su dirección propia representada en la figura 339, es una f.e.m. *de autoinducción*. Es decir que el flujo producido por la corriente en la propia bobina, la envuelve y se produce autoinducción. Durante el tiempo en que se induce la f.e.m. en la bobina, ésta está en corto circuito a través de la escobilla. La f.e.m. actúa en un circuito de muy débil resistencia y, a menos que se neutralice en gran parte, producirá una intensa corriente en corto circuito a través del colector y las escobillas, dando origen a chispas intensas. Si las escobillas están dispuestas de tal modo que las bobinas que quedan en corto circuito se encuentren en el plano neutro donde, al no cortar flujo alguno, no se genera f.e.m. debida a la rotación, todavía actuará la f.e.m. de autoinducción y se producirán muchas chispas.

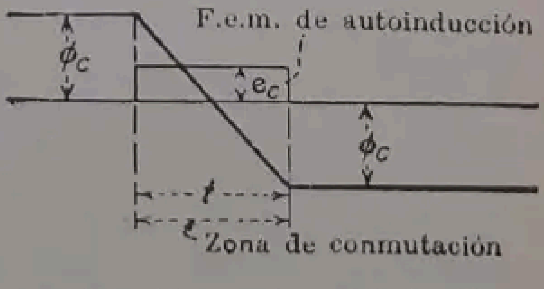


FIG. 339.—F.e.m. de autoinducción en una bobina en conmutación.

Con el fin de neutralizar esta f.e.m. de autoinducción en los generadore sin polos de conmutación, es necesario colocar las escobillas *delante* del plan neutro, de manera que los lados de las bobinas en corto circuito se encue tren en un campo de igual polaridad al entrar o salir de la zona de conm tación (fig. 328). En tales condiciones, la f.e.m. inducida por la rotación es en oposición con la f.e.m. de autoinducción. Eligiendo una posición correc de las escobillas, la f.e.m. inducida al cortar el campo puede, teóricament neutralizar la f.e.m. de autoinducción, haciendo que la f.e.m. neta de espira sea nula y eliminándose de este modo las chispas del colector. Efe tivamente, debido a la inclinación de la curva de densidad de flujo en l bordes del polo (véase B_1, fig. 343, pág. 472), es imposible hallar una pos ción de las escobillas para la que se neutralice perfectamente la f. e. m. d autoinducción. Siempre se producen algunas chispas.

El efecto que produce el movimiento de las escobillas puede considerars también partiendo de otra base. La autoinducción de una espira sometida a la conmutación actúa como inercia eléctrica, tendiendo a oponerse a la inversión de la corriente. La dirección de la f.e.m. inducida al cortar el flujo del polo antes del plano neutro es la misma que la de la corriente invertida que está a punto de iniciarse. Por consiguiente, avanzando las escobillas, la f.e.m. inducida en la espira al cortar el flujo del polo ayuda a la inversión de la corriente.

Así, en un *generador* es necesario que las escobillas se dispongan *adelantadas* con relación al plano neutro, para obtener una conmutación satisfactoria.

Prácticamente todos los generadores y motores modernos tienen polos de conmutación, y este decalaje de las escobillas al variar la carga es, por consiguiente, innecesario. Sin embargo, están funcionando un gran número de generadores y motores sin polos de conmutación. La misión de estos polos se comprende mejor cuando se conocen los efectos que ejerce la reacción del inducido y la posición de las escobillas sobre la conmutación.

301. Chispas en el colector. Las f.e.m. inducidas en una bobina, debidas a la desviación del plano neutro y a la propia autoinducción, son relativamente reducidas y de un orden de magnitud que varía entre unas décimas de voltio hasta 4 ó 5 voltios posiblemente. Pero actúan sobre un circuito que tiene muy poca resistencia. La resistencia de una bobina simple es reducida, de manera que la mayor parte de aquella resistencia se produce en el contacto de la escobilla. Si la resistencia de contacto de la escobilla es demasiado baja, la corriente de corto circuito puede alcanzar valores tales que produzcan chispas de consideración en las escobillas. Por otro lado, conviene que la resistencia de contacto de la escobilla sea pequeña si atendemos a la necesidad de enviar la corriente al circuito exterior con un mínimo de pérdidas.

Las escobillas de cobre ofrecen una resistencia de contacto muy baja, pero las corrientes de corto circuito se hacen excesivas con su empleo. Por lo tanto, su aplicación se limita a las dínamos de baja tensión y elevada intensidad. Se emplea a menudo la tela de cobre arrollada y prensada de modo que sea de sección rectangular. Otra desventaja del empleo de escobillas de cobre es que rayan mecánicamente el colector. Estas desventajas han sido superadas en gran parte con el empleo de escobillas de grafito-cobre, que tienen una resistencia reducida y no desgastan el colector.

Las escobillas de carbón tienen una resistencia de contacto mucho mayor que el cobre y limitan con ello las corrientes de corto circuito, dando una conmutación mucho más satisfactoria. Por añadidura, tienen mayor o menor proporción de grafito en su composición y en parte lubrican el colector. Las escobillas de carbón duro, sólo excepcionalmente rayan el colector. Se requieren distintas calidades de carbón para las distintas condiciones de funcionamiento.

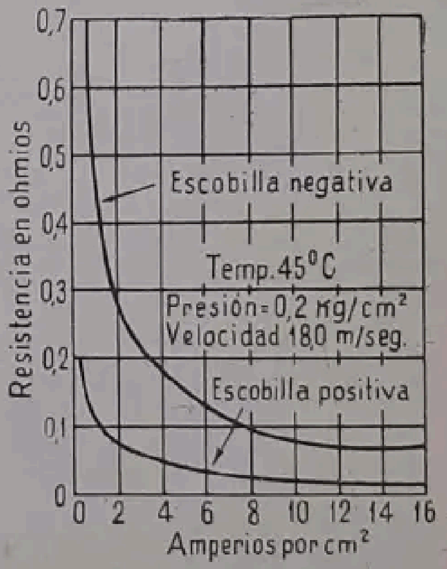


Fig. 340. — Características de la resistencia de contacto de escobillas de carbón.

El paso de la corriente desde el colector a la escobilla es más bien una descarga por arco que un verdadero fenómeno de conductibilidad. Un cuidadoso examen pone de manifiesto millares de diminutos arcos que saltan de la superficie de la escobilla a la del colector. La caída de tensión entre el colector y la escobilla, en lugar de ser proporcional a la intensidad de la corriente (como sucedería para una conducción lineal), es esencialmente constante y aproximadamente de 1 voltio por escobilla. En la escobilla *positiva* se encuentran partículas de cobre debidas al arco eléctrico. Las características del arco dependen del material que forma los electrodos. Cuando el cobre es positivo y el carbón negativo, son diferentes que en el caso inverso. Por esta razón, la caída de potencial en la escobilla *negativa* es *mayor* que en la *positiva*, debido a que el cobre del colector actúa como positivo en el primer caso y como negativo en el otro. La resistencia del inducido, *incluyendo las escobillas*, disminuye al aumentar la intensidad de la corriente.

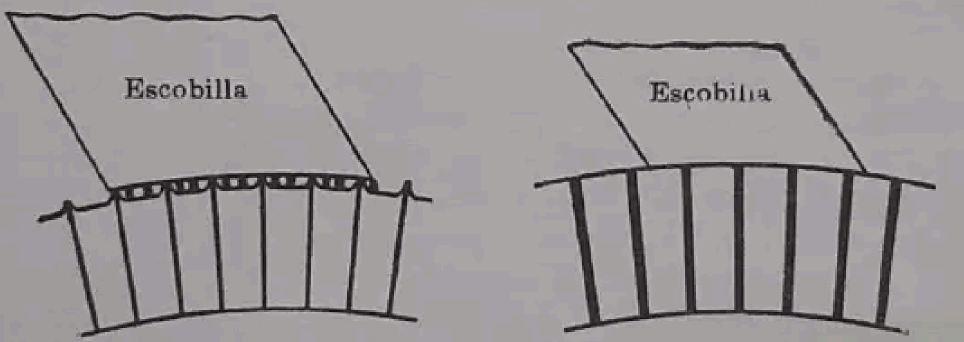
Estas relaciones se representan gráficamente en la figura 340,[1] que muestra la variación de la resistencia de contacto para escobillas positivas y negativas, cuando funcionan sobre anillos de cobre. Todos estos hechos comprueban la teoría de la descarga por arco.

Otra prueba de la teoría es la «mica saliente». Cuando un generador ha estado en servicio durante un tiempo considerable, suele acontecer que el aislamiento de mica que se pone entre las delgas del colector sobresale de la superficie, es decir, como se representa en la figura 341 (*a*), queda la mica saliente. Se había supuesto antes que este hecho se debía a que la mica, más dura que el cobre, sufría un desgaste menor que dicho metal. La falsedad de esta hipótesis es evidente. Aunque la mica sea más dura que el cobre, los dos han de experimentar un desgaste similar, porque la escobilla no podría desgastar el cobre si no estuviese en contacto con él. Por consiguiente, la escobilla ha de desgastar la mica antes, para poder establecer contacto con el cobre, si el hecho de sobresalir la mica se debiera solamente a un desgaste mecánico.

---

[1] Según Hessler, Víctor P.: «The Effect of Various Operating Conditions upon Electrical Brush Wear and Contact Drop», *Iowa Eng. Expt. Sta. Bull.* 122, Iowa State College. Las características de las escobillas negativas se han tomado de la figura 60 y las de las escobillas positivas de los datos de la figura 59, de dicha publicación.

B. G. Lamme ha dado una detallada explicación de este fenómeno en una comunicación presentada al Instituto Americano de Ingenieros Electricistas [1]. El cobre no se desgasta, como antes se suponía, sino que se desintegra por efecto de los arcos minúsculos que se forman entre las escobillas y el colector, como indica la figura 341 (*a*). Este hecho puede comprobarse haciendo funcionar dos generadores análogos durante el mismo tiempo, de los cuales uno suministre corriente mientras que en el otro no haya corriente en las escobillas ni en el colector. La mica tiende a sobresalir en el colector que tiene corriente, mientras que es imposible que se produzca el mismo hecho en el otro generador.



(a) Colector con mica saliente (b) Colector con mica rebajada

FIG. 341.—Escobilla en contacto con el colector.

Este inconveniente de la «mica alta» puede reducirse empleando escobillas algo duras, que esmerilen la mica. La mica color ámbar es más blanda que la blanca y, por ello, se prefiere para aislar las delgas de los colectores. En los generadores modernos, algunos fabricantes dejan la mica hundida, es decir que la superficie de la capa aislante queda más baja que la superficie del colector, como en la figura 341 (*b*). Este sistema presenta algunas desventajas, porque las pequeñas partículas de cobre, carbón y polvo se depositan en las ranuras, dando lugar finalmente a cortos circuitos entre las delgas. No obstante, estas ranuras se pueden limpiar fácilmente.

---

[1] LAMME, B. G.: «Physical Limitations in D.C. Commutating Machinery», *Trans. A.I.E.E.*, vol. 34, 2.ª parte, pág. 1739, año 1915.

Como resultado de la formación de arcos en las escobillas se forman picaduras en el colector. Las irregularidades y depresiones en el colector se oponen al íntimo contacto entre éste y las escobillas, y aumentan la magnitud de las chispas. Cuanto mayores sean las depresiones o sobresalga más la mica, mayores y más intensos serán los arcos que se formen. Por consiguiente, cualquier hecho que dé origen a chispas y desgaste irregular del colector tenderá a acelerar esta tendencia, cuyos efectos se acumulan. Si el colector chisporrotea mucho y no se corrige la causa que lo produce, aquél se deteriora muy rápidamente y queda pronto inútil para el servicio.

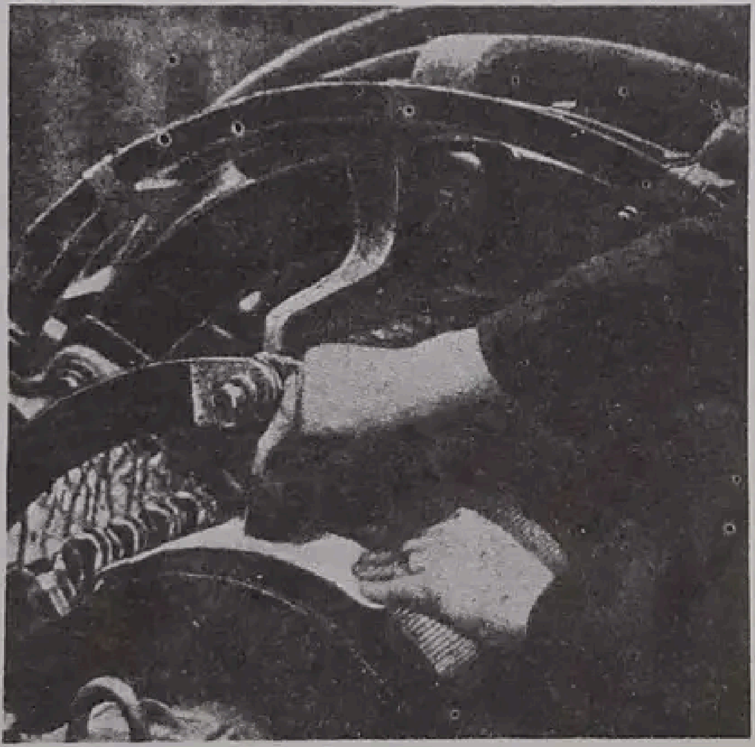


FIG. 342. — Método apropiado para ajustar las escobillas.

Las escobillas deben ajustarse cuidadosamente a la superficie del colector puliéndolas o frotándolas con papel de lija, lo que puede hacerse como indica la figura 342. El polvo de carbón que queda pegado a la superficie del colector debe limpiarse con un trapo mojado con aceite. *No deben emplearse cabos de algodón.* Un colector ligeramente rugoso puede alisarse parcialmente por medio de papel de lija. *No conviene emplear esmeril*, porque sus partículas son conductoras y pueden dar lugar a cortos circuitos entre las delgas del colector. Si éste ha sido rayado por las escobillas o si está en mal estado por otras razones, conviene tornearlo de nuevo.

Otros desperfectos, como la pérdida de mica o de una delga, tienen más importancia. A menudo es posible evitar estas posibilidades de avería apretando los tornillos de las abrazaderas del colector.

302. Polos de conmutación. La figura 343 representa el plano neutro geométrico, o plano neutro cuando el generador funciona en vacío, y el plano neutro cuando el generador funciona en carga. Debe observarse que esta figura es la reproducción, por una parte, de la figura 328 (pág. 457). Si las escobillas se mantienen en el plano neutro correspondiente al generador en vacío, se producirán fuertes chispas al ponerlo en carga, debido a la densidad de flujo B_2 que la reacción del inducido genera en la zona neutra. Las escobillas no conmutarán de manera apropiada si no se desplazan hasta la posición del plano neutro en carga, lo que se debe a que existe una f.e.m. de autoinducción en las bobinas que quedan en corto circuito, aun cuando la f.e.m. debida al flujo del polo que cortan las bobinas sea nula. Las escobillas deben adelantarse de manera que las bobinas que quedan en corto circuito corten el flujo de la densidad B_1 del polo inmediato, como en la figura 343, con el fin de que pueda engendrarse una f.e.m. que contrarreste la autoinducción. Debe tenerse en cuenta que esta posición corresponde al flujo marginal del polo inmediato. Como un desplazamiento muy reducido de las escobillas, en cualquier sentido, da origen a un cambio muy marcado en la densidad de flujo que actúa, es difícil obtener una buena conmutación en estas condiciones. En la práctica puede ser imposible obtener una conmutación adecuada debido a la inclinación marcada de la curva de distribución del flujo. Cuando se colocan las escobillas en la posición media más conveniente, sobre su borde anterior (en el sentido del movimiento) puede actuar un campo demasiado intenso y sobre el borde posterior uno demasiado débil.

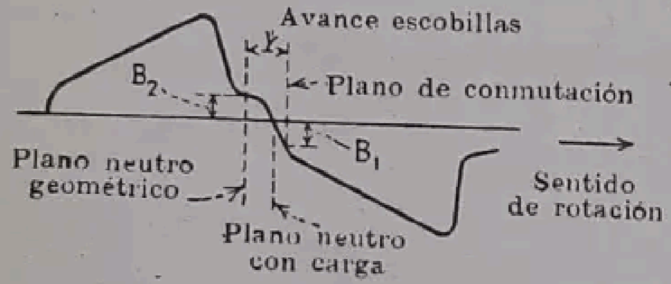


FIG. 343.—Avance de las escobillas hacia el plano de conmutación adecuado.

Si se puede obtener una densidad de flujo de valor igual a B_2, pero de dirección opuesta, en el plano neutro geométrico, es claro que la densidad de flujo en él puede anularse a pesar de la reacción del inducido. Si se llega a obtener una densidad de flujo de valor $B_2 + B_1$, se conseguirá una conmutación conveniente sin mover las escobillas. Ésta es la función que se encomienda a los polos de conmutación: producir una densidad de flujo conveniente en la zona neutra.

Los polos de conmutación son polos estrechos, colocados entre los principales. Generan un flujo en la zona de conmutación, de magnitud apropiada para conseguir una conmutación conveniente. Por ejemplo, en la figura 344, el polo de conmutación debe producir primero una densidad de flujo igual a B_2 tal que neutralice el aumento de densidad de flujo en la zona neutra debida a la reacción del inducido. Debe generar, además, una densidad adicional de flujo B_1 con el fin de contrarrestar la f.e.m. de autoinducción en la bobina que se conmuta. Esta densidad de flujo del polo de conmutación está representada en la figura 344. El polo que la produce en este punto debe ser un polo *S*. La figura 345 representa el flujo resultante al combinar los diagramas de las figuras 343 y 344.

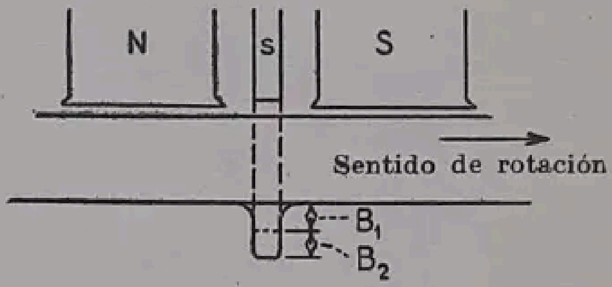


FIG. 344.—Densidad de flujo producida por el polo conmutador solo.

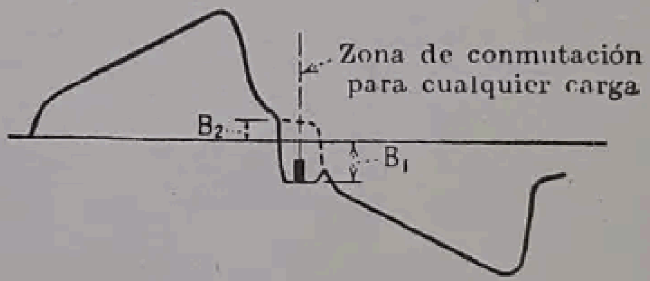


FIG. 345.—Resultante del flujo inductor y del flujo del polo de conmutación para máquina en carga.

Como tanto la reacción del inducido y la f.e.m. de autoinducción en las bobinas que se conmutan son proporcionales a la intensidad de la corriente en el inducido, la densidad del flujo necesario para compensarlas, producido por los polos de conmutación, debe ser también proporcional a ella. Por lo tanto, los polos de conmutación llevarán un arrollamiento de pocas espiras de hilo relativamente grueso, conectadas en serie con el inducido, como en la figura 346. El entrehierro que separa los polos de conmutación del inducido es grande, de manera que, para cualquier carga, el flujo generado por los polos de conmutación sea, aproximadamente, proporcional a la intensidad de la corriente en el inducido.

Es de notar que la sucesión de polos, en el sentido de rotación, en un generador es *NsSn*, representando las mayúsculas los polos principales y

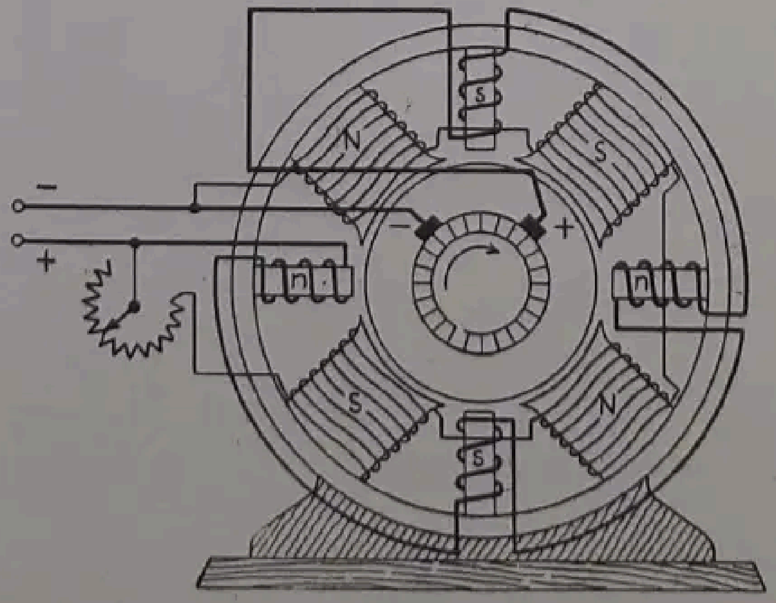


FIG. 346.—Conexiones del inductor en derivación y de los polos de conmutación.

las minúsculas los de conmutación. La figura 347 representa un polo de conmutación con su arrollamiento.

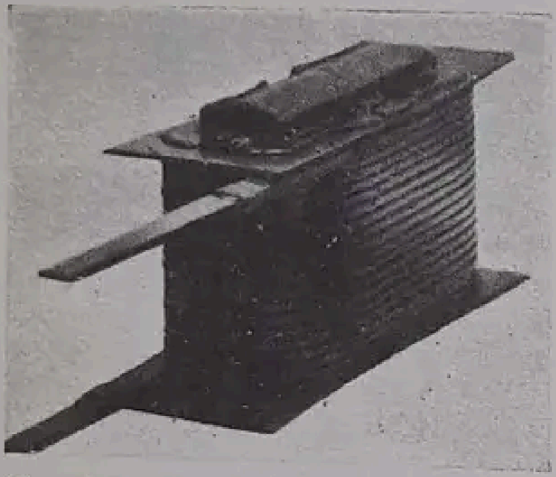


Fig. 347.—Polo de conmutación y su devanado. *(Reliance Electric and Engineering Company.)*

En la figura 348 están representados la armazón y los polos de una dínamo, viéndose claramente la disposición y las conexiones de los polos principales y de conmutación (ver también fig. 302, pág. 429).

Es posible emplear únicamente dos polos de conmutación en las dínamos de cuatro polos, ya que, en los devanados usuales, cuando un lado de bobina está enfrente de un polo *N*, el otro lado de la misma se halla frente a un polo *S* y, por consiguiente, con un solo polo de conmutación para cada par de polos que genere un campo magnético de inten-

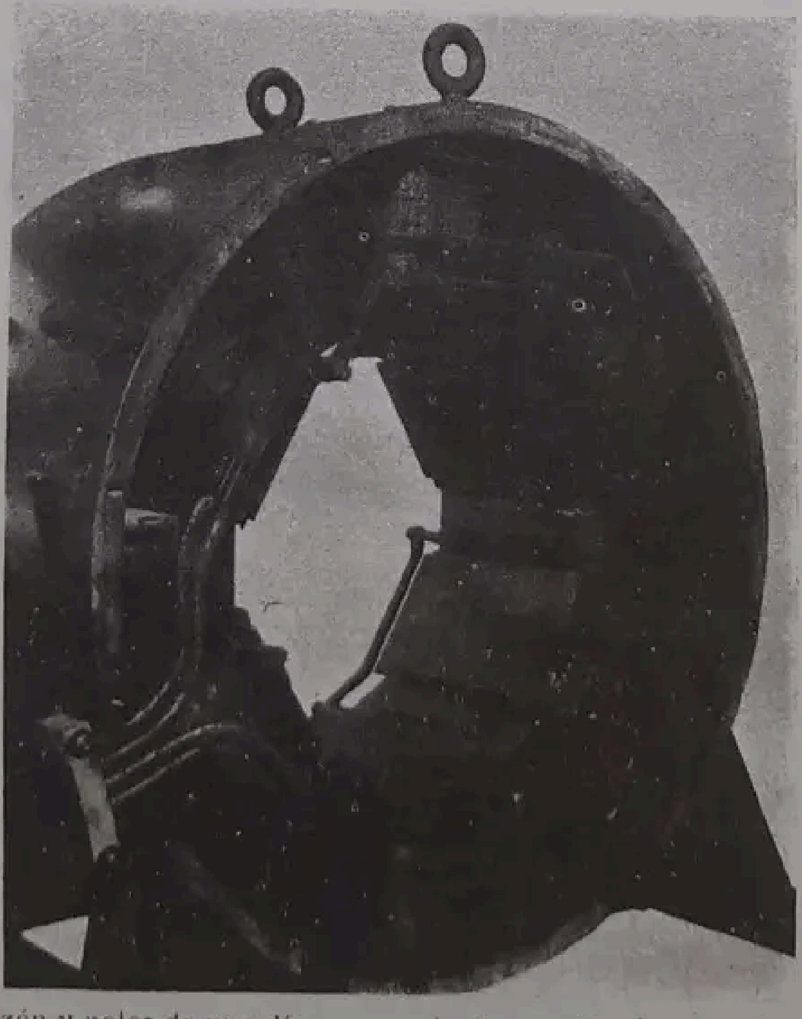


Fig. 348.—Armazón y polos de una dínamo con la disposición de sus polos de conmutación. *(Reliance Electric and Engineering Co.)*

sidad doble de la que sería necesaria si fuesen cuatro, se induce la f.e.m. conveniente en la bobina. Con un devanado ondulado sería suficiente un solo polo de conmutación para cualquier número de polos, si es posible conseguir que la intensidad de su campo magnético sea suficiente (véase figura 297, pág. 424). En la práctica, sin embargo, el número de polos de conmutación es, en general, el mismo que el de los polos principales.

Los polos de conmutación se disponen de este modo porque producen un flujo de densidad mayor de la necesaria. Antes se seguía el método, para conseguir la densidad conveniente, de shuntar el polo de conmutación completo por medio de una resistencia débil, que se ajustaba hasta conseguir las mejores condiciones de conmutación. Actualmente se prefiere prescindir de esta resistencia en paralelo y se regula el efecto de los polos de conmutación por medio de calces entre los polos de conmutación y la culata.

Los polos de conmutación aumentan las fugas magnéticas entre los polos principales. Por esta razón, el arco que cubre el polo principal, que generalmente es igual a 0,70 del paso polar, se reduce a 0,65 o menos (figs. 346 y 348). También, los polos de conmutación se deben hacer muy estrechos, y para valores moderados de sobrecarga quedan por lo regular saturados. Por esta causa, los entrehierros se hacen relativamente grandes, de manera que el flujo del polo de conmutación tienda a conservarse proporcional a la intensidad de la corriente en el inducido.

Es conveniente recordar la distinción entre las acciones de los polos de conmutación y los arrollamientos compensadores representados en la figura 332 (pág. 461). Ambos se conectan en serie con el inducido y en ambos las f.m.m. tienden a neutralizar la reacción del inducido, pero los polos de conmutación generan únicamente la f.m.m. suplementaria, necesaria para neutralizar la autoinducción de las bobinas que se conmutan, y actúan solamente, de un modo localizado, en la zona de conmutación, por lo que es despreciable su efecto sobre la reacción del inducido que se presenta en el resto de la superficie del inducido.

Los amperios-vuelta necesarios en los polos de conmutación para neutralizar la f.m.m. de reacción del inducido *im* en la zona neutra (fig. 327, *b*, pág. 456) son $\Delta\lambda_p$ si Δ son los amperios-conductor por centímetro de periferia del inducido (pág. 454) y λ_p es el paso polar.

Ejemplo. Para el generador del ejemplo de la página 462, y la carga que allí se consigna, determinar los amperios-vuelta en cada polo de conmutación necesarios para neutralizar la f.m.m. de reacción del inducido en la zona neutra.

$\Delta = 377{,}1$ amperios-conductor por centímetro de periferia; paso polar $= 39{,}77$ cm. Amperios-vuelta necesarios

$$(NI)_c = 377{,}1 \cdot 39{,}77 = 15\,000 \text{ amperios-vuelta.}$$

Además deben disponerse en los polos de conmutación los amperios-vuelta necesarios para producir un flujo de densidad B_2 (figs. 344 y 345). La f.e.m. debida a la rotación, inducida en el rotor por el flujo correspondiente a B_2, neutraliza la f.e.m. de autoinducción.

303. Características de los generadores shunt. Si un generador shunt, después de alcanzar su tensión, se conecta a una carga, la tensión en los terminales bajará. Esta caída de tensión aumentará cuando aumente la carga y no es conveniente, en especial si el generador sirve para alimentar una red de lámparas de incandescencia.

Es importante conocer la tensión entre los terminales de un generador para cada valor de la intensidad de la corriente que suministra, porque la posibilidad de mantener su tensión cuando se conecta a la carga determina, en gran escala, la utilidad de un generador para determinado servicio.

La relación entre la tensión en los terminales y la intensidad de la corriente que un generador suministra recibe el nombre de *característica* y se representa ordinariamente por un diagrama. Cuando se establece la relación entre la tensión en los terminales y la intensidad de la corriente que va a la línea se dice que es la característica *exterior*. La característica *interna* o *total* es, por lo general, la relación entre la f.e.m. generada en el inducido y la corriente total de este último (véase § 305, pág. 480). A menos que se indique de otro modo, la *característica shunt* se refiere a la característica exterior del generador shunt.

Para ensayar un generador y determinar la relación entre la tensión en los bornes y la intensidad de la corriente, se disponen las conexiones como en la figura 318 (pág. 444). La máquina está autoexcitada y se determina la tensión por medio de un voltímetro conectado a los terminales. Se conecta un amperímetro en la línea para medir la intensidad de la corriente. Para mayor precisión del ensayo conviene a menudo conectar un amperímetro en el circuito inductor, de manera que se pueda determinar la variación de la corriente en el mismo al aplicar la carga.

Al empezar el ensayo, se aplica primero una carga conocida y se ajusta la corriente de excitación hasta que se llega a la tensión nominal. Es preferible hacer marchar el generador en estas condiciones durante 20 ó más minutos, para que los inductores tengan tiempo de calentarse (véase la figura 422). Luego se suprime la carga y se lee en el voltímetro la tensión sin carga. El reóstato de campo no debe variarse. Entonces se aplica gradualmente la carga y se anotan, a intervalos reducidos, la intensidad de la corriente I, la tensión V en los terminales, y la intensidad de la corriente I_f en el inducido. Durante todo el ensayo se debe mantener constante la velocidad del generador. Si las lecturas se llevan sobre un diagrama como el de la figura 349, se obtiene la característica shunt. Si se aumenta la carga, la tensión entre terminales empezará a decrecer rápidamente, como indica el punto d y más allá, en la figura 349. Éste es el denominado *punto límite*, a partir del cual el generador no es «autosuficiente». Si se sigue aumentando la carga, se producirá un rápido descenso de la tensión, y más allá de cierto punto cualquier tentativa de aumentar la carga dará lugar a un descenso de la intensidad de la corriente más bien que a un aumento, como en el punto e de la figura 349. La carga puede llevarse incluso al corto circuito, como en *f*, y seguirá decreciendo a medida que se aproxima a él. Al llegar al corto circuito también estará en corto circuito el inductor y cualquier corriente que haya será debida simplemente al magnetismo remanente en el generador.

Si ahora se aumenta la resistencia exterior, la tensión aumentará lentamente y alcanzará al fin un valor no muy inferior al de partida (fig. 349). El hecho de que la tensión siga una curva distinta cuando se suprime el corto circuito se debe ante todo a la histéresis. Cuando se aplica la carga, la tensión desciende y el hierro se encuentra en la parte del ciclo representada por *c* (fig. 314, *a*, pág. 441). Cuando la tensión empieza a crecer, la curva de retorno sigue el camino *a* (fig. 314, *a*). Sobre el camino *a* hay menos flujo para una intensidad de corriente dada en la excitación que sobre el camino *c*, y en consecuencia es menor la f.e.m. inducida. Este hecho, junto con la reducción de la corriente de excitación a que conduce la disminución de la tensión entre los terminales, explica el retorno por la curva *fgH* que queda debajo de la *hbb'de* (fig. 349).

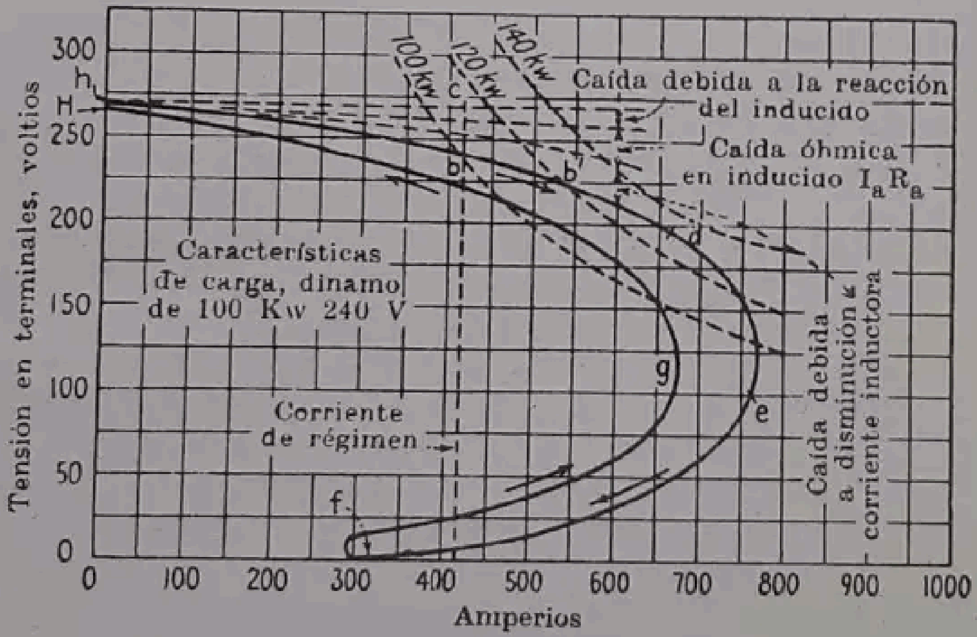


FIG. 349.—Característica de carga de un generador en derivación.

En la práctica, los generadores se mantienen solamente en la parte *hbb'* de la característica (fig. 349). Esta figura representa la característica en carga de un generador shunt de 100 Kw, 240 voltios. La corriente nominal es 100000 : 240 = 417 amperios. El reóstato de campo del generador se deja de manera que la tensión entre los bornes sea de 240 voltios cuando el generador suministra 417 amperios.

Existen tres causas que motivan la caída de potencial en un generador shunt en carga.

1. La tensión entre terminales es menor que la f.e.m. inducida, debido a

la caída de resistencia en el inducido. Es decir, la tensión entre los terminales es

$$V = E - I_a R_a \text{ voltios} \tag{339}$$

si E es la f.e.m. inducida, I_a la intensidad de la corriente en el inducido, y R_a la resistencia de este último.

Ejemplo. La f.e.m. generada en el inducido de un generador shunt es de 600 voltios. La resistencia del inducido es 0,1 ohmio. Determinar la tensión entre los terminales cuando el inducido suministra 200 amperios.

Aplicando la expresión (339),

$$V = 600 - (200 \cdot 0{,}1) = 600 - 20 = 580 \text{ voltios.}$$

2. La reacción del inducido debilita el campo y reduce así la f.e.m. inducida.

3. La caída de tensión entre terminales debida a 1 y 2 produce una reducción de la corriente en la excitación. Esto, a su vez, determina una reducción de la f.e.m. inducida.

La influencia de estos tres factores se representa gráficamente en la figura 349.

Puede parecer que la tensión de un generador, cuando se conecta la carga, podría reducirse prácticamente a cero, por propio impulso, debido a que el ciclo precedente es acumulativo. Es decir que se obtiene una tensión entre terminales menor si el campo inductor se debilita, y un campo más débil es la consecuencia de una f.e.m. inducida menor y, por lo tanto, de una tensión menor entre los terminales, que a su vez reduce aún más el campo inductor, etcétera. El ciclo tendería a reducir a cero la tensión entre terminales, si el hierro no estuviese más o menos saturado. Si del 10 % de la caída de tensión resultase una caída de 10 % en el flujo, el generador sería incapaz de suministrar corrientes apreciables al circuito exterior. Pero, la caída de tensión del 10 % en los terminales y una reducción parecida de la corriente de excitación producen, probablemente, una caída del 2 ó 3 % en el flujo, debido a la saturación e histéresis, como muestra la figura 314 (*a*), página 441. De aquí que los generadores que funcionan con una saturación elevada mantienen su tensión mejor que si funcionan a baja saturación.

Todo ello se aclara en la figura 350, que representa dos curvas de saturación para un generador de 230 voltios, una a 900 r.p.m. y la otra a 1 200 r.p.m. Si la tensión del generador en vacío es, en estos dos casos, de 230 voltios, el generador operará en el punto (*a*) para 1 200 r.p.m. y en el punto (*b*) de la curva para 900 r.p.m. Como el punto (*b*) corresponde a una saturación mucho mayor en el inducido y en los inductores que el punto (*a*), el generador mantendrá su voltaje mejor a 900 r.p.m. que a 1 200 r.p.m., como se ve por las características de la figura 350. (El efecto de la saturación se explica con más detalle en el § 306).

Tres curvas de potencia constante, para 100, 120 y 140 Kw, pueden

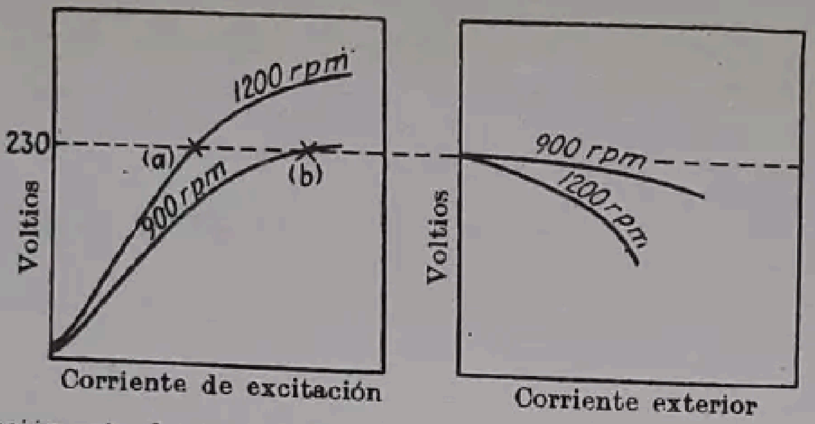


FIG. 350.—Relación entre las características de un generador en derivación y la velocidad.

verse en la figura 349. Ya que la potencia $P = VI$, cada curva constituye una hipérbola rectangular ($xy = k$). Obsérvese que la potencia máxima que el generador puede producir es de unos 130 Kw en el punto d. Para valores de corriente mayores que los del punto d, la potencia disminuye. El generador es entonces *inestable*, ya que el intento de que dé más potencia disminuyendo la resistencia de carga tiene por resultado que produzca *menos* potencia.

304. Regulación de los generadores. La posibilidad de que un generador mantenga la tensión cuando está en carga es lo que define su utilidad para prestar servicio a tensión constante. La *regulación* representa cuantitativamente la variación de tensión entre terminales al pasar de la carga nominal a funcionar en vacío.

Las normas de la American Standard (A.S.A. C50 de 1943) definen la regulación como sigue:

> **2130.** La regulación de un generador de corriente continua es la variación de tensión cuando se reduce la carga desde su valor nominal a cero, expresada en tanto por ciento de la tensión nominal en carga. En los generadores de excitación independiente, la excitación debe permanecer constante durante el ensayo y en los autoexcitados la resistencia exterior en el circuito inductor debe permanecer constante.
>
> La regulación puede también indicarse por los valores numéricos de la tensión en vacío y con carga. En algunos casos es conveniente indicar también la regulación para cargas intermedias en una u otra de las formas antes dichas.
>
> La regulación de los generadores de corriente continua se refiere a los cambios de tensión correspondientes a cambios graduales en la carga y no a fluctuaciones momentáneas, de relativa importancia, de la tensión que acompañan frecuentemente a variaciones instantáneas de la carga.
>
> **2132.** *a) Método de aplicación de la carga.* Al realizar las pruebas de regulación, a menos que se establezca otra cosa, la carga debe hacerse crecer hasta su valor nominal y la regulación se determinará al hacer disminuir la carga.
>
> *b) Velocidad.* Los generadores deben probarse a su velocidad nominal, teniendo en cuenta la variación de velocidad inherente al elemento motor.
>
> *c) Excitación.* La regulación debe determinarse en condiciones tales que se mantenga el ajuste del campo en el valor que da la tensión e intensidad de corriente nomi-

nales en carga. Estas condiciones son las siguientes: En el caso de campos con excitación independiente, excitación constante; en el caso de generadores autoexcitados, posición constante del reóstato de campo.

Más adelante se especifica que el generador debe alcanzar la temperatura de funcionamiento y que ésta ha de mantenerse lo más constante posible.

Por ejemplo: la regulación de un generador cuyas características sean las que se indican en la figura 349 (pág. 477) es

$$\frac{270 - 240}{240} = 0{,}125 \text{ ó } 12{,}5\ \%$$

305. Característica total. La característica *shunt*, de la cual ya se ha tratado, es la relación entre la intensidad de la *corriente de carga* y la *tensión en los terminales*. La característica *total* es la relación entre la intensidad de la *corriente en el inducido* y *la tensión inducida*.

La intensidad de la corriente en el inducido es igual a la corriente de carga, más la corriente de excitación, o sea

$$I_a = I + I_f \tag{340}$$

si I es la intensidad de la corriente con carga e I_f la corriente de excitación.

La f.e.m. inducida es

$$E = V + I_a R_a \tag{341}$$

siendo V la tensión entre los terminales de la máquina y R_a la resistencia del inducido, incluyendo la de las escobillas y la de contacto de éstas con el colector. La característica total es la curva que nos da la relación entre I_a y E. Se puede determinar gráficamente partiendo de la característica shunt, como sigue:

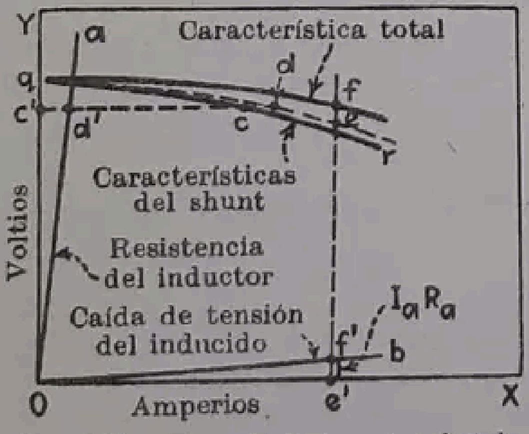


Fig. 351. — Características totales de un generador con excitación en derivación.

Sea qr (fig. 351) la característica shunt. Tracemos la característica de resistencia oa del inductor, como se hizo en las figuras 319 y 320 (págs. 444 y 446). Esta recta aparecerá como más próxima a la vertical, debido a que la escala de las abscisas se adapta a la corriente del inducido. Las distancias horizontales entre el eje OY y la recta Oa dan el valor de la corriente de excitación para cada valor de la tensión entre terminales. Añadiendo estas distancias horizontales a la característica shunt, obtenemos la característica qe de los valores de la corriente total. Por ejemplo, en el punto c de la característica shunt, la distancia $c'd' = cd$ se agrega horizontalmente a la derecha de c, con lo que se obtiene el punto d de la característica qe.

La recta Ob que define la caída de tensión debida a la resistencia del inducido se traza suponiendo que la resistencia de contacto de las escobillas es constante, en cuyo caso dicha caída de tensión es proporcional a la intensidad de la corriente. Para trazarla basta, por lo tanto, determinar la caída $e'f'$ correspondiente a cualquier valor de la corriente Oe'. Es decir que la caída de tensión es

$$e'f' = (Oe')R_a.$$

Tracemos la línea $Of'b$. Las distancias verticales comprendidas entre el eje OX y la recta Ob dan la caída de tensión en el inducido para cada valor de la intensidad de la corriente. Añadiendo estas caídas de tensión a la característica qe, o sea para el punto e añadir $ef = e'f'$, se obtiene la característica total qf.

La f.e.m. total *inducida* multiplicada por la intensidad total de la corriente, o sea la inducida, da la potencia total producida por el inducido. No toda esta potencia es utilizable, no obstante, por las dos razones que siguen:

1. Una parte de esta potencia $I_a{}^2R_a$ se pierde en el mismo inducido, por efecto Joule en el cobre.

2. Una parte de la potencia del inducido se consume en calentar el circuito inductor.

Ejemplo. Un generador shunt de 20 Kw a 220 voltios tiene un inducido de 0,07 ohmios de resistencia y una excitación de 200 ohmios de resistencia. Determinar la potencia que se desarrollará en el inducido cuando suministra la potencia útil nominal.

Corriente nominal

$$I = \frac{20\,000}{220} = 90{,}9 \text{ amp.}$$

Corriente de excitación

$$I_f = \frac{220}{200} = 1{,}1 \text{ amp.}$$

Corriente en el inducido

$$I_a = 90{,}9 + 1{,}1 = 92{,}0 \text{ amp.}$$

Tensión inducida

$$E = 220 + 92{,}0 \cdot 0{,}07 = 226{,}4 \text{ voltios}$$

Potencia desarrollada en el inducido

$$P = 226{,}4 \cdot 92{,}0 = 20830 \text{ vatios} = 20{,}83 \text{ Kw}$$

El mismo resultado puede obtenerse añadiendo las pérdidas de potencia como sigue: Pérdida en la excitación

$$P_f = \frac{220^2}{200} = 242 \text{ vatios}$$

Pérdida en el inducido

$$P_a = 92{,}0^2 \cdot 0{,}07 = 592 \text{ vatios}$$

Potencia en el inducido

$$P = 20\,000 + 242 + 592 = 20\,834 = 20{,}83 \text{ Kw.}$$

La corriente, al circular por el inducido de un generador, da lugar a un par motor o antagonista (pág. 521), que tiende a hacer girar el inducido en dirección opuesta. La máquina motriz, ya sea motor eléctrico, turbina o rueda hidráulica, debe empezar por vencer este par. Así, este par es la reacción del generador que obliga al motor a desarrollar la energía necesaria para hacer girar el generador (ver también § 325, pág. 520).

306. Relación entre la característica shunt y la curva de saturación. Se ha indicado antes (§ 303, pág. 476) que la característica shunt depende del grado de saturación del circuito magnético y, por consiguiente, de la parte de la curva de saturación dentro de la cual se mantiene el funcionamiento del generador. Un método para determinar la característica shunt directamente de las curvas de saturación y de resistencia del inductor es el que sigue.

a) *Reacción del inducido despreciable.* Supongamos primero que la reacción del inducido es tan reducida que puede despreciarse. Este caso suele ocurrir en los generadores con polos de conmutación, en los que las escobillas se disponen en el plano neutro geométrico. La figura 352 da la curva de saturación de un generador shunt, trazada para una velocidad definida. La línea de trazos corresponde a valores crecientes de la corriente de excitación, y la llena a valores decrecientes. La recta característica de resistencia del inductor es *Oa* y el generador puede generar f.e.m. a lo largo de la línea de trazos hasta el punto *a*, despreciando la pequeña caída en el inducido debida a la corriente en el inductor. Por consiguiente, (despreciando la corriente de excitación) *a'* sobre el diagrama de la derecha representa la tensión entre terminales del generador cuando no pasa corriente por el inducido. Al aplicar la carga, se producen dos efectos que son los primeros en provocar la caída de tensión en los terminales: la caída debida a la resistencia (I_aR_a) del inducido y la disminución de la corriente excitatriz debida a la de la tensión entre terminales. Se supone que la reacción de inducido es despreciable.

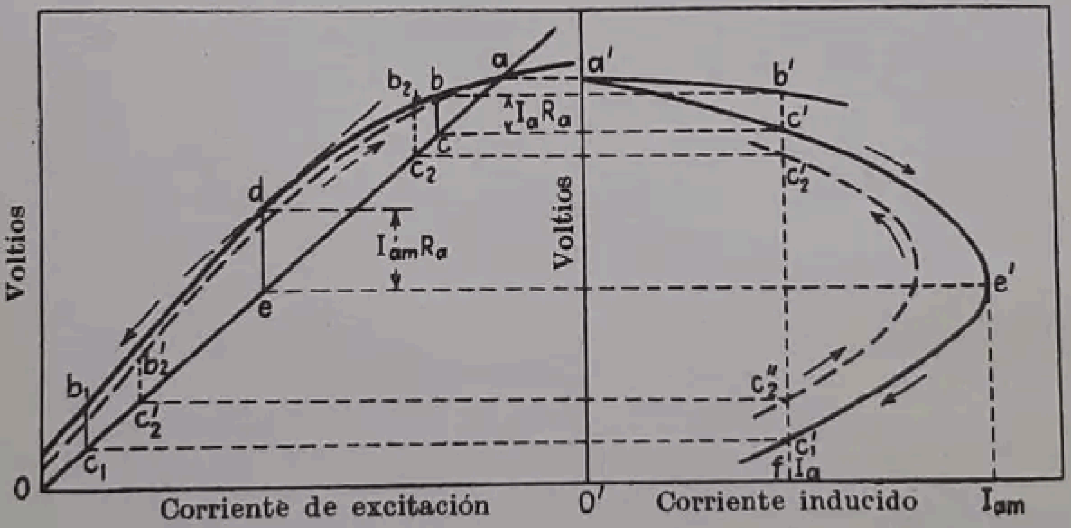


FIG. 352.—Relación entre la característica shunt y la curva de saturación, sin reacción del inducido.

Cuando el generador ha llegado a un régimen estable, se deben cumplir dos condiciones. La f.e.m. inducida debe hallarse en un punto de la curva descendente de saturación, por ejemplo, en el punto b; la tensión correspondiente entre terminales debe hallarse en el punto c sobre la línea de resistencia del inductor, ya que los terminales del circuito inductor están directamente conectados a los terminales del inducido. Además, los puntos b y c deben tener igual abscisa, ya que la corriente inductora que produce la f.e.m. inducida b es también la que se debe a la tensión entre terminales que corresponde al punto c. Por otro lado, la distancia bc debe ser igual a I_aR_a, si se tiene en cuenta que la diferencia entre la f.e.m. inducida y la tensión entre terminales es igual a la caída de tensión debida a la resistencia del inducido. Es decir, la f.e.m. inducida E, en b, es igual a la tensión entre terminales V, en c, más la caída de tensión I_aR_a [véase fórmula (341)]. Por consiguiente, c nos da un valor de la tensión entre terminales. La intensidad de la corriente de inducido que corresponde, I_a, se halla dividiendo bc por R_a; es decir, $I_a = bc : R_a$. Este valor de la corriente en el inducido se transporta sobre el eje de abscisas del diagrama de la derecha, donde está representado por $O'f$. La ordenada c se proyecta horizontalmente hasta que encuentra en c' la ordenada de f. El punto c' es un punto de la característica. Como b nos da la f.e.m. inducida correspondiente al indicado valor de la corriente del inducido, b' es un punto de la característica total. Si se desea tener la característica shunt usual, se debe obtener la corriente de carga restando la corriente excitatriz de la corriente I_a, ya sea gráficamente por el método de la figura 351 o por sustracción aritmética del valor de la corriente de excitación correspondiente al punto c sobre la línea de resistencia del inductor (fig. 352).

El estudio de la figura 352 muestra que ordinariamente hay una segunda posición, tal como b_1c_1 donde se puede ajustar verticalmente el segmento bc entre la curva de saturación y la línea de resistencia del inductor. Por consiguiente, debe haber dos valores de la tensión entre terminales correspondientes a un mismo valor de la intensidad de la corriente en el inducido. La intensidad de la corriente en carga será ligeramente distinta en los dos casos, ya que los valores de la corriente de excitación no son los mismos. El punto c'_1 en la rama inferior de la característica, da el segundo valor de la tensión entre terminales que corresponde al valor dado de la corriente en el inducido.

El valor máximo I_{am} de la intensidad de la corriente en el inducido puede determinarse trazando la tangente a la curva de saturación paralela a la recta característica de resistencia del inductor, y dividiendo la distancia vertical de correspondiente al punto de tangencia d por la resistencia del inducido. Esto nos dará el punto e' de la característica.

Cuando la resistencia del inducido es constante, las distancias bc, de, etc., son proporcionales a la corriente en el inducido. Por consiguiente, las abscisas de la característica pueden determinarse trazando cierto número de rectas verticales entre la curva de saturación y la característica de resistencia del inductor y determinando la intensidad de la corriente en el inducido para cada uno de estos segmentos a la escala correspondiente. La parte de la curva en carga *fgH* de la figura 349, que se inicia con las condiciones de corto circuito, puede determinarse de una manera semejante. Por ejemplo, en la figura 352, $b_2c_2 = bc$ se intercala entre la curva ascendente de saturación, representada de trazos, y la línea *Oa* de resistencia del inductor, lo que da el punto c'_2 de la curva en carga. También, $b'_2c'_2 = b_2c_2$ da el punto c''_2 para el mismo valor de la corriente, pero para el valor bajo de la tensión.

Como queda señalado en el § 301 (pág. 468), la resistencia del inducido no es constante, sino que es función de la intensidad de la corriente en el inducido. Conduce a errores considerables el suponer que esta resistencia es constante. También se ha de tener en cuenta que las ordenadas de la curva de saturación dependen en tan gran escala de las vicisitudes que, en el aspecto magnético, haya pasado el hierro anteriormente, que la curva no se repite ordinariamente de un modo exacto. Un pequeño porcentaje de variación, ya sea en la curva de saturación o bien en la recta de resistencia del inductor, produce un porcentaje mayor de variación en su diferencia. Por lo tanto, como podía esperarse, las características obtenidas por este método no son exactamente iguales a las que se deducen experimentalmente, pero se acercan a ellas lo suficiente para obtener con bastante aproximación las condiciones de funcionamiento del generador.

Se ha visto en la figura 350 (pág. 479) que si la velocidad se aumenta y se mantiene la tensión sin carga, la tensión con carga disminuye para valores dados de la intensidad de la corriente en el inducido. La razón de que esto ocurra se ve en la figura 352. Si la velocidad se aumenta y se mantiene la tensión en vacío constante aumentando la resistencia del inductor, las distancias *bc* y *de* disminuirán. Por consiguiente, para cualquier valor de la tensión entre terminales, la corriente del inducido decrecerá, produciéndose una caída mayor que la de la característica.

b) *Reacción del inducido no despreciable.* En la figura 353 sea $abfb_1$ la curva descendente de saturación cuyas abscisas son los *amperios-vuelta* de la excitación, y *oa* la característica de resistencia del inductor preferiblemente también en función de los amperios-vuelta en lugar de la corriente de excitación. Consideremos una tensión entre terminales *dd''*. El punto *d* debe encontrarse sobre la característica de resistencia del inductor, puesto que éste está conectado a los terminales del inducido. Si no existiese la acción desmagnetizante del inducido, la f.e.m. inducida correspondiente a los *Od''* amperios-vuelta debería hallarse sobre la curva de saturación y en la vertical que pasa por *d*, de igual modo que *b* está encima de *c* en la figura 352. Cuando se carga el generador, el inducido reduce el total de amperios-vuelta del circuito magnético en una cantidad *d''c''*, que es igual a los amperios vuelta de desimanación del inducido (véanse §§ 293, 296, 297, págs. 447, 457 y 459). Por consiguiente, los amperios-vuelta *netos* que actúan sobre el campo vienen dados por *Oc''*. La f.e.m. inducida correspondiente debe ser *c''b*.

La condición que dice que la tensión entre terminales debe ser igual a la f.e.m. inducida menos la caída de tensión I_aR_a tiene que cumplirse. Por consiguiente, *bc* debe ser igual a I_aR_a, caída en el inducido, si *cd* es igual y paralela a *c''d''*. Por lo tanto, el triángulo *bcd* debe cumplir la condición de que su vértice *b* se halle sobre la curva de saturación, el *d* sobre la característica de resistencia, y el lado *cd* sea paralelo al eje de abscisas. Para determinar los dos lados del triángulo *bcd*, el lado *bc* o caída I_aR_a puede calcularse como en *a*) (pág. 483), partiendo del valor de la intensidad de la corriente en el inducido que se desee. Los amperios-vuelta de desimanación del inducido por polo *cd* pueden también calcularse (véanse §§ 293, 296 y 297). Conociendo *bc* y *cd*, queda determinado el triángulo rectángulo *bcd*. Entonces es suficiente colocarlo entre la curva de saturación y la característica de resistencia del inductor, de manera que *cd* sea paralela al eje de abscisas, que el vértice *b* esté sobre la curva de saturación y el punto *d* sobre la característica de resistencia. La ordenada *d''d* es el valor de la tensión entre terminales correspondiente al valor elegido de la intensidad de la corriente en el inducido. Si se desea conocer la característica shunt usual, puede obtenerse rápidamente por el método expuesto en *a*). Los puntos *c'* y d'_1 sobre la característica se obtienen entonces proyectando horizontalmente hasta encontrar la ordenada I_a, como se hizo antes.

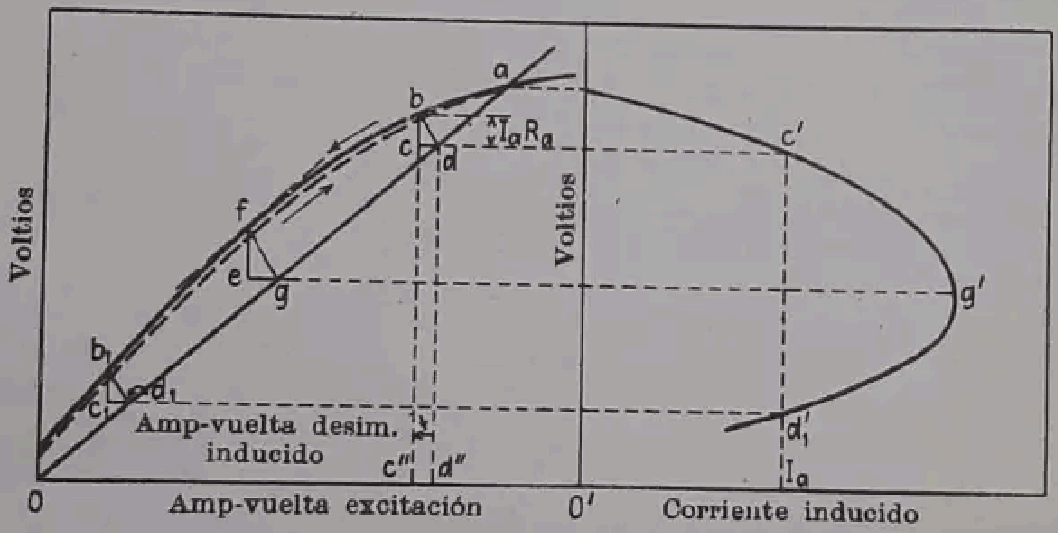


FIG. 353.—Relación entre la característica shunt y la curva de saturación, incluyendo la reacción del inducido.

Si la curva de saturación se dibuja tomando la corriente de excitación en abscisas, en lugar de los amperios-vuelta, es suficiente dividir los amperios-vuelta de desimanación del inducido por N_f, número de espiras del shunt por polo, para obtener la misma escala de abscisas que se ha utilizado.

Los restantes valores de la corriente en el inducido se pueden determinar como sigue: Si suponemos constante la resistencia del inducido, los dos lados *bc* y *cd* del triángulo *bcd* serán proporcionales a la intensidad de la corriente en el inducido. Por consiguiente, los triángulos son semejantes para cualquier valor de dicha intensidad, y cuando se sitúan debidamente entre las características de saturación y de resistencia, sus lados análogos son paralelos y, por lo tanto, sus hipotenusas son paralelas. Es decir, *fg* es paralela a *bd*, etc. Para determinar la intensidad de la corriente en el inducido para la tensión entre terminales correspondiente a *g*, se traza *fg* paralela a *bd*, que corta a la curva de saturación en *f*. La intensidad de la corriente en el inducido será igual a *fg* a la misma escala que *bd*. El triángulo *feg* corresponde al valor máximo de dicha intensidad, y la tangente a la curva de saturación en *f* es paralela a la característica de resistencia del inductor. El punto *g′* sobre la característica se determina proyectando horizontalmente hasta encontrar la ordenada correspondiente al valor de la intensidad de la corriente en el inducido determinada por medio de *fg*. Si se quiere obtener la parte de la característica que corresponde al retorno al corto circuito, como la $c''_2c'_2$ de la figura 352, se emplea la parte de la curva de saturación que aparece en línea de trazos en la figura 353, y se sigue el método descrito anteriormente en el apartado *a*).

Este método queda sujeto a los mismos errores que los de *a*), es decir, la resistencia del inducido no es constante y la curva de saturación varía según las condiciones magnéticas a que haya estado sometido anteriormente el hierro. Además no pueden determinarse con gran precisión los efectos de la reacción del inducido, debido a la saturación, especialmente en los extremos de las piezas polares y en los dientes del inducido. Sin embargo, pueden obtenerse, con moderada aproximación, las características de funcionamiento de los generadores, tanto por uno como por otro método.

307. Generador compound. La caída de tensión entre terminales con la puesta en carga, que es característica del generador shunt, hace que este tipo de generador no sea conveniente en los casos en que es esencial el mantener una tensión constante, lo que afecta especialmente a los circuitos de alumbrado, en los que una variación muy pequeña de tensión produce un cambio sensible en la intensidad de iluminación de las lámparas de incandescencia. Los generadores deben preverse para producir una tensión esencialmente constante, o aun un aumento de la misma cuando aumenta la carga, colocando, para ello, sobre el núcleo de los inductores algunas espiras *en serie* con el inducido o con la carga. Estas espiras se disponen para *ayudar* al inductor shunt cuando el generador suministra corriente (fig. 354). Cuando la carga aumenta, la intensidad de la corriente que circula por las espiras en serie aumenta también y, por lo tanto, aumenta el flujo, con lo que se incrementa la f.e.m. inducida. Dando el valor debido a los amperios-vuelta en serie, este aumento de la f.e.m. inducida puede hacerse que equilibre el conjunto de la caída de tensión debida a la reacción del inducido y a la resistencia de este último. Si la tensión en terminales se mantiene prácticamente constante o aumenta con la carga, la corriente de excitación no descenderá cuando la carga aumente. Por lo tanto, de las tres causas de caída de la tensión en los generadores shunt, o sea la reacción del inducido, la debida a su resistencia I_aR_a y la debida a la disminución de la corriente en el inductor (fig. 349), se compensan las dos primeras mediante los amperios-vuelta en serie, y no se produce la última. En realidad, en los generadores hipercompound (véase más adelante) hay un *incremento* real de la intensidad de la corriente con la carga, en el inductor shunt.

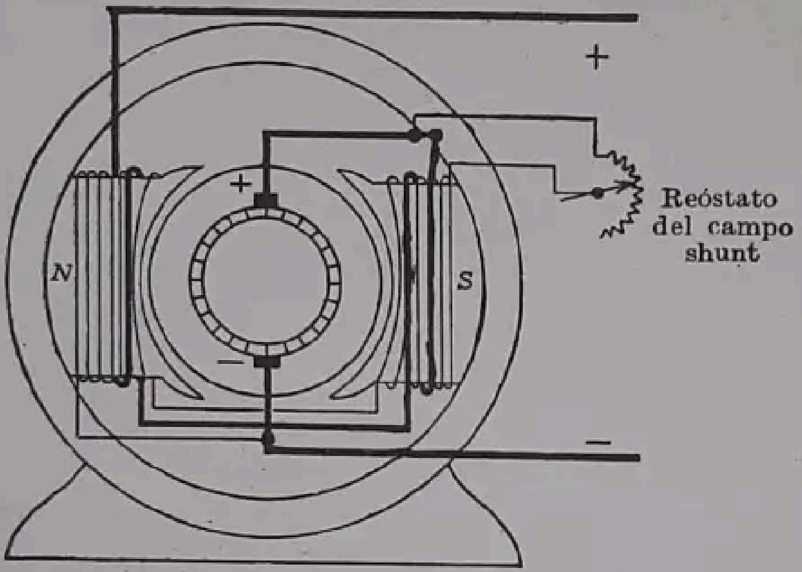


Fig. 354.—Conexiones en un generador con excitación compound (derivación corta).

El arrollamiento shunt puede conectarse directamente entre los terminales del inducido (fig. 355, *a*), en cuyo caso el generador se dice que tiene *shunt-corto.* Si el arrollamiento inductor en shunt está conectado a los terminales más allá del arrollamiento inductor en serie (fig. 355, *b*), el generador se llama de *shunt-largo.* En el primer caso, el arrollamiento en serie se excita por la corriente exterior, y en el segundo por la misma que pasa por el inducido. Por consiguiente, con shunt corto la corriente en el arrollamiento en serie y en el shunt son, respectivamente, algo menor y algo mayor que en el caso de disponer un shunt largo, lo que hace que la caracte-

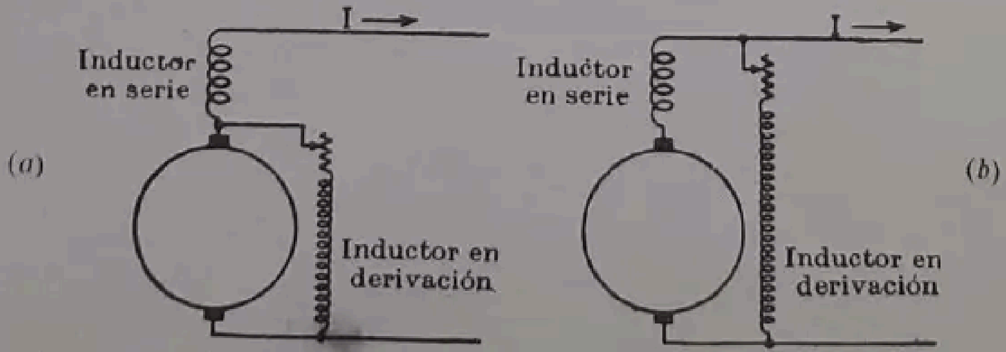


Fig. 355.—Conexiones en un generador con excitación compound.

rística en carga sea prácticamente la misma con ambos sistemas de conexión.

Si el efecto de las espiras en serie es la obtención de una misma tensión con la carga nominal o en vacío, el generador es de *característica llana* (figura 356). Rara vez resulta posible mantener la tensión constante para cualquier valor de la corriente desde la marcha en vacío a la de carga nominal. La tendencia que se acusa es a que primero se produzca una elevación de la tensión y luego un descenso, alcanzándose iguales valores en vacío y para la carga nominal. La forma de la característica se debe a la saturación del hierro, de manera que los amperios-vuelta en serie no aumentan el flujo a plena carga en proporción tan alta como al ser la carga pequeña. Cuando la tensión para carga nominal es mayor que en vacío, la dínamo se llama hipercompound (de excitación hipercompuesta), y si la tensión con carga nominal es menor que en vacío, se denomina hipocompound (de excitación hipocompuesta). Este último tipo es poco frecuente.

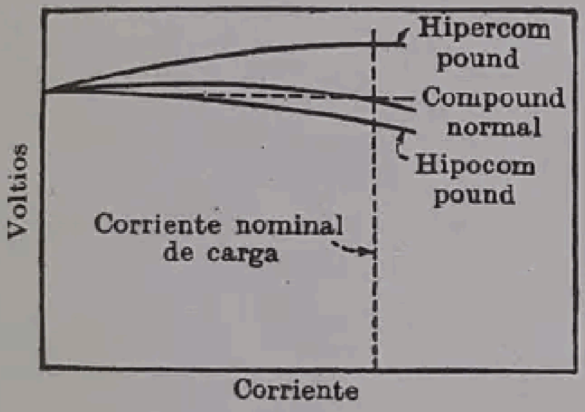


FIG. 356.—Características de los generadores compound.

Los generadores de excitación compuesta (compound) y característica llana se usan principalmente en centrales aisladas, tales como las de los hoteles y edificios de oficinas. Las secciones de los conductores en el sistema de distribución se adaptan, en estas instalaciones (en los Estados Unidos), casi enteramente a las exigencias de los aseguradores que se basan sobre la carga de seguridad. De acuerdo con ello, los conductores son en general de sección tal que dan lugar a caídas de tensión muy reducidas entre el generador y los distintos receptores.

Los generadores hipercompound se utilizan cuando los receptores se encuentran a una distancia considerable del generador. Cuando la carga aumenta, la tensión en los receptores tiende a decrecer debido a la caída de tensión en la línea. Si, no obstante, la tensión en el generador aumenta lo necesario para equilibrar esta caída de tensión en la línea, la tensión en los receptores permanece constante.

Ejemplo. Consideremos las condiciones indicadas en la figura 357 (*a*). Un receptor está colocado a 1 200 m del generador. El suministro se hace por medio de un cable de 250 mm². La tensión en el generador, en vacío, es de 500 voltios. Se desea mantener la tensión con carga a un valor prácticamente constante de 500 voltios hasta una demanda máxima de 300 amperios. Determinar las características del generador.

Si la línea trabaja a la densidad «normal», la corriente sería 500 amperios, o sea 2 amperios por milímetro cuadrado (caída de tensión 34 voltios por kilómetro, véase § 46, pág. 58), su caída en el circuito total de $2 \cdot 1\,200 = 2\,400$ m $= 2{,}4$ Km, será de $2{,}4 \times 34 \approx$ ≈ 80 voltios.

La caída efectiva es

$$(300/500)\cdot 80 = 48 \text{ voltios}$$

La tensión en los terminales del generador debe aumentar desde su valor en vacío de 500 voltios a 548 voltios cuando la carga es de 300 amperios, como se indica en la figura 357 (*b*).

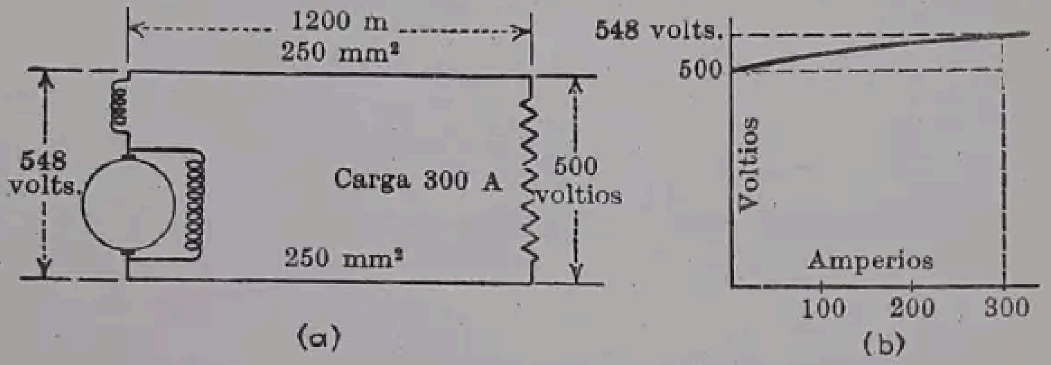

1200 m
250 mm²
548 volts.
Carga 300 A
500 voltios
250 mm²
(a)
548 volts.
500
Voltios
Amperios
100
200
300
(b)

FIG. 357.—Generador hipercompound, que mantiene constante la tensión en el extremo de un alimentador de corriente.

Los generadores compound están devanados, en general, de manera que sean más bien hipercompound. El grado de compensación se puede regular derivando mayor o menor cantidad de corriente del inductor en serie. Para conseguirlo se utiliza un shunt de baja resistencia, llamado *resistencia de debilitación* (fig. 358).

Los generadores compound (de excitación compuesta) que sirven a distribuciones trifilares tienen, por lo general, dos arrollamientos inductores en serie, conectados respectivamente a los dos lados del inducido. Existen dos arrollamientos en serie separados para cada polo, uno conectado al terminal positivo y otro al terminal negativo del generador (véase fig. 429, capítulo XIV).

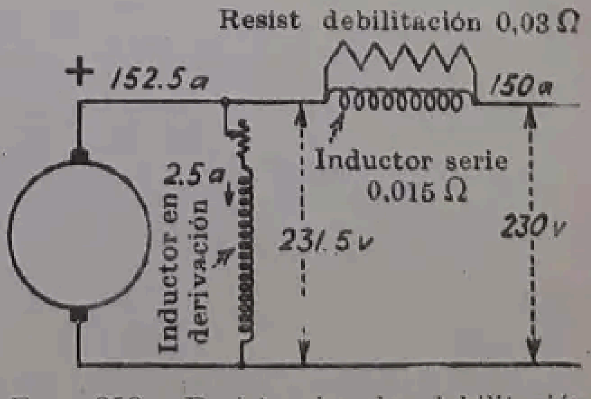

Resist debilitación 0,03 Ω
+ 152.5 a
150 a
2.5 a
Inductor serie
0,015 Ω
Inductor en derivación
231.5 v
230 v

FIG. 358.—Resistencia de debilitación para inductor en serie.

En un generador compound, la f.e.m. inducida es

$$E = V + I_s R_s + I_a R_a \quad (342)$$

siendo V la tensión en terminales, I_s la intensidad de la corriente en el inductor en serie, I_a la intensidad de la corriente en el inducido y R_s y R_a las resistencias del inductor en serie y del inducido. Si se dispone una resistencia de debilitación, R_s será la resistencia equivalente a la de los dos circuitos en paralelo del inductor serie y de la resistencia de debilitación, e I_s es la intensidad de la corriente combinada en ambos circuitos. En generadores de shunt largo $I_s = I_a$.

Ejemplo. En un generador compound de shunt corto, la tensión en terminales es de 230 voltios cuando la corriente suministrada es de 150 amperios (fig. 358). La corriente en el circuito shunt de la excitación es de 2,5 amperios, la resistencia del inducido 0,032 ohmios, la resistencia de la excitación en serie 0,015 ohmios y la resistencia de debilitación de 0,030 ohmios. Determinar: *a*) la f.e.m. inducida, *b*) la potencia total generada en el inducido, *c*) la distribución de esta potencia.

La corriente combinada del inductor en serie y la resistencia de debilitación es de 150 amperios.

a) Intensidad de la corriente en el circuito inductor en serie

$$I_s = 150 \frac{0{,}030}{0{,}015 + 0{,}030} = 100 \text{ amp.}$$

Intensidad de la corriente en la resistencia de debilitación,

$$I_d = 150 \frac{0{,}015}{0{,}015 + 0{,}030} = 50 \text{ amp.}$$

Resistencia combinada equivalente de los circuitos del inductor en serie y la resistencia de debilitación,

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{0{,}015} + \frac{1}{0{,}030}\,; \qquad R' = 0{,}010 \text{ ohmios}$$

Caída de tensión en el circuito inductor en serie y la resistencia de debilitación

$$E' = 150 \cdot 0{,}010 = 1{,}50 \text{ voltios}$$

Intensidad de la corriente en el inducido

$$I_a = 152{,}5 \text{ amp.}$$

F.e.m. inducida

$$E = 230 + 1{,}5 + 152{,}5 \cdot 0{,}032 = 236{,}4 \text{ voltios}$$

b) Potencia total generada

$$P_a = 236{,}4 \cdot 152{,}5 = 36\,050 \text{ vatios} = 36{,}05 \text{ Kw}$$

c) Pérdidas en el inducido

$$P'_a = 152{,}5^2 \cdot 0{,}032 = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 744 \text{ vatios}$$

Pérdidas en el inductor en serie

$$P_s = 100^2 \cdot 0{,}015 = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 150 \text{ vatios}$$

Pérdidas en la resistencia de debilitación

$$P_d = 50^2 \cdot 0{,}030 = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 75 \text{ vatios}$$

Pérdidas en el inductor en derivación

$$P_{sh} = (230 + 1{,}5)\,2{,}5 = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 579 \text{ vatios}$$

Potencia suministrada al circuito exterior

$$P = 230 \cdot 150 = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \underline{34\,500} \text{ vatios}$$

$$\text{Total} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 36\,048 \text{ vatios}$$

308. Relación entre la característica compound y la curva de saturación. La característica del generador con excitación compound puede deducirse de la curva de saturación y de la de resistencia del inductor, de igual manera que para el generador shunt. En la figura 359 (*a*) se representan la curva de saturación de un generador compound en función de los amperios-vuelta del inductor shunt por polo, como abscisas, y la característica de resistencia del inductor *Oa*. Se supone que el generador es de shunt largo, de manera que las corrientes en el inducido y el arrollamiento inductor serie son las mismas. En vacío, las caídas de tensión en el inducido y en el arrollamiento en serie, debidas a la corriente en el inductor shunt, pueden despreciarse.

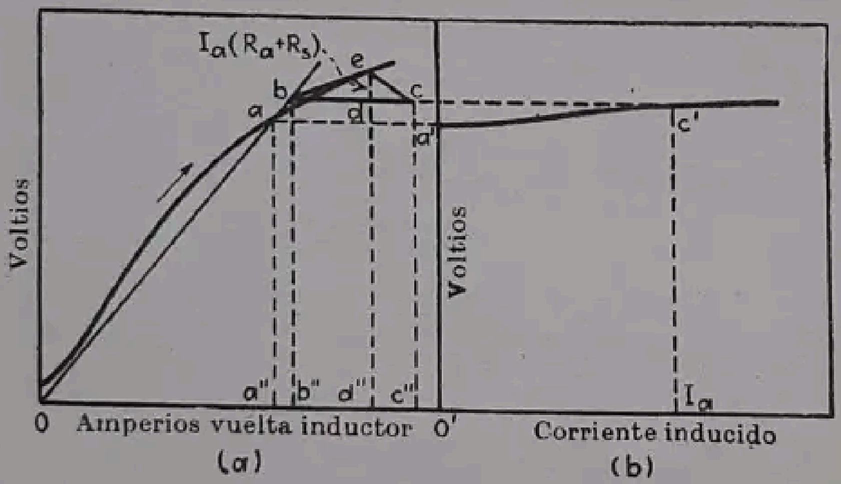


FIG. 359.—Relación entre la característica compound y la curva de saturación.

Además, esta pequeña caída, en vacío, está compensada por los amperios-vuelta en el arrollamiento en serie debidos a la corriente en el inductor de derivación. Así, en vacío, la tensión entre los terminales es la f.e.m. correspondiente a la intersección de la característica de resistencia del inductor con la curva de saturación que se produce en el punto *a* y es, en la figura 359 (*b*), igual a *O'a'*.

Consideremos un valor cualquiera de la tensión entre terminales *bb''*. Como *bb''* representa una tensión *entre terminales*, el punto *b* debe situarse sobre la característica de resistencia del inductor. Los amperios-vuelta en el arrollamiento shunt del inductor que corresponde vienen dados por *Ob''*. Sean *bc* los amperios-vuelta por polo del inductor serie I_aN_s, siendo I_a la intensidad de la corriente en el inducido con conexión de shunt largo, y N_s el número de espiras en serie por polo. El *total* de amperios-vuelta por polo debe ser igual a la suma de los amperios-vuelta del shunt *Ob''* y los del arrollamiento en serie *b''c''*, que dan en total el segmento *Oc''*. Si no fuese por los amperios-vuelta de desimanación, la f.e.m. inducida podría hallarse sobre la curva de saturación por su intersección con la ordenada *c''c*. Los amperios-vuelta de desimanación del inducido vienen dados por *cd* o *c''d''*, que deben restarse del total de amperios-vuelta *Oc''* si se quiere obtener el valor *neto* de los amperios-vuelta por polo del inductor Od''. Por consiguiente, la f.e.m. inducida es igual a $d''e$.

Como antes, la tensión entre terminales bb'' debe ser igual a la f.e.m. menos la caída de tensión $I_a(R_a + R_s)$, siendo R_s la resistencia del arrollamiento inductor en serie. Por lo tanto, ed es igual a $I_a\ (R_a + R_s)$.

En vacío, los amperios-vuelta del arrollamiento inductor en derivación vienen dados por Oa'' en la figura 359 (*a*) y en las condiciones dadas de carga se incrementan hasta Ob'', con un aumento de $a''b''$ amperios-vuelta. Por consiguiente, con el sistema hipercompound, hay un aumento real de la corriente en el shunt al aumentar la carga.

Para trazar la característica se supone conocido el valor de I_a. Se determina luego el triángulo *bec*; $bc = I_aN_s$; $cd = I_aN_D : P'$; $ed = I_a(R_a + R_s)$. ($N_D =$ espiras de desimanación por polo; $P' =$ circuitos en paralelo de paso de la corriente por el inducido.) El triángulo *bec* se sitúa de manera que *bc* quede paralelo al eje de abscisas, que el punto *e* esté sobre la curva de saturación y el punto *b* sobre la característica de resistencia del inductor. La recta *bc* se prolonga hacia la derecha hasta encontrar la ordenada de I_a en el punto c' de la característica. Si se desea tomar la corriente de carga como abscisa, puede restarse gráficamente, o numéricamente, la corriente de excitación, determinando su valor ($= ob'' : N$) por medio de la curva de saturación (véase pág. 483).

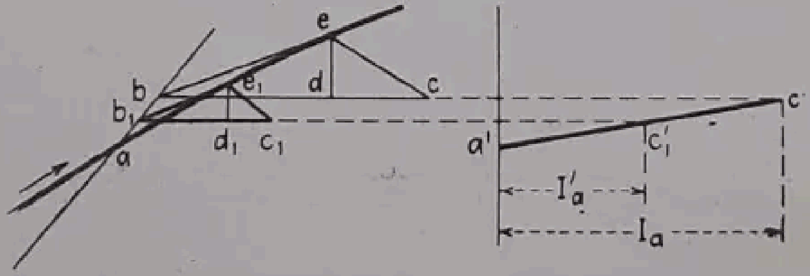


FIG. 360.—Característica compound y curva de saturación.

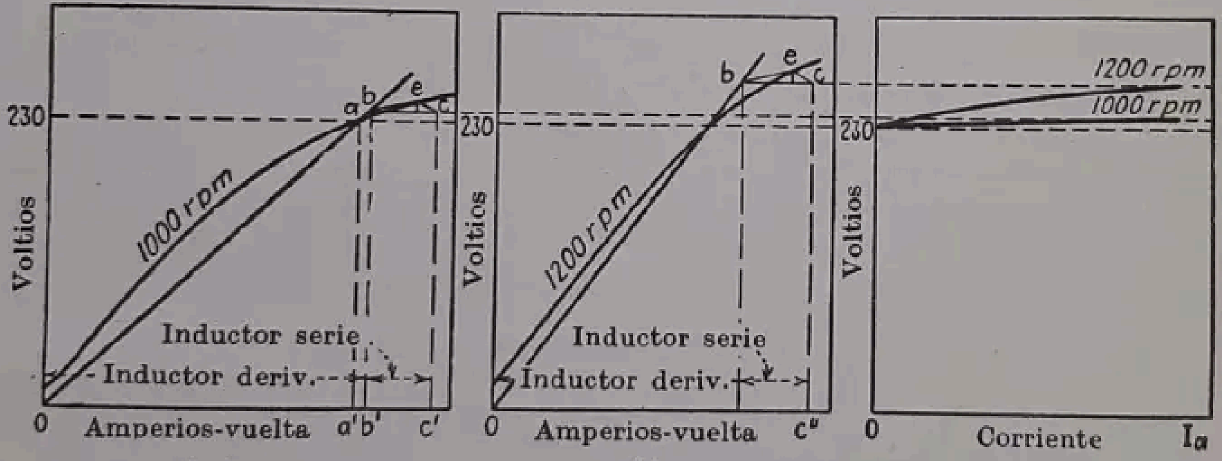
El método para la determinación de otro punto cualquiera de la característica se indica en la figura 360, que representa la parte superior de la curva de saturación a una escala mayor que en la figura 359 (*a*). Supongamos que el punto c'_1 que buscamos corresponde a una intensidad de corriente en el inducido $I'_a = 1/2 \cdot I_a$. El triángulo $b_1e_1c_1$, semejante al *bec*, se trazará tomando sus lados de longitud igual a la mitad de los de *bec*. Luego se situará de modo que el lado $b_1d_1c_1$ sea paralelo al eje de abscisas, que e_1 quede sobre la curva de saturación y que b_1 esté sobre la característica de resistencia del inductor. El punto c'_1 de la característica se encuentra, como en el caso anterior, prolongando la recta $b_1d_1c_1$ hasta que corte la ordenada de I'_a.

Si se aumenta la carga, *oae* (fig. 359, *a*) y ae_1e (fig. 360), debe ser la curva de saturación tomada con valores *crecientes* de la intensidad de la corriente excitatriz; si la carga disminuye, *oae* (fig. 359, *a*) y ee_1a (fig. 360), debe ser la curva de saturación para valores *decrecientes* de la corriente de excitación.

Si la curva de saturación ae_1e de la figura 360 tiene curvatura, la característica $a'c'_1c'$ no será una recta (véanse figs. 356 y 357 *b*, págs. 488 y 489). Si I_a es la corriente nominal en el inducido del generador y la característica de éste es llana, los puntos *a* y *b* coinciden (figs. 359 y 360).

En las figuras 359 y 360 se han establecido las abscisas en amperios-vuelta. Si éstas se gradúan en función de la intensidad de la corriente en el inductor shunt, basta multiplicar los amperios-vuelta en el inductor en serie y en el inducido por $N_s : N_{sh}$ para adaptarlos a la escala de la intensidad de la corriente en el inductor shunt (N_{sh} = espiras por polo en el inductor shunt).

309. Efecto de la velocidad. La figura 361 (*a*) representa la curva de saturación de un generador compound de shunt largo que suministra 230 voltios a 1000 r.p.m. El reóstato de campo del shunt se ajusta de manera que el generador dé en vacío la tensión de 230 voltios, siendo necesario un cierto número de amperios-vuelta en el shunt, determinado por la distancia *Oa'*. Cuando se aplica la carga al generador de acuerdo con lo consignado en el § 307, figuras 359 y 360, la f.m.m. del campo inductor se aumenta, mediante los amperios-vuelta del arrollamiento en serie, en I_aN_s, o *bc* en la figura 361 (*a*). Además, si el generador es hipercompound, los amperios-vuelta del arrollamiento shunt del inductor aumentan en *a'b'*. Según lo expuesto en el § 307, la tensión entre terminales *c'c* para un valor dado de la intensidad I_a de la corriente en el inducido se obtiene situando el triángulo *bce* de modo que *b* esté situado en la característica de resistencia del inductor, y *e* sobre la curva de saturación. Llevemos el mismo generador a la velocidad de 1200 r.p.m. y admitamos que el voltaje entre terminales en vacío sea aún de 230 voltios (fig. 361, *b*). Para el mismo valor de la intensidad de la corriente en el inducido, el triángulo *bce* permanece invariable. Cuando se



(a) (b) (c)

FIG. 361. — Influencia de la velocidad sobre la característica compound.

coloca de nuevo entre la característica de resistencia del inductor y la curva de saturación, la tensión entre terminales toma el valor $c''c$, que es mucho mayor que la $c'c$ de (*a*). Por consiguiente, la característica en carga para 1200 r.p.m. se desarrolla por encima de la correspondiente a 1000 r.p.m., como se indica en la figura 361 (*c*). (Las abscisas corresponden a la intensidad de la corriente en el inducido, en lugar, y preferiblemente, de la intensidad de la corriente exterior). El mayor aumento de la tensión entre terminales al aumentar la velocidad se debe, evidentemente, a la menor saturación del hierro en este caso. Puede observarse que el efecto de la velocidad en la característica compound es inverso del que produce en la shunt (fig. 350, pág. 479), lo que se debe al hecho de que, en los dos casos, la saturación se opone a la variación del flujo.

310. Determinación de las espiras del arrollamiento en serie; característica del inducido. Conviene a menudo determinar experimentalmente el número de espiras del arrollamiento en serie necesario en los polos de una dínamo shunt para transformarla total o parcialmente en compound.

Para realizar esta determinación debe ajustarse la tensión en vacío al valor que se desee. Supongamos que el valor que corresponda de la intensidad de la corriente en la excitación es I_1. Se carga el generador a su valor nominal y por medio del reóstato de campo se lleva la tensión entre terminales al valor prefijado. Sea I_2 el valor correspondiente de la corriente de excitación. El número de amperios-vuelta que necesitamos añadir es

$$(I_2 - I_1)N_{sh}$$

siendo N_{sh} = espiras del inductor shunt. Se pueden calcular las espiras por polo o el total de espiras.

Sea I la intensidad nominal de la corriente de carga del generador, y N_s las espiras necesarias para convertirla en compound en el grado deseado. Se tendrá, por lo tanto, si el generador es de característica llana

$$N_s I = (I_2 - I_1)N_{sh} \quad \text{amperios-vuelta}$$

de donde

$$N_s = \frac{(I_2 - I_1)}{I} N_{sh} \quad \text{espiras.} \tag{343}$$

Si el generador quiere transformarse en hipercompound, el aumento de la tensión con la carga produce un incremento de la corriente en el arrollamiento shunt del inductor (pág. 492) y, por tanto, una parte del aumento de los amperios-vuelta necesarios para lograr aquella transformación a suministra el arrollamiento shunt del campo inductor. Sea I_3 el aumento de la intensidad de la corriente en el arrollamiento shunt debido a la conexión hipercompound, que es igual a $a''b''$ en la figura 359 (*a*) de la página 491, dividida por N_{sh}, por lo tanto

$$(I_2 - I_1)N_{sh} = N_s I + N_{sh} I_3 \quad \text{amperios-vuelta}$$

o bien

$$N_s = \frac{(I_2 - I_1 - I_3)N_{sh}}{I} \quad \text{espiras} \tag{344}$$

fórmula que también puede aplicarse a los generadores hipocompound sin más que invertir el signo de I_3, ya que, en este caso, representa una disminución de la intensidad de la corriente en el inductor.

Como en las fórmulas (343) y (344) I es la *corriente nominal en carga*, se deduce que se refieren al caso de *shunt corto*, puesto que, con este montaje, el arrollamiento en serie está directamente en serie con la carga. Si se quisiera emplear la (343) y la (344) para montaje con *shunt largo*, la determinación experimental se haría con un amperímetro intercalado en el circuito del inducido, en cuyo caso la corriente en carga I debe substituirse por la corriente en el inducido I_a. Se notará poca diferencia entre los dos casos teniendo en cuenta que la intensidad de la corriente en el inductor shunt excede raramente del 3 % de la correspondiente en el inducido y que la diferencia debida a la histéresis del circuito magnético del generador superará probablemente la que produzca la conexión shunt del inductor.

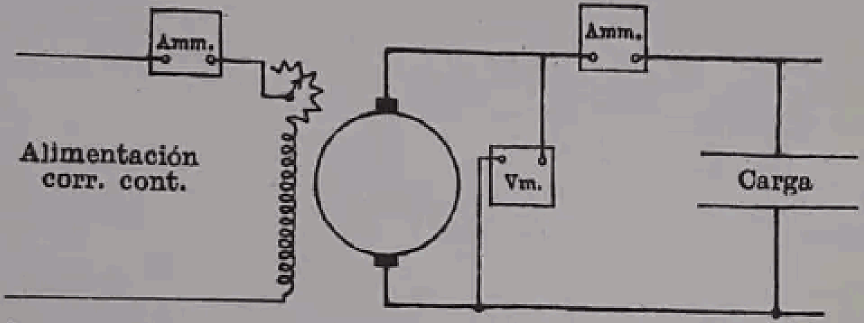


Fig. 362.—Conexiones para la determinación de la característica del inducido.

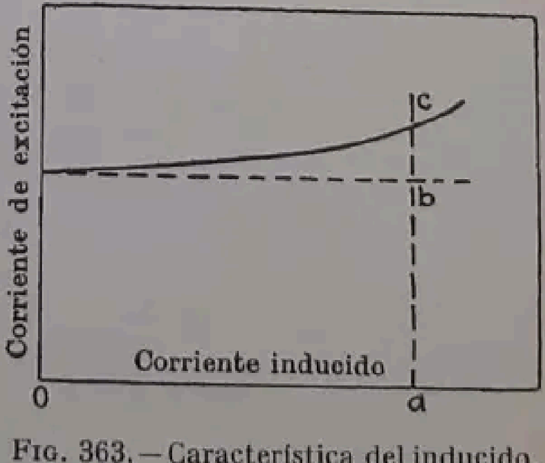


Fig. 363.—Característica del inducido.

El número de espiras en serie para un generador compound de característica llana puede obtenerse también por medio de la característica del inducido. Se aplica la carga al inducido de la manera usual. Es preferible excitar el campo por separado, como se indica en la figura 362. Una vez el generador en carga, la tensión entre los terminales se mantiene constante por medio del reóstato de campo. Se anotan los valores correspondientes de la intensidad de la corriente de excitación y de la del inducido. La curva que las relaciona (fig. 363) es la *característica del inducido*. Debido a la saturación, la intensidad de la corriente en el inductor es mayor para los valores más altos de la intensidad de la corriente en el inducido.

Los amperios-vuelta del inductor shunt, necesarios para mantener constante la tensión entre terminales del inducido, están representados por $N_{sh}(bc)$. Si Oa es la corriente nominal y el generador es de tipo de shunt corto, el número de espiras del arrollamiento en serie para característica llana, con relación a la tensión entre terminales del inducido, es

$$N_s = N_{sh} \frac{bc}{Oa} \quad \text{espiras.} \tag{345}$$

Debido a la caída de tensión en el arrollamiento en serie del inductor, la tensión entre los *terminales del generador* es ligeramente inferior que el valor (345) para característica llana. Si la resistencia del arrollamiento en serie es conocida, la corriente de excitación ac (fig. 363) puede reemplazarse por un valor ac' (no representado en la fig. 363) que a la carga nominal representa el valor de una tensión igual a la que se tiene en vacío más la caída en el arrollamiento en serie. Las espiras en serie para el caso de característica llana toman entonces el valor

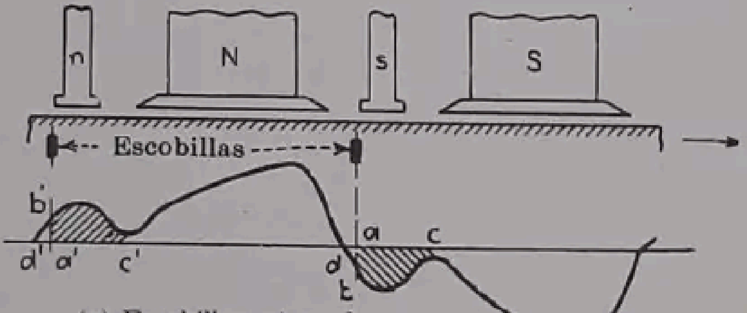
$$N_s = N_{sh} \frac{bc'}{Oa} \quad \text{espiras.} \tag{346}$$

Si se emplean polos de conmutación, su caída de tensión, del mismo modo que en el inducido, se tiene en cuenta al ajustar la tensión durante el ensayo. Tanto en la fórmula (345) como en la (346), se desprecia la pequeña caída que se produce en el inducido, debida a la corriente en el inductor shunt.

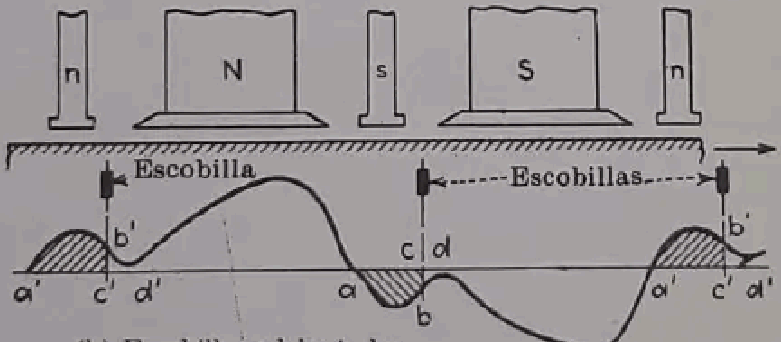
Si la conexión del generador es de shunt largo, el valor Oa representa el valor de la intensidad de la corriente en el *inducido* a la carga nominal, y pueden también emplearse las expresiones (345) y (346).

311. Efecto compound de los polos de conmutación. El flujo entra en el inducido y sale de él procedente de los polos de conmutación (figs. 344 y 345, página 473), y la magnitud de dicho flujo es aproximadamente proporcional a la intensidad de la corriente en el inducido. Si el flujo de cada polo de conmutación se reparte equitativamente entre los dos lados del conductor conectado a la delga del colector que se halla en el centro de la escobilla, el efecto de compensación (o compound) de los interpolos es despreciable. No es siempre posible en la práctica colocar las escobillas en su posición ideal.

Con frecuencia, también, cuando las escobillas se colocan en la posición que parece dar las mejores condiciones de conmutación, resulta que esta posición debe ser tal que un lado de la bobina a la cual está conectada la escobilla en este instante, corte solamente una parte del flujo del polo de conmutación, como en las figuras 364 (*a*) y (*b*), en lugar de situarse en el centro de dicho flujo. Por ejemplo, en (*a*) las escobillas quedan retrasadas con respecto a la zona central del flujo del polo de conmutación y, en consecuencia, la parte *abc* de este flujo se agrega al flujo del polo *S* entre las escobillas, y la parte *a'b'c'* se agrega al flujo del polo *N*. La pequeña superficie *abd* se resta del flujo del polo *N* y la pequeña área *a'b'd'* se resta de un flujo del polo *S*. El efecto neto, sin embargo, es aumentar el flujo entre escobillas, y los polos de conmutación tienden a convertir el generador en hipercompound.



(a) Escobillas retrasadas



(b) Escobillas adelantadas

FIG. 364.—Efecto compound de los polos de conmutación.

Si, por el contrario, se corren las escobillas hacia delante con relación a la zona central del flujo del polo de conmutación, como en (*b*), el flujo correspondiente al área *abc* se restará del flujo del polo *N*, y el flujo correspondiente al área *a'b'c'* se restará del flujo del polo *S*. Las pequeñas áreas de flujo *bcd* y *b'c'd'* se añaden al flujo del polo *S* y al del polo *N* respectivamente, y con ello el efecto neto de los polos de conmutación es, en este caso, hacer que el generador tenga una compensación diferencial. Como este resultado no interesa en general, es conveniente tomar algunas precauciones al determinar la posición de las escobillas. Así, pues, los polos de conmutación pueden ejercer la función de un arrollamiento en serie sobre las características de funcionamiento del generador, produciendo efectos de transformación en compound que pueden no ser convenientes para el funcionamiento de los motores.

312. Generador en serie. En los generadores en serie, el arrollamiento inductor se conecta en serie con el inducido y con el circuito exterior, constituyéndolo, necesariamente, con un número reducido de espiras de hilo de sección suficientemente grande para conducir la corriente nominal del generador.

El generador con excitación en serie se emplea en muchas ocasiones para instalaciones de intensidad de corriente constante, a diferencia de los generadores con excitación en derivación, que se emplean para mantener un potencial constante. La figura 365 representa la curva de saturación de un generador serie, así como su característica. La curva de saturación no difiere en nada de la correspondiente al generador shunt. También aquí, con baja saturación, la característica exterior tiene una forma parecida a la curva de saturación. El potencial en cada punto de la característica es menor que el que indica la curva de saturación, difiriendo en la caída de tensión en el inducido y en el inductor $I_a\ (R_a + R_s)$ y en la debida a la reacción del inducido. La curva alcanza un máximo más allá del cual la reacción de inducido se hace tan grande que la curva cae con gran pendiente y la tensión entre terminales se anula rápidamente. Los generadores serie se proyectan de modo que la reacción del inducido sea muy elevada.

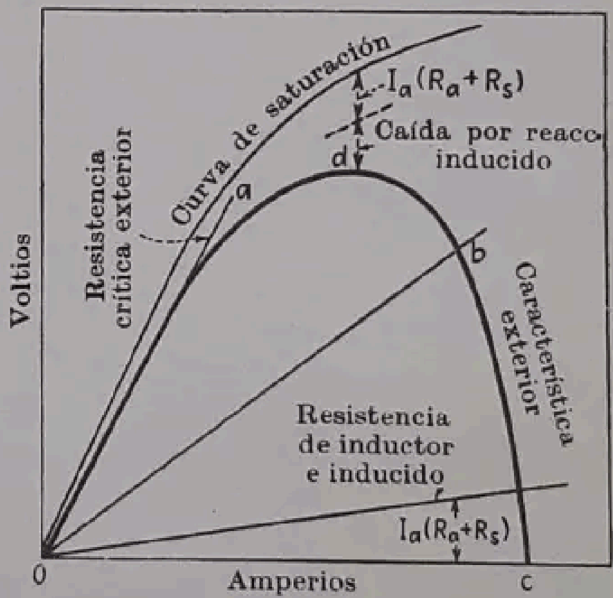


Fig. 365. — Característica de los generadores con excitación en serie.

El generador funciona como sigue: si el arrollamiento inductor en serie se conecta de modo que la corriente producida por el magnetismo residual favorece a éste, el generador producirá f.e.m., siempre que la resistencia exterior sea igual o menor que la que indica la característica de resistencia exterior *Oa*. La recta *Oa* se llama *característica de resistencia exterior crítica*. Cuando la resistencia exterior decrece, la recta indicada gira hacia la derecha, como ya se explicó para el generador shunt en el § 288, página 443, tomando una posición tal como la *Ob*. Sería prácticamente imposible el funcionamiento con una resistencia exterior correspondiente a la recta *Oa*, o con cualquiera otra que cortara a la curva a la izquierda de *d*, porque un ligero aumento de la resistencia exterior haría que la característica de resistencia quedase fuera de la curva, produciéndose con ello una caída de la carga. Los generadores se construyen de modo que funcionen sobre la porción *bc* de la característica que corresponde a una corriente prácticamente constante. La intensidad de la corriente no queda afectada por cambios considerables de la resistencia exterior, lo que se puede ver haciendo girar la característica de resistencia externa *Ob* un ángulo considerable. Para obtener una regulación fina, el arrollamiento inductor en serie se shunta con un reóstato, cuya resistencia se gradúa por medio de un solenoide conectado en serie con el circuito exterior. De esta manera, la corriente suministrada por el generador puede mantenerse casi completamente constante.

El generador en serie se empleó antes para alimentar lámparas de arco en serie, destinadas al alumbrado de calles. El generador de arco Brush y el Thomson-Houston son ejemplos conocidos. Los dos tienen inducidos de circuito abierto (véase § 263, pág. 399). Como la tensión en el colector es de 2000 a 3000 voltios, se disponen en ellos ranuras vacías entre las delgas. Hace ya mucho tiempo que estos generadores no se utilizan.

Hasta 1937 se utilizó en Europa el sistema Thury, [1] para el transporte de tensión que llegaba hasta los 50000 voltios, obtenida conectando en serie varios generadores serie y transmitiendo a intensidad constante. La tensión aumenta con la carga. Cada generador tiene dos colectores, uno en cada extremo del inducido. El potencial puede elevarse a 5000 voltios por colector. La regulación se obtiene shuntando los inductores. La energía se utilizaba mediante motores serie, conectados en serie con la línea en los puntos deseados.

313. Elevadores de tensión. Accidentalmente se emplean generadores en serie como elevadores de tensión *(booster)* en líneas de corriente continua. Cuando la caída de tensión en un alimentador se hace excesiva, puede resultar más económico instalar un elevador de tensión y utilizarlo en los momentos de carga máxima que emplear conductores de mayor sección. Los elevadores de tensión son generadores serie que operan en la parte recta de la curva de saturación, y en los que, por lo tanto, la tensión entre terminales es proporcional a la intensidad de la corriente. Además, la caída de tensión en el alimentador es proporcional a la intensidad de la corriente que circula por él. Si el generador se conecta en serie con la línea de alimentación (fig. 366, *a*) y se ajusta adecuadamente, la tensión entre terminales puede hacerse siempre que sea igual a la caída de tensión en la línea (figura 366, *b*), y la tensión en los receptores puede mantenerse a un valor constante. Los elevadores de tensión van directamente acoplados a un motor shunt que se alimenta con la corriente de las barras del cuadro. Si la potencia motriz puede suprimirse por cualquier causa, el generador con excitación en serie se invierte y funciona como motor. La velocidad del motor en serie, en vacío, es prácticamente ilimitada y seguiría girando hasta saltar en pedazos. Por ello, los elevadores de tensión no deben nunca accionarse por correa y han de equiparse con mecanismos que eviten el que se aceleren.

314. Efecto de las variaciones de velocidad sobre las características. Cuando se prueba un generador para determinar su característica o su regulación, se supone que la velocidad se mantiene constante y de valor igual

---

[1] Véase *Standard Handbook for Electrical Engineers*, 8.ª ed., sec. 13.

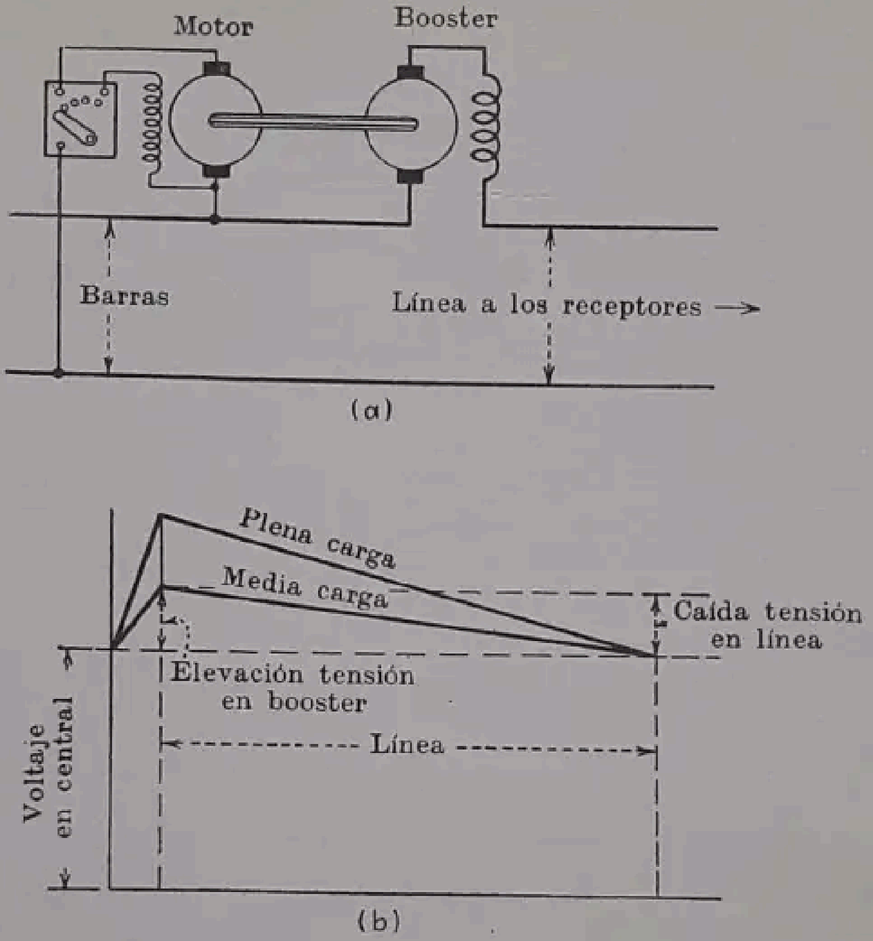

Motor
Booster
Barras
Línea a los receptores →
(a)
Plena carga
Media carga
Caída tensión en línea
Elevación tensión en booster
Línea
Voltaje en central
(b)

FIG. 366.—Elevador de tensión (booster) en serie.

a la nominal. Cualquier caída de tensión producida por una reducción de la velocidad del motor que mueve el generador no es imputable a este último. En la práctica, las disminuciones de la velocidad del motor al aumentar la carga suelen ser inevitables, y la regulación del generador ha de tener en cuenta las caídas de tensión debidas a ella. Al especificar las condiciones de un generador debe detallarse bien *la regulación del generador accionado por su motor.* La corrección de la velocidad aplicada a las características de los generadores queda totalmente comprendida, debido a los muchos factores que intervienen en ella.

REGULADORES AUTOMÁTICOS DE TENSIÓN

Se ha señalado que la tensión de un generador varía con la carga, la velocidad, etc. Por medio de un regulador automático se puede mantener con valor constante, aun cuando haya fluctuaciones rápidas de la carga. Como complemento debe compensarse la caída de tensión en la línea. Estos reguladores automáticos actúan por lo general sobre el campo inductor del generador o sobre el campo de la excitatriz para hacer variar la corriente de excitación cuando varía la tensión en la línea.

Durante mucho tiempo se utilizó casi exclusivamente el regulador Tirrill. La regulación se efectuaba introduciendo o suprimiendo resistencias en el circuito inductor, ordinariamente el de la excitatriz, mediante contactos adecuados. Cuando la tensión bajaba demasiado, el cierre de los contactos dejaba en corto circuito una parte del reóstato de campo; si la tensión llega a ser demasiado elevada, la apertura de los contactos da origen a la inserción de resistencias en el circuito inductor. Cada vez que actúa, el regulador realiza inmediatamente una nueva corrección, con lo que los contactos están en continua vibración y, como las variaciones de la corriente en el inductor se producen con retardo, la tensión se mantiene prácticamente estacionaria. Este tipo de regulador ha sido en gran parte substituído por los de acción directa, con reóstato, debido a la escasa probabilidad de que los contactos se adhieran y a su menor costo de conservación.

315. Reguladores de acción directa. El regulador tipo GDA, fabricado por la General Electric Company, es del tipo de reóstato y acción directa, y el reóstato forma parte del propio regulador. El reóstato está constituído por placas de grafito apiladas, cada una de las cuales puede oscilar gracias a una pieza metálica, dispuesta en el centro. Por detrás, las placas están separadas entre sí por una pieza aislante, y por delante por un botón de plata. Cuando las placas se inclinan hacia delante, los botones de plata forman un corto circuito continuo y la resistencia del reóstato regulador se hace mínima, y si se inclinan hacia atrás, la corriente ha de pasar por todas las placas y pivotes, y la resistencia es máxima. El valor de la resistencia de regulación depende así del número de placas que se inclinan hacia atrás o hacia delante.

La figura 367 representa el regulador. Un núcleo de hierro en U se imana mediante el arrollamiento 1, conectado a los terminales del generador, en serie, con una resistencia y un reóstato de ajuste de tensión. Una armadura giratoria 3 tiende a alinearse por sí misma entre los polos del núcleo de hierro 2, pero se lo impide el resorte 4. El sistema giratorio acciona una varilla ajustable 5, que a su vez actúa sobre el reóstato por intermedio de una barra equilibradora 6. Para evitar oscilaciones, el eje del sistema giratorio va unido a un amortiguador hidráulico 7 por medio de un resorte de lámina 8, que hace de palanca. El resorte 8 permite el movimiento instantáneo del mecanismo en el momento que se produce una variación de la tensión. La placa 9 y los tornillos 10 sirven para el ajuste.

El regulador está normalmente en reposo. Si se produce una caída de tensión en el generador, la corriente en la bobina 1 decrece y el flujo se debilita. El resorte 4 se sobrepone al par de la armadura 3, y el eje gira en la dirección de las agujas de un reloj, haciendo descender la varilla 5. Esto provoca la inclinación de algunas placas hacia delante, reduciendo la resistencia en el circuito inductor del generador. La tensión aumenta entonces y se restablece el equilibrio entre el inducido y el resorte. Si aumenta la tensión en el generador se produce el proceso inverso.

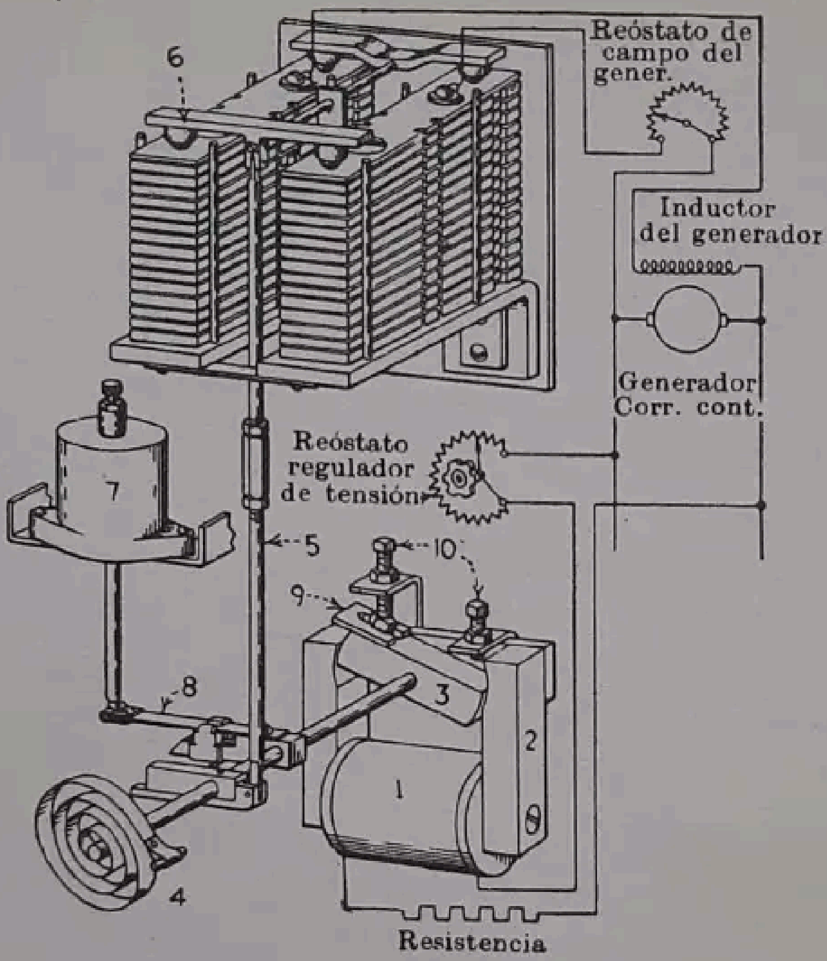

Reóstato de campo del gener.
6
Inductor del generador
Generador Corr. cont.
Reóstato regulador de tensión
7
5
10
9
8
3
2
1
4
Resistencia

FIG. 367.—Esquema de la disposición y conexiones del regulador de tensión de un generador del tipo GDA *(General Electric Company.)*

TIPOS ESPECIALES DE GENERADORES

316. Generadores unipolares u homopolares.[1] En los generadores ordinarios de corriente continua, se engendra una f.e.m. alternativa y la corriente producida se ha de rectificar o conmutar. En el generador unipolar, sin embargo, se produce una f.e.m. unidireccional y no se necesita colector para la conmutación.

El principio del generador unipolar es el de la dínamo de disco de Faraday (fig. 368, *a*). Si se hace girar un disco entre los dos polos de un imán, se induce una tensión entre el centro y el borde del disco y se puede captar la corriente del disco colocando una escobilla en el centro y otra en el borde. El disco representado en la figura 368 (*a*) no sería realizable porque la f.e.m. se genera solamente en una parte de él, y la corriente puede circular a través del disco aun cuando esté abierto el circuito exterior. Si se emplea un polo anular (fig. 368, *b*), se genera una f.e.m. igual a lo largo de cada radio del disco y la corriente no encuentra ningún circuito de retorno en el mismo disco.

---

[1] Para más detalles véase *Standard Handbook for Electrical Engineers*, sec. 8, 8.ª ed. McGraw-Hill Book Company.

La figura 368 (*c*) representa en perspectiva un tipo industrial de generador unipolar, del que se ha cortado un cuadrante. Las escobillas *bb* son de una polaridad determinada, negativa en este caso, y la escobilla *a* es de polaridad opuesta, lo que se indica con el signo +.

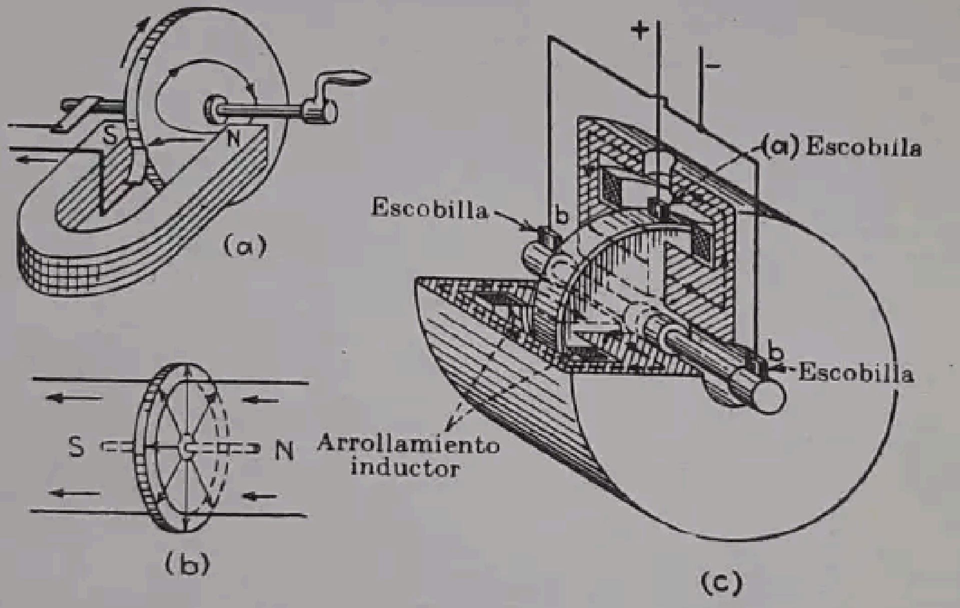


FIG. 368.—Generador unipolar.

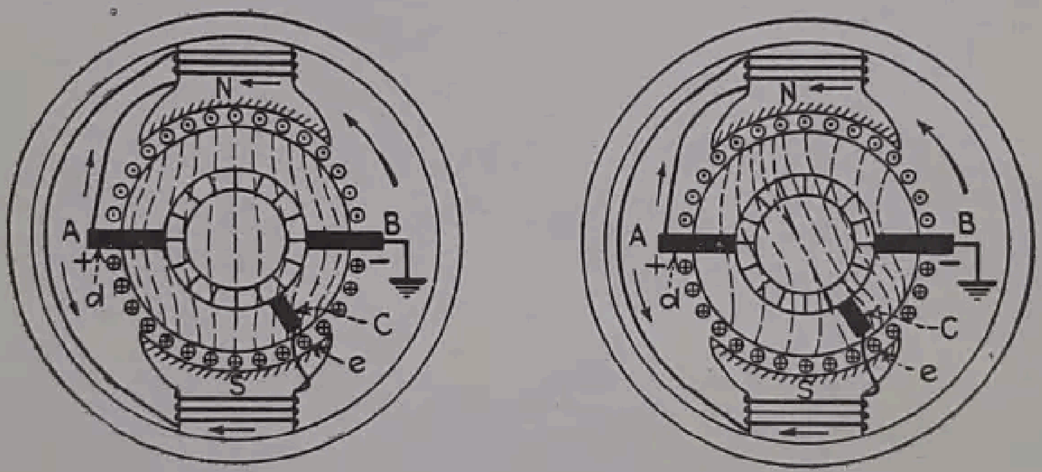
Un orificio en la caja envolvente da acceso a la escobilla *a*. Estos generadores se hacen a veces con un cilindro giratorio, en cuyo caso se dice que son del tipo axial.

La principal desventaja del generador unipolar es que la f.e.m. generada es muy baja, aunque las velocidades sean elevadas. Es necesario conectar varios discos en serie si se quieren obtener tensiones de valor comercial. El generador de la figura 368 (*c*), que tiene un inducido de unos 50 cm de diámetro y gira a 3000 r.p.m., produciría solamente 40 voltios. Otra desventaja es la dificultad para recoger la corriente del disco, dada la elevada velocidad con que necesitan girar estos generadores. Pueden aplicarse como generadores de gran velocidad movidos por turbina y que produzcan corrientes de gran intensidad y baja tensión. Debido a la superioridad de los generadores con inducido devanado, el uso del generador unipolar ha sido muy limitado.

317. Generadores con escobilla de regulación. En algunos tipos de generadores pequeños, particularmente en aquellos que funcionan a velocidad variable, como los utilizados en los automóviles, presenta ventajas aprovechar la reacción del inducido para regular la intensidad de la corriente. Si se emplease un generador shunt o compound ordinario para la carga de la batería de un automóvil, produciría poca corriente a pequeña velocidad y excesiva a la velocidad máxima.

Un método muy corriente de regular los generadores empleados en los automóviles es el de disponer una escobilla de regulación o *tercera escobilla* conectándose el arrollamiento shunt del inductor entre una de las escobillas principales y una pequeña escobilla colocada entre las dos principales, como en la figura 369, en la que *A* es la escobilla principal positiva y *B* la negativa, que regularmente está unida a la masa del bastidor del coche, que hace las veces de tierra.

La tercera escobilla *C*, o escobilla de regulación, se dispone a unos 60° con respecto a la escobilla *B*, en la dirección opuesta a la del sentido de rotación. El arrollamiento shunt del inductor se conecta entre la escobilla *C* y la escobilla positiva. En la figura 369 (*a*) se representa gráficamente el flujo a través del inducido. La reacción del inducido es despreciable [véase figura 321 (*a*), pág. 448]. La tensión entre terminales del inductor será, por lo tanto, prácticamente la f.e.m. inducida en los conductores conectados en serie entre *d* y *e*, que cortan el flujo comprendido entre las escobillas *A* y *C*.



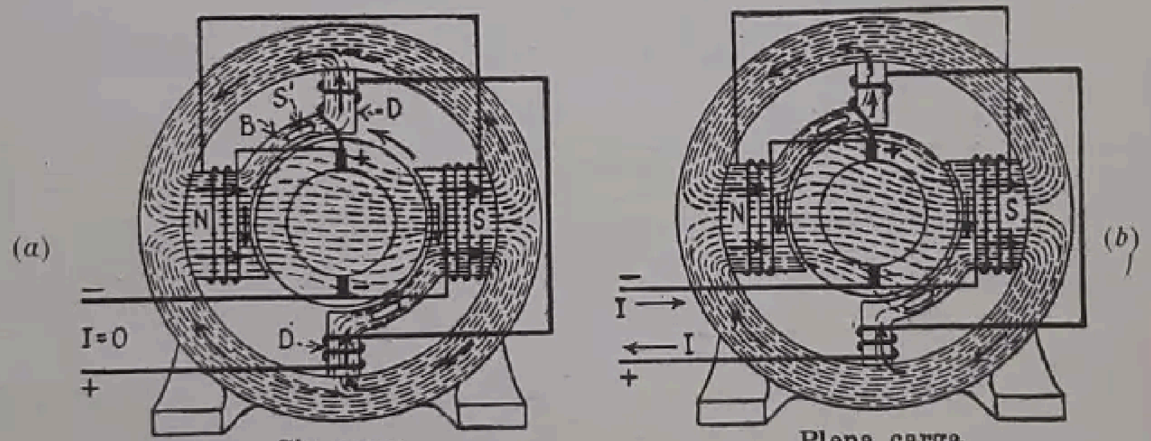
Carga reducida **Carga importante**

Fig. 369. — Generador con escobilla de regulación.

Si la velocidad del generador aumenta, permaneciendo constantes los otros factores, la f.e.m. aumentará y el generador suministrará mayor corriente. Esta corriente, sin embargo, desvía el campo magnético en la dirección de la rotación, como en la figura 369 (*b*) [ver también la fig. 321 (*c*), pág. 448], dando origen a una transferencia del flujo que se halla entre los conductores *d* y *e* a la región comprendida entre las escobillas *C* y *B*. Como la f.e.m. total entre los conductores *d* y *e* y, por consiguiente, la tensión entre los terminales del inductor es proporcional al flujo entre los conductores *d* y *e*, el efecto del aumento de la velocidad se compensa, por lo menos en parte, por la disminución del flujo, con lo que si la corriente aumenta, lo hará sólo ligeramente. Observando la figura 369 (*b*), se verá que se puede aumentar la corriente con sólo mover la tercera escobilla *C* en la dirección de la rotación, y puede reducirse corriendo la escobilla en la dirección contraria a la de rotación.

Cuando estos generadores se emplean para carga de baterías, como en los automóviles, debe preverse un «disyuntor» que conecte la batería al generador solamente cuando éste llegue a generar una tensión ligeramente superior a la que tenga la batería. Si la velocidad del generador disminuye, el disyuntor se abre cuando la corriente se invierte y empieza a circular de la batería al generador [1].

318. Generadores con polos de desviación. [2] Este generador es de excitación compound y en él la tensión se regula desviando una parte, mayor o menor, del flujo principal para que no pase por el inducido, empleando para ello un shunt magnético. Las características que así se obtienen presentan ciertas ventajas sobre las del generador compound usual, especialmente para la carga de baterías. Los esquemas del generador en vacío y a plena carga se representan en la figura 370. Los pequeños polos *D* que producen la desviación se colocan entre los polos principales y a igual distancia de ambos, y cada uno se enlaza a un polo principal por medio de un puente magnético *B*. En cada puente magnético hay una ranura longitudinal *S'*, cuyo objeto es reducir su sección transversal en ese punto y hacer que el hierro junto a la ranura *S'* se sature fácilmente. Alrededor del polo de desviación se devanan espiras en serie, y el sentido del arrollamiento es tal que este polo es del mismo signo que el principal al que está enlazado.



Sin carga

Plena carga

FIG. 370.—Distribución del flujo magnético en un generador de polos de desviación.

Las condiciones que se producen en vacío son las que indica la figura 370 (*a*). La excitación de los polos de desviación es nula y una parte considerable del flujo principal se deriva hacia la culata por medio de dichos polos, quedando limitada la derivación por la saturación en la ranura S' del puente. El efecto que produce la ranura puede comprenderse también teniendo en cuenta el potencial magnético. La considerable caída de potencial magnético que se produce a través de la porción saturada S' del puente eleva el potencial magnético de la cara del polo principal con relación al inducido, y así obliga a que una parte importante del flujo entre en el inducido desde el propio puente.

---

[1] Véase DAWES, C. L.: INDUSTRIAL ELECTRICITY, 1.ª parte. McGraw-Hill Book Co.

[2] SMITH, E. D.: «The Diverter Pole Generator», *Trans. A.I.E.E.*, vol. 47, pág. 1412, octubre de 1928.

En la figura 370 (*b*) se representan las condiciones de circuito magnético cuando el generador está en carga. Las espiras en serie del polo de desviación superior orientan el flujo hacia abajo y fuerzan el flujo de dispersión, que pasa por el polo de desviación, a penetrar en el puente y en el inducido. Esta acción se puede también comprobar atendiendo al potencial magnético. Los amperios-vuelta en serie actúan haciendo aumentar el potencial magnético del puente y, como resultado, se aumenta el flujo que pasará por el inducido.

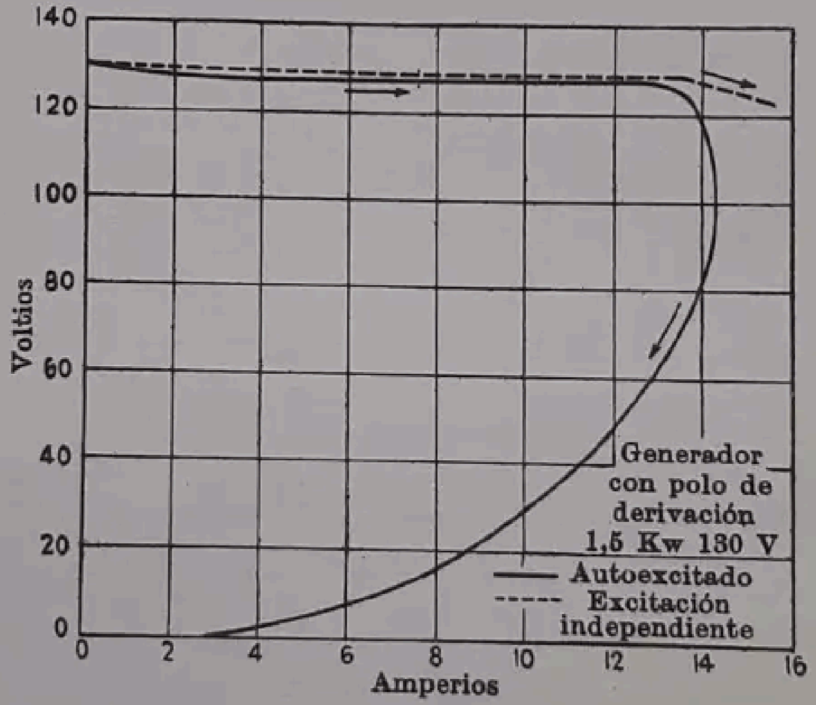


Fig. 371.—Característica de carga de los generadores con polos de desviación.

En la figura 371 se representan las curvas características típicas de esta clase de generadores cuando el circuito de excitación es de tipo shunt o si la excitación es independiente. Debe observarse la forma, muy aplanada, de las características.

Estos generadores se utilizan principalmente para la carga de baterías de acumuladores. No presentan el defecto de los generadores shunt de que la tensión cae con la carga, ni del generador compound, cuya característica es convexa, debido a la saturación (fig. 356, pág. 488). La característica casi lineal de los generadores con polos de desviación se debe al hecho de que, al aumentar la carga, no se añade flujo al polo principal para saturarlo, sino que solamente se aprovecha el flujo dispersado derivándolo hacia el inducido. A diferencia del tipo de generador con excitación compound y característica rectilínea, este generador no marcha cuando accidentalmente recibe corriente, es decir, no actuará como motor. El arrollamiento en serie no puede dar lugar a ninguna inversión del flujo en el campo principal, debido a que la reducida sección del puente limita el flujo que puede pasar a través del mismo. Además, el flujo que va del polo de desviación hacia el inducido queda limitado por la saturación del mismo polo. Como estos polos están situados en el eje de las escobillas, ejercen poca influencia sobre la f.e.m. del inducido. Los polos de desviación tienen además la ventaja de que el flujo según el eje de escobillas es de polaridad tal que ayuda a la conmutación, con lo que actúan también como polos de conmutación.

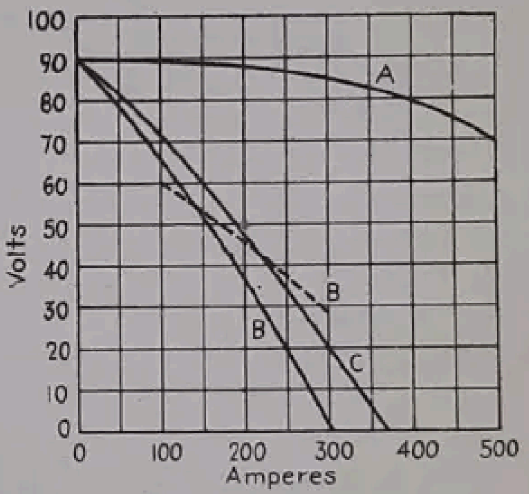


Fig. 372.—Características de marcha de los generadores con excitación shunt y los de soldadura por arco. *A*, dínamo shunt de tipo corriente; *B*, característica de generador para soldadura en régimen constante; *B′*, característica de régimen transitorio de un generador para soldadura; *C*, característica de régimen constante de generador para soldadura con elevadas intensidades de corriente.

319. Generadores para soldadura eléctrica. La soldadura eléctrica es hoy un valioso auxiliar para las construcciones de hierro y acero. Debido al paso constante de iones entre el ánodo y el cátodo, es más fácil mantener un arco con corriente continua que con alterna, lo que hace que se prefiera el primer sistema para muchas clases de soldadura. Las características del generador para soldadura por arco deben adaptarse a las condiciones especiales exigidas por el arco.

El generador debe poder funcionar intermitentemente partiendo de circuito abierto hasta llegar al corto circuito, que se produce cuando se ceba el arco o cuando las partículas de metal fundido aumentan la conductividad del arco. Las curvas características de la tensión del generador en función de la intensidad de la corriente deben ser tales que el arco se mantenga estable. La longitud del arco y, por consiguiente, la intensidad de la corriente y la tensión varían rápidamente con el tiempo, de manera que el generador funciona continuamente en condiciones transitorias, produciéndose variaciones con rapidez considerable.

En la figura 372 se representa la característica shunt típica *A*. Este tipo de característica no resulta conveniente para la soldadura por arco si se observa que la corriente varía ampliamente con pequeñas variaciones de la tensión y el arco exige que la tensión se aplique de cuando en cuando a un corto circuito. Cuando la característica shunt se aproxima a las condiciones de corto circuito, el funcionamiento es inestable (fig. 349, pág. 477). Sin embargo, las características *B* y *C* se adaptan mejor a la soldadura por arco. En estas características, la tensión en vacío es de 90 voltios, que supera en unos 45 voltios a la necesaria para mantener el arco. Las corrientes de corto circuito son nominales y definidas. La intensidad de la corriente varía moderadamente con la tensión, de manera que el operador puede vigilar la corriente de soldadura. Así, con estas características, el arco es estable y la corriente la puede regular el operador.

Debe observarse que las características *B* y *C* son de régimen permanente, es decir que el valor de la tensión para cada valor de la intensidad de la corriente se determina una vez que se llega a una constancia de las condiciones de la corriente.

En la práctica, el funcionamiento del generador no se adapta ordinariamente a las características *B* o *C*, debido a las condiciones transitorias del arco. Supongamos un generador shunt usual. Su característica de carga se determina por medio de la caída de tensión debida a la resistencia del inducido, la variación de intensidad de la corriente excitatriz producida por la variación de la tensión en los terminales, y la reacción del inducido (pág. 477). Como se requiere cierto tiempo para hacer variar el campo magnético (pág. 347), no se puede producir un cambio inmediato de flujo debido a la reacción del inducido con una variación repentina de la carga. Por lo tanto, en el instante en que se alcanza un nuevo valor de la intensidad de la corriente, la tensión entre los terminales no será la que corresponda al valor constante de régimen. Estos mismos efectos magnéticos se presentan en el generador para soldadura. Por ejemplo, para cargas que crezcan rápidamente, una parte de la *característica transitoria* correspondiente a la característica de régimen permanente *B* puede ser la curva *B'*. La característica *B'* no se adapta bien a las exigencias de la soldadura.

Además, una variación de flujo en el circuito magnético induce corrientes en el hierro y en el circuito inductor. Según la ley de Lenz (pág. 324), estas corrientes inducidas se oponen a cualquier variación del flujo que las produce. Por consiguiente, las corrientes inducidas dan lugar a un aumento en el retardo de las variaciones de flujo cuando cambia la carga, y también producen un aumento suplementario en el apartamiento de la característica con respecto a la forma que tiene cuando el régimen es permanente.

En los generadores para soldadura, estas dificultades se corrigen en parte haciendo el circuito magnético de chapas de hierro y reduciendo de este modo las corrientes inducidas en el núcleo. Se intercala frecuentemente una autoinducción en serie con la carga, que se opone a la variación de la corriente (pág. 347). Cuando cambia la intensidad de la corriente, la f.e.m. de autoinducción actúa efectivamente, de modo que la característica transitoria B' tiende a coincidir con la característica B de régimen constante.

Para superar el efecto del cambio transitorio en la corriente de excitación producido por un cambio en el flujo, se dota con frecuencia la autoinducción en serie con la carga, de un secundario conectado a un arrollamiento dispuesto sobre el circuito magnético. La dirección de este arrollamiento es tal que su corriente inducida está en oposición con la que se induce en el arrollamiento inductor y, por lo tanto, contrarresta prácticamente el efecto de la variación de la corriente en él.

Existen muchos tipos especiales de generadores para soldadura, construídos de modo que tengan las características requeridas tanto en régimen transitorio como en régimen constante. El tipo *WD* de generador[1], de la General Electric Co., es uno de ellos, construído de modo que no necesita autoinducción para estabilizar el arco. La figura 373 representa un esquema de conexiones del generador con sus accesorios. Lleva cuatro polos principales, pero los dos polos N y los dos polos S son adyacentes, lo que, en realidad, hace que sea de tipo bipolar con los dos polos principales divididos. Las escobillas A y B se disponen en el plano neutro geométrico, así como los polos de conmutación. Sea φ_M el flujo en los polos dispuestos según el eje vertical, y φ_C el flujo en los polos que están sobre el eje horizontal. La f.m.m. del inducido R actúa según el eje de escobillas (pág. 450) y se puede descomponer en dos componentes, R_C, que se opone a φ_C, y R_M cuya acción se adiciona a la de φ_M. Por consiguiente, la reacción del inducido reduce el flujo φ_C y tiende a aumentar el flujo φ_M. No obstante, los polos que están sobre el eje vertical funcionan a elevada saturación, y la f.m.m. adicional R_M tiene escasa influencia sobre φ_M.

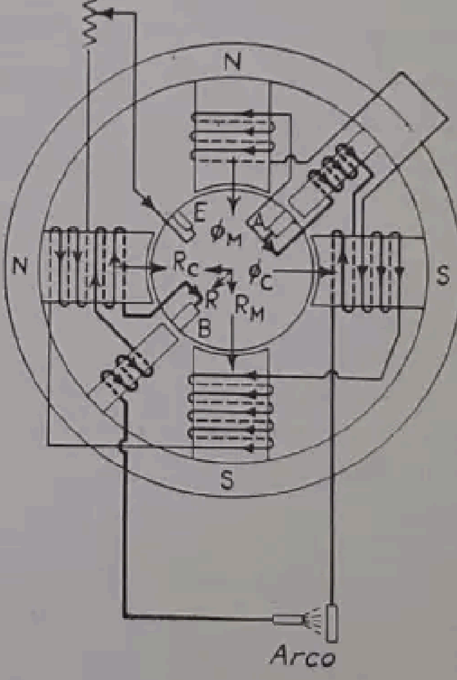


FIG. 373.—Generador para soldadura por arco. *(General Electric Company.)*

Las espiras del shunt de los cuatro polos están en serie, y el circuito está conectado entre la escobilla A y una «tercera escobilla» E a mitad de camino entre los dos polos N. En realidad se constituye con ello un generador con escobilla de regulación (§ 317), y la tensión de la excitación es la que se induce en los conductores en serie que se hallan frente al polo N superior.

---

[1] HORNBY, F. B.: «Control of Transients in Welding Generators», *Trans. A.I.E.E.*, vol. 53, pág. 1598, 1934. (Véase también *Electr. Eng.*, diciembre 1934, pág. 1598 y abril 1935, pág. 441.

El flujo φ_M en este polo es prácticamente constante para cualquier carga y, por consiguiente, la tensión en el inductor shunt es también prácticamente constante a todas las cargas.

Los dos polos horizontales están poco saturados. Por consiguiente, al crecer la carga, la f.m.m. R_C hace que se reduzca rápidamente φ_C y puede hasta invertir su dirección. La tensión entre los terminales del generador es la que existe entre las escobillas A y B, y se debe a la f.e.m. inducida en *todos* los conductores conectados en serie entre A y B, y, por consiguiente, en aquellos que se encuentran frente a los polos verticales y horizontales. Por lo tanto, la tensión entre terminales es proporcional a la suma de los flujos φ_M y φ_C. El flujo φ_M es prácticamente constante y el flujo φ_C decrece al aumentar la carga. Por consiguiente, la tensión entre terminales es la suma de una componente constante y de otra que decrece rápidamente al crecer la carga. Por ejemplo, si la f.e.m. en vacío debida a φ_M y φ_C es de 45 voltios por cada uno, la tensión entre terminales es de 90 voltios. Si, a media carga, la f.e.m. debida a φ_C es 5 voltios, dicha tensión será de 50 voltios. Por consiguiente, en estas condiciones, la característica del generador se hace semejante a las B y C (fig. 372).

La autoinducción del circuito del inductor en shunt reduce la corriente transitoria que produce el retardo en la variación del flujo. En este tipo de generador, el flujo φ_M no varía. Las espiras de los polos verticales, sin embargo, dan lugar a una autoinducción en el circuito entero del shunt y, por lo tanto, reducen la corriente inducida. Naturalmente, esta autoinducción es debida a la dispersión del flujo en los arrollamientos de los polos verticales. También produce autoinducción el acoplamiento inductivo del inducido. Los polos horizontales ofrecen un camino de baja reluctancia al flujo del inducido, aumentando así la autoinducción de este último. Estas autoinducciones, debidas a inductores e inducido, son suficientes para estabilizar el arco sin necesidad de un reactor externo.

Se obtienen distintas características del tipo de las B y C (fig. 372) adaptadas a los diversos tipos de soldadura disponiendo el arrollamiento en serie indicado, junto con las tomas para agregar o separar espiras si se cree necesario. El arrollamiento en serie se opone al arrollamiento shunt. El generador tiene también polos de conmutación excitados por el arrollamiento en serie.

320. Amplidyne. El amplidyne, construido por la General Electric Co., es un amplificador rotatorio, constituído por un generador de corriente continua, en el que el suministro de una pequeña potencia en el circuito inductor conduce a la ampliación, en gran escala, de la suministrada por el generador. Los generadores ordinarios de corriente continua con excitación independiente pueden emplearse como amplificadores, puesto que la tensión entre terminales puede conseguirse que sea prácticamente proporcional a la intensidad de la corriente en el inducido, si las condiciones en que trabaja el hierro corresponden a la parte recta de la curva de saturación.

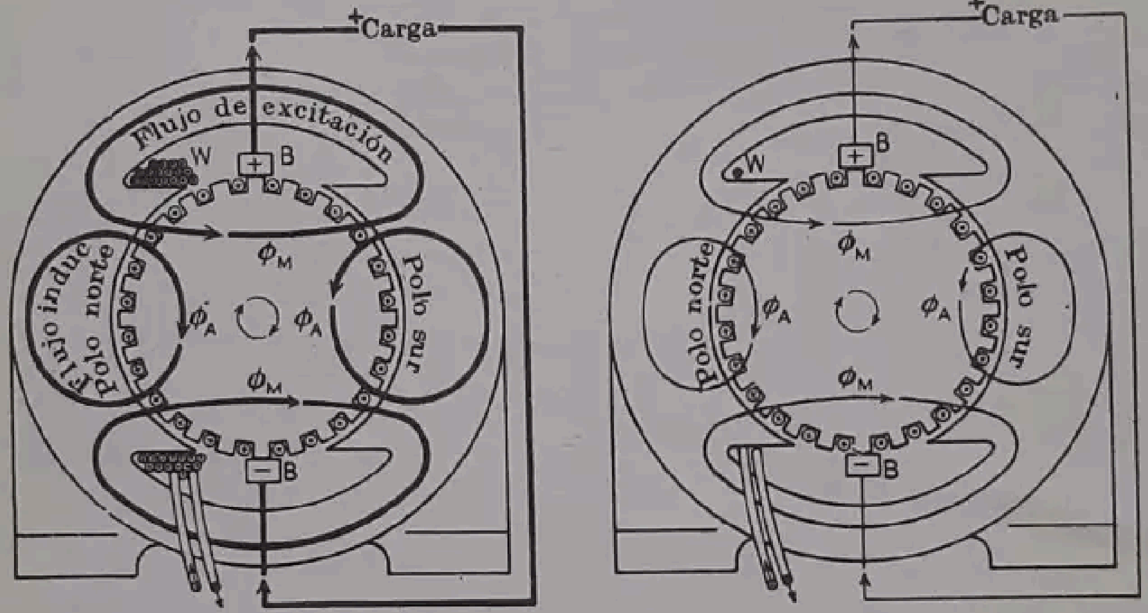
Como la potencia que absorbe el campo inductor es solamente del 1 al 3 % de la que suministra el generador, un pequeño cambio en la potencia suministrada al campo inductor puede hacer que se produzca proporcionalmente un cambio considerable en la potencia cedida por el generador. No obstante, se puede conseguir una relación mucho mayor entre la potencia cedida y la suministrada mediante el amplidyne, porque se produce una segunda fase de amplificación en la propia máquina, debida al efecto de la reacción del inducido.

En la figura 374 (*a*) se ha representado esquemáticamente un tipo normal de generador de corriente continua bipolar, que suministra energía eléctrica a un circuito exterior o carga. El flujo inductor φ_M se produce en los polos principales, excitados por un arrollamiento *W*, que para mayor claridad de la figura se ha dibujado solamente en un polo. El inducido produce un flujo magnetizante transversal φ_A en el sentido del eje de las escobillas *BB* (véase fig. 321, pág. 448). Por construcción φ_A es prácticamente igual a φ_M.

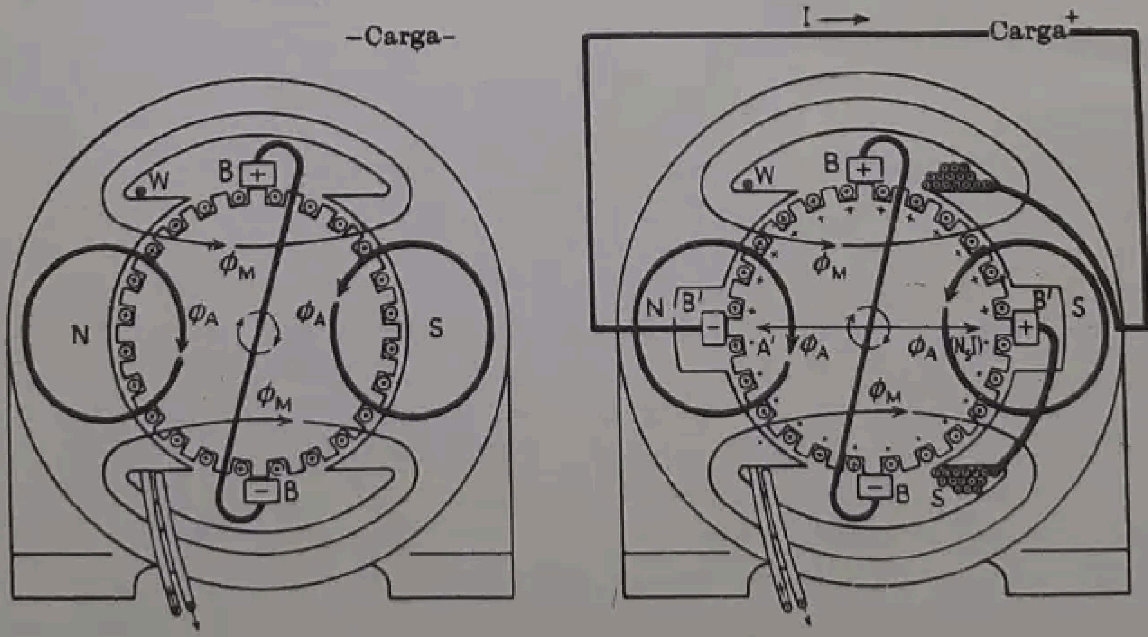
Supóngase que la potencia que se suministra al arrollamiento del inductor es de 100 vatios y que el generador suministra una corriente de 100 amp. a 100 voltios, o sea una potencia de 10000 vatios. Esta carga corresponde a una resistencia de 1 ohmio. Según estos datos, la amplificación de potencia está en la relación de 100 a 1. Supóngase ahora que la potencia suministrada a la excitación se reduce de 100 a 1 vatio. Si la tensión de excitación es constante, la intensidad de la corriente inductora será también el 0,01 de su valor anterior y la tensión e intensidad suministradas por el generador al circuito exterior será entonces de 1 voltio y 1 amperio. Tanto el flujo de inducción φ_M y el del inducido φ_A se reducirán también al 0,01 de su valor inicial, como se indica en la figura 374 (*b*).

El flujo del inducido φ_A se puede, sin embargo, restituir prácticamente a su primitivo valor, si se suprime la carga exterior y las escobillas *BB* se ponen en corto circuito. Si se supone que la resistencia del inducido y la de las escobillas son, aproximadamente, el 0,01 de la resistencia del circuito exterior, o sea 0,01 ohmio, lo que prácticamente puede considerarse como exacto, la intensidad de la corriente en el inducido y, por lo tanto, el flujo que genera φ_A, volverán a tomar su valor primitivo. La intensidad de la corriente de excitación del inductor y el flujo del mismo φ_M tienen, sin embargo, un valor que es el 0,01 del primitivo, como se indica en la figura 374 (*c*), en la que el grueso de las líneas indica la magnitud de las cantidades que representan.

El flujo, relativamente grande, del inducido φ_A puede entonces utilizarse para producir una f.e.m. y suministrar una potencia. Para poder emplear este flujo se añaden dos escobillas *B′* y *B′*, cuyo eje forma un ángulo recto con la dirección de φ_A y también con el eje de las escobillas *BB* (fig. 374, *d*). Como la magnitud φ_A es prácticamente igual al valor inicial φ_M, la tensión entre las escobillas *B′B′* será de 100 voltios y la intensidad de la corriente en el circuito exterior de 100 amp. De esta manera, con el solo aumento de 1 vatio, o sea el 0,01 del valor inicial de la potencia consumida en la excitación, se obtienen de nuevo los primitivos 10000 vatios, ó 10 Kw,


+Carga
Flujo de excitación
W
+
B
ϕ_M
ϕ_A
ϕ_A
Flujo induc.
Polo norte
Polo sur
ϕ_M
−
B
+Carga
W
+
B
ϕ_M
Polo norte
ϕ_A
ϕ_A
Polo sur
ϕ_M
−
B

(a) Generador corriente con excitación normal (b) Generador corriente con excitación reducida


−Carga−
W
B
+
ϕ_M
N
ϕ_A
ϕ_A
S
ϕ_M
−
B
I
Carga+
W
B
+
ϕ_M
N
B′
−
A′
ϕ_A
ϕ_A
(N.I)
B′
+
S
ϕ_M
−
B
S

(c) Generador corriente con excitación restituída (d) Campos magnéticos en el Amplidyne

Fig. 374.—Amplidyne. *(General Electric Company.)*

de potencia suministrada. En los generadores de tipo normal se producirían intensas corrientes en los conductores del arrollamiento inducido, que ponen en corto circuito las escobillas *B′B′*, ya que estos conductores cortarían una parte del flujo φ_M producido por los polos principales; sin embargo, si se disponen unas cavidades en las caras polares de los polos inductores, como se indica en la figura 374 (*d*), el flujo en la zona de conmutación se reduce mucho eliminándose prácticamente las corrientes de corto circuito producidas en la conmutación.

La f.m.m. A' de reacción del inducido, producida por la intensidad I de la corriente en carga, actúa en el sentido del eje de las escobillas $B'B'$ (fig. 374, *d*). Como esta f.m.m. no está compensada, se opone, e incluso puede anularla, a la f.m.m. producida por el arrollamiento de regulación W y malograrse la regulación. Por esta causa es necesario disponer un arrollamiento S de N_s espiras, conectado en serie con la carga exterior, que produzca una f.m.m. N_sI en constante oposición a A' e igual a ella. En la figura se ha representado este arrollamiento en un solo polo, para no complicarla, pero se dispone en los dos polos. La dirección de la corriente en los conductores del inducido generada por los polos principales se representa en la figura 374 (*d*) mediante cruces y puntos dibujados en los propios conductores. Las direcciones de las corrientes debidas a la corriente en el circuito exterior de carga se indican con los mismos símbolos dibujados junto a las ranuras. Se puede observar que en el primer y tercer cuadrantes, contados a partir de la escobilla superior B, las corrientes van en sentidos contrarios, y en el mismo en los cuadrantes segundo y cuarto.

Supongamos que la corriente de excitación del campo inductor se hace de doble intensidad. La potencia consumida aumenta desde 1 a 4 vatios, pero la tensión y corriente suministradas por el amplidyne serán ahora de 200 voltios y 200 amp. y la potencia de 40000 vatios ó 40 Kw. De esta manera, con un aumento de 3 vatios solamente en la potencia consumida, la suministrada se incrementa en 30000 vatios, con una amplificación de 10000 a 1. Con amplidynes de gran amplificación puede ésta llegar a ser de 250000 a 1.

El amplidyne tiene un efecto relativamente rápido, siendo el valor de su constante de tiempo (pág. 333) de $^1/_{20}$ a $^1/_4$ de segundo.

El amplidyne se acciona generalmente mediante un motor de corriente alterna, como se representa en la figura 375. Su campo de utilización es muy amplio, especialmente para sistemas de regulación y mando. Por ejemplo, el amplidyne se emplea para suministrar la energía necesaria a los motores que regulan el ángulo azimutal o elevación de los cañónes antiaéreos o de los grandes cañones de los buques de guerra. Mediante una máquina autosincronizante (vol. II, cap. XI), que acciona un reóstato dispuesto en el campo, se regula la potencia suministrada por el amplidyne, de modo que el motor (con otros), regulado de manera análoga mantiene el cañón en la posición de tiro. Utilizando el amplidyne como excitatriz de los generadores de corriente continua o alterna y haciendo que la corriente en el campo inductor de regulación dependa de la tensión en los terminales del generador, se obtiene un regulador de tensión muy eficaz.

En la figura 375 se incluyen unas conexiones sencillas para la utilización de un amplidyne como regulador de la potencia suministrada por un motor de corriente continua. Las escobillas de salida y en corto circuito están desplazadas 90° con respecto a las de la figura 374 (*d*). El campo inductor del amplidyne se regula con un amplificador que, dividido en dos secciones, puede invertir la dirección de la corriente inductora y, por lo tanto, la polaridad del amplidyne. La velocidad del motor puede mantenerse constante o se la puede hacer variar de manera prefijada mediante «señales» que se envían al inductor del amplidyne por el amplificador de regulación.

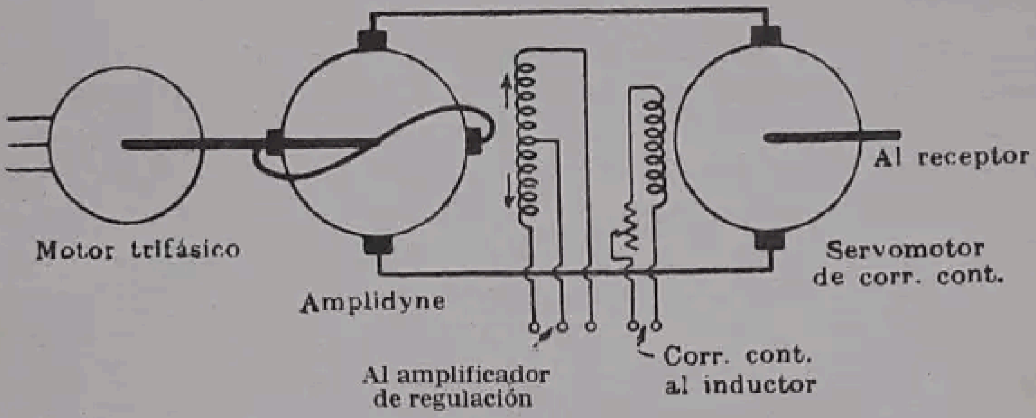

Al receptor
Motor trifásico
Servomotor de corr. cont.
Amplidyne
Corr. cont. al inductor
Al amplificador de regulación

FIG. 375.—Regulación de un servomotor con un amplidyne.

321. Rototrol. Como el amplidyne, el rototrol, construído por la Westinghouse Electric Corporation, es un amplificador rotatorio, capaz de regular cualquier magnitud eléctrica, como voltaje, intensidad de corriente, potencia o cualquier otra que pueda medirse eléctricamente, como el par, velocidad, tensión o posición. Fundamentalmente está constituído por un generador de corriente continua con varios arrollamientos inductores, que pueden conectarse de diferentes maneras según la función reguladora que se haya de realizar. Una utilización corriente del rototrol es como regulador de tensión, indicándose en la figura 376 las conexiones necesarias para realizar esta función con respecto a la tensión entre terminales de un generador de corriente continua.

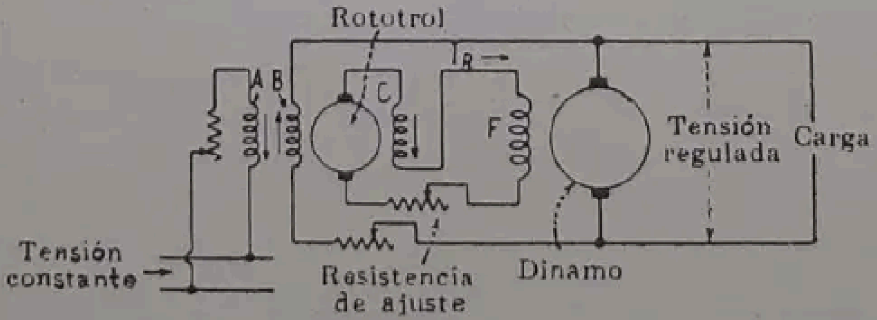

Rototrol
A
B
C
I_R
F
Tensión regulada
Carga
Tensión constante
Resistencia de ajuste
Dinamo

FIG. 376.—Regulación de una dínamo mediante un rototrol.

En la citada figura, A y B son dos arrollamientos inductores, semejantes a los usuales en los arrollamientos shunt. El A, que lleva un reóstato en serie, se conecta a una fuente de potencial constante y se denomina el inductor o campo *patrón*. El B, que también lleva un reóstato en serie, se conecta entre los puntos cuya tensión se trata de regular y se le llama campo *piloto*. Un tercer arrollamiento inductor C, de N_c vueltas, dispuesto en serie con el inducido, se denomina campo de *autoimanación*. Los campos generados por A y C actúan en conjunción, y el generado por B en oposición a los anteriores, como se indica mediante las flechas. El funcionamiento del rototrol depende de la interacción entre estos tres campos. El campo A establece un patrón, en este caso una tensión constante; el B mide la cantidad que ha de regularse y la compara con el patrón; el C, en serie con el inductor, proporciona los amperios-vuelta necesarios para la excitación del rototrol.

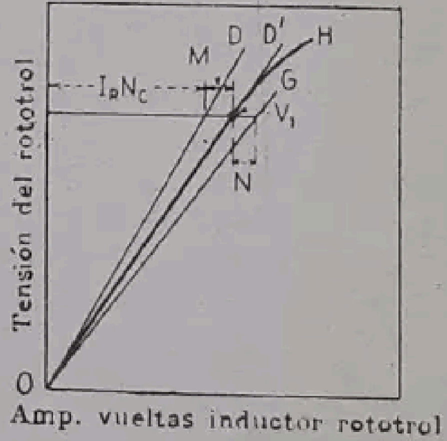


FIG. 377.—Curvas de saturación y de resistencia del rototrol.

El arrollamiento inductor F del generador, así como una resistencia de ajuste, están, también, conectados en serie con el arrollamiento C.

El funcionamiento se explica observando la figura 377, en la que OH representa la curva de saturación. El rototrol funciona ordinariamente en la zona correspondiente a la parte recta de la curva. Sea V_1 la tensión entre terminales del generador, que se desea mantener constante. La recta OD da la relación entre el campo de autoimanación C y la tensión entre los extremos del circuito completo en serie que comprende los campos C y F, la resistencia de ajuste y el inducido del rototrol. Si se toma en abscisas la intensidad de la corriente en el campo C, en lugar de los amperios-vuelta, OD será la recta característica de resistencia. Cuando se inicia el funcionamiento del rototrol, la f.m.m. generada por el arrollamiento inductor A hace que comience la excitación, lo que produce el paso de corriente por los dos arrollamientos B y C, siendo la que pasa por C la que circula por el inductor del rototrol de intensidad I_R. Cuando el generador alcanza la tensión V_1, el arrollamiento C da origen a $I_R N_C$ amperios-vuelta y los restantes M han de proporcionarlos en conjunto los campos A y B. Sin embargo, si la resistencia de ajuste se disminuye hasta que la recta OD corte en el punto V_1 la curva de saturación, tomando la posición OD', todos los amperios-vuelta necesarios los suministra, en este caso, el campo C y los resultantes de los A y B se anulan.

Supóngase que un aumento de carga produce una disminución de la tensión V_1 del generador. Debido a ella, la intensidad de la corriente en el arrollamiento B disminuirá proporcionalmente. Los amperios-vuelta resultantes en los arrollamientos A y B ya no serán nulos, predominando los debidos al A. Con ello se aumentan los amperios-vuelta del inductor del rototrol, lo que produce un aumento en la tensión entre sus terminales y, por consiguiente, de la intensidad de la corriente en C. Esta acción persiste hasta que la tensión entre terminales del generador alcanza su valor normal V_1 y los amperios-vuelta resultantes de los arrollamientos A y B vuelven a anularse.

Si la tensión del generador aumenta, el incremento de la intensidad de la corriente en el arrollamiento B reduce los amperios-vuelta totales, así como la tensión entre terminales del rototrol, y, por tanto, la intensidad de la corriente en C hasta que los amperios-vuelta resultantes de los arrollamientos A y B vuelven a anularse.

Si la resistencia del arrollamiento C se hace muy reducida, la característica OD' pasaría a la posición OG. Los amperios-vuelta N serán entonces los resultantes de los arrollamientos A y B, con predominio del último. Es una realidad que el rototrol funciona satisfactoriamente si los amperios-vuelta resultantes de los arrollamientos A y B no son exactamente iguales a cero cuando se alcanza el equilibrio. De aquí que (fig. 377) puede funcionar tanto ajustándose a la característica OD como a la OG, siempre que M y N no representen más de un 5 % de los amperios-vuelta totales.

Para regular la intensidad de la corriente o el par (por lo tanto, la tensión en los devanados), el arrollamiento piloto B puede conectarse a los polos de conmutación de la máquina que se trate de regular, de modo que la intensidad de la corriente en B sea proporcional a la intensidad de la corriente en el inducido. A menos que se realice un ajuste, se producirá algún error, debido al cambio de resistencia en el arrollamiento inductor de los polos de conmutación por la variación de la temperatura. La velocidad puede regularse alimentando el campo piloto B con una magneto accionada por el motor cuya velocidad quiere mantenerse constante.

CAPÍTULO XIII

EL MOTOR

En el capítulo XII hemos visto que un generador es una máquina que convierte la energía mecánica en energía eléctrica.

De una manera análoga, el motor es una máquina destinada a convertir la energía eléctrica en energía *mecánica*. La misma máquina, no obstante, puede servir indistintamente como motor y como generador.

322. Principio del motor eléctrico. La figura 378 (*a*) representa un campo magnético de intensidad uniforme, en el cual está colocado un conductor rectilíneo, y normal a la dirección del campo y al plano del papel, que no transporta corriente alguna. En (*b*) se supone que el conductor transporta una corriente que tiene la dirección del observador hacia el papel, pero se ha suprimido el campo debido a los dos polos *N* y *S*. El conductor queda entonces rodeado de un campo magnético cilíndrico, debido a la corriente que por aquél circula. La dirección de este campo, que puede determinarse por la regla del sacacorchos, es la de las agujas del reloj.

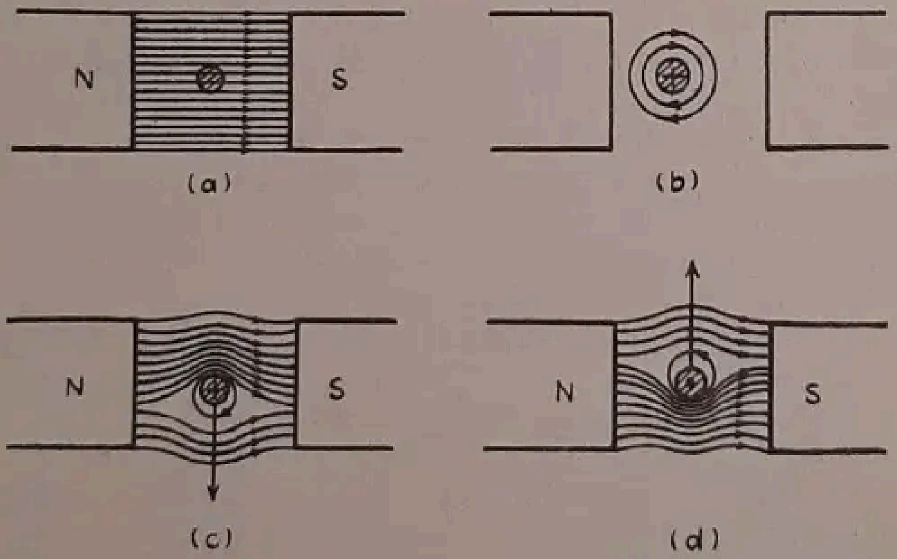


Fig. 378.—Fuerzas que actúan sobre un conductor por el que circula una corriente, sometido a la acción de un campo magnético.

En la figura 378 (*c*) se representa el campo resultante, obtenido combinando el campo principal y el que produce la corriente en el conductor. El campo debido a la corriente que circula por el conductor se suma al campo principal que queda por encima del conductor y se opone al campo que queda por debajo. Como resultado de ello se produce una concentración del campo en la región situada inmediatamente por *encima* del conductor y una disminución de la densidad del flujo en la región situada inmediatamente por *debajo* de él.

Puede verse que en este caso actuará una fuerza sobre el conductor, que lo empujará *hacia abajo*, como queda indicado por la flecha.

Es conveniente suponer que este fenómeno se debe a la concentración de las líneas de fuerza a uno de los lados del conductor. Las líneas magnéticas de fuerza pueden considerarse como si fueran cintas elásticas en tensión. Estas líneas están siempre tratando de contraerse para adquirir una longitud mínima. La tensión de estas líneas sobre la parte superior del conductor tiende a empujarlo hacia abajo, como se indica en la figura.

Si se invierte la corriente del conductor, la concentración de las líneas tiene lugar por *debajo* del conductor, con tendencia a empujarlo *hacia arriba*, como se indica en la figura 378 (*d*).

El funcionamiento de un motor eléctrico depende del principio que se explica en la figura 378. Todo conductor por el que circula una corriente y está situado en un campo magnético tiende a trasladarse en dirección normal a la del campo.

323. Fuerzas que se desarrollan sobre un conductor por el que circula una corriente. La fuerza que actúa sobre un conductor por el que circula una corriente cuando está sometido a la acción de un campo magnético es directamente proporcional a tres magnitudes: intensidad del campo, intensidad de la corriente y longitud del conductor que queda dentro del campo. La fuerza en *dinas* viene dada por la expresión

$$\mathbf{F} = Bl\frac{I}{10} \quad \text{dinas} \tag{347}$$

si B es la densidad de flujo en líneas por centímetro cuadrado o gauss, l la longitud activa del conductor en centímetros, e I la corriente en amperios.

Si se emplea el sistema m.k.s., expresándose B en weber por metro cuadrado y l en metros

$$\mathbf{F} = BlI \text{ newton} \tag{348}$$

En las dos fórmulas anteriores, B, l e I deben ser perpendiculares entre sí, es decir, sus ángulos mutuos han de valer 90°. Si el ángulo que forman dos cualesquiera de estas cantidades, como por ejemplo B y l, I y l o I y B, es distinto de 90°, las fórmulas deben multiplicarse por el seno del ángulo formado.

Las fórmulas se obtienen como sigue:

En el § 173 (pág. 254), la expresión (141) dice que la fuerza sobre una unidad de polo que se halla en el centro de una espira circular de R centímetros de radio y por la que circulan I' amperios absolutos es

$$H_c = \frac{2\pi I'}{R} \quad \text{dinas} \tag{I}$$

La fuerza por centímetro de longitud de espira es

$$\mathbf{F}_1 = \frac{2\pi I'}{R(2\pi R)} = \frac{I'}{R^2} \quad \text{dinas} \tag{II}$$

La propia espira debe estar bajo la acción de otra fuerza igual y contraria. El flujo que emana de una unidad de polo es de 4π maxwell (pág. 233). La densidad de flujo en la superficie de una esfera de radio R centímetros es

$$B = \frac{4\pi}{4\pi R^2} = \frac{1}{R^2} \quad \text{gauss} \tag{III}$$

Ésta debe ser la densidad de flujo en la espira circular. Eliminando R^2 entre la (II) y la (III) queda

$$\mathbf{F}_1 = BI' \text{ dinas}$$

La fuerza sobre una longitud de l centímetros es

$$\mathbf{F} = BlI' \text{ dinas} \tag{349}$$

o bien

$$\mathbf{F} = Bl\,\frac{I}{10} \quad \text{dinas} \quad [\text{fórmula (347)}]$$

si I está en amperios. La densidad de flujo B, la longitud del conductor l, y la corriente I forman mutuamente ángulos de 90°.

Ejemplo. Una bobina plana rectangular contiene 20 espiras y su plano es paralelo al de un campo magnético (ver fig. 382 *a*, pág. 521) cuya densidad de flujo es de 3000 gauss. La longitud axial de la bobina es 8 pulgadas. La corriente es de 30 amperios. Determinar la fuerza que actúa a cada lado de la bobina (véanse las flechas de la figura).

$$B = 3000 \text{ gauss}$$
$$l = 8 \cdot 2{,}54 = 20{,}32 \text{ cm}$$
$$I = 30 \text{ amperios}$$
$$\mathbf{F} = 3000 \cdot 20{,}32 \cdot 30/10 = 182\,900 \text{ dinas}$$

Como hay 20 espiras

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2 = 20 \cdot 182\,900 = 3\,658\,000 \text{ dinas}$$
$$\frac{3\,658\,000}{981} = 3729 \text{ g} = 3{,}729 \text{ Kg}$$

En unidades m.k.s.

$$B = 0{,}3 \text{ weber} \quad \text{y} \quad l = 0{,}2032 \text{ m}$$

luego, de acuerdo con la fórmula (348)

$$\mathbf{F} = 0{,}3 \cdot 0{,}2032 \cdot 30 = 1{,}829 \text{ newton}$$
$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2 = 20 \cdot 1{,}829 = 36{,}58 \text{ newton.}$$

324. Regla de la mano izquierda, de Fleming. La relación entre la dirección del campo magnético, la dirección del movimiento de un conductor y la dirección de la f.e.m. *inducida* en el conductor viene determinada por la regla de la *mano derecha*, de Fleming (véase § 262, pág. 397).

De una manera parecida, la relación entre la dirección de un campo magnético, la dirección de una corriente que circule sometida a la acción de éste, y la dirección del *movimiento* que se produce en el conductor por el que pasa la corriente, puede determinarse por medio de la regla de la mano izquierda, de Fleming.

La regla de la *mano izquierda*, de Fleming, dice:

Si los dedos índice, medio y pulgar de la mano izquierda se disponen según direcciones perpendiculares entre sí, y con el primero y segundo se señalan la dirección del campo o flujo y la dirección de la corriente en el conductor, el dedo pulgar indicará la dirección en que tiende a moverse el conductor, como se indica en la figura 379.

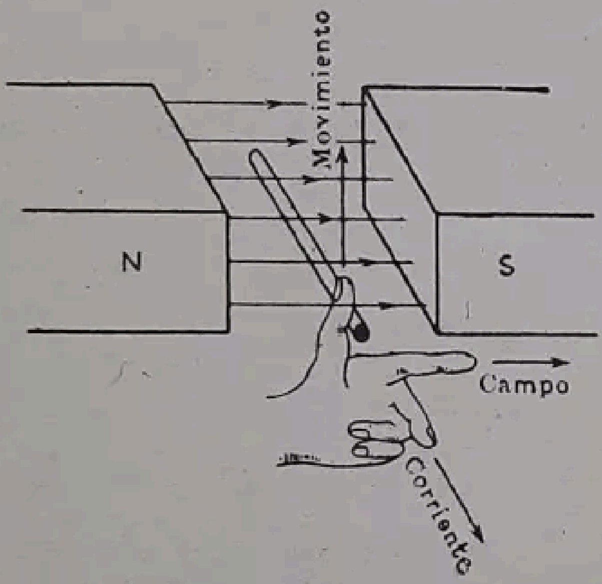
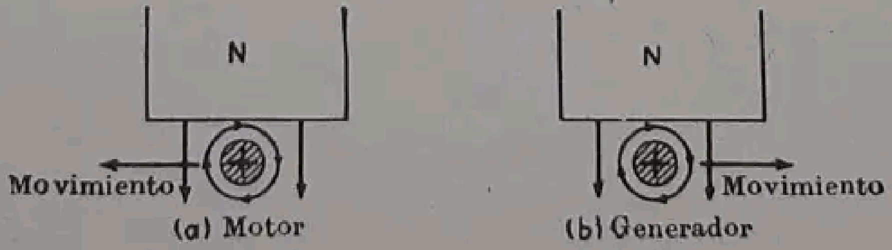


FIG. 379.—Regla de la mano izquierda, de Fleming.

Otro método conveniente para determinar esta relación es hacer uso del hecho de que la concentración de las líneas de fuerza detrás del conductor tiende a empujarlo en sentido contrario. Es necesario simplemente trazar el campo principal y las líneas que rodean el conductor, como en la figura 380 (*a*). Es evidente que las líneas se concentran a la derecha del conductor, de modo que tenderán a moverlo hacia la izquierda.

En la figura 380 (*b*) se representa el caso análogo para el generador, en el cual el conductor se mueve hacia la derecha. Por consiguiente, en un generador, los conductores deben moverse en dirección *contraria* de la que tiene la fuerza que tiende a oponerse a este movimiento, lo que hace necesaria una fuerza mecánica exterior para moverlos, que suministra el motor al cual está acoplado el generador.



(a) Motor (b) Generador

FIG. 380.—Acciones en un motor y en un generador.

325. Par. Cuando una rueda, un volante, u otro mecanismo cualquiera gira alrededor de un eje situado en su centro, es necesaria una fuerza tangencial para producir y mantener la rotación. Esta fuerza puede desarrollarla la propia máquina, como en los motores y máquinas de vapor, o puede aplicarse valiéndose de una polea (fig. 381), un árbol o una transmisión de engranajes.

El efecto total de la fuerza se determina no sólo por su *magnitud*, sino también por su *brazo* o distancia radial desde el centro de la polea o rueda hasta la recta de acción de la fuerza.

El producto de esta fuerza por su distancia al eje, o sea su *momento*, se llama *par*.

Esta denominación se debe a que todo momento puede considerarse como un par de fuerzas que tienden a producir una rotación. Su valor se expresa en unidades de fuerza y de distancia.

En el sistema c.g.s., la unidad de par es el centímetro dina (una unidad muy pequeña), y en el sistema métrico decimal, la unidad es el metro-kilogramo.

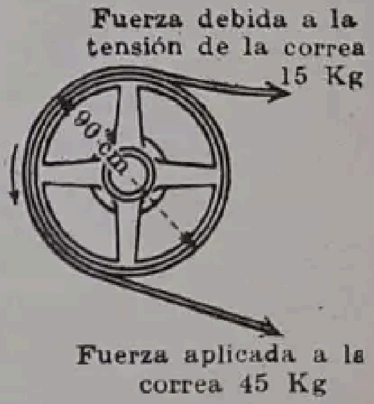

Fuerza debida a la tensión de la correa 15 Kg
90 cm
Fuerza aplicada a la correa 45 Kg

FIG. 381.—Par que desarrolla una correa.

Ejemplo. Una correa arrastra una polea de 1 m, como en la figura 381. La tensión en la rama extendida de la correa es de 45 Kg y en la rama floja de 15 Kg. Determinar el par aplicado a la polea.

Las tensiones de las dos ramas de la correa están en oposición, por lo que la tensión neta sobre la llanta de la polea es

$$45 - 15 = 30 \text{ Kg}$$

Esta fuerza actúa a 0,50 m del centro de la polea. Por lo tanto, el par es

$$T = 30 \cdot 0{,}5 = 15 \text{ m Kg}$$

326. Par desarrollado por un motor. La figura 382 (*a*) representa una bobina rectangular de una sola espira, cuyo plano es paralelo a la dirección del campo magnético. La corriente circula en dirección del lector hacia el papel en el conductor izquierdo, y en el sentido opuesto en el conductor derecho de la espira; por lo tanto, sobre el conductor de la izquierda actúa una fuerza $\mathbf{F}_1$ que tiende a moverlo hacia abajo, y en el de la derecha otra $\mathbf{F}_2$ que tiende a moverlo hacia arriba. Como la intensidad de la corriente

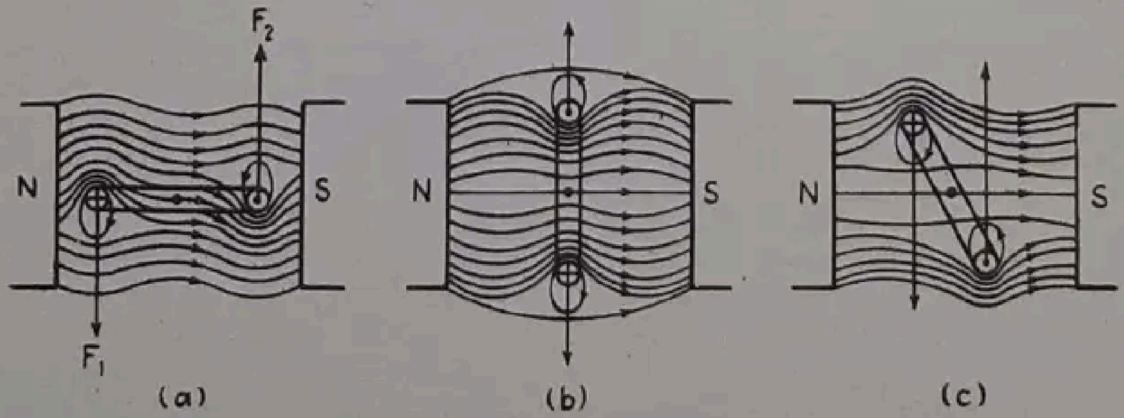


FIG. 382.—Par desarrollado para distintas posiciones de una bobina.

en los conductores es la misma y los dos están sometidos a la acción de un campo de igual intensidad, será $\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2$. Las dos fuerzas producen un par que tiende a hacer girar la espira en sentido contrario al de las agujas de un reloj. En la figura 382 (*a*), la espira está en la posición para la cual el par es máximo, porque el brazo o distancia del eje a las fuerzas que actúan es máxima.

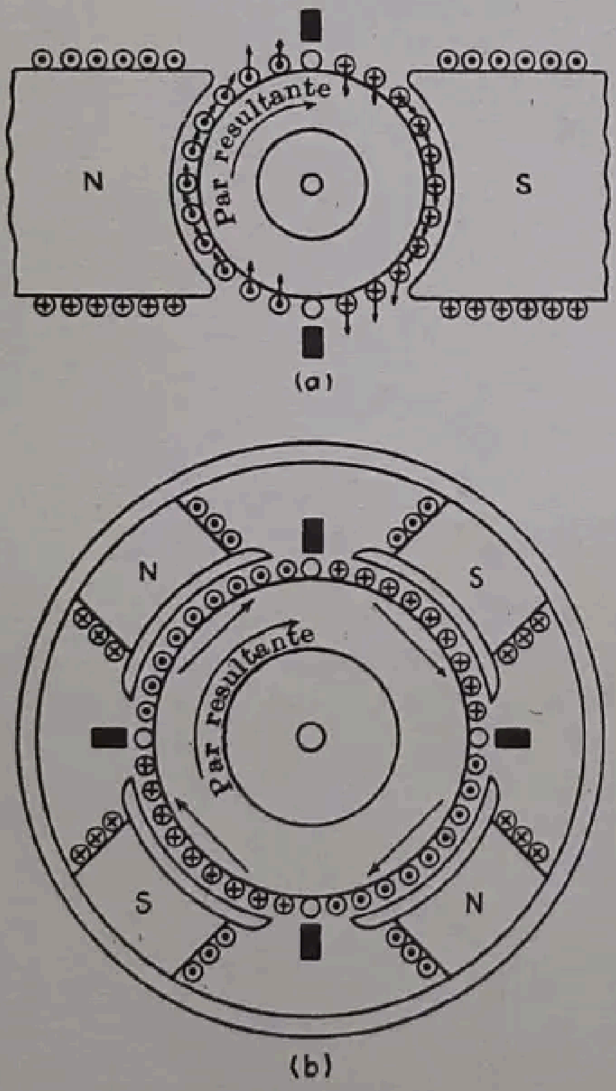


Fig. 383.—Par desarrollado por los grupos de conductores del inducido de un motor.

Cuando la espira alcanza la posición (*b*), ni un conductor ni el otro pueden moverse sin que la espira se deforme. Es una posición de par nulo, porque es nula la distancia del eje de rotación de la espira a la línea de acción de las fuerzas.

Si, no obstante, se invierte la dirección de la corriente en la espira cuando ésta llega a la posición (*b*) y se puede hacer que rebase el punto muerto, como en (*c*), se desarrolla un par que tiende a continuar la rotación en el sentido contrario de las agujas del reloj.

Para desarrollar un par que actúe continuamente en una dirección, la dirección de la corriente en la espira del inducido debe cambiar al pasar por el plano en que el par es nulo. Se requiere, pues, un colector que haga la conmutación. El caso es análogo a la necesidad de emplear un colector en los generadores, con el fin de que la corriente suministrada al circuito exterior lleve siempre la misma dirección.

Un motor de una sola bobina, como el que se representa en la figura 382, resultaría poco práctico, porque, al tener puntos muertos, el par desarrollado sería intermitente. Un inducido con dos bobinas eliminaría los puntos muertos, pero el par desarrollado continuaría siendo más o menos pulsatorio.

Los mejores resultados se obtienen cuando se aumenta el número de bobinas, como en los inducidos de los generadores. Prácticamente no hay diferencia entre la manera de construir el inducido de un motor o de un generador. En la figura 383 (*a*) se representan el inducido y los polos inductores de un motor bipolar y el par desarrollado por cada conductor individual. La figura 383 (*b*) representa los mismos elementos para un motor de cuatro polos. La dirección del par desarrollado por cada grupo de conductores se indica con una flecha para cada grupo.

En inducidos de este tipo sólo está sometido a conmutación en un instante cualquiera un número muy reducido del número total de bobinas. Por lo tanto, la variación del número de conductores activos es tan pequeña que prácticamente el par que se desarrolla se mantiene constante para valores constantes de la intensidad de la corriente en el inducido y del flujo principal.

Según las fórmulas (347) y (348), el par desarrollado por un inducido es

$$T = K_t'\, Z I_a \varphi \tag{350}$$

siendo K_t' = una constante que depende del número de polos; de los circuitos de paso de la corriente, en paralelo, a través del inducido; de las unidades elegidas, etc.
Z = número de conductores en la superficie del inducido
I_a = corriente en el inducido, en amperios
φ = flujo que entra en el inducido desde un polo N.

La fórmula (350) se deduce de la manera siguiente:

Según la (347), la fuerza que actúa sobre cada conductor es $\mathbf{F} = Bl\ (I : 10)$ dinas, siendo I los amperios por cada circuito de paso de corriente. La suma de las fuerzas para Z conductores es $ZB_m l\ (I : 10)$ dinas, siendo B_m la densidad media de flujo sobre un paso polar cualquiera B, en la fig. 311, pág. 437). El par correspondiente es

$$T = \left(\frac{d}{2}\right)\left(ZB_m l\,\frac{I}{10}\right) \quad \text{cm-dinas} \tag{I}$$

si d es el diámetro del inducido en centímetros.

El flujo que entra en el inducido desde un polo N es

$$\varphi = B_m l\,\frac{\pi d}{P} \tag{II}$$

siendo P el número de polos.

Eliminando B_m entre las ecuaciones (I) y (II) y haciendo $I_a = IP'$, en donde P' es el número de circuitos de paso de la corriente, en paralelo, tenemos

$$T = \frac{d}{2}\ Z\left(\frac{\varphi P}{l\pi d}\right) l\ \frac{I_a}{10P'} \quad \text{cm-dinas}$$

$$T = \frac{P}{20\pi P'}\, Z I_a \varphi \quad \text{cm-dinas}$$

$$T = K_t' Z I_a \varphi \quad \text{cm-dinas}$$

siendo K_t' una constante de proporcionalidad igual a $P : (20\pi P')$.

El par en mKg vale

$$T = 0{,}0162\,\frac{P}{P'}\, Z I_a \varphi \cdot 10^{-8} \quad \text{mKg} \tag{351}$$

Para un motor determinado, Z es fijo y el par tiene por expresión

$$T = K_t I_a \varphi \qquad 352$$

siendo K_t una nueva constante.

Es decir, para un motor dado, *el par es proporcional a la intensidad de la corriente en el inducido y a la intensidad del campo magnético.*

Esta es una relación muy importante que debe recordarse, porque permite calcular rápidamente la variación del par con la carga en los distintos tipos de motores.

Ejemplo. Cuando un inducido de determinado motor absorbe 50 amperios de la línea, desarrolla un par de 8 mKg. Determinar el valor del nuevo par si la intensidad del campo se reduce al 75 % de su valor inicial y la intensidad de la corriente se lleva a 80 amperios.

Si la corriente permaneciera constante, el nuevo valor del par debido a la debilitación del campo sería

$$0{,}75 \cdot 8 = 6 \text{ mKg}$$

Debido al aumento del valor de la corriente, el valor final del par será

$$(80 : 50) \cdot 6 = 9{,}6 \text{ mKg.}$$

Debe recordarse que el par expresado por las anteriores relaciones es el par *electromagnético* o *interno* desarrollado en el inducido. El par que se utiliza en la polea del motor será ligeramente menor que éste, debido a las pérdidas que en él produce la necesidad de vencer el rozamiento y resistencia del aire y la compensación de las pérdidas en el hierro del inducido.

327. Fuerza contraelectromotriz. La resistencia del inducido de un motor de tipo corriente de 10 caballos a 110 voltios es de unos 0,05 ohmios. Si este inducido se conectara directamente a una línea de suministro a 110 voltios, la corriente, según la ley de Ohm, sería de intensidad

$$I = \frac{110}{0{,}05} = 2200 \text{ amp.}$$

Este valor no sólo es excesivo, sino también ilógico, especialmente si se considera que la corriente de régimen de este motor se aproxima a los 90 amperios. Cuando un motor está en marcha, *la intensidad de la corriente que circula por el inducido no viene, evidentemente, determinada sólo por su resistencia óhmica.*

El inducido de un motor es, en muchos aspectos, muy semejante al de un generador. Los conductores situados en su superficie, además de conducir una corriente y desarrollar así un par motor, cortan un flujo. Por lo tanto, es *forzoso* que induzcan una f.e.m.

Examinemos la figura 384, que representa un conductor del inducido de un motor, moviéndose hacia abajo frente a un polo N. Para que el movimiento sea de descenso es necesario que la dirección de la corriente en el conductor sea de izquierda a derecha (fig. 382, *c*).

Si se aplica la regla de la mano derecha para determinar la dirección de la f.e.m. *inducida* en este conductor por su movimiento descendente (fig. 384), se encontrará que actúa de derecha a izquierda, o sea, oponiéndose a la corriente.

Si se determina la f.e.m. inducida en cualquier conductor del inducido de un motor, se hallará que actúa siempre en sentido *opuesto* al de la corriente. Es decir que se *opone* a que la corriente entre en el inducido. Esta f.e.m. inducida recibe el nombre de *fuerza contraelectromotriz* (f.c.e.m.). Como se opone a la corriente, se debe oponer también a la tensión de la línea. Por lo tanto, la f.e.m. neta que actúa en el circuito del inducido es la diferencia entre la tensión de la línea y la f.c.e.m. Sea V la tensión de la línea y E la f.c.e.m. La tensión que actúa en el circuito del inducido es

$$V - E$$

La intensidad de la corriente en el inducido viene dada por la ley de Ohm y es

$$I_a = \frac{V - E}{R_a} \qquad (353)$$

si R_a es la resistencia del inducido.

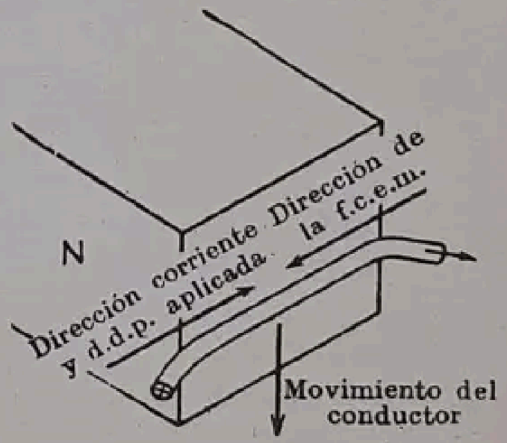


FIG. 384. — Relación entre la dirección de la corriente y las f.e.m., en el conductor de un motor.

Esta ecuación puede escribirse en la forma

$$E = V - I_a R_a. \qquad (354)$$

Esta fórmula puede compararse con la (341) de la página 480, que es la similar correspondiente al generador.

En un generador, la f.e.m. inducida es igual a la tensión entre terminales más la caída de tensión en el inducido. En un motor, la f.e.m. inducida es igual a la tensión entre terminales menos la caída de tensión debida a la resistencia del inducido. La f.c.e.m. debe ser siempre menor que la tensión aplicada si circula corriente *hacia* el inducido, por el terminal positivo.

Ejemplo. Determinar la f.c.e.m. en un motor de 10 HP cuya tensión entre terminales es de 110 voltios y cuyo inducido absorbe 90 amperios. La resistencia del inducido es de 0,05 ohmios.

$$E = 110 - (90 \cdot 0{,}05) = 110 - 4{,}5 = 105{,}5 \text{ voltios.}$$

Un experimento interesante para demostrar la existencia de la fuerza contraelectromotriz se representa en la figura 385. Un grupo de lámparas se empalma en serie con el inducido de un motor shunt. Se cierra primero el interruptor S_2, que cierra el circuito inductor. Después se cierra el S_1. En el instante de cerrar el S_1 las lámparas brillarán con intensidad, e incluso con luz superior a la normal. A medida que la velocidad del inducido aumenta, la iluminación dada por las lámparas es más débil, lo que demuestra que en el inducido se engendra una fuerza contraelectromotriz que se opone a la tensión de la línea dando origen a menor tensión en las lámparas. Cuando el inducido alcanza su máxima velocidad, la luz de las lámparas es muy débil. Si, por el contrario, se abre el interruptor S_2, el flujo y también la f.c.e.m. se reducen prácticamente a cero. lo que se atestigua porque las lámparas adquieren de nuevo su brillo completo. (En la práctica, cuando un motor está en marcha, *no debe abrirse el circuito inductor cualesquiera que sean las condiciones que se produzcan*).

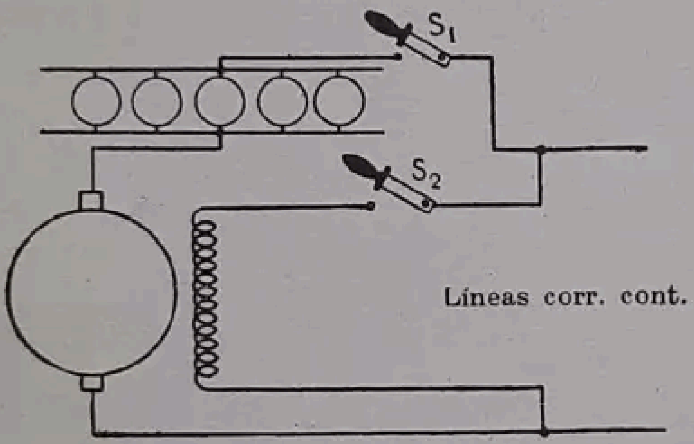


FIG. 385.—Demostración de la existencia de la fuerza contraelectromotriz.

La fórmula (334), de la página 439, que da la f.e.m. inducida en un generador es, naturalmente, aplicable a los motores. Es decir que la f.c.e.m. vale

$$E = \frac{\varphi SPZ}{60\ P'\ 10^8} \text{ voltios}$$

siendo φ el flujo total que penetra en el inducido desde un polo norte, S la velocidad del inducido en r.p.m., P el número de polos, Z el número de conductores dispuestos en la superficie del inducido, y P' el número de circuitos en paralelo de paso de la corriente a través del inducido.

Como Z, P y P' son constantes para un motor determinado, la f.c.e.m. será

$$E = K_1 \varphi S$$

idéntica a la (337) (pág. 439) sin más que substituir K por K_1.

Despejando la velocidad

$$S = K \frac{E}{\varphi} \qquad (355)$$

siendo $K = 1 : K_1$.

La velocidad de un motor es directamente proporcional a la fuerza contraelectromotriz e inversamente proporcional al flujo.

Reemplazando el valor de E en la (355) por el que da la (354) tenemos

$$S = K \frac{V - I_a R_a}{\varphi} \qquad (356)$$

relación muy importante que define la ley de variación de la velocidad de un motor cuya carga varía.

Ejemplo. La resistencia del inducido de un motor es 0,1 ohmios. Al conectarlo a una línea de alimentación a 110 voltios, el inducido absorbe 20 amperios, y su velocidad es de 1 200 r.p.m. Determinar la velocidad cuando el inducido absorbe 50 amperios con la misma tensión en la línea, si el flujo aumenta del 10 %.

Por medio de la (356)

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{K\,\dfrac{110 - 50\cdot 0{,}1}{\varphi_2}}{K\,\dfrac{110 - 20\cdot 0{,}1}{\varphi_1}} = \frac{\dfrac{105}{\varphi_2}}{\dfrac{108}{\varphi_1}} = \frac{105}{\varphi_2}\cdot\frac{\varphi_1}{108}$$

y como $S_1 = 1\,200$

$$S_2 = 1\,200\,\frac{105}{108}\,\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$$

Pero

$$\varphi_2 = 1{,}10\varphi_1$$

$$S_2 = 1\,200\,\frac{105}{108}\left(\frac{\varphi_1}{1{,}10\varphi_1}\right) = 1\,060 \text{ r.p.m.}$$

Aun cuando, según la (355), la velocidad decrece cuando se refuerza el campo, podría parecer que, si éste fuese más intenso, el par debería ser mayor [fórmula (352)] acelerando el inducido. Momentáneamente, no obstante, la velocidad del inducido no se puede variar de un modo apreciable, debido a su propia inercia. La mayor intensidad del campo aumenta la f.c.e.m. E, y como su diferencia con la tensión en terminales es pequeña, un ligero aumento de E origina una disminución proporcionalmente grande de la intensidad de la corriente [fórmula (353), pág. 525]. Por consiguiente, la intensidad de corriente I_a en la fórmula (352) decrece más que φ y, por lo tanto, el par disminuye. La velocidad del inducido se reduce y en último término llega a un valor tal que el par electromagnético se equilibrará con el par requerido por el inducido en las condiciones impuestas por el cambio. El nuevo valor de la velocidad vendrá dado por la fórmula (356).

Supóngase, por ejemplo, que la caída de tensión I_aR_a sea 0,1 V, siendo V la tensión entre terminales.

Según la (353), la corriente será de intensidad

$$I_a = \frac{V(1 - 0{,}9)}{R_a} = \frac{0{,}1\ V}{R_a}.$$

El flujo se aumenta súbitamente en un 5 %, y se admite que la velocidad se mantiene por el momento constante. La f.e.m. inducida E' pasa a valer 1,05 E y el nuevo valor de la intensidad de la corriente es

$$I_a' = \frac{V(1 - 0{,}9\cdot 1{,}05)}{R_a} = 0{,}55\ I_a$$

Luego el flujo φ aumenta en un 5 % y la intensidad de la corriente se reduce en un 45 %. El par instantáneo es

$$T' = 1{,}05 \cdot 0{,}55\ T = 0{,}58\ T$$

si T es el par primitivo. Por consiguiente, la velocidad del inducido decrecerá hasta que la corriente tenga un valor tal que la reacción con el nuevo valor del flujo dé lugar a un par electromagnético que equilibre el de la carga y rozamientos.

328. Fuerza contraelectromotriz y potencia mecánica. Sea VI_a vatios la potencia desarrollada por el inducido de un motor. Una parte P_a de esta potencia se invierte en calentar el inducido.

$$P_a = I_a{}^2 R_a \quad \text{vatios}$$

siendo R_a la resistencia del inducido. El resto de la potencia VI_a debe manifestarse como potencia mecánica P_m, como se desprende de la ley de conservación de la energía. Es decir que

$$P_m = VI_a - I_a{}^2 R_a = (V - I_a R_a) I_a \quad \text{vatios.}$$

Pero $V - I_a R_a$ es la f.c.e.m. del motor según la fórmula (354) de la página 525; luego

$$P_m = EI_a \quad \text{vatios.} \tag{357}$$

Por lo tanto, *la potencia mecánica desarrollada en el inducido de un motor es igual al producto de la fuerza contraelectromotriz generada en el mismo por la intensidad de la corriente que por él circula.* La potencia utilizable en la polea del motor es ligeramente inferior, ya que una parte de la potencia interna se consume en rozamiento, resistencia del aire y pérdidas en el hierro; es decir, se pierde como potencia disipada (véase pág. 574).

Ejemplo. Determinar la potencia mecánica desarrollada en el inducido del motor del ejemplo de la página 525. La f.c.e.m. es de 105,5 voltios y la corriente en el inducido de 90 amperios; por consiguiente, la potencia mecánica desarrollada o potencia interna es

$$P_m = 105{,}5 \cdot 90 = 9\,495 \text{ vatios} = 9{,}5 \text{ Kw.}$$

329. Reacción del inducido y posición de las escobillas en un motor. En la figura 386 (*a*) se representa el inducido de un motor por el que circula corriente. La dirección de las corrientes en los conductores del mismo corresponde al caso de que gire en el sentido de las agujas del reloj y que haya un polo N a la izquierda. Los amperios-vuelta del inducido producen en éste una f.m.m. F_A y la dirección del flujo correspondiente a ella es de abajo arriba y formando un ángulo recto con el eje de los polos. En la figura 386 (*b*) se han dibujado los vectores que representan las magnitudes y direcciones de la f.m.m. del inducido F_A y la f.m.m. del campo inductor F. La suma vectorial de estas dos f.m.m. da la resultante F_0. El flujo total producido por la f.m.m. F_0 está desviado como indica la figura 386 (*c*). Se observará que: 1.º el flujo se concentra en el extremo *posterior* del polo (en el sentido del movimiento), y 2.º el plano neutro, perpendicular al campo resultante, experimenta un giro hacia *atrás*. Por lo tanto, en un motor es necesario decalar las escobillas hacia *atrás* cuando aumenta la carga, mientras que en un generador es necesario *avanzarlas*. Si no fuese por la f.e.m. de autoinducción (véase § 300, pág. 466), el eje de las escobillas coincidiría con el

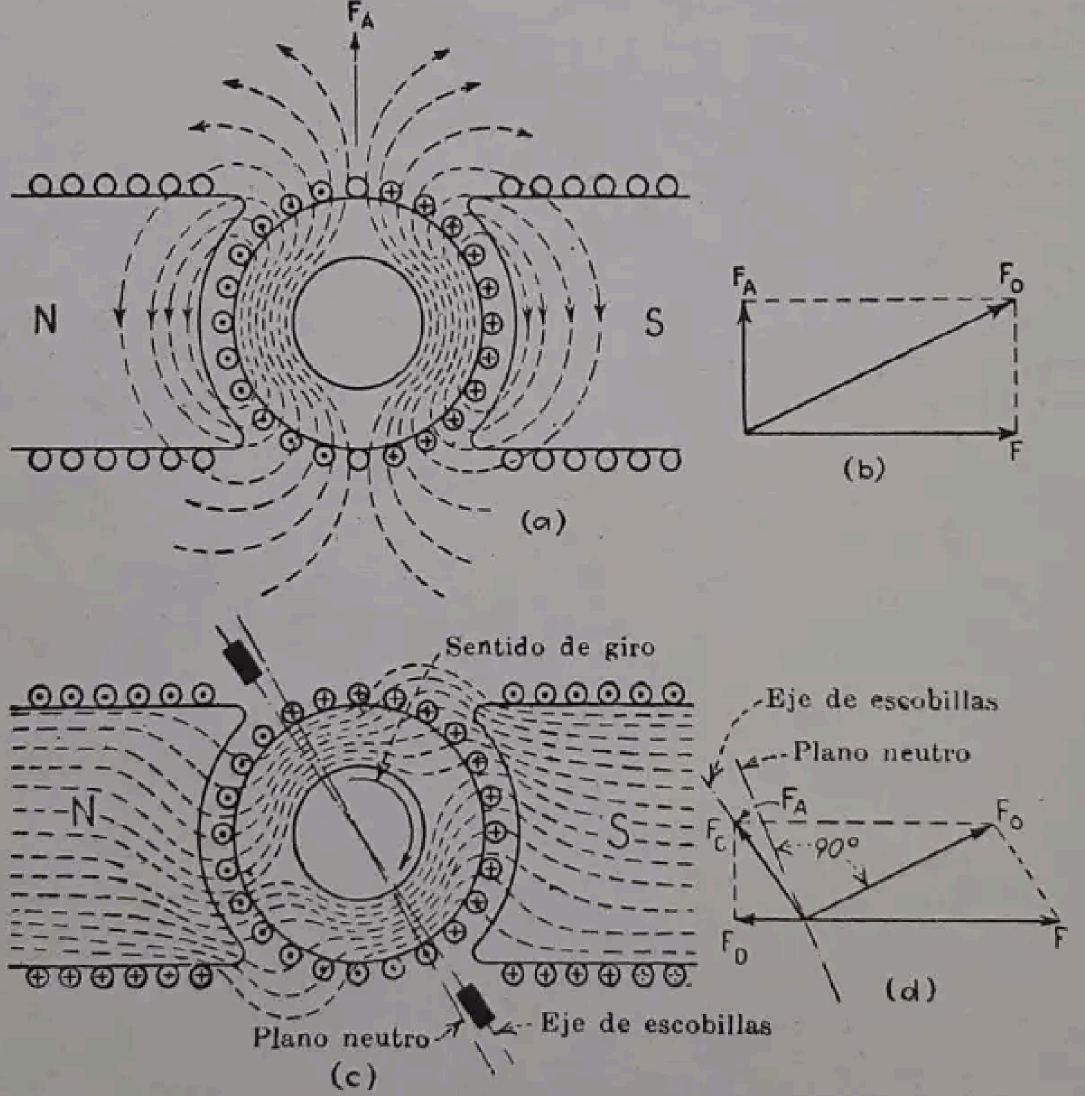


FIG. 386.—Reacción del inducido de un motor.

plano neutro. Pero, la necesidad de contrarrestar esta f.e.m. de autoinducción obliga a situar las escobillas detrás de este plano neutro en carga, como en la figura 386 (*c*). Es decir, tanto en el motor como en el generador es necesario colocar las escobillas fuera del plano neutro de carga, con el fin de contrarrestar la f.e.m. de autoinducción.

Este retraso de las escobillas viene acompañado de una acción desmagnetizante del inducido sobre el campo inductor, como indica la figura 386 (*d*), en la que F_D es la componente de desimanación de F_A, y F_C la componente de imanación transversal (Véanse figs. 321 y 322, págs. 448 y 450 para el caso del generador). Por lo tanto, cuando se aumenta la carga de un motor, la reacción del inducido tiende a aumentar su velocidad. Pueden, en efecto, citarse ejemplos de motores con entrehierros reducidos (que producen fuertes reacciones del inducido), que se aceleran al aplicar la carga. Por esta causa, muchos motores shunt, e incluso compound, llevan arrollamientos de «estabilización», que consisten, en general, en disponer una vuelta y media, sobre cada polo, de conductor en serie con el inducido, con lo que se refuerzan los amperios-vuelta del campo shunt. Con ello se evita el que se debilite el campo por la reacción del inducido que producen los aumentos de la carga, asegurándose con ello la estabilización de la velocidad.

En los motores multipolares, las f.m.m. del campo inductor y del inducido son similares a las representadas en las figuras 326, 327, 328 y 330 (págs. 455 a 458) excepto en que ha de invertirse el signo de la f.m.m. creada por el inducido, en los gráficos correspondientes. Los amperios-vuelta de imanación transversal y de desimanación pueden separarse del modo indicado en la figura 330. Para trabajos duros, combinados con variaciones de velocidad y rápidas inversiones de marcha, como requieren los cilindros de laminación, es imprescindible compensar la f.m.m. del inducido en todo el paso polar, lo que se consigue disponiendo arrollamientos laterales combinados con polos de conmutación, de la misma manera que en los generadores.

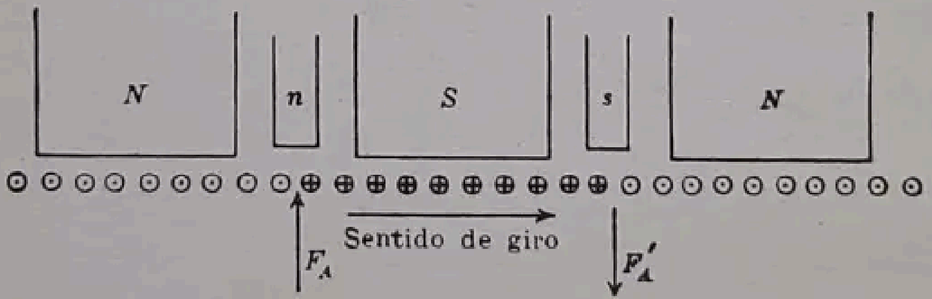


FIG. 387.—Relación entre los polos de conmutación y los principales, en un motor.

La figura 387 representa los conductores del inducido de un motor, con corriente, al pasar ante polos *N* y *S*. Las direcciones de la corriente corresponden al caso de movimiento (por rotación) de los conductores de izquierda a derecha, como se indica en la figura. Estas direcciones son tales que la reacción del inducido F_A en el primer espacio interpolar está dirigida *hacia arriba* (véase fig. 327, pág. 456). Por lo tanto, si se emplea un polo de conmutación, debe ser un polo norte *n*, para que se oponga a esta f.m.m. del inducido y tienda a dirigir el flujo hacia el inducido. F_A' debe igualmente contrarrestarse con un polo sur *s*. Así, pues, en un motor, la posición de los polos principales con relación a los polos de conmutación, *en el sentido de la rotación*, es *NnSs*, o sea la contraria que para un generador (véase fig. 344, pág. 473).

Si en un motor saltan fuertes chispas y se desconoce la causa, debe examinarse cuidadosamente con una brújula la polaridad de los polos de conmutación, porque las chispas pueden ser debidas a que estén conectados indebidamente.

330. Motor shunt. El motor shunt se conecta de la misma manera que el generador shunt. Es decir que su circuito inductor se une directamente a la línea de alimentación y en derivación con el inducido. En serie con el inductor se dispone generalmente un reóstato de campo.

Si aumenta el par *resistente* en cualquier aparato rotatorio transformador de potencia, las reacciones resultantes deben ser tales que provoquen un aumento del par *desarrollado*. De otra manera, el aparato no marcharía.

Si se aplica una carga al motor, éste tiende inmediatamente a moderar su marcha. En el motor shunt, el flujo inductor permanece prácticamente constante y la reducción de velocidad disminuye la f.c.e.m.

Si la f.c.e.m. decrece, afluye más corriente al inducido [véase fórm. (353), pág. 525] hasta que su aumento produce un par suficiente para equilibrar la demanda correspondiente al aumento de carga. Por lo tanto, el motor shunt está siempre en condiciones de equilibrio estable, puesto que ante las variaciones de la carga reacciona siempre adaptando la potencia absorbida a dichas variaciones.

La adaptación de un motor a una utilización definida la determinan casi exclusivamente dos factores: la variación del par con la carga y la variación de la velocidad, con la carga.

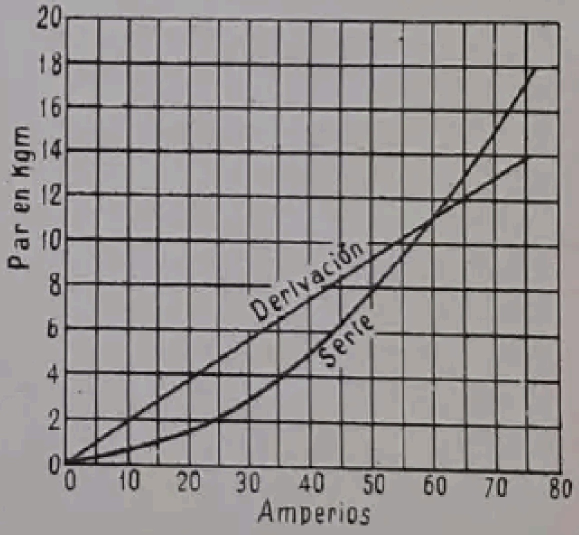


Fig. 388.—Características par-corriente de un motor con excitación en serie y de otro en derivación.

En el motor shunt, el flujo inductor es prácticamente constante. Por lo tanto, según la fórmula (352), de la página 524, el par electromagnético variará casi en proporción directa con la intensidad de la corriente en el inducido. Por ejemplo, en la figura 388, cuando la corriente en el inducido es de 30 amperios, el motor desarrolla 5,53 mKg; y cuando la corriente es de 60 amperios, 11,1 mKg. Es decir que el par se duplica cuando lo hace la corriente.

La velocidad de un motor varía de acuerdo con la fórmula (356) (página 526), de la que se deduce

$$S = K \frac{V - I_a R_a}{\varphi}$$

En los motores shunt, K, V, R_a y φ son sensiblemente constantes. Por lo tanto, la única variable es I_a. Cuando la carga del motor aumenta, I_a crece y el numerador de la fracción decrece. En general, el denominador varía muy poco. La velocidad del motor disminuirá al aumentar la carga (fig. 389). Como $I_a R_a$ es ordinariamente del 2 al 6 % de V, el porcentaje de reducción de velocidad del motor es del mismo orden de magnitud. Por este motivo se considera que el motor shunt es de velocidad constante, aun cuando la velocidad disminuya ligeramente con el aumento de la carga.

Debido a la reacción del inducido, el flujo φ decrece ordinariamente un poco cuando crece la carga y esto tiende a mantener la velocidad constante. Excepcionalmente, la reacción del inducido debería ser suficientemente grande para que la característica de velocidad fuera ascendente al aumentar la carga.

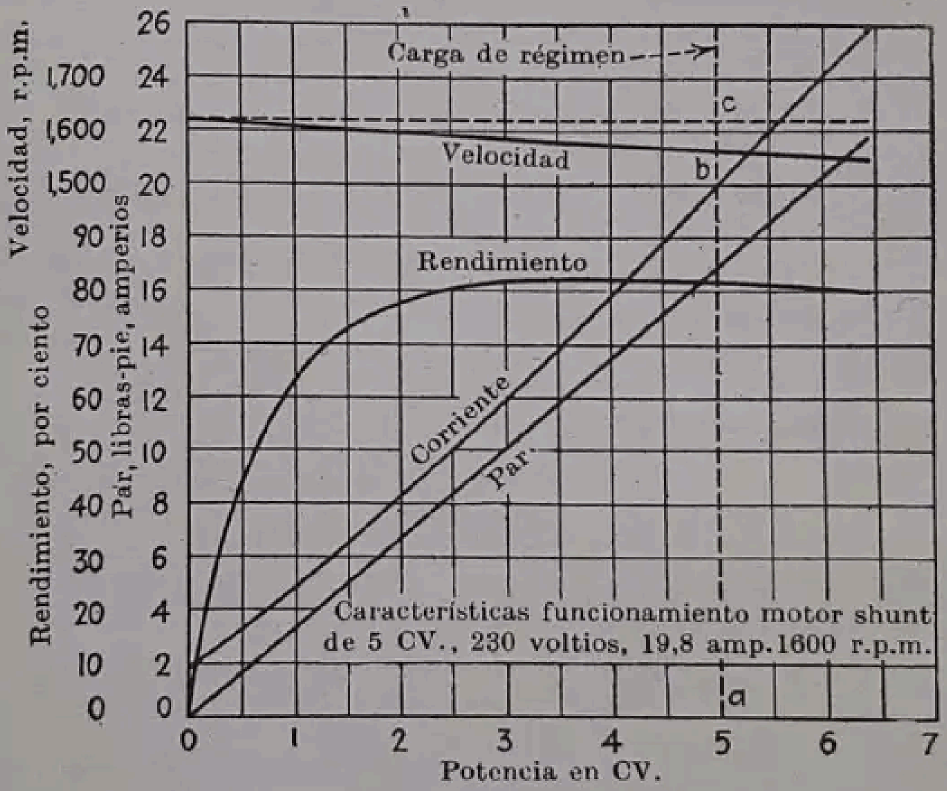


Fig. 389.—Características típicas de un motor shunt.

En los motores de corriente continua y especialmente los de velocidad prácticamente constante, como los shunt, la variación de velocidad producida cuando funciona en carga y en vacío da una base de criterio para definir sus características de funcionamiento. En las normas americanas (C. 50, American Standards) se define específicamente el cambio de velocidad como «regulación» y se da en tanto por ciento de la velocidad nominal.

La *regulación de la velocidad* (A.S.A. C 50. «Rotating Electrical Machinery», edición de 1943, 2140) se define de la siguiente manera:

Regulación de la velocidad en los motores de corriente continua. La regulación de la velocidad en un motor de corriente continua es la variación de velocidad que se produce cuando la carga se reduce desde el valor nominal a cero, expresada en tanto por ciento de la velocidad nominal. La regulación debe determinarse a la tensión nominal y a la temperatura final que se alcanza en funcionamiento con la carga nominal para el tiempo establecido.

La regulación de un motor de corriente continua se refiere a la variación de la velocidad en vacío con respecto a la obtenida con una carga invariable, y no al caso de los períodos transitorios en los que se producen amplias fluctuaciones de velocidad para rápidos cambios de carga.

Es decir, en la figura 389, la regulación de velocidad es

$$\frac{ca - ba}{ba} = \frac{cb}{ba}.$$

Ejemplo. La velocidad de un motor shunt pasa de 1 100 r.p.m. sin carga a 1 050 r.p.m. a la carga de régimen. ¿Cuál es su regulación de velocidad?

$$\text{Regulación} = \frac{1\,100 - 1\,050}{1\,050} = 0{,}0476 \text{ ó } 4{,}76\ \%.$$

La regulación de velocidad es una medida de la capacidad del motor para mantener su velocidad cuando se le aplica la carga.

La figura 389 indica las cuatro curvas características esenciales de un motor shunt, la de par, la de velocidad, la de corriente y la de rendimiento, todas ellas en función de la potencia útil en caballos. En el capítulo siguiente se tratará del efecto de las pérdidas sobre el rendimiento. Se observará que el motor shunt tiene una velocidad en vacío bien definida. Por lo tanto, no se acelerará al desconectar la carga, siempre que el circuito inductor permanezca cerrado.

Los motores shunt se emplean cuando se requiere una velocidad prácticamente constante, como en los accionamientos de talleres mecánicos, máquinas de hilar, aspiradores, etc. No hay ningún tipo de motor que se acomode mejor que el shunt a la variación regulada de la velocidad. Por consiguiente, se emplea también en los casos en que se requiere una velocidad variable a voluntad. Si se requiere *ajustar* la velocidad, se la puede llevar al valor que se desee y luego mantenerla invariable, con este valor, al variar la carga. El torno mecánico es un excelente ejemplo de funcionamiento con velocidad regulable; para cada clase de trabajo se requieren velocidades diferentes. Así, cuando se ha fijado la velocidad necesaria para un determinado trabajo, ésta debe mantenerse rigurosamente constante (véase también la pág. 549).

Se tiene la impresión equivocada de que los motores shunt tienen un par de arranque débil, lo que se debe indudablemente al hecho de que los reóstatos de arranque ordinarios están previstos solamente para la puesta en marcha con una ligera carga. Aunque estos reóstatos pueden tolerar sin peligro una sobrecarga del 125 % de la plena carga en el primer punto, se recalientan rápidamente si este valor de la corriente se sostiene un tiempo suficientemente largo para que el motor alcance la velocidad de régimen con esta carga.

El par es proporcional al producto de la intensidad de la corriente por el flujo [fórmula (352), pág. 524]. El motor arranca con la excitación al máximo (§ 333, pág. 540). Por consiguiente, en el arranque puede el motor desarrollar el par de plena carga y hasta el 150 % de éste, siempre que el reóstato de arranque pueda soportar la intensidad de corriente exigida.

Cuando los motores arrancan con carga, es mejor servirse de un combinador (§ 336, pág. 545) que de un reóstato de arranque. En los combinadores, las resistencias están previstas para el paso continuo de las corrientes de plena carga y de sobrecarga.

En los motores shunt modernos, los amperios-vuelta del shunt y, por lo tanto, las pérdidas en éste, se reducen mucho disminuyendo el entrehierro. Un entrehierro pequeño da origen a una elevada reacción del inducido (véase fig. 406, pág. 552), pero se asegura una buena conmutación por medio de polos auxiliares. Sin embargo, debido a la elevada reacción del inducido, existe el peligro de que, al aumentar la carga, la f.m.m. del inducido se sobreponga a la f.m.m. del inductor y dé origen a una aceleración progresiva del motor. Para evitarlo se agregan unas cuantas espiras en serie, cuyo efecto se adicione al de las espiras del shunt de cada polo. Aunque pueda considerarse entonces que el motor es de excitación compound, las espiras en serie son tan pocas que sus características son realmente las de un motor shunt y así se le sigue considerando.

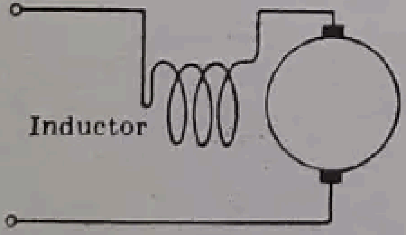


FIG. 390. — Conexiones de un motor serie.

331. Motor serie. En los motores con excitación en serie, el inductor está conectado en serie con el inducido, como en la figura 390. El inductor tiene un número relativamente pequeño de espiras de hilo, que debe ser de sección suficiente para que pase por él la corriente de régimen que requiere el inducido.

En los motores serie, el flujo φ depende totalmente de la intensidad de la corriente del inducido. Si el hierro del motor se mantiene a saturación moderada, el flujo será casi directamente proporcional a dicha intensidad. Por lo tanto, la expresión del par $T = K_t I \varphi$ [fórmula (352), pág. 524] puede escribirse

$$T = K_t' I^2 \tag{358}$$

si se supone que φ es proporcional a I, siendo K_t' una constante.

El par es, pues, proporcional al *cuadrado* de la intensidad de la corriente en el inducido, como en la figura 388. Cuando la corriente es de 30 amperios, el par es de 2,75 mKg; y a 60 amperios, el par es de 11 mKg. Es decir que, al duplicarse la intensidad de la corriente del inducido, el par se cuadruplica. Puede observarse que cuando la corriente es de intensidad superior a 60 amperios, el par aumenta muy rápidamente. Esta característica del motor serie hace su empleo muy conveniente cuando se requiere un gran aumento del par para un aumento moderado de la intensidad de la corriente. En la práctica, la saturación y la reacción del inducido tienden a oponerse a que el par aumente con la misma rapidez que el cuadrado de la intensidad de la corriente.

Cuando se aplica la fórmula (356) (pág. 526) al motor serie, la velocidad resulta ser

$$S = K\frac{V - I_a(R_a + R_s)}{\varphi} \tag{359}$$

en esta expresión, K es una constante, V la tensión entre los terminales, I_a la intensidad de la corriente en el motor, R_a la resistencia del inducido, R_s la resistencia del inductor serie y φ el flujo que penetra en el inducido desde un polo N. La resistencia del inductor serie se suma, en este caso, a la resistencia del inducido para dar la resistencia total del motor. Tanto la intensidad de la corriente I_a como el flujo φ varían con la carga.

Al crecer la carga, la caída de tensión en el inductor y en el inducido aumentan, siendo dicha caída proporcional a la intensidad de la corriente. Por lo tanto, la f.c.e.m. y el numerador de la (359) disminuyen, con lo que la velocidad tiende a decrecer, aunque, como en el motor shunt, el porcentaje de disminución debido a este factor es muy reducido. No obstante, el aumento del flujo φ, en el denominador, es casi *directamente proporcional* al de la intensidad de la corriente. Resulta de ello que si aumenta la intensidad se reduce el numerador y aumenta el denominador de la (359), y la velocidad del motor disminuirá cuando aumente la carga. La caída de tensión debida a la resistencia es del 3 al 8 % de la tensión entre terminales V, de manera que su influencia en la disminución de la velocidad es del mismo orden. La velocidad es inversamente proporcional al flujo φ y una determinada variación de φ da origen a la misma variación proporcional de la velocidad.

Cuando el par resistente aumenta, las reacciones que se producen son las siguientes: Debe reducirse la velocidad, por lo menos momentáneamente, puesto que el par resistente supera el valor del par electromagnético, y, por el momento, ni la corriente ni el flujo han variado. Con ello se reduce la f.c.e.m. y aumenta su diferencia con la tensión entre terminales. Por consiguiente, la intensidad de la corriente crece y produce un aumento del flujo y del par electromagnético. Los valores de la velocidad y la intensidad de la corriente se reajustarán por sí mismos hasta que el par electromagnético sea igual a la suma del par resistente y del par de fuerzas pasivas o pérdidas y se conseguirá el equilibrio. Como el par electromagnético crece aproximadamente como el cuadrado de la intensidad, el aumento de ésta y el del par correspondiente es menor que en el motor shunt.

Cuando el par resistente decrece, el inducido se acelera, momentáneamente por lo menos, aumentando la f.c.e.m., puesto que en el primer instante la corriente y el flujo no sufren variación. En consecuencia, la intensidad de la corriente y el flujo inductor decrecerán y también lo hará el par electromagnético. La velocidad y la intensidad se irán corrigiendo por sí mismas hasta alcanzar el equilibrio.

Si se suprime totalmente la carga, φ se reduce extremadamente, con lo que la velocidad se hace muy grande. Es peligroso dejar sin carga los motores serie, porque es casi seguro que sus inducidos alcanzarán velocidades para las cuales la fuerza centrífuga puede llegar a hacerlos saltar en pedazos.

La figura 391 representa las curvas características de un motor serie de 5 caballos en las que se ha tomado la potencia útil como abscisa. La curva de par tiene la concavidad hacia arriba, por las razones más arriba señaladas. La velocidad varía prácticamente en sentido inverso al de la intensidad de la corriente. A intensidades de corriente elevadas, la velocidad es pequeña y para intensidades pequeñas la velocidad es grande. Las características no pueden determinarse para intensidades pequeñas de la corriente, porque la velocidad se hace peligrosamente grande.

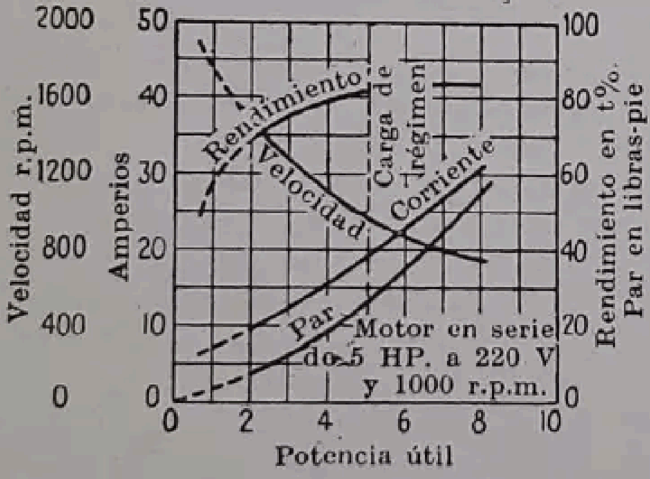


FIG. 391. – Características típicas de un motor serie.

El rendimiento crece rápidamente al principio, alcanza un máximo, y luego decrece, lo que se debe al hecho de que, para pequeñas cargas, las resistencias pasivas y las pérdidas del hierro son grandes en comparación con la carga, y la influencia relativa de estas pérdidas se reduce al aumentar la carga. Las pérdidas en el inductor y el inducido varían con el *cuadrado* de la intensidad de la corriente (I^2R), de manera que crecen rápidamente con la carga. El rendimiento máximo corresponde al momento en que las pérdidas por resistencias pasivas y en el hierro son prácticamente iguales a las pérdidas en el cobre. Estas curvas características deben compararse detenidamente con las correspondientes al motor shunt (fig. 389).

Los motores serie se utilizan para los casos en que se exige un gran par de arranque, como en los tranvías, locomotoras y grúas. Además del gran par de arranque, tienen otra característica que los hace especialmente adecuados para la tracción. Supongamos que se emplea un motor shunt para un tranvía. Cuando el coche asciende por una rampa, el motor shunt mantiene la velocidad del mismo a un valor aproximadamente igual al que tendría si el tranvía se moviera sobre un plano horizontal. El motor tiende, por lo tanto, a absorber una corriente excesiva. Un motor serie, en cambio, va más despacio en la rampa, debido a la mayor intensidad de la corriente demandada, y, por lo tanto, desarrolla un par mayor a velocidad menor. La reducción de la velocidad permite al motor desarrollar un gran par con un aumento moderado de potencia. Por consiguiente, la potencia de un motor serie sería menor que la de un motor shunt en las mismas condiciones.

Cuando se trazan las características de los motores de tracción, las curvas se refieren a la potencia en la llanta de las ruedas y no en el eje del motor. La figura 392 representa una de estas características para un motor General Electric a 500 voltios y de 75 caballos, para servicios ferroviarios. Obsérvese que la característica se refiere al esfuerzo de tracción y no al par. La velocidad del tren reemplaza las r.p.m. del inducido. Estas curvas difieren de las del par referido a las revoluciones obtenidas en la polea en una constante de proporcionalidad, determinada por la relación de engranajes y por el diámetro de las ruedas. Hay una ligera pérdida de par en los engranajes. La curva de rendimiento se refiere a la llanta de la rueda en contacto con el carril. Estas curvas características se parecen mucho a las de la figura 391. La figura 393 representa un motor de la General Electric, para locomotora Diesel-eléctrica. La tapa de la lumbrera de acceso a las escobillas se puede ver a la izquierda.

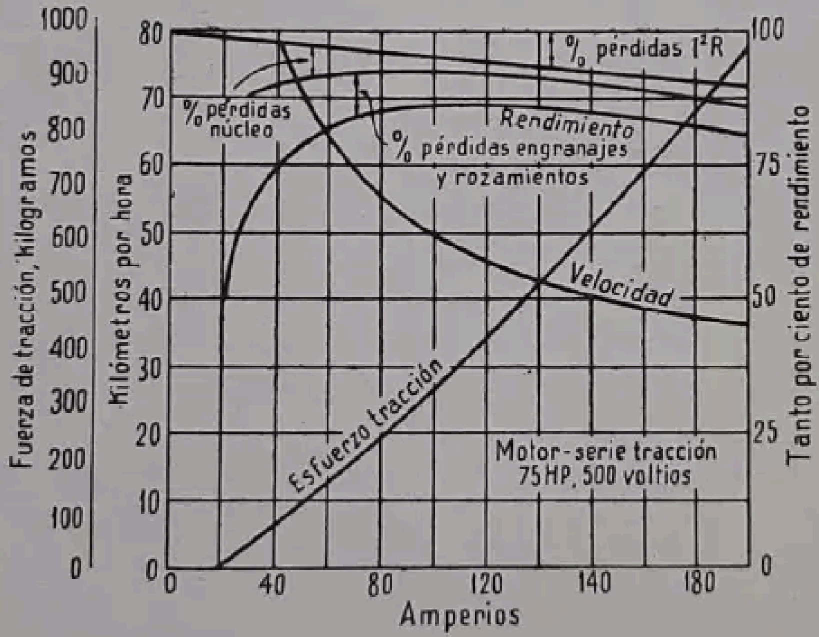


FIG. 392.—Características típicas de un motor serie ferroviario de 75 caballos.

332. Motor compound. Un motor shunt puede completarse con un arrollamiento en serie, de igual manera que los generadores shunt. Este arrollamiento puede conectarse de forma que una su acción a la del arro-

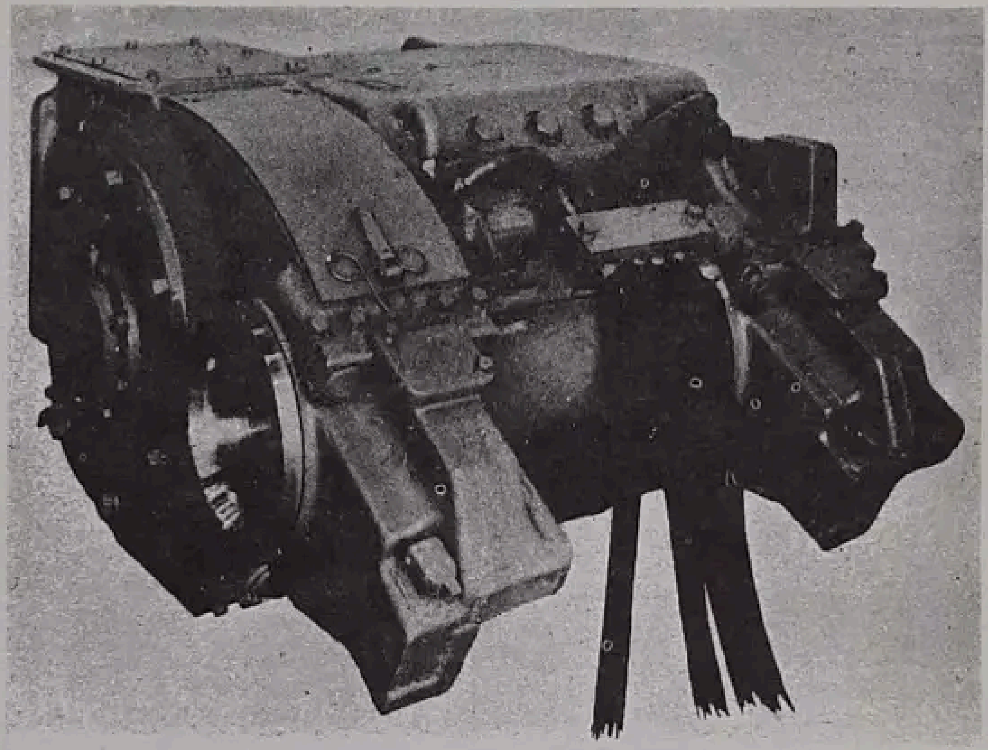


FIG. 393.—Motor serie para locomotoras Diesel eléctricas. *(General Electric Co.)*

llamiento shunt, en cuyo caso se dice que el motor es *compound acumulativo;* o bien pueden las acciones de los dos arrollamientos estar en oposición, en cuyo caso se dice que el motor es *compound diferencial.*

Las características del sistema compound acumulativo son una combinación de las serie y shunt. Cuando se aplica la carga, las espiras serie producen un aumento del flujo, dando lugar a que el par, para una intensidad de corriente dada, sea mayor que el que correspondería a un motor shunt. Estas características se representan en la figura 394, en la que se indican los valores del par electromagnético, o par desarrollado por el inducido. El motor compound acumulativo desarrolla un par elevado cuando se aumenta súbitamente la carga. Tiene también una velocidad definida cuando funciona en vacío y no peligra que se dispare cuando se suprime la carga.

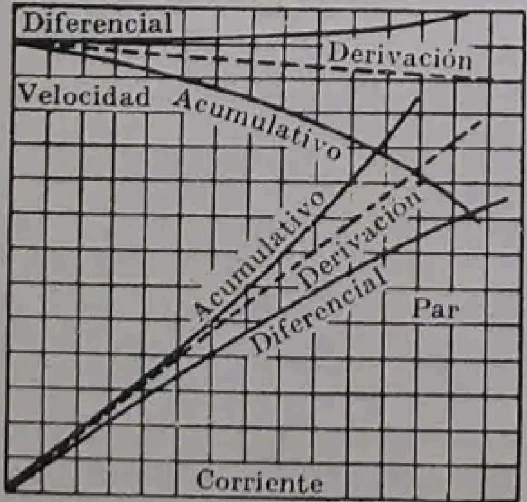


FIG. 394.—Par electromagnético (desarrollado) y características de velocidad de los motores shunt (derivación) y compound.

La aplicación del motor compound acumulativo se encuentra principalmente en el accionamiento de máquinas destinadas a soportar súbitamente cargas intensas, como sucede con los laminadores, las cizallas o las punzonadoras. Este tipo de motor se emplea también cuando se requiere un par de arranque elevado, y no se puede utilizar adecuadamente un motor serie normal. Las grúas y aparatos de elevación son ejemplos de este caso. En los últimos, las espiras en serie quedan ordinariamente en corto circuito cuando el motor alcanza su velocidad de régimen.

Otra ventaja del motor tipo compound acumulativo cuando se presentan cargas bruscas, es que automáticamente experimenta una sensible disminución de velocidad (fig. 394). Como resultado de ello, una gran parte de la energía cinética almacenada queda disponible para cubrir una parte del aumento de carga, con lo que se reduce la sobrecarga eléctrica del motor así como las puntas de potencia demandada. La energía cinética disponible se aumenta con frecuencia mediante volantes, especialmente en los motores para trituradores de rodillos.

RESUMEN DE LA UTILIZACIÓN DE LOS MOTORES

Shunt	Compound diferencial	Compound acumulativo	Serie
Caracteristicas			
Velocidad casi constante	Velocidad constante	Velocidad variable	Velocidad variable
Velocidad regulable....		Regulación de la velocidad	Regulación de la velocidad
Por medio de arranque . (hasta el 150 % del nominal)	Bajo par de arranque	Gran par de arranque	Par de arranque muy elevado
Aplicaciones			
Árboles de transmisión a velocidad constante		(Demandas intermitentes de gran par motor)	Tracción Locomotoras eléctricas
Máquinas herramienta			Locomotoras Diesel-eléctricas
Ventiladores		Cizallas	Líneas de servicio rápido
Bombas centrífugas		Punzonadoras Prensas	Trolebuses y autobuses
Bombas de émbolo		Aparatos de elevación	Grúas
Trabajo de la madera		Transportadores	Montacargas
Máquinas para papel		Alimentadores de hogares	Transportadores
Máquinas de impresión		Laminadores	

En el compound *diferencial*, el arrollamiento en serie del inductor genera un campo opuesto al producido en el arrollamiento en shunt, de manera que el flujo decrece al aplicar la carga, dando por resultado que la velocidad se mantenga prácticamente constante o con tendencia a aumentar cuando la carga se incrementa. Esta característica de velocidad se obtiene a expensas de la correlativa disminución en el aumento del par al aumentar la carga. Estos motores se emplean en los casos en que se desee una velocidad muy constante. Como que los motores shunt ya tienen una velocidad prácticamente constante, se presentan pocas ocasiones de emplear el compound diferencial. Además, como el campo se debilita al aumentar la carga, la velocidad tiene tendencia a ser inestable y el motor a acelerarse excesivamente. Al poner en marcha un compound diferencial se debe poner en corto circuito el arrollamiento en serie, porque la corriente de arranque, intensa en este arrollamiento, puede ser suficiente para equilibrar los amperios-vuelta del shunt y provocar el arranque del motor en la dirección contraria a la normal. La figura 394 representa las curvas características del par y de la velocidad de un motor compound diferencial.

Para invertir el sentido de rotación de un motor debe invertirse solamente el flujo del inducido o el del inductor. Si se invierten los dos, el sentido de rotación continúa siendo el mismo. De aquí que, por lo que se refiere al sentido de rotación del motor, es indiferente la polaridad de los conductores de la línea de alimentación.

DISPOSITIVOS DE ARRANQUE DE MOTORES

333. Reóstato de tres bornes. Se ha indicado en el § 327 (pág. 524) que si un motor de 10 caballos a 110 voltios se conecta directamente a una línea de alimentación a 110 voltios, la corriente demandada es de 110 : 0,05 = = 2200 amperios, valor inadmisible en la práctica industrial. Por consiguiente, debe intercalarse durante el arranque una resistencia en serie *con el inducido* del motor. Esta resistencia puede disminuirse progresivamente a medida que la velocidad del inducido aumenta y desarrolla una f.c.e.m.

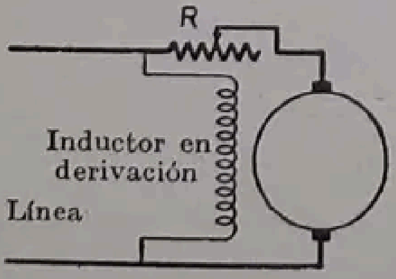


Fig. 395.—Resistencia de arranque.

La figura 395 representa la manera de emplear una sencilla resistencia R para el arranque de un motor shunt. Debe notarse que esta resistencia está en el circuito *del inducido* y que no afecta al inductor, conectado directamente a la línea. Si el inductor estuviese conectado a los terminales del inducido, de modo que la resistencia estuviera en serie con todo el *motor*, la tensión sería baja o nula en el inductor para el arranque, produciendo un par débil que haría difícil el arranque.

La figura 396 representa un reóstato de arranque de tres bornes, que no difiere de un modo esencial del esquema de la figura 395. Uno de los terminales de la línea va conectado directamente a uno de los del inducido y a uno de los del inductor empalmados entre sí, sin pasar, por lo tanto, por el reóstato de arranque. El otro conductor de la línea se empalma con el borne del reóstato de arranque, que está directamente unido al brazo móvil, el cual puede moverse sobre los contactos dispuestos en la placa que cubre la caja del reóstato y que están empalmados a distintos puntos repartidos a lo largo de la resistencia de arranque. Otro borne del reóstato de arranque se encuentra en el extremo derecho de la resistencia de arranque y se conecta al otro terminal del inducido del motor. El borne de conexión con el inductor (inferior derecha) dispuesto en el reóstato de arranque va empalmado al primer contacto de la resistencia por intermedio de un elec-

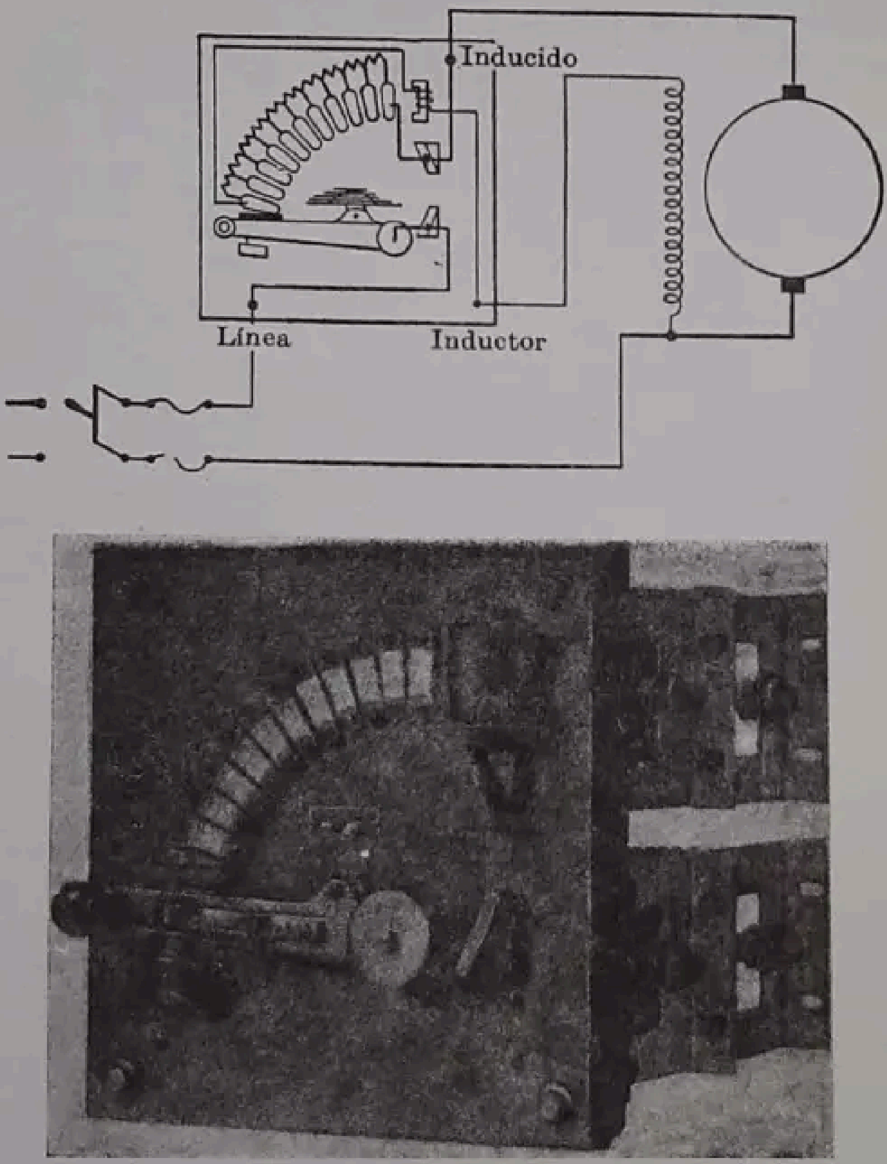


Fig. 396.—Reóstato de tres bornes.

troimán. Este borne se empalma directamente con el otro terminal del inductor shunt.

Cuando el brazo giratorio establece contacto con el primer punto del reóstato, el inductor queda directamente conectado a la línea, al mismo tiempo que el inducido queda intercalado en serie con la resistencia de arranque. Cuando se mueve el brazo, la resistencia de arranque se va eliminando progresivamente y cuando alcanza su posición final, la resistencia de arranque queda fuera de circuito, y, para asegurar un buen contacto, la línea y los conductores del inducido se conectan con frecuencia de modo directo por medio de un tope de lámina de cobre, como en la figura 396. El circuito del inductor se cierra entonces por la parte baja del brazo del reóstato con retorno a través de la resistencia de arranque, que, como es tan pequeña en comparación con la del inductor, no ejerce ninguna influencia sensible sobre el valor de la corriente de excitación. Un resorte tiende a hacer volver el brazo a su posición inicial. Cuando el brazo alcanza su posición final queda sujeto por un electroimán de retención, conectado en serie con el inductor shunt. Suele ponerse una armadura de hierro dulce sujeta al brazo móvil, como indica la figura. Si, por cualquier razón, la línea de alimentación quedara sin tensión, al cesar la acción del electroimán, el brazo móvil, por la acción del resorte, vuelve a su posición de origen. De no ser así, si de nuevo se pusiera la línea en la tensión después de una corta interrupción, el inducido, en reposo, quedaría conectado directamente a la línea y se produciría un corto circuito.

Otra ventaja de conectar el electroimán de retención en serie con el inductor shunt es que, si el circuito inductor se abre, la acción del resorte lleva el brazo a la posición inicial evitando que el motor pueda tomar velocidades excesivas.

334. Reóstato de arranque de cuatro bornes. Los reóstatos de arranque de tres bornes no son útiles para los motores de velocidad variable con regulación de campo. En estos motores, la velocidad puede variar en la relación de cinco a uno, lo que da origen a que, aproximadamente, varíen en la misma relación las intensidades de la corriente de excitación. El electroimán de retención puede ser demasiado potente, por lo tanto, para las intensidades superiores de la corriente de excitación y demasiado débil cuando toma los valores más bajos. Para salvar esta dificultad se emplean los reóstatos de cuatro bornes (fig. 397), que son semejantes a los representados en la figura 396, excepto en que el electroimán de retención se conecta *directamente a la línea de alimentación* y su resistencia es considerable.

La única diferencia en las conexiones consiste en que el terminal «línea—» debe empalmarse al conductor de la línea que va directamente a los terminales normales del inducido y del inductor. Cuando falta tensión en la línea, el electroimán de retención suelta el brazo, que, por la acción del resorte, vuelve a su posición inicial.

Algunas veces se incluye en el reóstato de arranque el de campo. Por ejemplo, en la figura 398, el reóstato de campo se sitúa con sus contactos en una fila superior. En este caso se disponen dos brazos o manivelas. El más corto se apoya en los contactos inferiores y deja fuera de circuito la resistencia de arranque del inducido de la forma ordinaria. Este brazo lo empuja el brazo más largo. Durante el período de arranque, el reóstato de campo está en corto circuito por el índice *S*, que se mueve sobre el sector metálico (fig. 398). Cuando se ha suprimido la resistencia de arranque, el brazo corto queda retenido por el electroimán y la resistencia del inductor deja de estar en corto circuito porque el índice *S* se sale por la derecha del sector metálico. El brazo mayor, que no tiene resorte, intercala la resistencia en el circuito inductor cuando se mueve hacia atrás. Si la línea queda sin tensión no actúa el electroimán y el resorte atrae el brazo corto, que arrastra al largo.

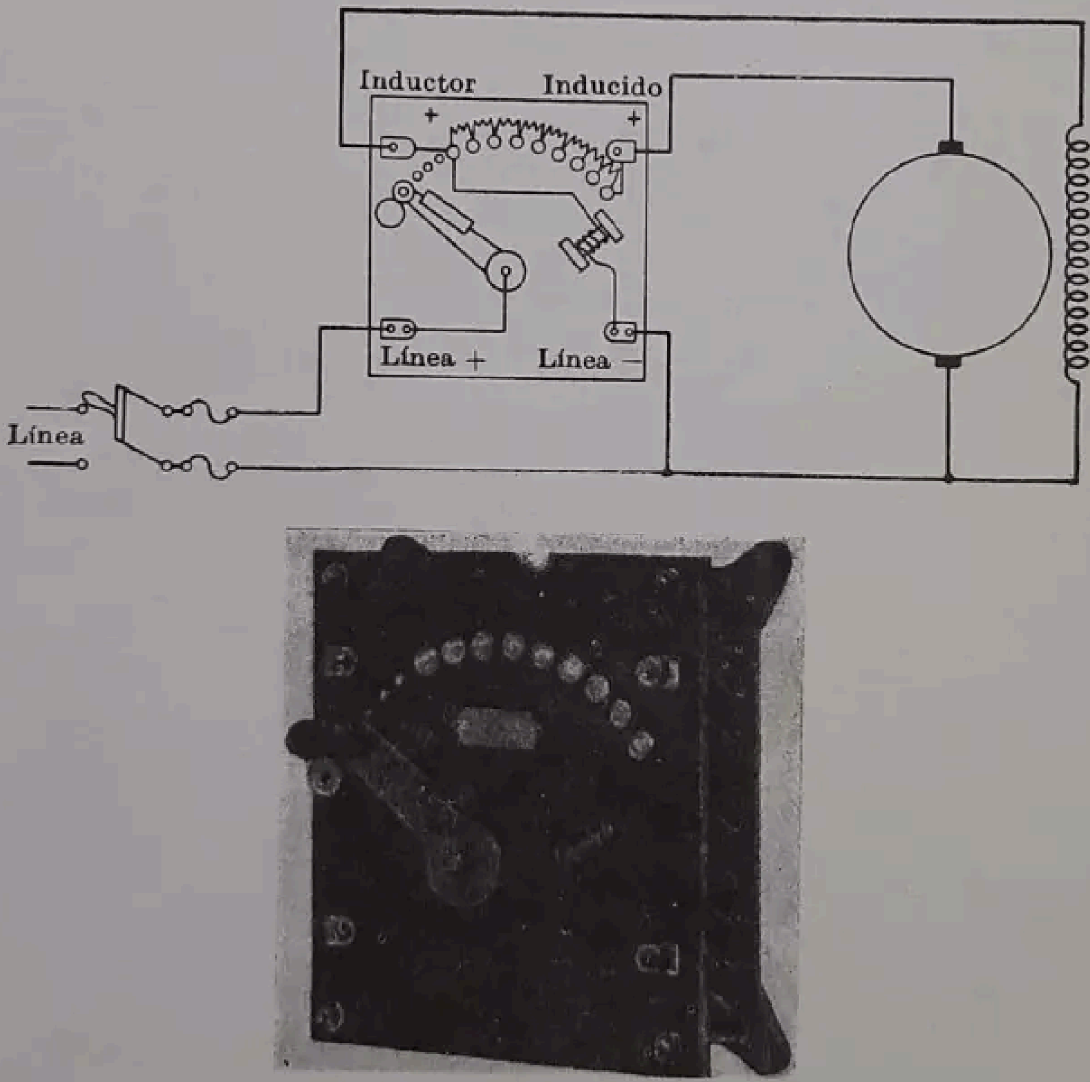


Fig. 397.—Conexiones de un reóstato de cuatro bornes.

Al parar el motor, debe abrirse el *interruptor de línea* preferiblemente a hacer que retroceda el brazo móvil. En los motores shunt, el interruptor de línea puede abrirse sin que se forme un arco apreciable, puesto que en el motor se genera una f.c.e.m. aproximadamente igual a la f.e.m. de la línea y el potencial neto entre contactos del interruptor es pequeño. La energía electromagnética almacenada en el campo no se manifiesta en el interruptor, sino que se descarga paulatinamente a través del inducido. Por el contrario, si se corre la manivela, se interrumpe el circuito del inductor en el último botón de contacto y debido a la naturaleza inductiva del indicado circuito se produce un arco intenso, que quema el contacto. Para evitar este inconveniente, un pequeño índice corta el arco (fig. 398).

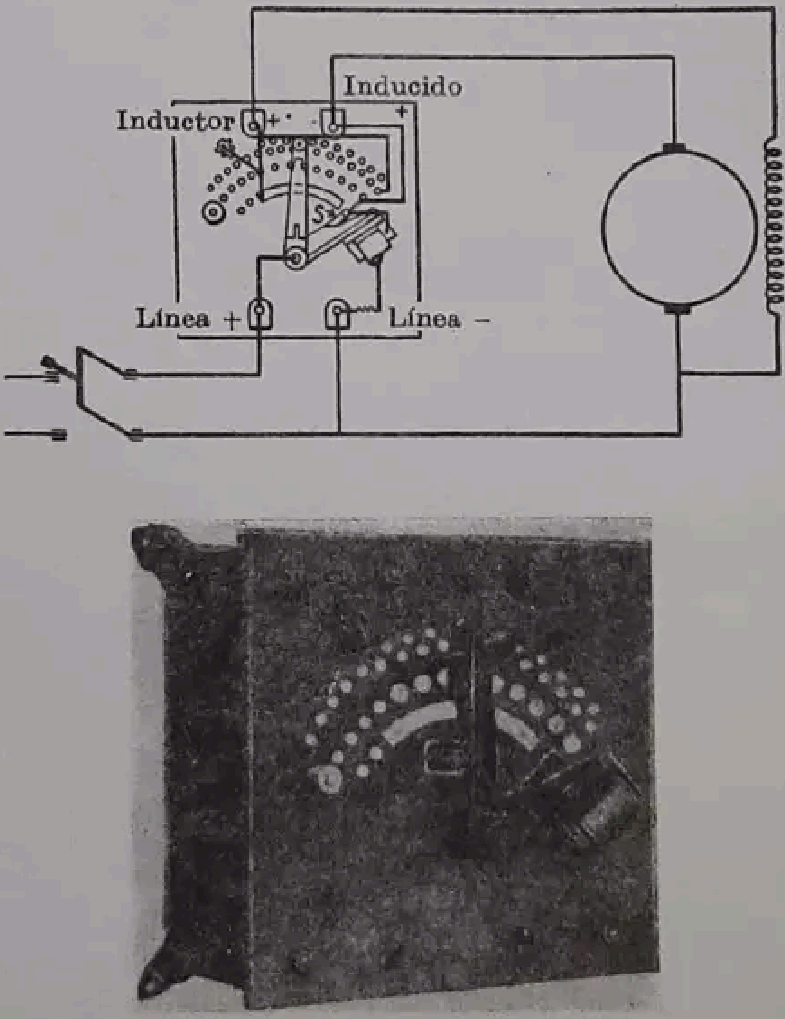
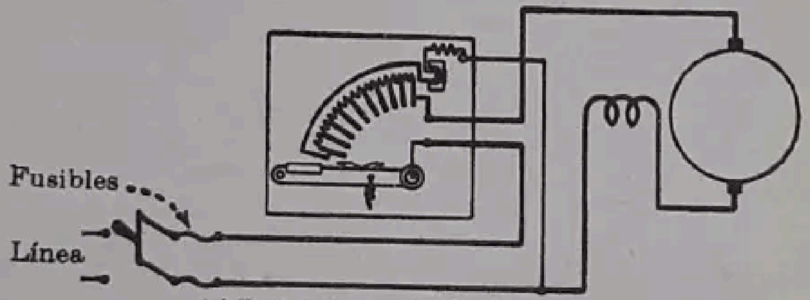


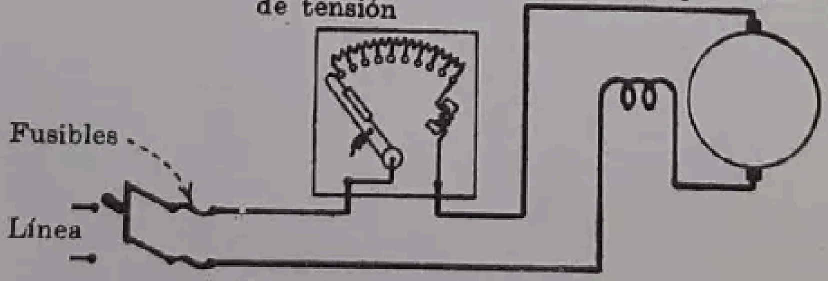
FIG. 398.—Reóstato de arranque y de regulación de velocidad Westinghouse.

335. Reóstatos para motores serie. El reóstato de arranque para motores serie no necesita lógicamente actuar sobre arrollamientos inductores en shunt. Existen dos tipos principales, uno con disparo por falta de tensión (fig. 399, *a*), y otro con disparo por cese de la carga (fig. 399, *b*). En el primer tipo, el electroimán de retención está conectado directamente a la línea de alimentación y deja libre la manivela cuando falta la tensión en la línea. En el segundo, el electroimán de retención consiste en unas pocas espiras en serie con el motor, y cuando la corriente demandada por el motor desciende por debajo de determinado valor, suelta la manivela. Este último tipo se adapta particularmente a los motores serie cuando exista la posibilidad de que la carga descienda hasta un valor tan reducido que la velocidad del motor se haga peligrosa.

336. Combinadores. Se emplean cuando el funcionamiento del motor lo regula continuamente el operador, como en los tranvías, grúas y ascensores. El combinador tiene que ser más robusto que el reóstato de arranque, puesto que se emplea continuamente para arranque, paro e inversión del sentido de marcha del motor. La figura 400 representa un combinador típico. Estos aparatos comprenden generalmente una resistencia exterior que se intercala o se separa por medio de los contactos del combinador. Puede incorporarse al combinador un reóstato de campo para los motores shunt. Los combinadores van provistos generalmente de un inversor, de manera que el motor puede girar en ambas direcciones. En el combinador de la figura 400 se han incluído la resistencia de campo y el inversor.



(*a*) Reóstato serie de desconexión por falta de tensión



(*b*) Reóstato serie de desconexión en vacío

FIG. 399. — Reóstatos de arranque para motor serie.

337. Reóstatos de arranque automáticos. Es frecuente la utilización de reóstatos de arranque automáticos. Tienen muchas ventajas con respecto a los manuales. Suprimen la resistencia de arranque a una velocidad definida, con lo que se evita que salten los fusibles o se abran los interruptores, cuando la aceleración es excesiva. En muchas instalaciones en las que el funcionamiento de los motores es intermitente, la puesta en marcha y el paro se pueden lograr con sólo apretar el botón correspondiente, lo que hace más probable que los operarios paren el motor cuando no se utiliza una máquina, por la facilidad con que lo pueden parar y poner de nuevo en marcha. En los motores grandes, especialmente cuando se requiere una maniobra extremadamente rápida, como en los laminadores, sólo pueden dar resultados satisfactorios los reóstatos automáticos de arranque. En los talleres se pueden disponer dos, tres y aun más botones de arranque y paro en distintos lugares, de modo que sea siempre fácil actuar sobre uno de ellos por lo menos.

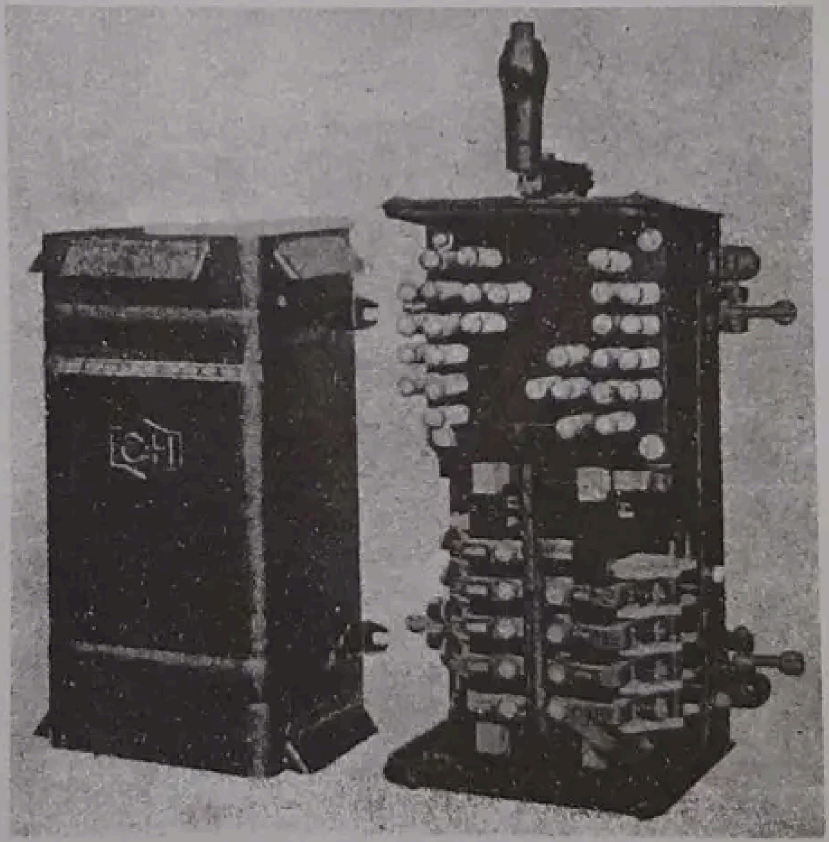


Fig. 400.—Combinador de tambor giratorio y contactos de uñas para regulación de campo. *(Cutler-Hammer Inc.)*

La figura 401 representa un tipo de arranque automático. En (*a*) se ve el mecanismo al descubierto, en la posición de «abierto». En (*b*) se incluye el esquema de conexiones. Cuando se aprieta el botón de arranque, el solenoide se imana por el paso de la corriente por el circuito $ab213d$. El solenoide, situado en la parte inferior derecha de la figura (*a*), cierra los contactos C y C_1 y abre el C_2. El cierre del C conecta el circuito inductor en derivación directamente con los terminales de la línea de alimentación $L1$ y $L2$, así como el inducido, los polos de conmutación, el inductor en serie y la resistencia de arranque. Al cerrar el contacto C_1 se mantiene cerrado el circuito $abc13d$

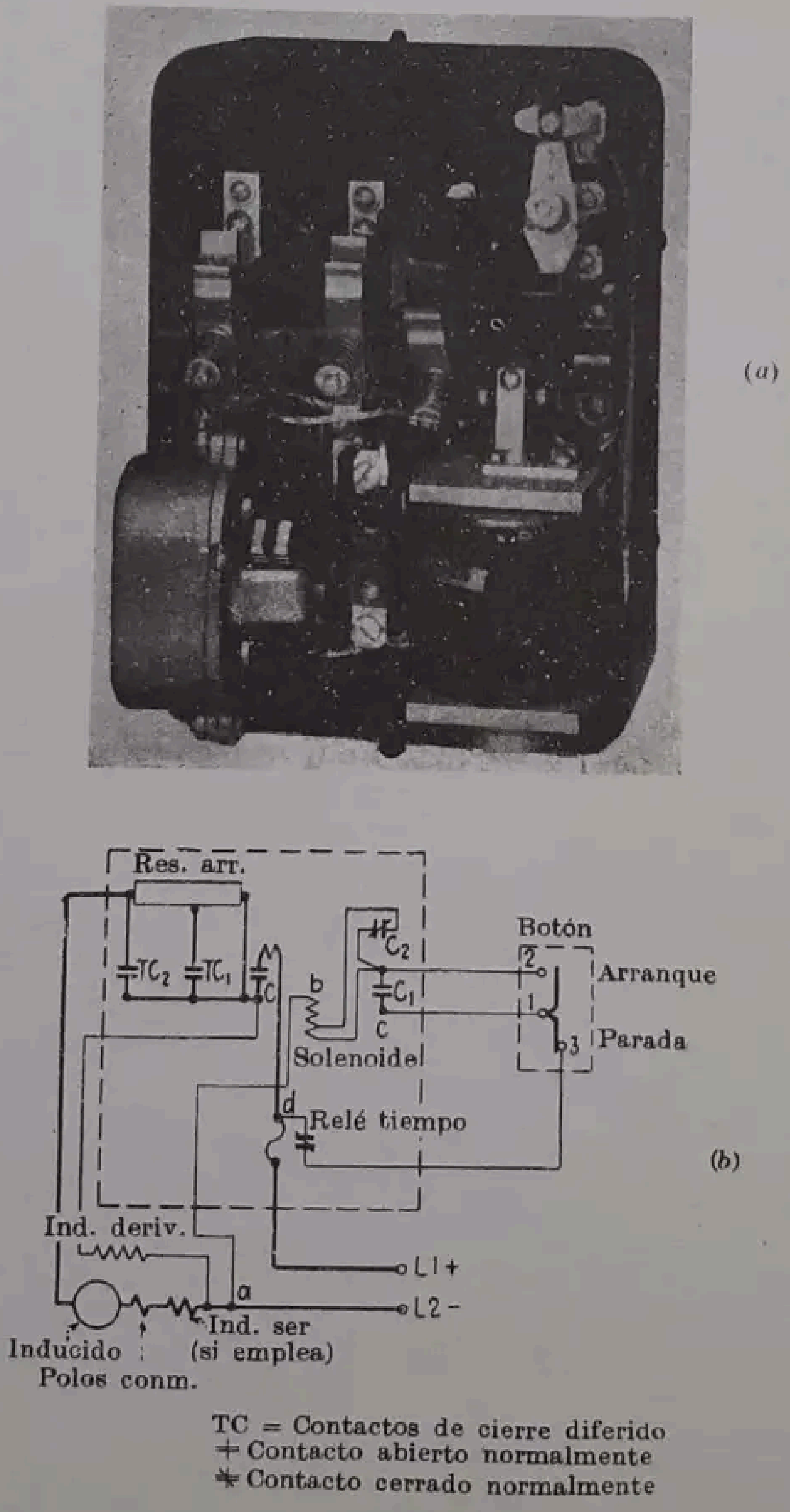

(a)
Res. arr.
TC2
TC1
TC
C2
C1
b
c
Botón
2
1
3
Arranque
Parada
Solenoide
d
Relé tiempo
(b)
Ind. deriv.
L1+
L2 -
a
Inducido
Polos conm.
Ind. ser
(si emplea)
TC = Contactos de cierre diferido
Contacto abierto normalmente
Contacto cerrado normalmente

Fig. 401.—Combinador magnético para arranque automático. *(General Electric Co.)*

del solenoide cuando el contacto 2, sobre el que actúa el botón, está abierto. Al abrir el contacto C_2 se intercala una resistencia en el circuito del solenoide reduciéndose el calentamiento. Se requiere mucho menos flujo y, por lo tanto, intensidad de corriente, en el solenoide para mantener cerrados los contactos que para realizar su cierre inicial.

Después de cerrar el contacto C, los contactos diferidos TC_1 y TC_2 se cierran a continuación con una ligera diferencia de tiempo en el cierre de los tres, que se regula por un mecanismo de relojería, que se ve, cerrado, en la parte inferior izquierda de la figura (*a*) y que se regula con un escape. Cada contacto se cierra únicamente de acuerdo con la regulación de tiempo determinada por el mecanismo de relojería. El contacto TC_1 pone en corto circuito una parte de la resistencia de arranque y después se cierra el TC_2, con lo que toda la resistencia de arranque queda en corto circuito y el inducido del motor en serie con los arrollamientos de los polos de conmutación y del inductor en serie y con la línea de alimentación. En la figura (*b*) se ha incluído también un relevador de tiempo contra sobrecarga, constituído por un termóstato bimetálico, colocado cerca de una pequeña resistencia dispuesta en serie con el inducido. Se produce una acumulación considerable de calor. El relevador se ajusta de manera que, si perdura la sobrecarga, abre el circuito del solenoide antes de que el motor pueda averiarse. El contacto C lleva un soplador magnético del arco (véase § 338).

Cuando se quiere parar el motor se aprieta el botón de «paro», con lo que se abre el circuito del solenoide por 3, lo que hace que se abran los contactos del circuito del inductor, así como el C_1. En lugar de un interruptor de pulsador, puede manejarse el motor con interruptores de flotador, de presión o de cualquier otro tipo de accionamiento automático.

338. Sopladores magnéticos. Los combinadores y los cortacircuitos suelen ir acompañados de sopladores magnéticos, cuya función es alargar el arco que produce la interrupción del circuito, apagándolo así rápidamente. También obliga al arco a desplazarse fuera del espacio existente entre los contactos, reduciendo así considerablemente la tendencia a quemar las superficies de éstos, debida a la persistencia del arco. El principio de los sopladores es el siguiente: los contactos entre los que se forma el arco que quiere cortarse se colocan entre los polos de un electroimán, como se representa en la figura 402, en la que se ve el brazo de un disyuntor en el momento en que el contacto se separa del bloque de cobre en que apoya para abrir el circuito. El contacto está dispuesto entre los polos N y S de un electroimán, de manera que exista un campo magnético en el espacio que media entre los dos contactos que se separan. Al romper el circuito, la circulación de la corriente tiende a persistir en forma de arco, y al encontrarse sometido a un campo magnético se produce una acción motriz. El arco se traslada transversalmente al campo en la dirección determinada por la regla de la mano izquierda, de Fleming. En la figura 402, el arco se mueve hacia arriba y sale rápidamente fuera del espacio que queda entre los contactos, moviéndose hacia los bordes extremos de éstos, y acaba por romperse debido al alargamiento que experimenta.

Las caras interiores de los polos del electroimán se protegen con aislante (fig. 402), de modo que el arco no pueda saltar hacia él. En algunos disyuntores de elevada capacidad de interrupción, el arco se sopla hacia un canal reducido, llamado *extintor del arco*. Con ello se pone en contacto con las paredes del canal y se enfría y pierde su ionización rápidamente.

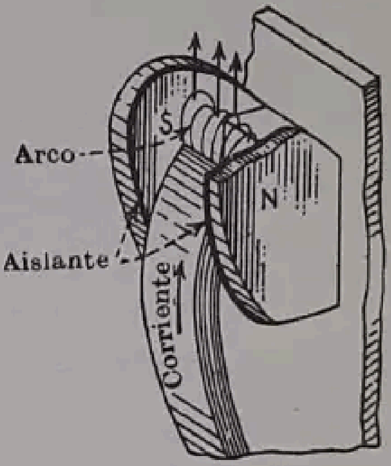

Arco
S
N
Aislante
Corriente

FIG. 402.—Soplador magnético.

REGULACIÓN DE LA VELOCIDAD

En la expresión que da la velocidad del motor, $S = KE : \varphi$ [(355), página 526], solamente hay dos factores que pueden hacerse variar para regular la velocidad sin introducir modificaciones en la disposición constructiva del motor. Estos factores son la f.c.e.m. E y el flujo φ.

339. Método de la resistencia del inducido. En este método, la regulación de la velocidad se obtiene intercalando una resistencia directamente en serie con el *inducido* del motor, haciendo que actúe sobre el inductor la diferencia de potencial total de la línea, como en la figura 403 (a). Debido a la caída de tensión que produce la resistencia, varía la f.c.e.m. E. Este método permite obtener una amplia gama de velocidades y al mismo tiempo el motor puede desarrollar el par que se desee dentro de sus límites de funcionamiento, ya que el *par* depende solamente del *flujo* y de la intensidad de la corriente en el inducido.

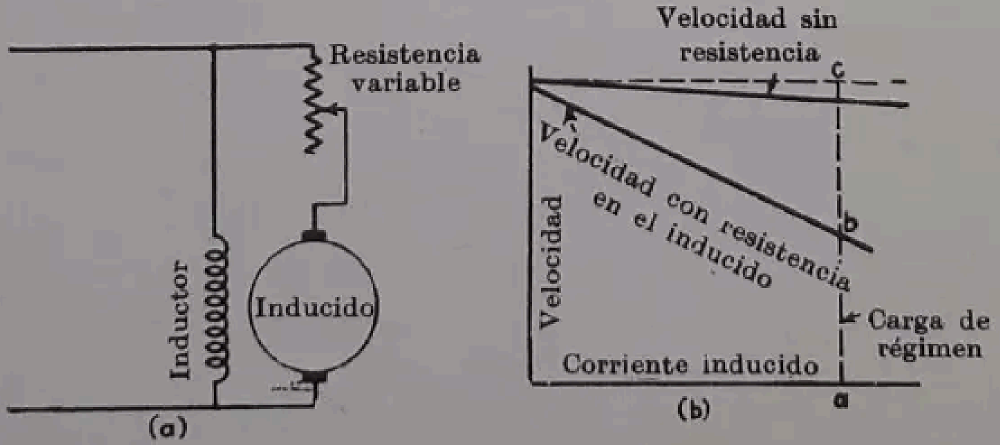

Resistencia variable
Inductor
Inducido
(a)
Velocidad sin resistencia
c
Velocidad con resistencia en el inducido
b
Velocidad
Carga de régimen
Corriente inducido
a
(b)

FIG. 403.—Regulación de velocidad por el método de resistencia del inducido.

Las principales objeciones que pueden oponerse a este método de regulación de la velocidad son la excesiva energía que se pierde en la resistencia en serie con el inducido y que la *regulación* de la velocidad es muy pobre. En la figura 403 (*b*) se representan las curvas de la velocidad en función de la carga de un motor shunt con resistencia en serie con el inducido y sin ella. De la curva correspondiente al caso de estar intercalada una resistencia en serie con el inducido se deduce que la velocidad media se obtiene para la carga nominal. Puede verse que la velocidad en vacío alcanza un valor que es prácticamente igual al de la velocidad del motor sin resistencia en serie con el inducido. En este caso, la regulación de la velocidad con resistencia, que es igual a *cb* : *ba*, es aproximadamente del 100 %. El 50 % aproximado de la potencia suministrada al circuito del inducido se pierde en la resistencia en serie. Sin la resistencia en serie, la regulación de velocidad es ordinariamente del 3 al 4 %.

Otra objeción que se opone a este método es que por la resistencia de regulación tiene que pasar la intensidad de la corriente de régimen del motor y la de sobrecarga, por lo que han de tomarse medidas para disipar la gran cantidad de calor que se produce en dicha resistencia.

Ejemplo. En un motor de 7 CV a 220 voltios, la resistencia del inducido es de 0,25 ohmios. Cuando gira en vacío a 1 200 r.p.m., el inducido absorbe 6 amperios. Determinar: *a*) la resistencia que debe disponerse en serie con el inducido para reducir su velocidad a 600 r.p.m. con 30 amperios en el inducido; *b*) la potencia que se pierde en la resistencia; *c*) porcentaje de la potencia suministrada al inducido que queda disponible; *d*) regulación de velocidad del inducido. Se desprecia la reacción del inducido.

a) E_1 (en vacío) $= 220 - (6 \cdot 0{,}25) = 218{,}5$ voltios

$$E_2 \text{ (a 600 r.p.m.)} = \frac{600}{1\,200} 218{,}5 = 109{,}3 \text{ voltios}$$

$$\text{Total } (R + R_a) = \frac{220 - 109{,}3}{30} = \frac{110{,}7}{30} = 3{,}69 \text{ ohmios}$$

Restando la resistencia del inducido,

$$R = 3{,}69 - 0{,}25 = 3{,}44 \text{ ohmios}$$

b) Potencia perdida en la resistencia en serie

$$P_1 = (30)^2 \cdot 3{,}44 = 3\,096 \text{ vatios}$$

c) Potencia suministrada al circuito del inducido

$$P_2 = 220 \cdot 30 = 6\,600 \text{ vatios}$$

Potencia suministrada al inducido

$$P_3 = 6\,600 - 3\,096 = 3\,504 \text{ vatios}$$

Porcentaje de potencia que llega al inducido

$$\frac{3\,504}{6\,600} = 0{,}531 \text{ ó } 53{,}1 \%$$

d) Regulación de velocidad

$$\frac{1\,200 - 600}{600} = 100\ \%$$

340. Sistema de tensiones múltiples. Este sistema se basa en disponer de varias tensiones distintas en los terminales del inducido del motor, obtenidas a menudo mediante un sistema de compensación (fig. 404). El inductor shunt del motor está sometido permanentemente a una tensión fija y, con el sistema de cuatro hilos que se indica en la figura, se puede disponer de seis tensiones distintas en el inducido. Los grados intermedios de velocidad se obtienen con un reóstato de campo. Por la necesidad de disponer de un sistema de compensación, o equivalente, y debido al crecido número de conductores que se requieren, este procedimiento se emplea poco en los casos normales.

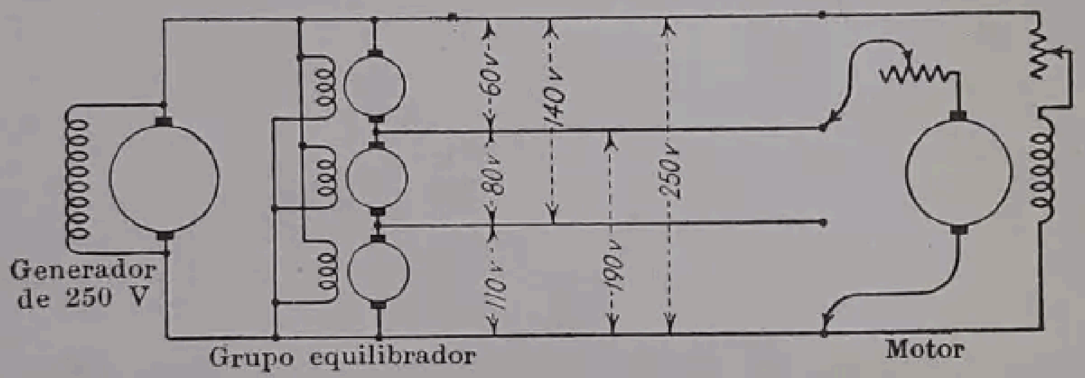


Fig. 404.—Regulación de velocidad mediante voltajes múltiples.

341. Sistema Ward Leonard. En este sistema (fig. 405), se consigue una tensión variable en el motor por medio de una dínamo *G* con excitación independiente, movida por un motor M_1. Variando el campo del generador se obtiene la tensión necesaria entre terminales del motor M_2. El inductor del motor está conectado a la línea de alimentación en paralelo con los inductores de las otras dos máquinas. En la figura 405, M_1 es el motor que acciona el generador *G*. Éste a su vez suministra corriente a tensión variable

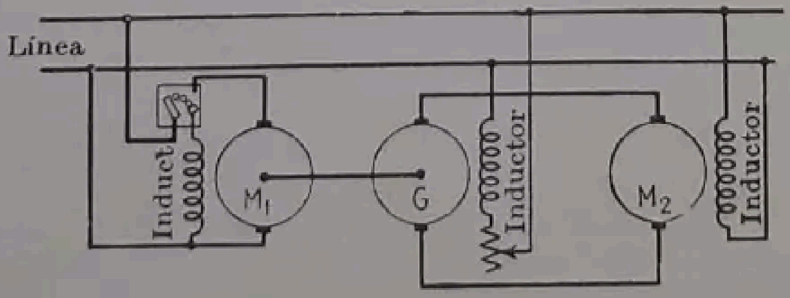


Fig. 405.—Sistema Ward-Leonard de regulación de velocidad.

al inducido del motor M_2, cuya velocidad puede hacerse variar. Este sistema es muy flexible y proporciona un ajuste preciso y una buena regulación de la velocidad. Sus principales desventajas son el bajo rendimiento total del sistema, especialmente para pequeñas cargas, y la necesidad de disponer de dos máquinas suplementarias. Se utiliza este procedimiento cuando se necesita una regulación muy fina de la velocidad y una aceleración suave. Es de aplicación corriente en los ascensores.

Como lo usual es que la energía eléctrica se suministre en corriente alterna, el motor M_1 debe ser de corriente alterna, utilizándose ordinariamente motores de inducción o síncronos. En este caso se necesita una pequeña excitatriz de corriente continua u otra fuente de ésta para la excitación del campo de G y M_2.

El amplidyne y el rototrol (§ 320 y 321, págs. 510 y 514) se utilizan también para suministrar corriente a tensión variable para los reguladores de velocidad. En la figura 375 (pág. 514) se puede ver un caso específico de aplicación.

342. Regulación del campo. En los anteriores sistemas de regulación de la velocidad, se varía la tensión en el inducido. También se puede obtener una variación de velocidad haciendo variar el flujo φ por medio de un reóstato de campo [fórmula (355), pág. 526]. Este método es muy eficaz atendiendo a la potencia, y para un ajuste específico es excelente la regulación de la velocidad desde el funcionamiento en vacío al de plena carga. La gama de velocidades que se pueden obtener con este método está limitada, en los motores ordinarios, por dificultades de conmutación. En la figura 406 puede verse la composición de las f.m.m. F, del inductor a poca velocidad, y la correspondiente F_A del inducido, que dan como resultante F_0. Si se intenta duplicar la velocidad del motor debilitando el campo, la nueva f.m.m. del inductor, prescindiendo de la saturación, será F', lo que hará necesario correr hacia atrás las escobillas, de manera que la f.m.m. del inducido sea F'_A. La f.m.m. resultante será F'_0.

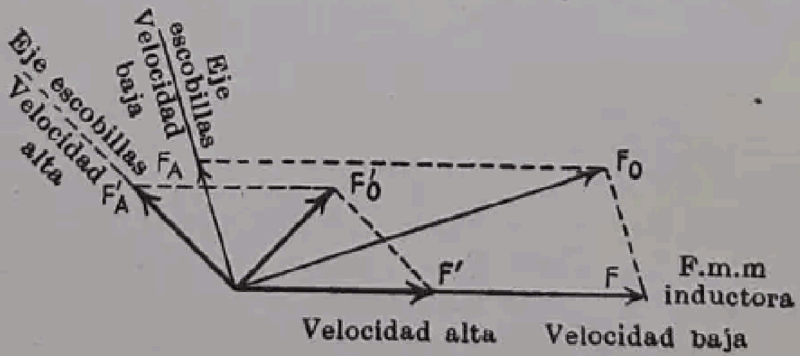


FIG. 406. —Efecto de un campo débil sobre la posición de las escobillas.

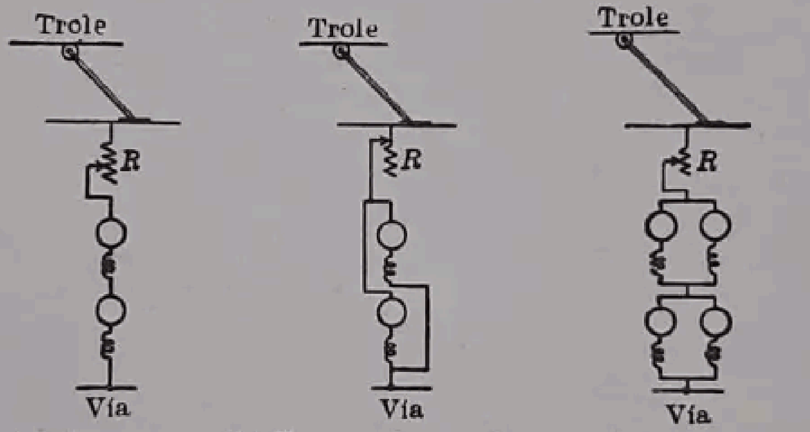
Es evidente que el plano neutro se ha trasladado hacia atrás de una manera apreciable, que la componente de desimanación de la f.m.m. del inducido ha aumentado, y que la f.m.m. del inducido es aproximadamente la misma que la del inductor. Además de producirse muchas chispas en el colector, la considerable f.m.m. del inducido puede debilitar de tal modo el campo principal que el motor tienda a acelerarse en exceso. Como casi todos los motores actuales tienen polos de conmutación, el desplazamiento de las escobillas, del plano neutro para marcha en vacío, en la forma indicada en la figura 406, se hace innecesario. Sin embargo, puede producirse una desimanación del campo cuando el generado por el inducido es muy intenso, debido a la acción de los amperios-vuelta de imanación transversal (pág. 458) y a la f.m.m. de los polos de conmutación (pág. 497). De aquí que, ante el riesgo de pérdida de estabilidad, las variaciones de velocidad por regulación del campo queden limitadas a relaciones de 5 ó 6 a 1.

343. Motor Lincoln. En el motor Lincoln, construído por la Reliance Electric and Engineering Company, el flujo que penetra en el inducido se hace variar moviendo el inducido giratorio hacia dentro y hacia fuera de la estructura de los inductores. Cuando el inducido se corre en el campo inductor se reduce la longitud de los conductores que corta el flujo. Por lo tanto, el inducido debe acelerarse para que produzca la f.c.e.m. requerida. Con ello se produce una variación suave de velocidades dentro de una gama extensa, que puede llegar a relaciones incluso de 10 a 1. Estos motores van provistos de polos de conmutación.

344. Regulación de la velocidad por acoplamiento de motores en serie y en serie-paralelo. La velocidad de un motor serie puede regularse intercalando una resistencia en serie con el motor y, en parte, shuntando el campo. Como en la regulación de los motores shunt mediante resistencias dispuestas en serie con el inductor, el sistema antes indicado es de mal rendimiento. Sin embargo, se utiliza este método para los casos de trabajo intermitente, como en las grúas, y durante el período de aceleración en los vehículos de transporte, en los que el bajo rendimiento no es demasiado importante.

Cuando se emplean para la tracción dos o más motores serie, como ocurre en las locomotoras eléctricas, trenes de servicio rápido, trolebuses, tranvías y autobuses, la variación de velocidad puede conseguirse combinando resistencias en serie con acoplamiento de los motores en serie o en paralelo. Con este sistema pueden obtenerse dos velocidades diferentes en un vehículo con dos motores y con un buen rendimiento. Los motores se acoplan primero en serie entre sí y con una resistencia R, como en la figura 407 (a). Esta resistencia se va eliminando gradualmente mediante el combinador, hasta suprimirla cuando el vehículo alcanza la velocidad necesaria; en este momento la tensión entre terminales de cada motor es igual a la mitad de la tensión de la línea. Con ello se obtiene la primera posición de marcha. Para un valor dado de la intensidad de la corriente en el inducido, cada uno de los motores gira a la mitad de su velocidad nominal. Como no hay resistencia externa en el circuito, los motores funcionan con un rendimiento muy cercano o igual al que se obtiene cuando la tensión entre terminales del motor es igual a la tensión de la línea. Como el par depende únicamente de la intensidad de la corriente en el motor, cada uno de ellos puede dar un par de magnitud igual a los desarrollados cuando la tensión entre terminales es la de la línea de alimentación.

Cuando se desea aumentar la velocidad del vehículo, se acoplan los dos motores en paralelo entre sí y en serie con una parte de la resistencia *R*. Esta resistencia se reduce poco a poco y cuando se ha alcanzado la posición final de marcha, actúa sobre cada uno de los dos motores la plena tensión de la línea, como en la figura 407 (*b*).



(a) Arranque (b) En marcha con los motores en paralelo (c) Arranque con cuatro motores

FIG. 407.—Sistema serie-paralelo de acoplamiento de motores serie.

En los vehículos de cuatro motores, se dividen éstos ordinariamente en dos grupos de dos motores, acoplados cada uno de ellos en paralelo. En el arranque, los dos grupos se conectan en serie, actuando cada grupo como uno de los motores del vehículo precedente. Esta posición de arranque se representa en la figura 407 (*c*). Cuando se alcanza la máxima velocidad de marcha, ambos grupos se acoplan en paralelo a los terminales de la línea. Sobre todos los motores actúa, en este caso, la tensión de la línea.

345. Sistema de unidades múltiples. En los vehículos pesados y locomotoras eléctricas, las corrientes alcanzan tales intensidades que el accionamiento directo en la cabina de mando debe descartarse, tanto desde el punto de vista del tamaño del combinador, como en los aspectos de seguridad y costo. Además, cuando los vehículos forman parte de trenes es necesario que los motores de todos ellos estén sometidos a una dirección única y que todo cambio de conexiones se verifique simultáneamente en todos los coches.

En el sistema de unidades múltiples, toda la regulación de corrientes de gran intensidad se hace por contactos movidos por relés instalados debajo de los coches. Se utiliza generalmente el aire comprimido para accionar los contactores e interruptores, regulándose la admisión y salida del aire de unos cilindros por medio de pequeños electroimanes excitados por el circuito de tren.

El *circuito de tren* recorre toda la longitud del convoy (fig. 408), asegurándose su continuidad por medio de enchufes situados junto a los enganches. La corriente que pasa por los conductores de este circuito pasa por el combinador principal manejado por el conductor del tren. Como la corriente del circuito de tren es de una intensidad de 2,5 amp. basta con servirse de un pequeño combinador de plataforma. Otra ventaja destacada de este sistema es que la duración de la eliminación progresiva de las resistencias de arranque mientras se acelera el tren no depende de la acción del conductor, porque se verifica por medio de contactos automáticos que se cierran unos después de otros en los momentos adecuados, lo que asegura una aceleración uniforme y suprime la apertura de los cortacircuitos de los coches y los choques que pueda recibir el equipo por los cambios excesivos de velocidad que se producen con el accionamiento a mano.

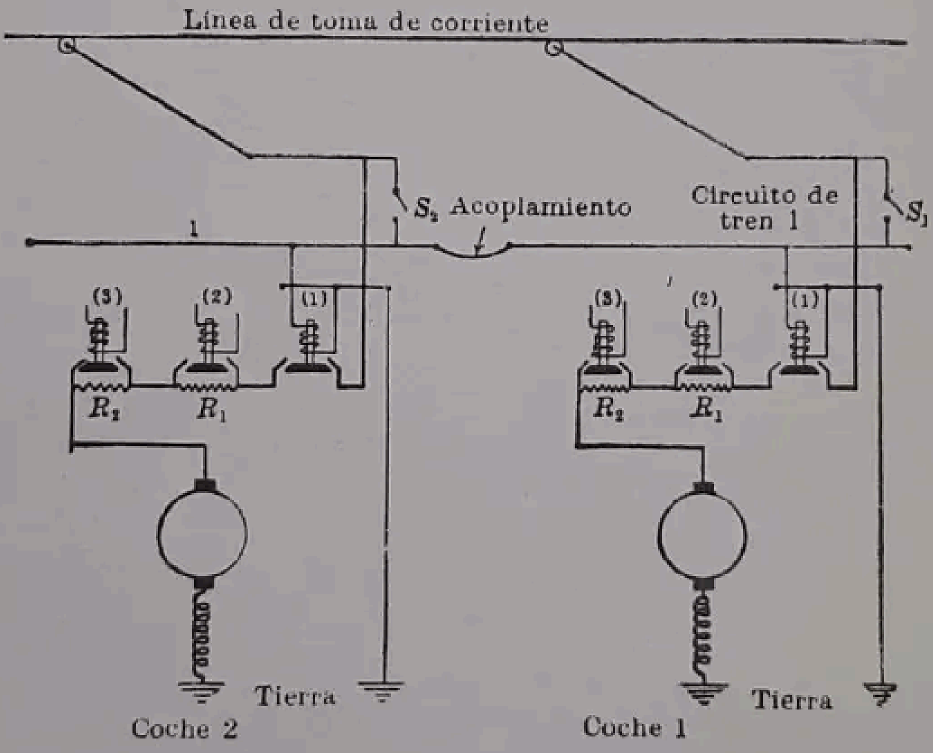


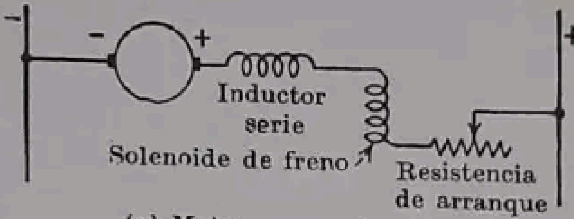
FIG. 408. — Principio de mando mediante unidades múltiples.

En la figura 408 se resume el principio fundamental del sistema, prescindiendo de los muchos detalles que deben acompañarle. Cada uno de los vehículos tiene su toma de corriente propia. Un circuito de tren con conductores de pequeña sección recorre toda la longitud del convoy, continuándose de un coche al otro por medio de cables de acoplamiento. Esta línea comprende regularmente seis conductores. En este circuito están intercalados los electroimanes que mueven, generalmente por intermedio de aire comprimido, los contactores. Algunos de los contactores se manejan directamente a voluntad del conductor desde su puesto, y otros se mueven automáticamente cuando ya el combinador movido a mano se ha hecho girar hasta la posición conveniente. Por ejemplo, en la figura 408 se representan dos motores, uno por coche. Una de las líneas del circuito de tren recorre el convoy conectada por medio de los cables de acoplamiento entre coches. Se supone que el tren se conduce desde el coche 1. Si se cierra el interruptor S_1 en el combinador del primer coche, el circuito de tren 1-1 se pone en tensión, con lo que se excitan los relevadores (1) de todos los coches, que cierran simultáneamente el circuito de su motor correspondiente, dejando las resistencias de arranque R_1, R_2 acopladas en serie con dicho motor. Cuando el motor se ha acelerado, la corriente pierde intensidad y los relevadores (2) de cada vehículo se excitan automáticamente y ponen en corto circuito las resistencias de arranque R_1, R_1 de cada uno de los coches. A continuación entra en acción un nuevo juego de relevadores de una manera análoga hasta que todas las resistencias de arranque quedan fuera de circuito y los motores directamente conectados a la tensión de la línea.

En el sistema completo hay seis conductores en la línea de tren, lo que permite invertir la corriente, pasar de serie a paralelo, etc. La mayor ventaja de este sistema es que cualquiera de los motores del tren puede maniobrarse indistintamente desde uno de los dos combinadores de un coche cualquiera, que todos los motores obran simultáneamente, no pudiendo sobrepasarse de un valor dado de la aceleración por voluntad del conductor y que, como puede haber ruedas motrices en todos los coches, se pueden alcanzar elevadas aceleraciones. Este sistema puede aplicarse también a un solo coche.

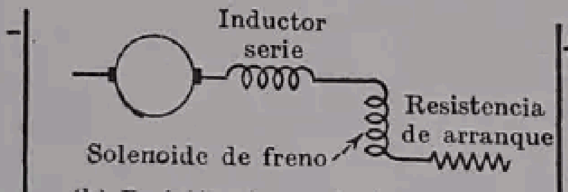
346. Frenado electrodinámico y por recuperación. Suele convenir frenar un motor cuando se mueve por la acción de la gravedad, como en el caso de un ascensor en descenso o de una grúa que arría la carga. Se suele conseguir este resultado por medio del combinador, conectando el inductor a los terminales de la línea y al mismo tiempo intercalando una resistencia entre los del inducido. Con ello el motor se equipara a un generador y, por lo tanto, frena el inducido. Si se utilizan motores serie, sus inductores deben conectarse a la línea en serie con una resistencia. Esta acción de frenado no es eficaz si se quiere detener del todo el inducido, porque disminuye proporcionalmente a la velocidad del inducido.

La figura 409 indica el sistema electrodinámico para frenar un motor serie. En (*a*) el motor está dispuesto para elevar la carga. Cuando la carga alcanza la posición deseada se interrumpe el circuito del inducido por medio del combinador, como en (*b*), lo que deja sin tensión el electroimán de freno que se cierra (véase fig. 187, pág. 264) manteniendo la carga en dicha posición. Para hacer descender la carga, el conductor, por medio del combinador, establece las conexiones como en (*c*). Una resistencia en serie en el circuito deja pasar la corriente indispensable I_L para poner en tensión el electroimán y aflojar el freno, corriente que produce también un flujo en el inductor serie del motor, y sigue hacia el terminal negativo de la línea sin pasar por el inducido y sin mover el motor. Mientras la carga desciende, el inducido gira en dirección opuesta a la que corresponde a la elevación de la carga. El par que produce la rotación lo da la misma carga. Esta rotación del inducido en un campo magnético, generado por el arrollamiento inductor, produce una f.e.m. en el inducido y, como que existe un circuito exterior restringido, circula una corriente I_A por él. Aplicando las reglas de la mano derecha y de la mano izquierda, se halla que siendo la dirección



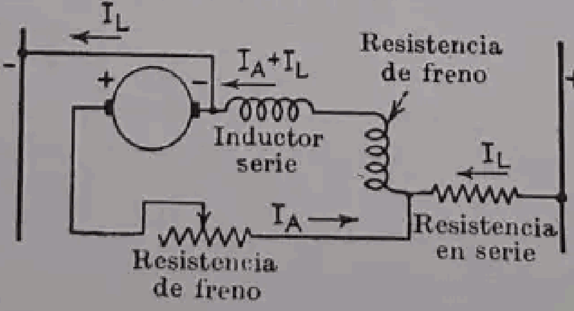
−
−
+
+
Inductor serie
Solenoide de freno
Resistencia de arranque

(a) Motor en marcha



−
+
Inductor serie
Resistencia de arranque
Solenoide de freno

(b) Posición sin corriente con freno mecánico



I_L
−
+
−
I_A+I_L
Resistencia de freno
+
Inductor serie
I_L
I_A
Resistencia en serie
Resistencia de freno

(c) Frenando o bajando

FIG. 409.—Freno electrodinámico.

del campo la misma que cuando el motor trabaja normalmente y el sentido de rotación opuesto, la dirección de la corriente en el inducido, cuando actúa como generador, debe ser la misma que corresponde al funcionamiento como motor. Esta corriente refuerza la pequeña corriente I_L que desde la línea pasa al inductor serie y, por consiguiente, determina la magnitud de la f.e.m. generada. La magnitud de la carga se regula variando la resistencia de freno. A mayor carga corresponde mayor par y, por consiguiente, la acción de frenado es mayor.

El *freno por recuperación* está fundado en el mismo principio, con la diferencia que la energía recuperada se devuelve a la línea en lugar de consumirla en las resistencias.

Los generadores serie e hipercompound cuando trabajan en paralelo formando parte de un sistema a potencial constante, son inestables (véase § 364, pág. 592). Por consiguiente, cuando se utilizan motores serie para frenar por recuperación, como en los ferrocarriles, los inductores serie se excitan independientemente, en paralelo entre sí, por medio de un grupo motor-generador de baja tensión (fig. 410). Este sistema se aplica en las locomotoras eléctricas de los ferrocarriles de Chicago, Milwaukee, St. Paul y Pacífico.

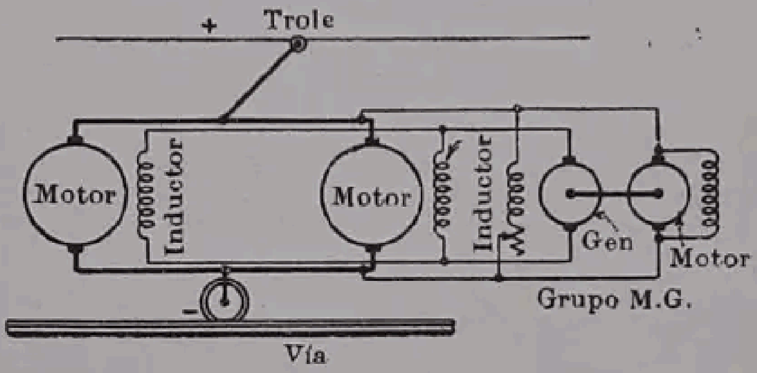


Fig. 410.—Motores serie de tracción, conectados para frenado por recuperación.

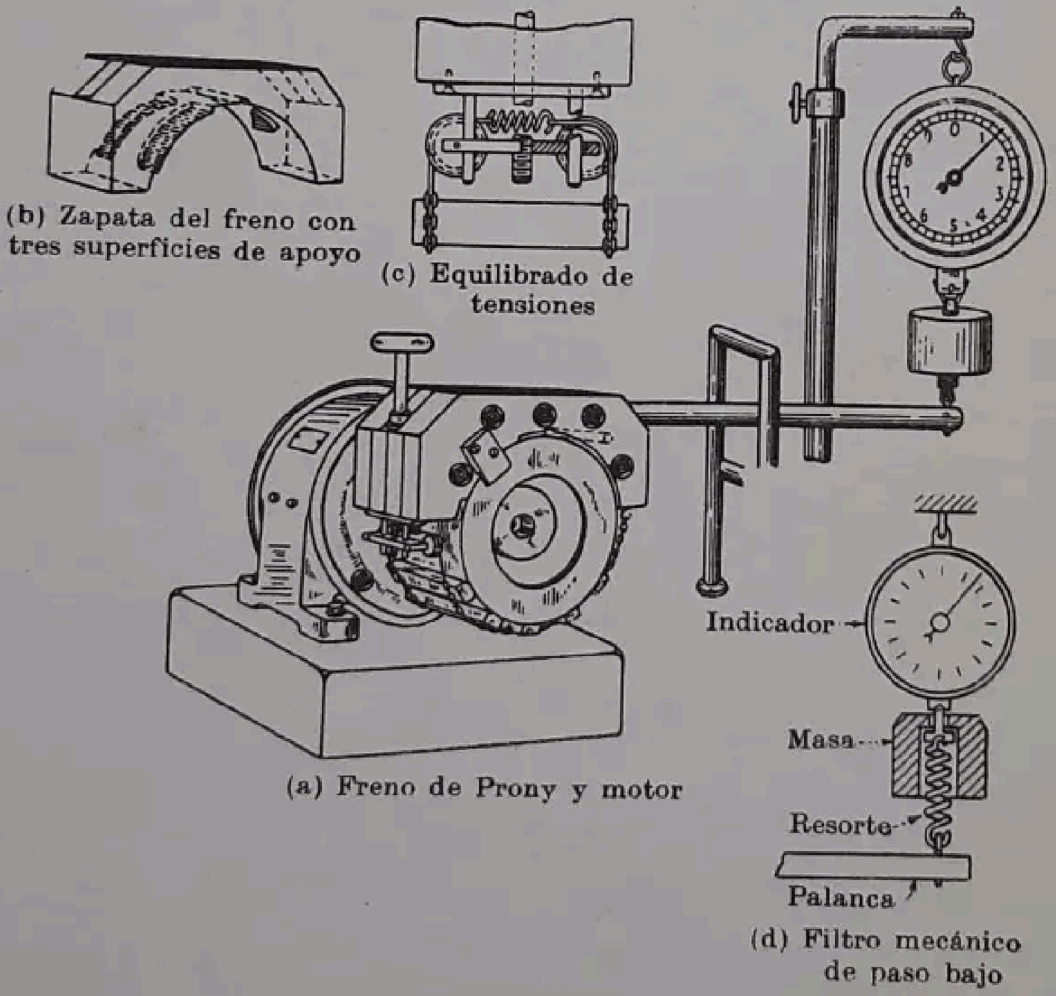
347. Ensayo de motores. Freno de Prony [1]. Frecuentemente es necesario determinar el rendimiento de un motor para una carga determinada o para todas las cargas que entran dentro de su potencia nominal. Puede ser necesario conocer el rendimiento en la prueba de recepción del motor; además puede emplearse el motor como aparato de medición de potencia, para medir la potencia absorbida por alguna máquina, tal como un generador, una bomba o un ventilador. Conociendo la potencia enviada al motor, que puede medirse con un voltímetro y un amperímetro, y el rendimiento del mismo, se puede calcular la potencia útil cedida por el motor. Esta potencia útil será la que se suministra al generador, bomba, etc.

El método más corriente de realizar determinaciones de rendimiento de motores hasta de 50 caballos es la utilización del freno de Prony. Estos frenos se construyen de varias formas. Los corrientes tienen una gran tendencia a vibrar, haciéndose muy difícil la lectura del índice sobre la escala; algunas veces, la lectura es prácticamente imposible. En la Academia Militar de West-Point, Estados Unidos, se utiliza actualmente un freno proyectado por el profesor P. M. Honnell [2], en el que, por su disposición especial, se suprimen prácticamente las vibraciones libres, siendo posible, al mismo tiempo, alcanzar suavemente el valor que se desee de la carga. En la figura 411 se representa este freno y algunos de sus detalles constructivos. En la 411 (*a*) se puede ver el freno completo y el tambor, con el motor sometido a ensayo. Los elementos fundamentales son: la zapata del freno; el brazo de palanca, de poco peso; el indicador suspendido de un soporte libre de vibraciones y un filtro mecánico de vibraciones, que enlaza el brazo de palanca con el indicador. La zapata se construye de cuatro piezas de arce, de la forma que se indica en la figura (*a*) y sujetas con pasadores. Aunque la zapata se ajuste cuidadosamente sobre el tambor a la temperatura ambiente, la superficie de este último se alabea a las altas temperaturas que se producen al transformar la energía mecánica en calor. Para asegurarse de que no queda juego entre el tambor y la zapata y que no tenga tendencia a deslizarse hacia un lado, la zapata se apoya solamente sobre tres pequeñas superficies, dos próximas a los bordes del tambor y una frente al eje de éste, como se indica en la figura 411 (*b*). Incluso cuando el tambor se

---

[1] Prony, Clair François Marie Riche, barón de Gaspard (1755-1839), ingeniero, matemático y físico francés.

[2] Teniente Coronel de la Academia Militar de West-Point y actualmente profesor de electrotecnia de la Universidad Washington, de San Luis, Mo. Véase «El freno de Prony», *Jour. Eng. Education*, vol. 36, noviembre de 1945.



(b) Zapata del freno con tres superficies de apoyo

(c) Equilibrado de tensiones

(a) Freno de Prony y motor

(d) Filtro mecánico de paso bajo

FIG. 411.—Freno de Prony.

alabea por la acción del calor, las tres pequeñas superficies de apoyo hacen que el freno continúe centrado. Se ha comprobado que las superficies de fricción de arce duro, lubricadas con aceite para máquinas, hacen que el funcionamiento sea suave y no le afecte la acción del agua. Cinco tacos de arce, separados por distancias iguales, y sólidamente sujetos a dos cadenas, forman las superficies de frotamiento por la parte baja del tambor del freno. La tensión de las dos cadenas se equilibra mediante dos poleas y un resorte en espiral (fig. 411, *c*) haciendo mínima la tendencia de los tacos a atravesarse. El brazo de palanca está formado por un tubo ligero de 19 mm ($^3/_4$ de pulgada), lleno de arena para producir una histéresis interna. El brazo de palanca tiene una longitud de 2 pies. Para obtener buenos resultados, el motor debe montarse sobre una sólida fundación, preferiblemente de hormigón, ya que, de no ser así, las vibraciones de la fundación pueden repercutir en la lectura de la escala.

A pesar de las precauciones indicadas, todas las máquinas rotatorias, entre ellas los motores, están afectadas por efectos de resonancia, así como ligeras variaciones en el par motor, producidas por la variación del flujo magnético en el entrehierro, debidas, por ejemplo, a los dientes y ranuras. Estos factores pueden dar origen a vibraciones del índice de alta frecuencia, independientemente de la forma constructiva del freno. La escala puede aislarse de estas vibraciones mediante un filtro mecánico que absorba las altas frecuencias (fig. 411, *d*), consistente en una masa suspendida del indicador y un muelle, convenientemente dispuesto en un hueco de la masa, que enlaza la escala y el indicador con el brazo de palanca. Para un freno de motores de 5 caballos, se obtienen los mejores resultados disponiendo una masa de 4,5 Kg (10 libras inglesas) y un muelle que dé un alargamiento de 25 mm (1 pulgada) con una tensión de 4,5 Kg.

La carga se puede aplicar suavemente y con uniformidad mediante el ajuste manual del tornillo indicado en (*a*), que actúa aumentando la tensión de las cadenas que soportan los tacos de arce.

El cero de la escala se ajusta aflojando el tornillo hasta que los tacos de arce quedan libres y separados del tambor del freno e insertando una varilla de latón de 6 mm ($^1/_4$ de pulgada), que se señala de puntos en (*a*), en una ranura semiesférica dispuesta en la zapata. Con ello se levanta la zapata del freno separándola del tambor y se obtiene una superficie de equilibrio.

No se prevé la sujeción a nivel del brazo de palanca, ya que si queda nivelado cuando actúa la carga total, el pequeño desplazamiento angular que se produce para cargas pequeñas no introduce errores apreciables.

Los frenos de este tipo se enfrían ordinariamente por pulverización de agua en el hueco del tambor, con lo que se limita su calentamiento. La temperatura máxima que puede alcanzar el agua al aire libre es 100° C, de manera que la del tambor no puede sobrepasar mucho esta temperatura. El calor que produce el tambor se utiliza en transformar el agua en vapor.

a) Lectura neta del dinamómetro = 11,80 — 1,09 = 10,71 Kg.
Par $T = 10{,}71 \cdot 0{,}60 = 6{,}43$ Kgm
Potencia útil = $0{,}00139 \cdot 6{,}43 \cdot 910 = 8{,}13$ CV

b) Potencia útil = $8{,}13 \cdot 736 = 5\,984$ vatios
Potencia de entrada = $220 \cdot 34 = 7\,480$ vatios

$$\text{Rendimiento} = \frac{5\,984}{7\,480}\,100 = 80\ \%$$

Dinamómetro de cuna. Este dinamómetro es una máquina eléctrica rotativa, suspendida por los muñones de su eje (fig. 413), equipados con cojinetes de bolas. Cuando se acopla al eje de un motor crea una resistencia de carga y sirve para medir la potencia que recibe. La carga se aplica haciendo funcionar el dinamómetro como generador de corriente continua sobre una resistencia. Combinando el valor de ésta con la graduación del reóstato de campo, puede obtenerse una regulación fina y suave de la carga aplicada. Es preferible que la excitación sea independiente. El par se mide mediante un brazo de palanca unido a la cubierta de la máquina, que impide que ésta gire, combinado con un dispositivo de medida de fuerzas.

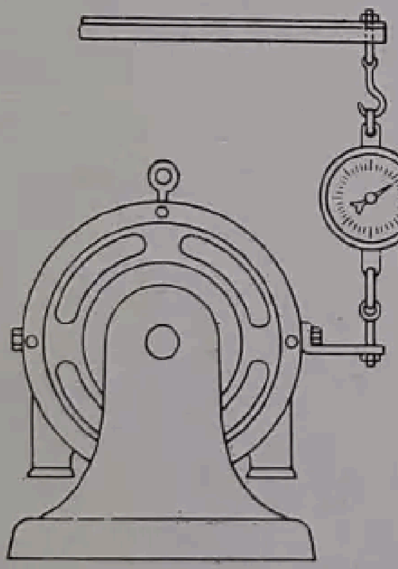


FIG. 413.—Dinamómetro de cuna.

El dinamómetro puede también funcionar como motor accionando un generador, bomba, ventilador o cualquier otro aparato semejante. Como el par y la velocidad del dinamómetro se pueden medir fácilmente, se determina con igual facilidad la potencia consumida por el aparato accionado por él. El rozamiento en los cojinetes introduce un pequeño error que, si los cojinetes son de bolas, en general es despreciable. Este tipo de dinamómetro se usa normalmente para potencias que no excedan de los 100 caballos.

348. Determinación de la velocidad. Medir la velocidad de una máquina es una cuestión mucho más sencilla que medir el par que desarrolla. El método más cómodo es emplear un simple contador de revoluciones que tenga una punta cónica de goma para ajustarla en el hueco, también cónico, del eje. Existen muchos tipos de contadores, algunos de los cuales combinan un cronómetro y un cuentarrevoluciones. Sin embargo, los medidores de velocidad no dan el valor instantáneo de ésta, sino su promedio durante un cierto período de tiempo.

Los tacómetros miden la velocidad instantánea. Los hay de tipo mecánico, en los que el indicador actúa por acción de la fuerza centrífuga. Este tipo debe comprobarse con cuidado en cada ocasión que se emplee, porque está sujeto a errores después que ha estado algún tiempo en servicio.

Un tipo sencillo y conveniente de tacómetro se obtiene combinando una magneto de corriente continua y un voltímetro. En la magneto, el flujo lo produce un imán permanente y, por lo tanto, es constante. Por consiguiente, la f.e.m. producida en el inducido de la magneto es directamente proporcional a la velocidad. Si se mide esta f.e.m. con un voltímetro, su lectura, multiplicada por una constante, da directamente la velocidad. Como el voltímetro representa una resistencia en el circuito exterior de la magneto, la lectura de aquél será siempre proporcional a la velocidad, aunque produzca una caída de tensión por efecto Joule en el inducido de la magneto. En la práctica, todos los tacómetros de magneto llevan el voltímetro correspondiente, calibrado ya en revoluciones por minuto. Sin embargo, por precaución, es conveniente, en general, el comprobar una o dos lecturas de la escala con un cuentarrevoluciones y un cronómetro.

349. Conmutatriz. La conmutatriz se define de la siguiente manera:

> La conmutatriz[1] es una máquina en la que se combinan las acciones de motor y generador en un mismo campo magnético, tanto mediante dos inducidos como con un solo inducido con dos devanados independientes.

Los dos devanados del inducido de la conmutatriz, cuando la máquina tiene un solo inducido, pueden o no estar alojados en ranuras separadas. La conmutatriz se emplea generalmente para la conversión de corriente continua de una tensión dada a otra distinta. Uno de los devanados desarrolla un par motor y provoca la rotación; el otro devanado actúa como en un generador y produce energía eléctrica. Como las corrientes del motor y del generador son de sentidos opuestos, los amperios-vuelta netos del inducido serán pequeños y solamente los suficientes para vencer el par debido a las resistencias opuestas a la rotación. Por lo tanto, hay solamente una ligera reacción del inducido.

Como ambos devanados cortan el mismo campo magnético a la misma velocidad, sus f.e.m. inducidas serán proporcionales al número de sus espiras. La f.e.m. no se hace variar al cambiar la excitación del campo. Si, por ejemplo, se refuerza el campo, los conductores del motor y del generador cortan mayor número de líneas magnéticas. A pesar de que la f.e.m. inducida en el generador será proporcional a este aumento del flujo, la velocidad disminuirá en relación inversa a este aumento (principio del motor), de tal modo que las f.e.m. inducidas en cada arrollamiento permanecerán invariables. Si se debilita el campo, la velocidad aumentará y tampoco variarán las f.e.m. inducidas. La relación entre las tensiones en los dos colectores viene afectada, hasta cierto punto, por las caídas debidas a las resistencias en los inducidos.

---

[1] Definición de términos eléctricos, A.S.A., ed. de 1941, 10.10.450.

Las conmutatrices se pueden utilizar en lugar de los grupos motor-generador únicamente cuando no tiene gran importancia la regulación de la tensión. Se han empleado para el accionamiento de sistemas de señales, como las de alarma en caso de fuego, y en telefonía, para el circuito de llamadas telefónicas, en cuyo caso el inducido va provisto de anillos de rozamiento para el suministro de corriente alterna de 16 a 19 períodos por segundo.

CAPÍTULO XIV

PÉRDIDAS. RENDIMIENTO. FUNCIONAMIENTO

350. Pérdidas en las dínamos. Una parte de la energía aplicada a un motor o a un generador cualesquiera se pierde dentro de la misma máquina, convirtiéndose en calor que se disipa. Esta energía no es solamente pérdida, sino que tiene el inconveniente de calentar la máquina limitando así su potencia utilizable. Si las pérdidas de energía en el interior de la máquina alcanzan valores excesivos, la elevada temperatura que se produce corre el peligro de perjudicar el aislamiento.

Como los motores y generadores son parecidos, tienen los dos los mismos tipos de pérdidas internas. Por consiguiente, lo que se indica a continuación se aplica tanto al motor como al generador.

Las pérdidas en las máquinas de corriente continua se enumeran en las normas de la A.S.A. [1] junto con recomendaciones para su determinación.

Esquema de las pérdidas. Las pérdidas que se indican se producen, o pueden producirse, en los motores y generadores de corriente continua. Deben considerarse para determinar el rendimiento, excepto indicación contraria en los párrafos que siguen.

Tipo de la pérdida	Descripción
a) Pérdidas en los inductores shunt (véase 2106).	Pérdidas joule I^2R en los arrollamientos del inductor shunt.
b) Pérdidas en el reóstato (véase 2107).	Pérdidas joule I^2R en el reóstato que regula la corriente en el inductor shunt.
c) Pérdidas en la excitatriz (véase 2108).	Pérdidas eléctricas y mecánicas en las máquinas que suministran la excitación.
d) Pérdidas por rozamientos sólidos y con el aire (véase 2109).	Potencia mecánica necesaria para mover una máquina no excitada a la velocidad nominal.
e) Pérdidas por rozamiento de las escobillas (véase 2110).	Pérdidas mecánicas debidas a las escobillas.
f) Pérdidas debidas a la ventilación (véase 2111).	Energía consumida por el sistema de ventilación, aparte de las pérdidas por rozamiento con el aire.

---

[1] A.S.A. C. 50: «Rotating Electrical Machinery», aprobadas en 29 marzo 1943, 2105 a 2116.

Tipo de la pérdida	Descripción
g) Pérdidas en el núcleo (véase 2112).	Pérdidas debidas al campo magnético a la tensión nominal en vacío con corrección por la caída IR.
h) Pérdidas joule I^2R, en el inducido (véase 2113).	Pérdidas joule I^2R, en los arrollamientos del inducido.
i) Pérdidas joule I^2R, en el arrollamiento inductor en serie (véase 2114).	Pérdidas joule I^2R, en los arrollamientos en serie y los shunts de los mismos, si hay.
j) Pérdidas de contacto de las escobillas (véase 2115).	Pérdidas eléctricas en las escobillas y en sus contactos.
k) Pérdidas adicionales (véase 2116).	Pérdidas producidas por las corrientes parásitas en el cobre y las adicionales en el hierro, producidas por la distorsión que la corriente de carga produce en el flujo, excepto las debidas a la caída de tensión IR; pérdidas por corto circuito en la conmutación.

Las pérdidas *a*), *b*), *h*), *i*) y *j*) son de carácter eléctrico y pueden determinarse mediante medidas eléctricas. Se fija en las normas que, para los cálculos de rendimiento **(2104)**, todas las resistencias deben referirse a 75°C. Para el cobre

$$R = \frac{(234{,}5 + 75)R_t}{234{,}5 + t} = \frac{309{,}5R_t}{234{,}5 + t}$$

siendo R la resistencia a 75°C, y R_t la resistencia a t °C.

Cuando se utilizan shunts o resistencias de debilitación en el arrollamiento inductor en serie, deben incluirse sus resistencias referidas a 75°C.

a) **(2106). Pérdida joule en los inductores shunt.** Las pérdidas en el arrollamiento inductor shunt de valor I^2R vienen dadas por el producto de la resistencia medida (en ohmios) del arrollamiento inductor, referida a 75°C, por el cuadrado de la intensidad de la corriente inductora (en amperios).

b) **(2107). Pérdidas en el reóstato.** A menos que se indique otra cosa, todas las pérdidas debidas al reóstato de campo deben asignarse a la instalación general de la que forme parte la máquina y no a ésta.

c) **(2108). Pérdidas en la excitatriz.** A menos que se indique otra cosa, las pérdidas en la excitatriz deben asignarse a la instalación general.

d) **(2109, *a*). Pérdidas por rozamientos sólidos y con el aire.** El rozamiento y las pérdidas por frotamiento con el aire, excluyendo el rozamiento de las escobillas, es la potencia requerida para mover la máquina, sin excitación, y a la velocidad normal con las escobillas levantadas.

e) **(2110). Pérdidas por rozamiento en las escobillas.** *a*) La experiencia ha comprobado que se obtienen amplias discrepancias en las pruebas de rozamiento de las escobillas realizadas en fábrica hasta que las superficies del colector y las escobillas han llegado a tener el pulimento que adquieren después de un funcionamiento continuado. No obstante, pueden emplearse los valores convencionales del frotamiento de las escobillas, que representan los valores medios de varias pruebas y que a continuación se indican:

Escobillas de	Vatios por pulgada cuadrada de superficie de contacto de las escobillas ($6{,}45\ \text{cm}^2$) para velocidad periférica de 1000 pies (305 m) por minuto
Carbón y grafito	8 vatios
Metal y grafito	5 »

f) **(2111). Pérdidas debidas a la ventilación.**

La potencia necesaria para la circulación del aire a través de la máquina y el sistema de ventilación, si se ha previsto, tanto para ventiladores dispuestos en la propia máquina o exteriores a ella, deben asignarse a la propia máquina, excepto lo que se establece más adelante.

g) **(2112). Pérdidas en el núcleo.** Como pérdidas en el núcleo debe tomarse la diferencia entre las potencias necesarias para arrastrar la máquina a la velocidad normal cuando se excita para producir una tensión entre terminales correspondiente a la tensión interna calculada, y la potencia requerida para arrastrar la máquina sin excitación y a la misma velocidad.

La tensión interna debe determinarse corrigiendo la tensión entre terminales únicamente teniendo en cuenta la caída de tensión producida por la resistencia.

h) **(2113). Pérdidas joule en el inducido.** Las pérdidas por efecto joule, de valor I^2R, son el producto de la resistencia (en ohmios) del arrollamiento del inducido, medida con corriente continua y referida a 75°C, por el cuadrado de la intensidad de la corriente en el inducido (en amperios).

i) **(2114). Pérdidas joule I^2R, en el arrollamiento[1] inductor en serie.** Las pérdidas por efecto joule, I^2R, son el producto de la resistencia medida (en ohmios) del arrollamiento inductor referida a 75°C, por el cuadrado de la intensidad de la corriente (en amperios) en los arrollamientos conectados en serie. Las pérdidas I^2R a 75°C de cualquier shunt dispuesto en el campo inductor deben incluirse.

j) **(2115). Pérdidas de contacto de las escobillas.** Para todas las escobillas de cada polaridad debe considerarse la caída de potencial siguiente para determinar las pérdidas de contacto de las escobillas:

Escobillas de carbón y grafito, con shunts	1 voltio
Escobillas de carbón y grafito, sin shunts	$1\,^1/_2$ voltios
Escobillas de metal y grafito, con shunts	$^1/_4$ voltio

Las caídas de tensión deben tomarse iguales para todas las cargas.

k) **(2116). Pérdidas adicionales.** Las pérdidas adicionales deben evaluarse en el uno por ciento de la potencia suministrada.

a) *Inductor shunt.* Las pérdidas en el propio arrollamiento se determinan fácilmente midiendo la corriente con un amperímetro y la tensión con un voltímetro. Además, puede convenirse en que se incluya la pérdida en el reóstato en la del arrollamiento de campo. La pérdida en el inductor shunt vale

$$P_f = VI_f \qquad (362)$$

---

[1] Incluyendo el arrollamiento de conmutación.

en esta expresión, V es la tensión entre los extremos del arrollamiento o de éste y el reóstato.

h) *Inducido.* La resistencia del inducido se mide, con frecuencia, por el sistema del amperímetro y voltímetro (pág. 169). En la figura 414 se consigna el esquema de conexiones típico. La resistencia R se intercala para limitar la corriente en el inductor en reposo. Si se cumplen las condiciones señaladas para el apartado *h*), solamente debe medirse la resistencia del *cobre* del inducido. Por ello, el voltímetro V_1 se conecta a las delgas del colector, que quedan exactamente debajo de las escobillas de polaridad opuesta, con lo cual queda excluída la resistencia de las escobillas y la de contacto de las mismas. Es conveniente efectuar las medidas con el inducido en tres o cuatro posiciones distintas.

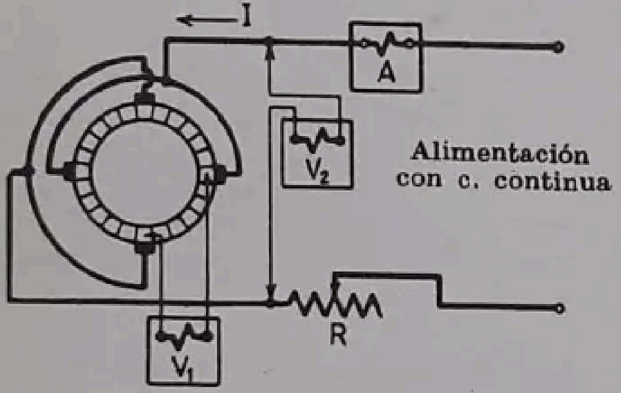


Fig. 414. — Medición de la resistencia del inducido.

En muchas pruebas, sin embargo, no es necesario separar la resistencia del inducido, de la debida a las escobillas y al contacto de las mismas, sino que las tres resistencias pueden combinarse en una sola. En este caso, el voltímetro, como el V_2, ha de conectarse a los terminales de la máquina (fig. 414). También aquí es conveniente hacer los ensayos para tres o cuatro posiciones diferentes del inducido para obtener un valor medio de la resistencia. Como ordinariamente se utiliza la escala reducida del voltímetro para hacer las medidas, puede averiarse este aparato cuando se abre el circuito, debido a la f.e.m. de autoinducción del inducido. También, un mal contacto entre el colector y las escobillas puede hacer que actúe sobre el voltímetro V_2 la tensión total de la línea, por lo que debe desconectarse cuando se abre o cierra el circuito, así como cuando se hace girar el inducido.

351. Pérdidas en el núcleo. Las pérdidas en el núcleo, correspondientes al apartado *g*), son las debidas a corrientes parásitas y las ocasionadas por histéresis en el hierro de la dínamo, producidas por cambios en la dirección y magnitud del flujo, debidas al movimiento relativo entre el inducido y el campo. Una gran parte de las pérdidas en el núcleo se producen en el hierro del inductor.

A. Corrientes parásitas. Como el núcleo del inducido gira en el mismo campo magnético que los conductores de cobre, se inducen también en él f.e.m. Como el hierro es buen conductor de la electricidad y en el inducido forma una masa compacta (fig. 415, *a*), el circuito de paso de la corriente es corto y de mucha sección, lo que hace que se establezcan intensas corrientes en el inducido. Estas corrientes representan una considerable pérdida de potencia, que no podría tolerarse en una máquina para uso industrial. Si el núcleo del inducido se hace de chapas de hierro superpuestas de la manera que se indica en la figura 415 (*b*), se interrumpe el circuito de paso de la corriente por el efecto aislante de los óxidos que se forman en las superficies de las chapas, con lo que se reducen las corrientes parásitas. El examen de la figura 415 (*b*) permite comprobar que el camino seguido por cada corriente parásita se desarrolla longitudinalmente en la dirección de las chapas, y la sección transversal del circuito, que viene determinada por el espesor de las chapas, es solamente una fracción muy pequeña de la existente en el caso (*a*). Con ello, las chapas no sólo interrumpen el circuito de las corrientes parásitas indicado en (*a*), sino que aumentan considerablemente su resistencia. De aquí que las corrientes parásitas y las pérdidas que producen se reduzcan en gran manera. Aunque en el acero al silicio las pérdidas por corrientes parásitas son más reducidas, así como las debidas a la histéresis, se emplea el acero para dínamos (fig. 201, pág. 283) para las máquinas rotatorias, debido a que sus características mecánicas son mejores, ya que el acero al silicio es con frecuencia quebradizo; además, el acero para dínamos es más barato. El espesor de las chapas para dínamos es, en general, de 0,44 mm y es, proporcionalmente, mucho menor que el indicado en la figura 415 (*b*) [véase fórmula (177), pág. 291]. Puede observarse que, si bien las chapas interrumpen el circuito de las corrientes parásitas, no introducen reluctancia en el circuito magnético, ya que su dirección es la misma que la del flujo magnético. Debido a la oxidación de la superficie de las chapas, la relación entre el volumen neto de hierro y el total de las chapas es de 0,9 aproximadamente.

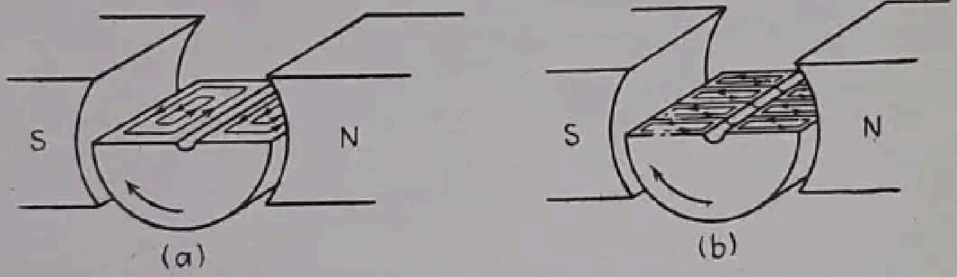


FIG. 415.—Corrientes parásitas en los núcleos de un inducido macizo y de chapas.

Las corrientes parásitas son proporcionales a la velocidad y al flujo. Como las pérdidas varían con el cuadrado de la intensidad de la corriente (I^2R), *las pérdidas producidas por las corrientes parásitas varían proporcionalmente a los cuadrados de la velocidad y del flujo.*

Ejemplo. Las pérdidas por corrientes parásitas en una dínamo son de 600 vatios cuando el flujo total es de 2 000 000 maxwell y la velocidad de 800 r.p.m. Determinar las pérdidas cuando el flujo aumenta hasta 2 500 000 maxwell y la velocidad hasta 1 200 r.p.m.

$$P_e = 600\left(\frac{2\,500\,000}{2\,000\,000}\right)^2 \cdot \left(\frac{1\,200}{800}\right)^2 = 2\,109 \text{ vatios.}$$

B. Histéresis. Vimos en el capítulo VIII que cuando se hace seguir al hierro un ciclo de imanación (§ 194, pág. 288) se produce una pérdida de energía proporcional a la superficie limitada por el ciclo de histéresis. El hierro del núcleo de un inducido soporta una variación cíclica de imanación cuando el inducido gira. Consideremos la pequeña sección de hierro del inducido en (*a*) (fig. 416) cuando se halla frente a un polo *N*. Esta pequeña sección tiene un polo *n* y un polo *s* en sus extremos, pero cuando alcanza la posición (*b*), sus polos se han invertido, como puede verse en la figura. Prácticamente, todo el hierro del inducido pasa continuamente por un ciclo parecido de inversión de su magnetismo y, por lo tanto, se produce una pérdida por histéresis en el núcleo cuando gira. Esta pérdida es directamente proporcional a la velocidad y a la máxima densidad de flujo elevada a 1,6, según la fórmula de Steinmetz [(176), página 290]. *La formación de las masas de hierro con chapas superpuestas no afecta las pérdidas por histéresis.*

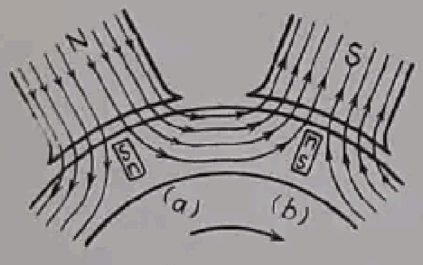


FIG. 416.—Inversión del flujo magnético en el núcleo de un inducido.

C. Pérdidas en las caras polares. El flujo entra y sale del inducido en haces que se concentran en los dientes, como ya se vió en las figuras 193 y 194 (págs. 269 y 270). Como estos haces de flujo atraviesan la cara del polo, producen en ella pulsaciones de flujo que dan lugar a corrientes parásitas en dicha cara polar, de la manera que se indica en la figura 417. De ello resulta una pérdida de potencia y también una pérdida por histéresis, debida a las pulsaciones del flujo. Las pérdidas por corrientes parásitas se reducen construyendo las piezas polares con chapas (véase fig. 303, pág. 429). Sin embargo, las pulsaciones de flujo penetran más profundamente en los núcleos polares de chapas que en los macizos, porque, en los últimos, las corrientes parásitas realizan un efecto de pantalla.

Obsérvese que las anteriores pérdidas son función del flujo y de la velocidad. Como se producen por una acción mecánica, dan origen a un par que se opone a la rotación.

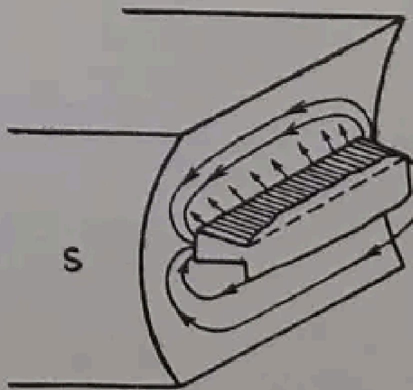


FIG. 417.—Pérdida en la cara polar, debida a los haces de flujo que salen de los dientes del inducido.

352. Rendimiento. El rendimiento de una máquina es la relación entre la potencia que suministra y la potencia que absorbe. O sea,

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Potencia útil}}{\text{Potencia absorbida}} \qquad (363)$$

Esta expresión se puede poner también en una de las dos formas:

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Potencia útil}}{\text{Potencia útil} + \text{pérdidas}} \qquad (364)$$

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Potencia absorbida} - \text{pérdidas}}{\text{Potencia absorbida}} \qquad (365)$$

Por lo tanto, si las pérdidas de la máquina se conocen, se puede obtener el rendimiento correspondiente a cualquier potencia útil o absorbida.

Como que se hacen intervenir magnitudes eléctricas más bien que mecánicas en las determinaciones de rendimientos, la fórmula (364) se aplica a los generadores (potencia útil eléctrica) y la (365) a los motores (potencia absorbida eléctrica).

El rendimiento puede determinarse midiendo simultáneamente la potencia útil y la absorbida y tomando su relación [fórmula (363)]. Con frecuencia, esto es muy difícil o impracticable. Aunque en un generador es sencillo medir la potencia útil con aparatos eléctricos, es en cambio difícil la potencia motriz, ya que requiere la medida del par. Si se dispone de un dinamómetro eléctrico (pág. 562), se simplifica mucho la medición, pero esta clase de dinamómetro no se dispone ordinariamente más que en equipos especiales. Con los motores, se determina fácilmente la potencia absorbida, con aparatos eléctricos, y la útil mediante un freno de Prony (pág. 558) o un dinamómetro. Sin embargo, excepto para potencias pequeñas, es difícil absorber la energía en un freno de Prony, y también los dinamómetros son instrumentos especiales y limitados hasta potencias de 100 caballos. Tanto para los motores como los generadores, especialmente para potencias elevadas, es con frecuencia imposible suministrar y absorber la energía que se necesita para la prueba.

También, cuando se emplea la fórmula (363), un error porcentual en la potencia útil o en la absorbida conduce al mismo error porcentual en el rendimiento, y como la precisión de los aparatos eléctricos es elevada, la diferencia entre la potencia útil y la absorbida suele ser pequeña, y la fórmula (363) no resulta muy precisa. En las (364) y (365), excepto para pequeñas cargas, las pérdidas son pequeñas, comparadas con la potencia útil o la absorbida, y cualquier error que se produzca en la evaluación de las pérdidas afecta el rendimiento únicamente en una fracción pequeña del mismo. De aquí que, en muchos casos, se prefiera utilizar las fórmulas (364) y (365) para la determinación del rendimiento de los aparatos eléctricos.

Ejemplo. La corriente en un motor shunt es de una intensidad de 37,5 amperios a 230 voltios. Las pérdidas totales son de 1 180 vatios. Determinar el rendimiento

$$\eta = \frac{230 \cdot 37{,}5 - 1\,180}{230 \cdot 37{,}5} = \frac{8\,625 - 1\,180}{8\,625} = 0{,}862 \text{ ó } 86{,}2\ \%$$

353. Determinación del rendimiento por evaluación de las pérdidas. Para aclarar la forma de calcular el rendimiento a partir de las pérdidas daremos un ejemplo. Sea una dínamo compound de shunt largo, de 12 Kw a 240 voltios y 1200 r.p.m. A 75ºC la resistencia del inductor shunt es de 210 ohmios; la del inducido de 0,252 ohmios; la de los arrollamientos de conmutación de 0,033 ohmios y la del inductor en serie de 0,0293 ohmios. El rozamiento y acción del viento (*d*) y el rozamiento de las escobillas (*e*) se combinan. Las pérdidas en el reóstato (*b*) se incluirán en las del inductor shunt (*a*). No existen pérdidas en la excitatriz (*c*) ni por ventilación (*f*).

Los datos para determinar las pérdidas y las potencias útil y absorbida se incluyen en la tabla II. La carga se ajusta a los valores de la intensidad de la corriente dados en la columna (1), y la tensión entre terminales que le corresponde en la (2). El producto de (1) por (2) da la potencia útil en vatios, tabulada en (3). La resistencia del inductor shunt es de 210 ohmios, y la corriente inductora I_f, dada en (4), se determinó dividiendo los datos de la (2) por 210. En la columna (5) figuran las pérdidas en el circuito shunt del inductor. La intensidad de la corriente en el inducido, lo mismo que en el campo de conmutación y en el inductor en serie, vale I_a, y se obtiene sumando los valores de (1) y (4). La f.e.m. interna E, en (7), se supone que es la suma de (2) y del producto de I_a por la suma de R_a, R_c y R_s.[1] Las pérdidas en el inducido, campo de conmutación y campo inductor en serie se dan en (8), (9) y (10). Las pérdidas en el contacto de las escobillas P_B que figuran en la columna (11) se obtienen multiplicando la caída de tensión en el contacto, de 2 voltios [ver (*j*) 2115] por I_a. Las pérdidas adicionales P_{SL}, indicadas en (12), son el 1% de la potencia útil.

Las pérdidas en el núcleo se determinaron por diferencia entre las potencias desarrolladas por un pequeño motor que movía el generador excitado y sin excitar. Las pérdidas en el núcleo para una carga dada son las pérdidas del mismo para funcionamiento en vacio, medidas cuando el generador está excitado, de modo que la f.e.m. en vacio es la misma que se ha calculado como f.e.m. interna, o inducida, incluida en la columna (7) para dos cargas dadas. Los rozamientos y fricción con el aire, más el rozamiento de las escobillas, P_{FW}, se determinan por la diferencia de las potencias desarrolladas por un pequeño motor, que arrastre al generador, primero con el generador conectado a él mecánicamente con las escobillas apoyando sobre el colector y después con el generador desconectado. La pérdida total P_{LS} consignada en la columna (15) es la suma de los valores de las columnas (5), (8), (9), (10), (11), (12), (13) y (14). La potencia absorbida P_{IN} dispuesta en (16) es la suma de los valores de (3) y (15). El rendimiento Rend, tabulado en la columna (17), se obtiene dividiendo los valores de la columna (3) por los de la (16).

Los valores medidos de la resistencia del inducido y de los arrollamientos inductores en shunt, en serie y de conmutación se corrigieron para referirlos a 75ºC (véase 2104, pág. 566).

---

[1] De acuerdo con las normas C. 50 de la A.S.A., la caída de tensión en el contacto de las escobillas no se incluye en la determinación de los valores de E de la columna (7).

TABLA II. PÉRDIDAS Y RENDIMIENTO DE UN GENERADOR

I (1)	V (2)	$V \cdot I$ (3)	I_f (4)	$V \cdot I_f$ (5)	I_a (6)	E (7)	$I_a^2 R_a$ (8)	$I_a^2 R_c$ (9)	$I_a^2 R_s$ (10)	P_B (11)	P_{SL} (12)	P_{CL} (13)	P_{FW} (14)	P_{LS} (15)	P_{IN} (16)	Rend. (17)
70	235,0	16 450	1,119	263,0	71,12	257,4	1 274,6	166,9	148,1	142,2	164,5	153,2	256,6	2 569,1	19 019	0,865
60	238,0	14 280	1,133	270,0	61,13	257,2	941,7	123,3	109,5	122,3	142,8	133,0	256,6	2 099,2	16 379	0,872
50	240,0	12 000	1,143	274,3	51,14	256,1	658,9	86,3	76,6	102,3	120,0	152,0	256,6	1 727,0	13 727	0,874
40	241,8	9 672	1,151	278,3	41,15	254,7	426,6	55,9	49,6	82,3	96,7	150,6	256,6	1 396,6	11 069	0,874
35	242,0	8 470	1,152	278,8	36,15	253,4	329,4	43,1	38,3	72,3	84,7	149,4	256,6	1 252,6	9 723	0,871
30	242,3	7 269	1,154	279,6	31,15	253,1	244,5	32,0	28,4	62,3	72,7	149,0	256,6	1 125,1	8 394	0,866
25	242,0	6 050	1,152	278,8	26,15	250,7	172,3	22,6	20,0	52,3	60,5	146,6	256,6	1 009,7	7 060	0,857
20	241,5	4 830	1,150	277,7	21,15	248,1	112,7	14,8	13,1	42,3	48,3	144,0	256,6	909,5	5 740	0,841
15	240,0	3 600	1,143	274,3	16,14	245,1	65,6	8,6	7,6	32,3	36,0	141,0	256,6	817,0	4 417	0,815
10	238,2	2 382	1,134	270,1	11,13	241,7	31,2	4,1	3,6	22,3	23,8	137,6	256,6	749,3	3 131	0,761
5	237,0	1 185	1,129	267,6	6,13	238,8	9,5	1,2	1,1	12,3	23,2	134,6	256,6	706,1	1 891	0,626
0	236,0	0	1,124	265,2	1,12	236.4	0,3			2,2	23,6	132,5	256,6	680,4	680	0

TABLA III. PÉRDIDAS Y RENDIMIENTOS DE UN MOTOR

V (1)	I (2)	VI (3)	I_f (4)	$V \cdot I_f$ (5)	I_a (6)	E (7)	$I_a^2 R_a$ (8)	$I_a^2 R_s$ (9)	P_B (10)	P_{SL} (11)	P_{CL} (12)	P_{FW} (13)	P_{LS} (14)	P_{OU} vatios (15)	P_{OU} CV (16)	Rend. (17)
240	50	12 000	1,085	260,4	48,91	226,1	602,8	78,9	97,8	104,6	120,0	256,6	1 521,1	10 479	14,05	0,873

I, Amperios suministrados por el generador o de alimentación en el motor; V, tensión entre terminales; VI, potencia útil o absorbida; I_f, intensidad corriente en inductor shunt; VI_f, pérdidas en el circuito inductor shunt; I_a intensidad de corriente en el inducido, campo de conmutación e inductor en serie; E, f.e.m. interna; R_a, resistencia del inducido; R_c, resistencia del arrollamiento de conmutación; R_s, resistencia del inductor serie; P_B, potencia perdida en resistencia contacto escobillas; P_{SL}, potencia para pérdidas adicionales; P_{CL}, pérdida potencia en núcleo; P_{FW}, potencia perdida en rozamiento escobillas y con el aire; P_{LS}, pérdidas totales; P_{IN}, potencia absorbida; P_{OU}, potencia útil. Todas estas magnitudes en el sistema m.k.s., o unidades prácticas.

Ejemplo. Calcular las pérdidas y el rendimiento a la carga nominal de 50 amperios. Los valores de las columnas (1), (2) y (3) de la tabla I no necesitan explicación.

$$I_f = 240 : 210 = 1{,}143 \text{ amp.}$$

(5) $240 \cdot 1{,}143 = 274{,}3$ vatios.
(6) $I_a = 50 + 1{,}14 = 51{,}14$ amperios.
(7) $E = 240 + 51{,}14\,(0{,}252 + 0{,}033 + 0{,}0293) = 256{,}1$ voltios [véase (*g*)].
(8) $(51{,}14)^2 \cdot 0{,}252 = 658{,}9$ vatios.
(9) $(51{,}14)^2 \cdot 0{,}033 = 86{,}3$ vatios.
(10) $(51{,}14)^2 \cdot 0{,}0293 = 76{,}6$ vatios.
(11) $51{,}14 \cdot 2 = 102{,}3$ vatios.
(12) $P_{SL} = 0{,}01 \cdot 12\,000 = 120$ vatios.
(13) 152 vatios (medidos cuando se acciona el generador excitado con un pequeño motor para dar $E = 256{,}1$ voltios) [véase (*g*), 2112].
(14) Obtenido por medición [véase (*d*), 2109 (*a*)].
(15) $P_{LS} = 274{,}3 + 658{,}9 + 86{,}3 + 76{,}6 + 102{,}3 + 120 + 152{,}0 + 256{,}6 = 1\,727{,}0$ vatios.
(16) $P_{IN} = 12\,000 + 1\,727 = 13\,727$ vatios.
(17) Rend. $= 12\,000 : 13\,727 = 0{,}874$.

Pérdidas y rendimiento de un motor. Supongamos que se trata de determinar las pérdidas y la potencia útil del generador anterior funcionando como motor shunt en las condiciones nominales de 50 amperios y 240 voltios, con los datos de la tabla III. Se determinó experimentalmente que la resistencia del inductor shunt, referida a 75ºC y para estas condiciones de funcionamiento del motor, era de 221,2 ohmios.

Para determinar las pérdidas adicionales P_{SL} de la columna (11) es necesario utilizar el sistema de tanteo, ya que la potencia útil no se conoce hasta que se calculan las pérdidas. Con un ensayo es, sin embargo, suficiente. En la tabla III se reúnen los datos obtenidos.

Las columnas (1), (2) y (3) no requieren explicación.

(4) $I_f = 240 : 221{,}2 = 1{,}085$ amperios.
(5) $VI_f = 240 \cdot 1{,}085 = 260{,}4$ vatios.
(6) $50 - 1{,}09 = 48{,}91$ amperios.
(7) $E = 240 - 48{,}91(0{,}252 + 0{,}033) = 240 - 13{,}9 = 226{,}1$ voltios [véase (*g*), 2112].
(8) $(48{,}91)^2 \cdot 0{,}252 = 602{,}8$ vatios.
(9) $(48{,}91)^2 \cdot 0{,}033 = 78{,}9$ vatios.
(10) $48{,}91 \cdot 2 = 97{,}8$ vatios.
(11) $P_{SL} = 0{,}01 \cdot 10\,479 = 104{,}8$ vatios.
(12) $P_{CL} =$ 120 vatios medidos y correspondientes a 226,1 voltios [véase (*g*) 2112].
(13) P_{FW} (medido) $= 256{,}6$ vatios.
(14) $P_{LS} = 260{,}4 + 602{,}8 + 78{,}9 + 97{,}8 + 104{,}8 + 120{,}0 + 256{,}6 = 1\,521{,}3$ vatios.
(15) Potencia útil, $P_{OU} = 12\,000 - 1\,521 = 10\,479$ vatios.
(16) Caballos $= 10\,479 : 746 = 14{,}05$.
(17) Rend. $= 10\,479 : 12\,000 = 0{,}873$.

354. Pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento. La distinción detallada de las pérdidas que se ha indicado en el § 350 es necesaria cuando se requiere que los motores y generadores cumplan las normas de la A.S.A. Con mucha frecuencia, sin embargo, es conveniente determinar las pérdidas y rendimiento de una máquina eléctrica en las condiciones de funcionamiento en que se encuentre, que, en general, no hacen que se alcance la temperatura de 75°C. Además, los cálculos del rendimiento se pueden simplificar considerablemente combinando algunas de las pérdidas del esquema de la A.S.A. que no tienen carácter eléctrico.

Puede observarse que las pérdidas señaladas en los apartados (*a*), (*b*), (*h*), (*i*) y (*j*) son *eléctricas* y, excepto (*b*), son pérdidas en el cobre. Todas estas pérdidas pueden medirse fácilmente con aparatos eléctricos. Ordinariamente, las pérdidas de los apartados (*c*) y (*f*) pueden omitirse. Por otra parte, las (*d*), (*e*) y (*g*) son función de la velocidad o de ésta y el flujo, y se deben a una acción *mecánica*. Estas tres pérdidas pueden llamarse *pérdidas en el núcleo y por rozamiento* (P_{nr})[1] y es evidente que si la velocidad y el flujo son los mismos en dos o varias condiciones de funcionamiento, estas pérdidas serán las mismas, lo que hace posible medir en vacío las que se producirán en carga. Como las pérdidas eléctricas se determinan con facilidad, resulta posible obtener las totales y con ello la potencia útil y el rendimiento de las máquinas de corriente continua.

Según las expresiones (364) y (365) de la página 571, los rendimientos valen, para un generador

$$\eta = \frac{VI}{VI + I_a^2R_a + I_c^2R_c + I_s^2R_s + P_{nr} + P_{SL}} \tag{366}$$

y en un motor

$$\eta = \frac{VI - (I_a^2R_a + I_c^2R_c + I_s^2R_s + P_{nr} + P_{SL})}{VI} \tag{367}$$

en estas fórmulas, V es la tensión entre terminales, I la intensidad de corriente en el circuito exterior, I_a la intensidad de corriente en el inducido, R_a la resistencia del inducido incluyendo la de contacto de las escobillas, I_c y R_c la intensidad de la corriente en el campo de conmutación y su resistencia, I_s y R_s la intensidad de la corriente en el campo inductor en serie y su resistencia; P_{nr} las pérdidas en el núcleo y por rozamiento, y P_{SL} las pérdidas adicionales.

Ejemplo. Un generador compound de 250 Kw a 230 voltios suministra 800 amperios a la tensión nominal. La corriente en el inductor shunt es de 12 amperios, la resistencia del inducido de 0,007 ohmios y la del inductor serie de 0,002 ohmios. Las pérdidas en el núcleo y por rozamiento valen 5500 vatios. El generador tiene conexión de shunt largo. Determinar el rendimiento del generador correspondiente a esta carga.

Potencia útil = $230 \cdot 800$ = 184000 vatios
Pérdida en el inductor shunt = $230 \cdot 12$ = 2760 vatios
Pérdida en el inducido = $812^2 \cdot 0{,}007$ = 4615 »
Pérdida en el inductor serie = $812^2 \cdot 0{,}002$ = 1319 »
Pérdidas en el núcleo y por rozamiento = 5500 »
Pérdidas adicionales $0{,}01 \cdot 184000$ = 1840 »
Pérdida total = 16034 vatios

---

[1] En el original «Stray power», literalmente «potencia dispersada», término que no se utiliza en castellano. (N. del T.)

$$\text{Rendimiento} = \frac{184\,000}{184\,000 + 16\,034} = \frac{184\,000}{200\,034} = 0{,}920 \text{ ó } 92\ \%.$$

355. Medición de las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento. Para duplicar estas pérdidas se requiere simplemente duplicar el flujo y la velocidad del motor o generador. Es muy sencillo duplicar la velocidad, pero no tanto medir directamente el flujo, si bien de la fórmula (337) (página 439) $E = K\varphi S$, se deduce que

$$\varphi = \frac{1}{K}\frac{E}{S} \tag{368}$$

Luego, si se duplica el valor E al mismo tiempo que el de S, el flujo no varía.

Para medir las pérdidas en el núcleo y por rozamiento, la máquina, ya sea motor o generador, se hace girar en vacío como motor, como en la figura 418. El inductor, en serie con el reóstato, se conecta a los terminales de la línea de alimentación.

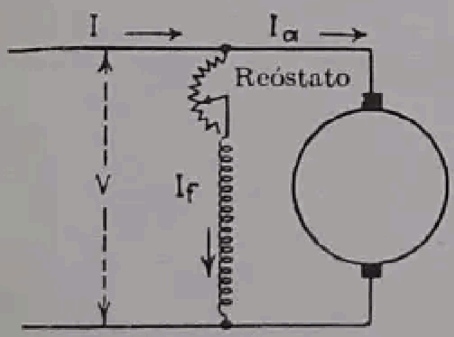


FIG. 418. — Determinación de la potencia perdida por una dínamo.

La potencia total absorbida por la máquina es

$$VI = V(I_a + I_f) = VI_a + VI_f$$

si V es la tensión entre terminales, I la intensidad de la corriente de la línea, I_a en el inducido, e I_f en el inductor.

La potencia total absorbida VI se distribuye como sigue: Una parte para cubrir las pérdidas del inductor, otra para compensar las pérdidas en el inducido, que es de valor $I_a{}^2R_a$, y el resto son las pérdidas en el núcleo y por rozamientos P_{nr} para una potencia útil nula. Por lo tanto,

$$VI_a + VI_f = VI_f + I_a{}^2R_a + P_{nr}$$

o sea

$$P_{nr} = VI_a - I_a{}^2R_a \tag{369}$$

Las pérdidas en el núcleo y por rozamiento son iguales a la potencia total absorbida por el *inducido* menos la pérdida por resistencia eléctrica del mismo.

Ejemplo. Un generador shunt cuando funciona en vacío como motor a 1 000 r.p.m. absorbe 12 amperios a una tensión de 115 voltios. La corriente en el inductor es de 7 amperios y la resistencia del inducido de 0,03 ohmios. Determinar la potencia perdida de la máquina para este valor particular de la velocidad y del flujo.

Intensidad de la corriente en el inducido $I_a = 12 - 7 = 5$ amperios.

Pérdidas en el núcleo y por rozamiento $= 115 \cdot 5 - 5^2 \cdot 0{,}03 = 575 - 0{,}75 = 574{,}25$ vatios.

Como puede verse, la pérdida $I_a^2R_a$, debida a la resistencia del inducido, en este caso es despreciable.

De la fórmula (368) se deduce que si los valores que toman E y S en carga se duplican cuando funciona en vacío, el flujo será el mismo. Como las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento son función del flujo y de la velocidad, resulta que serán iguales, en las condiciones indicadas en el caso de carga y en vacío.

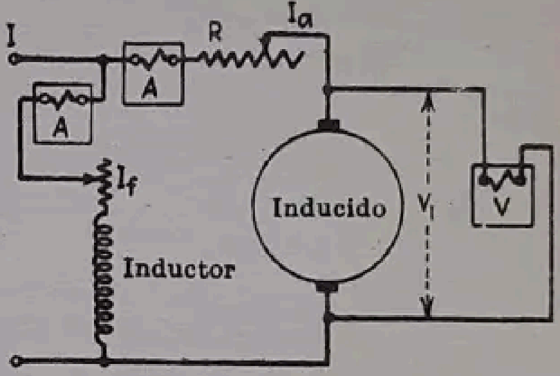


FIG. 419.—Conexiones empleadas para medir la pérdida de potencia.

Ejemplo. Supongamos que el generador de los ejemplos anteriores suministra 100 amperios a 110 voltios y a 1000 r.p.m. La corriente del inductor es 7 amperios. Determinar: *a*) pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento en estas condiciones de carga; *b*) rendimiento.

a) La f.e.m. inducida es

$$E = 110 + (107 \cdot 0{,}03) = 113{,}2 \text{ voltios}$$
$$S = 1000 \text{ r.p.m.}$$

Para el ajuste de E y S, el generador se hace trabajar como motor, conectado como en la figura 419. El reóstato R se regula primero de modo que $V_1 = 113{,}2$ voltios, despreciando la pequeña caída de tensión en el inducido correspondiente a estas condiciones de carga. El reóstato de campo se ajusta luego para que dé una velocidad de 1000 r.p.m. La máquina funciona en este caso a la misma velocidad y con el mismo flujo que corresponden a la carga dada. Por lo tanto, las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento son las mismas en los dos casos. La intensidad de corriente I_a es de 4,8 amperios, y $V_1 = 113{,}2$ voltios (con ello se desprecia la pequeña caída de tensión en el inducido de $4{,}8 \cdot 0{,}03$). La pérdida en el núcleo y por rozamiento vale

$$P_{nr} = 113{,}2 \cdot 4{,}8 - 4{,}8^2 \cdot 0{,}03 = 542{,}7 \text{ vatios}$$

b) De acuerdo con la fórmula (366) (pág. 575)

Potencia útil con carga = $110 \cdot 100 = 11\,000$ vatios.

$$\begin{aligned} I_a^2R_a = (100 + 7)^2 \cdot 0{,}03 &= 343{,}5 \text{ vatios} \\ V\,I_f = 110 \cdot 7 &= 770{,}0 \quad \text{»} \\ \text{Pérdidas en el núcleo y por rozamiento} &= 542{,}7 \quad \text{»} \\ \text{Pérdidas adicionales } P_{SL} = 0{,}01 \cdot 11\,000 &= \underline{110{,}0} \quad \text{»} \\ \text{Pérdida total} &= 1\,766{,}2 \text{ vatios} \end{aligned}$$

$$\text{Rendimiento} = \frac{11\,000}{11\,000 + 1766} = \frac{11\,000}{12\,766} = 0{,}862 \text{ u } 86{,}2\,\%.$$

356. Las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento, como función del flujo y la velocidad. Como se ha señalado en la página 575, las pérdidas en el núcleo y por rozamiento son función del flujo y de la velocidad. Sin embargo, el flujo sólo puede considerarse como función de la intensidad de la corriente del campo cuando la máquina funciona en vacío. A causa de la histéresis, el flujo puede tener diferentes valores para un valor dado de la corriente. Con carga, el flujo es función no sólo de la corriente, sino también de la reacción del inducido. De acuerdo con ello es más exacto determinar el valor del flujo a partir de la ecuación (368) (pág. 576):

$$\varphi = (1 : K)\,(E : S)$$

Para una máquina dada, K es constante. Por consiguiente, la potencia perdida es función de $E : S$ y de S, o sea,

$$P_{nr} = f'\left(\frac{E}{S},\ S\right) \tag{370}$$

Si la relación $E : S$ y la velocidad S son las mismas en dos casos diferentes de funcionamiento, las pérdidas en el núcleo y por rozamiento serán las mismas en ambos, si se desprecian los cambios en la forma de la curva de distribución del flujo producida por una parte de las pérdidas adicionales. El ejemplo siguiente aclara la aplicación de la fórmula (370).

Ejemplo. Un generador shunt de 20 Kw a 220 voltios, con una resistencia de inducido de 0,096 ohmios, suministra 85 amperios a 222 voltios. Su velocidad es de 920 r.p.m. y la corriente de excitación es de 2,24 amperios. Determinar: (*a*) En qué condiciones de marcha en vacío debe funcionar el generador (como motor) para que las pérdidas en el núcleo y por rozamiento, sin carga, puedan igualar a la que existe en las condiciones de marcha fijadas. (*b*) Valor de las indicadas pérdidas conjuntas cuando la potencia absorbida por el inducido, en vacío, es 4,02 amperios a 230,4 voltios. (*c*) Rendimiento del generador en las condiciones de marcha indicadas.

(*a*) $E = 222 + (85 + 2{,}24)\,0{,}096 = 230{,}4$ voltios

$$\frac{E}{S} = \frac{230{,}4}{920} = 0{,}250$$

Aunque la dínamo es un generador, se la hace funcionar como motor para la determinación de las pérdidas en el núcleo y por rozamiento. Las conexiones son las que se dan en la figura 419. El reóstato *de campo* se regula hasta que la tensión entre terminales dividida por la velocidad es igual a 0,250. La pérdida debida a la resistencia del inducido es despreciable cuando funciona en vacío. La velocidad se regula entonces, por medio del reóstato *del inducido*, hasta que sea de 920 r.p.m. Variando el reóstato del inducido no cambia el flujo y, por lo tanto, no varía la relación $E : S$.

(*b*) Según la fórmula (369), las pérdidas P_{nr} valen

$$P_{nr} = 230{,}4 \cdot 4{,}02 - (4{,}02)^2 0{,}096 = 926{,}2 \text{ vatios}$$

(Véase también la figura 420).

(*c*) Potencia útil $= 222 \cdot 85 = 18\,870$ vatios

$$\begin{array}{lrrl}
I_a^2 R_a = (85 + 2{,}24)^2 0{,}096 & = & 730{,}7 & \text{vatios} \\
V I_f = 222 \cdot 2{,}24 & = & 497{,}3 & \text{»} \\
\text{Pérdidas adicionales } 0{,}01 \cdot 18\,870 & = & 188{,}7 & \text{»} \\
P_{nr} & = & \underline{926{,}2} & \text{»} \\
\text{Pérdida total} & = & 2\,342{,}9 & \text{vatios}
\end{array}$$

$$\text{Rendimiento} = \frac{18\,870}{18\,870 + 2\,342{,}9} = 0{,}882 \text{ u } 88{,}2\%$$

Debido a la debilitación del flujo producida por la reacción del inducido (véase figura 328, pág. 457), las pérdidas P_{nr} serán ligeramente mayores que si la curva fuese de puntas aplanadas, aun cuando la superficie total limitada por ambas curvas sea la misma. Esto se debe al hecho de que las pérdidas en el núcleo y por rozamiento no son directamente proporcionales a la densidad de flujo, sino a ésta elevada a una potencia superior a la primera.

357. Curvas de las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento con flujo constante. Supongamos que se trata de trazar una familia de curvas de las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento P_{nr} que cubra la máxima amplitud de funcionamiento probable de una dínamo, tanto si actúa como motor como si lo hace como generador. Las pérdidas P_{nr} son función de dos cantidades, S y $E : S$, o del flujo. Para poder dar una representación plana de la función completa se acostumbra a tomar un valor constante de una de las cantidades haciendo variar la otra. Luego se le da otro valor y se hace variar la segunda, repitiendo este proceso hasta que se cubre la zona de funcionamiento que se desee. Para el caso de P_{nr} es conveniente dar al flujo $E : S$ valores constantes y determinar P_{nr} en función de S (fig. 420). Ordinariamente bastan tres curvas correspondientes a tres valores distintos del flujo. La zona de funcionamiento depende de las condiciones en que la dínamo deba funcionar.

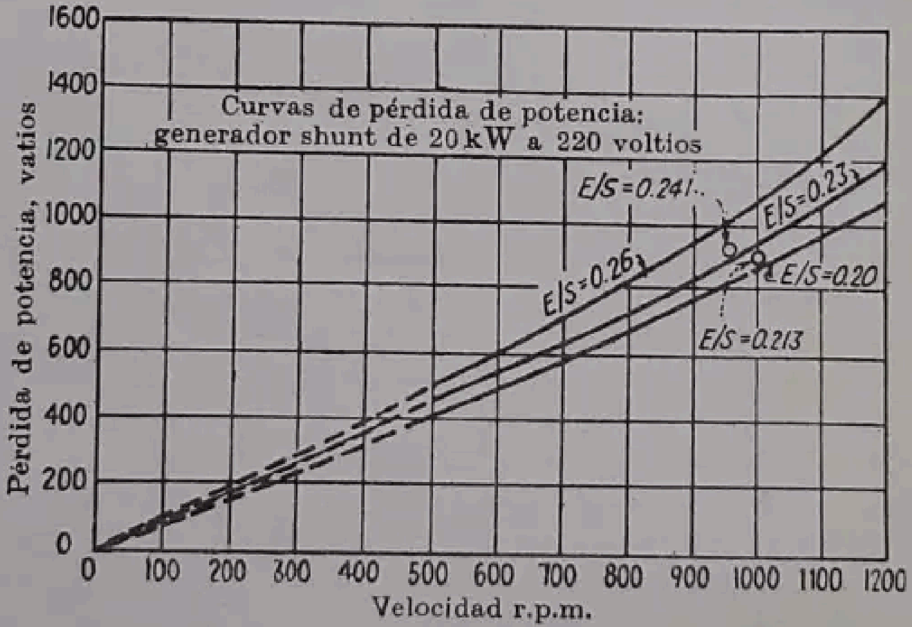


FIG. 420. — Pérdidas de potencia en función del flujo y de la velocidad.

El valor máximo del flujo corresponde al caso en que E es máximo y S es mínimo. E se hace máximo cuando funciona como generador con sobrecarga. Admitamos un 25 % de sobrecarga. La corriente de régimen es de 90,9 amperios. Supongamos que la corriente de excitación es de 2 amperios. Tendremos,

$$E_1 = 220 + (113,6 + 2)\ 0,096 = 231,1 \text{ voltios}$$

Probablemente, la dínamo no marchará a menos de 900 r.p.m. Por consiguiente, el máximo valor del flujo viene determinado por

$$\frac{E}{S} = \frac{231,1}{900} = 0,26 \text{ aproximadamente.}$$

El valor mínimo del flujo corresponde al momento en que E es mínimo y S es máximo. E será mínimo cuando la dínamo funcione como motor con sobrecarga. Sea de 25 % esta sobrecarga. Se tendrá,

$$E = 220 - 116 \cdot 0,096 = 209,0 \text{ voltios aproximadamente.}$$

Supongamos que la velocidad del motor no exceda de 1050 r.p.m. El mínimo valor del flujo vendrá dado por

$$\frac{E}{S} = \frac{209,0}{1050} = 0,2 \text{ aproximadamente.}$$

Un valor intermedio del flujo vendría dado por $E : S = 0,23$.

Para obtener las tres curvas se emplean las conexiones indicadas en la figura 419, haciendo funcionar la máquina como motor en todos los ensayos de determinación de pérdidas en el núcleo y por rozamiento. Puede presentarse el caso de tener que excitar el campo por medio de una tensión mayor de los 220 voltios para obtener el valor máximo del flujo.

El reóstato de campo se regula hasta que $E : S = 0,26$ y se llevan a cabo una serie de ensayos con velocidad variable. La velocidad se hace variar valiéndose del reóstato del inducido. Las variaciones de este reóstato no modifican el flujo y, por consiguiente, tampoco lo hace $E{:}S$, esto es, E y S varían en la misma proporción. Las otras dos curvas se obtienen de una manera análoga, regulando el reóstato de campo para obtener los dos valores $E : S = 0,23$ y $E : S = 0,20$. La familia de curvas que se obtiene de este modo queda representada en la figura 420.

Ejemplo. Se desea obtener las curvas del conjunto de las pérdidas en el núcleo y por rozamiento en el generador estudiado en el § 356, de potencia nominal de 20 Kw a 220 voltios y 920 r.p.m., que cubran toda la zona de probable funcionamiento como generador y como motor. La intensidad de la corriente nominal es de 20000 : 220 = 90,9 amperios y la resistencia del inducido de 0,096 ohmios.

(*a*) Determinar los valores máximo y mínimo del flujo $E : S$ a los que probablemente funcionará la dínamo, así como un valor intermedio; (*b*) calcular el rendimiento a la tensión e intensidad de corriente nominales cuando el generador gira a 920 r.p.m. con una corriente de excitación en el inductor shunt de 1,8 amperios, así como: (*c*) cuando funciona como motor absorbiendo una corriente de 80 amperios, con 1,5 amperios de corriente de campo y 1000 r.p.m. de velocidad de rotación.

(*a*) Estos valores se han determinado ya antes y son 0,26, 0,20 y 0,23.

(*b*) $I = 90,9$ amperios; $I_a = 90,9 + 1,8 = 92,7$ amperios.
$E = 220 + 92,7 \cdot 0,096 = 228,9$ voltios.
$E : S = 228,9 : 950 = 0,241$.

Interpolando entre las curvas $E : S = 0{,}23$ y $0{,}26$ para la ordenada 950 r.p.m. (fig. 420) se obtiene $P_{nr} = 920$ vatios. Según (366)

$$\begin{aligned} 92{,}7^2 \cdot 0{,}096 &= 824{,}9 \text{ vatios} \\ 220 \cdot 1{,}8 &= 396{,}0 \quad \text{»} \\ P_{nr} &= 920{,}0 \quad \text{»} \\ P_{SL} = 0{,}01 \cdot 20\,000 &= \underline{200{,}0} \quad \text{»} \\ \text{Pérdida total} \quad &= 2\,340{,}9 \text{ vatios} \end{aligned}$$

$$\text{Rendimiento} = \frac{20\,000}{20\,000 + 2\,340{,}9} = 0{,}895 \text{ u } 89{,}5\ \%$$

(c) $I_a = 80 - 1{,}5 = 78{,}5$ amperios

$E = 220 - 78{,}5 \cdot 0{,}096 = 212{,}5$ voltios

$E : S = 212{,}5 : 1\,000 = 0{,}2125$ ó $0{,}213$ aproximadamente.

Por interpolación entre las curvas de $E : S = 0{,}20$ y $0{,}23$ para la ordenada 1 000 r.p.m. (fig. 420) se obtiene $P_{nr} = 900$ vatios.

$$\begin{aligned} 78{,}5^2 \cdot 0{,}096 &= 591{,}6 \text{ vatios} \\ 220 \cdot 1{,}5 &= 330{,}0 \quad \text{»} \\ P_{nr} &= 900{,}0 \quad \text{»} \\ P_{SL} = 0{,}01 \cdot 15\,622 &= \underline{156{,}2} \quad \text{»} \quad \text{(por tanteo)} \\ \text{Total} \quad & 1\,977{,}8 \text{ vatios} \end{aligned}$$

Según la fórmula (367),

$$\begin{aligned} \text{Potencia absorbida} &= 220 \cdot 80 = 17\,600 \text{ vatios} \\ \text{Potencia útil} &= 17\,600 - 1\,978 = 15\,622 \text{ vatios} \end{aligned}$$

$$\text{Rendimiento} = \frac{15\,622}{17\,600} = 0{,}888 \text{ u } 88{,}8\ \%.$$

Como la suma de las pérdidas en el núcleo y por rozamiento es una pequeña parte de la potencia absorbida por la dínamo, los errores que se produzcan en su cálculo conducen a errores mucho menores en el rendimiento.

358. Ensayo por oposición. Método de Kapp. Los métodos precedentes de determinación de la potencia perdida en el núcleo y por rozamiento tienen el defecto de que la dínamo trabaja en vacío cuando se efectúa la medida, lo que puede producir errores en los valores hallados. Si se emplean dos dínamos similares, sus pérdidas pueden determinarse cuando las dos máquinas están en carga, y entonces la energía suministrada es solamente la necesaria para compensar *las pérdidas* de las dos dínamos. Las conexiones para llevar a cabo este ensayo son las que indica la figura 421.

Se acoplan mecánicamente las dos dínamos similares y luego se conectan a la línea de alimentación, tal como se indica en la figura. La que actúa como motor debe llevar un reóstato de arranque. Se emplean cinco amperímetros, uno en cada inductor, uno en el circuito de cada inducido y otro en la línea de alimentación de los dos inducidos. Los inductores se conectan directamente a la línea, de modo que sus corrientes no vienen indicadas por el amperímetro A_1.

La operación se conduce como sigue: el motor suministra potencia mecánica al generador. Éste, a su vez, suministra potencia eléctrica al motor. La potencia suministrada por el generador es menor que la que requiere el motor, debido a las pérdidas en ambas máquinas. Por lo tanto, este déficit debe compensarse por la corriente I suministrada por la línea.

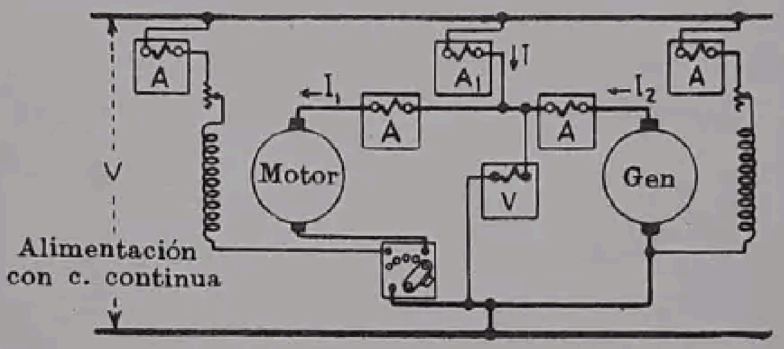


Fig. 421.—Método de oposición de Kapp para determinar las pérdidas.

La potencia total absorbida por el inducido es VI.

Esta potencia se distribuye como sigue:

Pérdida en el inducido del motor $= I_1{}^2R_1$
Pérdida en el inducido del generador $= I_2{}^2R_2$
Pérdida en el núcleo y por rozamiento en el motor.
Pérdida en el núcleo y por rozamiento en el generador.

R_1 y R_2 son las resistencias de los inducidos del motor y del generador, incluyendo las de contacto de las escobillas.

Como el campo del generador es necesariamente más intenso que el del motor, porque éste exige un mayor potencial interno, la potencia perdida será, en el núcleo y por rozamiento, mayor que la del motor, ya que aumenta con el flujo. Como buena aproximación, la potencia total perdida debe repartirse entre las dos máquinas en la proporción de sus respectivas f.e.m. inducidas.

Sea E_1 la f.e.m. inducida en el motor y E_2 la f.e.m. inducida en el generador.

$$E_1 = V - I_1R_1$$
$$E_2 = V + I_2R_2.$$

Si P_1 y P_2 son los valores de las pérdidas en el núcleo y por rozamiento en las dos máquinas, de acuerdo con lo indicado

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{E_1}{E_2} \tag{371}$$

La potencia total absorbida en las dos máquinas debe compensar las pérdidas en los inducidos y las potencias P_1 y P_2, porque la potencia útil del sistema es nula y la energía precisa para la excitación se suministra separadamente. Restando las pérdidas en los inducidos de la potencia absorbida, se obtiene por lo tanto

$$P_1 + P_2 = VI - I_1^2 R_1 - I_2^2 R_2. \tag{372}$$

Las corrientes de excitación se miden directamente con los amperímetros correspondientes a cada circuito inductor.

Las ventajas de este método provienen de que ambas dínamos están en carga y con ello las pérdidas en el núcleo y por rozamiento debidas a la carga quedan incluídas en las mediciones; la regulación de cada una de las dínamos puede determinarse, y la línea de alimentación solamente ha de suministrar la energía precisa para compensar las pérdidas.

La principal desventaja es que el sistema requiere dos dínamos similares, y que la hipótesis hecha respecto a la forma de distribución de las pérdidas puede conducir a un pequeño error.

Las dínamos se ponen en marcha haciendo arrancar primero el motor por medio del reóstato de arranque. Luego se hace que la tensión en el generador coincida con la existente entre terminales del motor y se conectan después los terminales de las dos máquinas como se haría con dos generadores en paralelo. Debe tenerse cuidado con no invertir las polaridades. El campo del generador se hace más intenso y el del motor se debilita hasta que se consiguen las condiciones de carga y de velocidad deseadas.

Ejemplo. Dos motores similares de 120 voltios, y 7,5 HP., se conectan como se indica en la figura 421. La resistencia del inducido de cada uno de ellos es 0,12 ohmios. Las excitaciones se disponen de manera que la corriente del motor sea $I_1 = 57$ amperios y la del generador $I_2 = 45$ amperios. En estas condiciones, la línea de alimentación suministra una corriente I de 12 amperios, a 120 voltios. Hallar la potencia perdida por rozamiento y en el núcleo en cada una de las máquinas y en las condiciones indicadas.

La potencia suministrada por la línea es

$$\begin{aligned} P &= 120 \cdot 12 = 1\,440 \text{ vatios} \\ I_1^2 R_1 &= 57^2 \cdot 0{,}12 = 390 \text{ vatios} \\ I_2^2 R_2 &= 45^2 \cdot 0{,}12 = \underline{243} \quad \text{»} \; . \\ \text{Total} &= 633 \text{ vatios.} \end{aligned}$$

Potencia total perdida en el núcleo y por rozamiento $= 1\,440 - 633 = 807$ vatios.

$$E_1 = 120 - 57 \cdot 0{,}12 = 113{,}2 \text{ voltios.}$$
$$E_2 = 120 + 45 \cdot 0{,}12 = 125{,}4 \text{ voltios.}$$

Potencia perdida en el motor, en el núcleo y por rozamiento

$$P_1 = \frac{113{,}2}{113{,}2 + 125{,}4} 807 = 383 \text{ vatios.}$$

Potencia perdida en el núcleo y por rozamiento, en el generador

$$P_2 = \frac{125{,}4}{113{,}2 + 125{,}4} 807 = 424 \text{ vatios.}$$

Conociendo estas potencias perdidas y las pérdidas en el inducido y en el inductor, se calcula fácilmente el rendimiento.

359. Características de las máquinas de corriente continua. Las tablas que siguen dan el rendimiento y otras características de las máquinas de corriente continua. Los datos que se consignan son típicos, pero no quiere esto decir que representen las características de todas las máquinas de la potencia nominal que se consigna.

CARACTERÍSTICAS DE LOS MOTORES DE CORRIENTE CONTINUA

(Westinghouse Electric Co.)

Caballos	Velocidad r.p.m.	Peso Kg	Rendimiento en % para carga		
			1/2	3/4	Plena
3/4	1 150	38,5	69	74	75
3/4	1 750	38,5	71	75	76
1	1 750	38,5	72	75	77
2	1 750	70,3	74	79	81
3	1 750	74,8	77	81	82
5	1 750	88,4	77	80	83
10	1 750	247,2	82	85	86
25	1 750	444,5	84,5	86,5	87,5
50	850	830,1	84,0	87	89
100	850	1 326,7	88	89	90,5

DÍNAMOS COMPOUND CON POLOS DE CONMUTACIÓN A 1 750 R.P.M.

Kw	Voltios	Amperios	Rendimiento en % para carga		
			1/2	3/4	Plena
5	125	40	77,0	80,5	82,0
10	125	80	80,0	83,0	85,0
25	125	200	84,0	86,5	88,0
50	125	400	83,0	86,0	88,0
100	125	800	87,0	88,5	90,0
200	125	1 600	88,0	90,5	91,0
400	250	1 600	91,7	91,9	91,7
1 000	250	4 000	92,1	92,6	92,1

Distribución de pérdidas, en los motores shunt de velocidad constante, estabilizada en 1750 r.p.m., a 230 voltios
(General Electric Co.)

	Pérdida en vatios, para potencias en caballos de					
	1,5	3	5	10	25	60
Arrollamiento inductor shunt	52	75	90	105	220	240
Rozamientos sólidos y con el aire	25	40	60	130	420	570
Rozamiento de las escobillas	10	25	35	70	180	375
Pérdidas en el núcleo	40	70	130	245	590	895
Inducido	90	150	240	340	425	1000
Campo de conmutación	20	30	50	70	130	330
Contacto de las escobillas	10	25	35	75	180	425
Pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento, en carga*	11	22	37	75	187	448
Total pérdidas	258	437	677	1110	2332	4283

* Valor convencional, no determinado mediante pruebas.

360. Potencia nominal y calentamiento. Prácticamente todos los aparatos que producen o consumen energía, tanto si son máquinas de vapor como de gas, o eléctricas, tienen una potencia nominal o de régimen bien definida. Este valor nominal lo determina el fabricante y se supone que expresa la potencia que la máquina puede suministrar con rendimiento adecuado y seguridad dentro de las condiciones establecidas. Es interesante considerar qué determina, en general, la potencia nominal de diversos aparatos.

Tanto en la máquina como en la turbina de vapor fija su potencia nominal la carga para la cual su *rendimiento* es máximo. Estos dos tipos de máquinas motrices pueden soportar una gran sobrecarga sin dificultad, pero con rendimiento reducido.

Debido a los pesos y costes excesivos, se fija ordinariamente, en los grandes motores de gas, una potencia nominal tan elevada como es posible, cercana a aquella para la cual dejaría de funcionar, ya que su rendimiento térmico es ordinariamente mucho mayor que el de la máquina o la turbina de vapor, y se da más importancia al peso que al rendimiento.

En los *aparatos eléctricos*, la potencia nominal se fija en general para la carga que pueden soportar sin *recalentarse*. La *conmutación* puede a veces limitar la potencia útil de las máquinas de corriente continua.

Cuando los aislantes de origen orgánico, como son casi exclusivamente los que se emplean para el aislamiento de la maquinaria eléctrica, se someten a temperaturas elevadas, se deterioran al cabo de algún tiempo, tanto mecánica como eléctricamente. Con el tiempo, los aislamientos se resecan y se hacen quebradizos, lo que produce, en último término, su desintegración física. Existe una correlación directa entre la resistencia a la descarga eléctrica y la resistencia mecánica.

El aislamiento no desaparece ordinariamente cuando se alcanza una temperatura crítica, sino únicamente cuando los desperfectos mecánicos que gradualmente se van produciendo disminuyen la resistencia a la descarga eléctrica hasta que su disminución le hace alcanzar un valor inferior al crítico. La vida de los aislantes depende también considerablemente de la posibilidad de su contacto con oxígeno, humedad, barro o productos químicos[1].

La temperatura límite en la cual se basan las características nominales de las máquinas y aparatos eléctricos viene determinada en gran parte por las características de los aislantes utilizados. Con el propósito de definir las temperaturas límites, la norma número 1 de la A.I.E.E. clasifica los materiales aislantes en la tabla 4-60, en cinco categorías. De éstas solamente se establecen normas de temperatura límite para las máquinas eléctricas, en las clases A y B[2].

2052. *Definición de los aislamientos clase A*[2]. Los aislamientos de la clase A consisten en: (1) algodón, seda, papel, o materias orgánicas similares, impregnadas de un líquido dieléctrico o sumergidas en él; (2) materias laminadas o moldeadas con carga celulósica, resinas fenólicas u otras resinas de propiedades similares; (3) películas y hojas de acetato de celulosa y otros derivados de la celulosa de propiedades análogas; y (4) barnices (esmaltes) aplicados a los conductores.

2053. *Definición de los aislamientos clase B.* Los aislantes de la clase B consisten en mica, amianto, fibra de vidrio, y otras materias inorgánicas similares, aglomeradas con substancias orgánicas. Una pequeña proporción de los aislantes de la clase *A* deben emplearse solamente como elementos constructivos.

Como resultado de la experiencia y de los ensayos de laboratorio, se han asignado a los distintos materiales aislantes las correspondientes temperaturas límites, denominadas «temperaturas de recalentamiento», cuyos valores para las diferentes clases de aislantes se dan en la tabla 4-61 de la norma número 1 de la A.I.E.E. Estos valores son muy útiles como referencia para seleccionar las elevaciones de temperatura observables en las normas para las pruebas y fijación de las características nominales.

Para la clase A, el valor límite de la temperatura es de 105ºC, y para la clase B de 130ºC. Si la temperatura ambiente es de 40ºC, la elevación máxima de temperatura tolerable es de 65ºC para la clase A y 90ºC para la B.

En las normas A.S.A., C. 50 de 1943, «Tabla I-aumento límite observable de temperatura», de la que la tabla IV es un resumen, se dan las temperaturas límites para diferentes partes de las máquinas, como son los arrollamientos del inducido y del inductor, núcleos, etc., para los aislantes de las clases A y B. También se incluyen los métodos de medida de las temperaturas, fijándose dos sistemas normalizados: el del termómetro y el de la resistencia. En el método del termómetro (norma 2054), la temperatura se mide mediante termómetros de alcohol, de mercurio o de resistencia, o con termopares, que se han de colocar en las partes más calientes de las máquinas, accesibles a los termómetros de alcohol o de mercurio.

---

[1] Un estudio completo puede encontrarse en la norma n.º 1 del *A.I.E.E.*: «General Principles upon which Temperature Limits Are Based in the Rating of Electrical Machinery and Apparatus», junio 1947.

[2] Normas A.S.A.; C. 50, 1943, pág. 9. Véase nota al pie, pág. 565.

TABLA IV. LÍMITE OBSERVABLE DE LA ELEVACIÓN DE TEMPERATURA EN GRADOS CENTÍGRADOS

Parte de la máquina	Método de determinación de la temperatura	Generadores y motores para utilización general, y generadores para electrólisis. Aislamiento clase A	Motores totalmente blindados, enfriados con ventilador, protegidos contra explosión o contra la humedad, etc.		Generadores con potencia nominal después de dos horas de sobrecarga	
			Aislamiento Clase A	Aislamiento Clase B	Aislamiento Clase A	Aislamiento Clase B
Inducido y arrollamientos que no sean los del campo inductor y barras de cobre	Termómetro	40	55	75	55	75
Arrollamientos del campo shunt .	Termómetro	40	. .	. .	55	75
	Resistencia	50	60	80	65	85
Núcleos y partes mecánicas en contacto o adyacentes al aislamiento	Termómetro	40	. .	. .	55	75

Las ampollas de los termómetros deben cubrirse con un almohadillado de fieltro adherido a la máquina, masilla de aceite, borra de algodón o cualquier otro producto conveniente para el fin propuesto, aplicado de modo que no interfiera la ventilación normal de la máquina (norma 2056).

361. Medida de la temperatura por el método de la resistencia. En el método de la resistencia, la temperatura se determina comparando la resistencia que ha de determinarse con la resistencia a una temperatura conocida (norma 2055). Este método se ha explicado en el capítulo I (pág. 25). Para los arrollamientos inductores basta con medir primero su resistencia después de que han permanecido en una habitación que se encuentra a temperatura conocida el tiempo suficiente para adquirir esta temperatura. Puede emplearse cualquiera de los varios sistemas (págs. 169 a 186) corrientes, si bien el que más se usa es el del voltímetro y el amperímetro. Cuando se emplea este sistema, debe realizarse la medida rápidamente, para que la corriente de ensayo no caliente apreciablemente el arrollamiento con respecto a la temperatura inicial (véase fig. 422).

El voltímetro debe conectarse a los terminales del inductor shunt, sin que quede entre ellos el reóstato de campo, ya que lo que se quiere medir es la variación de resistencia en el *cobre*. De igual manera no deben emplearse para la determinación de las temperaturas las mediciones en los inductores en serie cuando están provistos de derivaciones o shunts de debilitación.

Ejemplo. A una temperatura ambiente de 30°C, la resistencia del inductor shunt de un generador aumenta de 104 a 112 ohmios. Determinar la elevación de su temperatura.

Utilizando la fórmula (16) (pág. 27)

$$\frac{112}{104} = \frac{234{,}5 + t_2}{234{,}5 + 30}$$

$$234{,}5 + t_2 = 264{,}5\,\frac{112}{104} = 284{,}9$$

$$t_2 = 284{,}9 - 234{,}5 = 50{,}4^{\circ}\mathrm{C}$$

Aumento de temperatura

$$50{,}4 - 30 = 20{,}4^{\circ}\mathrm{C}.$$

Las normas C 50 de la A.S.A. (2064) establecen que «los ensayos de temperatura deben realizarse hasta que la temperatura alcanza un valor final estacionario, o bien hasta que haya pruebas suficientes para demostrar que la elevación de temperatura no excedería de la que exigirían las normas si se prolongaran los ensayos hasta alcanzar el valor final estacionario».

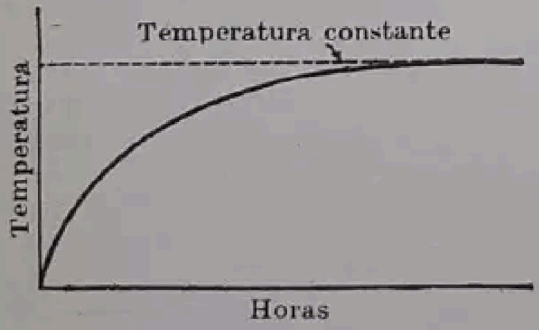


FIG. 422.—Curva de elevación de la temperatura con el tiempo, en una dínamo.

Si se traza la curva en función del tiempo, se obtiene una curva semejante a la de la figura 422 [1], que se determinó para un inductor shunt. Esta curva puede obtenerse fácilmente dejando el voltímetro y amperímetro en circuito permanentemente y tomando lecturas a intervalos predeterminados. Al principio de las pruebas, la curva sube rápidamente, pues si bien existe entonces una pequeña diferencia entre las temperaturas de las bobinas del campo inductor y la del ambiente, se disipa poco calor de las primeras, lo que da origen a la rápida elevación de su temperatura. A medida que aumenta la diferencia entre las temperaturas del devanado y del ambiente, el primero cede cada vez más calor y su temperatura aumenta más lentamente, es decir que la velocidad de aumento de la temperatura se reduce a medida que pasa el tiempo, como se ve claramente en la curva de la figura 422. Cuando la curva llega prácticamente a ser horizontal, el calor total desarrollado en las espiras es igual al calor disipado y el devanado ha alcanzado su temperatura constante. Se pueden obtener curvas semejantes para otras partes de la máquina.

---

[1] Esta curva es semejante a la que da el aumento de la intensidad de la corriente con el tiempo en un circuito inductivo (véase fig. 229 (*b*), pág. 331).

Se debe tener cuidado al medir la resistencia del inducido cuando se determina la elevación de temperatura. El objeto de esta medición no es determinar la resistencia que sirve para el cálculo de la pérdida de energía, sino *la variación de la resistencia del cobre del inducido, debida a la variación de la temperatura*. Por lo tanto, es esencial medir la resistencia *del cobre solo* y que el circuito que siga la corriente a través del inducido sea el mismo en todas las mediciones. Para excluir todas las resistencias, salvo la del cobre, deben quedar fuera la resistencia de las escobillas y la de su contacto.

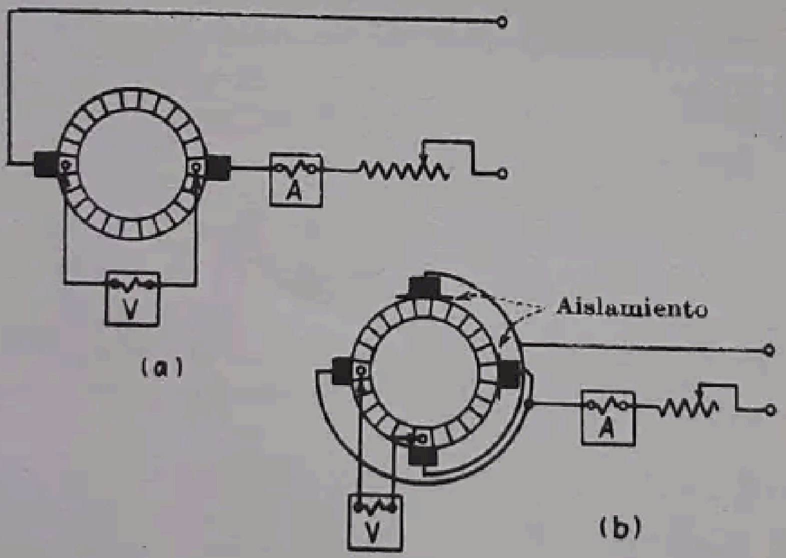


FIG. 423.—Medición de la resistencia del inducido por la temperatura.

Por lo tanto, los terminales del voltímetro deben conectarse a las delgas del colector más adentro que las escobillas, como en la figura 423 (*a*), que se refiere a un generador bipolar. Además, estas delgas se han de marcar y en las mediciones subsiguientes deben quedar debajo de las mismas escobillas, con lo que se asegura que el circuito de paso de la corriente es el mismo en todas las mediciones.

Cuando se realizan estos ensayos en inducidos de máquinas multipolares, la *división* de la corriente entre distintos circuitos de paso se determina en parte por la resistencia de contacto de las escobillas. El examen de la figura 414, de la página 568, pone en evidencia este aspecto. La corriente de intensidad I se divide entre las dos series de escobillas y, por lo tanto, el valor de las corrientes derivadas puede determinarse, en parte, por sus resistencias. Para estar seguro de que, en cualquier medición de la resistencia, los circuitos de paso de la corriente son siempre los mismos, se deben aislar dos escobillas como en la figura 423 (*b*). En este caso, los dos circuitos de paso de la corriente no son simétricos, pero la distribución de la corriente queda determinada por la propia resistencia del cobre y no por la resistencia de contacto de las escobillas. Con un número impar de pares de juegos de escobillas, los circuitos de paso de la corriente serán simétricos si conducen corriente al colector dos series diametralmente opuestas de escobillas.

Al medir la resistencia del inductor shunt, debe conectarse el voltímetro directamente al arrollamiento, de manera que se elimine la caída de tensión en el reóstato de campo.

Además de medir la temperatura de los devanados, debe determinarse la elevación de la temperatura de los cojinetes y del colector con un termómetro.

En muchas dínamos modernas se incluyen pares termoeléctricos en los devanados, conectados a milivoltímetros instalados en el cuadro de distribución, de manera que el operador puede saber cuál es la temperatura en cualquier instante.

362. Marcha en paralelo de los generadores shunt. En muchas centrales es necesario, o por lo menos conveniente, que la potencia se suministre mediante varias dínamos pequeñas mejor que por una sola grande.

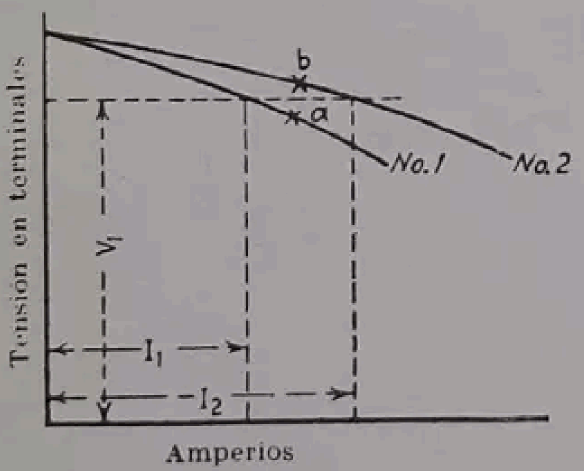


FIG. 424.—Características de los generadores shunt acoplados en paralelo.

a) Varias unidades pequeñas ofrecen mayor seguridad que una sola grande, porque si una de aquéllas se avería no por ello queda totalmente interrumpido el suministro. *b*) Los generadores pueden ponerse en servicio o desconectarse de la red, según sea la carga existente, lo que permite hacer marchar los generadores a su carga de régimen en beneficio del rendimiento. *c*) Un generador se puede reparar con mayor facilidad si existen varios en la central. *d*) Se pueden instalar generadores adicionales a medida que aumenta la demanda de la red servida por la central. *e*) La carga de la central puede superar la capacidad de cualquier generador solo utilizable.

Los generadores shunt, debido a su característica descendente son especialmente aptos para el funcionamiento en paralelo. En la figura 424 se representan las características de dos generadores shunt, que se distinguen con los números 1 y 2. Se observará que la característica del generador número 1 acusa mayor descenso. Si se conectan los dos generadores en paralelo (fig. 425), las tensiones entre terminales deben ser iguales, si se desprecian las posibles, pero insignificantes, caídas de tensión en las conexiones. Por lo tanto, para una tensión común entre terminales V_1 (fig. 424), el primer generador suministra I_1 amperios, y el segundo generador I_2 amperios; es decir que el generador cuya característica es más curvada soporta una carga menor.

Supongamos que surge algo que obliga al generador número 1 a suministrar más carga que la que le corresponde. Esta circunstancia puede provenir de un aumento temporal de la velocidad de su máquina motriz, o de una variación momentánea de la carga del sistema. Si el aumento de corriente persiste aún después de restablecerse las condiciones normales, el generador número 1 tenderá a funcionar en las condiciones que define un punto, tal como el *a*, de su característica, lo que da origen a una caída de la tensión entre terminales, que tiende a *reducir* la carga del generador. Además, cuando el generador número 1 suministra más carga, el generador número 2 debe suministrar menos, permaneciendo constante la carga total y, en consecuencia, el generador número 2 tenderá a situarse en las condiciones de marcha de un punto, tal como el *b*, de su característica. Esto hará que aumente la tensión entre sus terminales y dará lugar a que suministre mayor parte de la carga. Por lo tanto, cualquier tendencia de un generador a suministrar una parte de la carga mayor de la que le corresponde se traduce en una variación de la tensión del sistema que se opone a la mencionada tendencia. Por consiguiente, se puede considerar que los generadores shunt en paralelo están en equilibrio *estable*. Las reacciones del sistema son tales que mantienen los generadores en paralelo. Además, si se produce alguna *variación* de carga en el sistema, cada generador absorbe una parte del aumento o de la disminución.

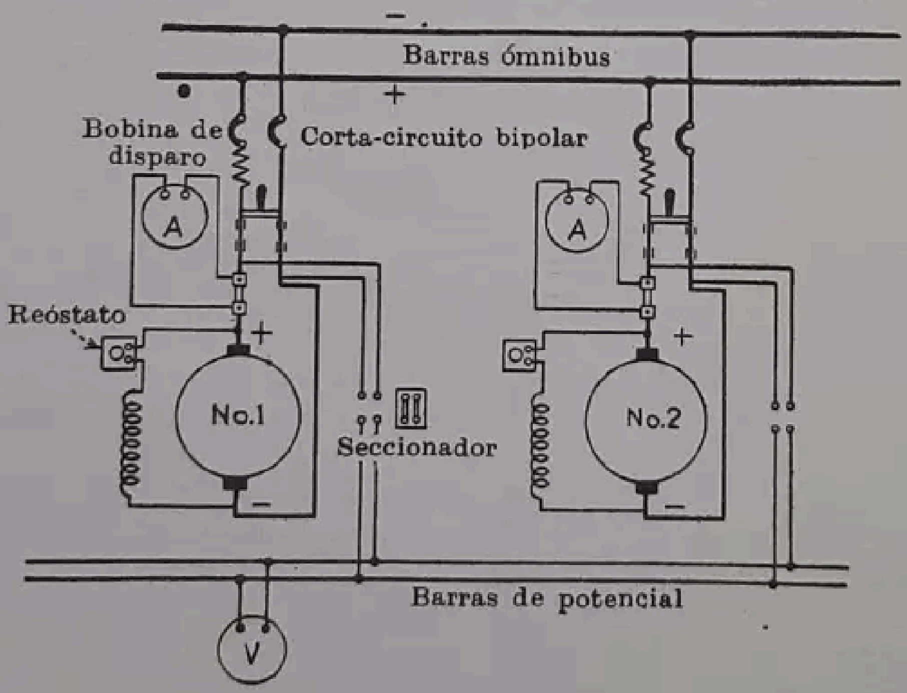


FIG. 425. — Conexiones para acoplamiento en paralelo de generadores shunt.

363. Acoplamiento en paralelo de los generadores shunt. Las conexiones para montar en paralelo los generadores shunt se indican en la figura 425.

Cada generador debe llevar su propio amperímetro, y un solo voltímetro basta para todos. Cada generador por separado puede conectarse a las barras de tensión o del voltímetro por medio de enchufes convenientes o interruptores adecuados. Supongamos que el generador número 2 está fuera de servicio y que el generador número 1 está conectado a la red y que se quiere poner en servicio el generador número 2. Se pone en marcha la máquina motriz del número 2 y se lleva el generador a la velocidad de régimen. Se regula el campo de manera que su tensión sea la misma que la de las barras de distribución, lo que se consigue observando el voltímetro. Se cierran el interruptor y el conmutador, con lo que el grupo número 2 queda conectado a la red. En este momento, sin embargo, no alimenta la línea, porque su f.e.m. *inducida* es simplemente igual a la tensión en las barras y no puede circular corriente alguna entre puntos que están al mismo potencial. Su f.e.m. inducida debe ser mayor que la tensión en las barras para poder suministrarles corriente. Por lo tanto, la intensidad del campo del generador número 2 debe aumentar hasta que proporcione la parte correspondiente de carga. Puede ser necesario debilitar el campo del generador número 1 simultáneamente, con el fin de mantener invariable la tensión en las barras.

Para desacoplar un generador, se debilita su campo al propio tiempo que se aumenta el del otro generador, hasta que la carga del primer generador se anula. Entonces se abre el interruptor y luego el conmutador, y el generador queda fuera de circuito. Conectando y separando un generador de la red de la manera indicada se evitan choques o perturbaciones a la máquina motriz y a la red.

Si el campo de uno de los generadores se debilitara en exceso, se tendrá que suministrarle potencia, y entonces marchará como motor tendiendo a arrastrar la máquina que lo mueve.

Es evidente que si los generadores shunt se han de repartir la carga de una manera adecuada en todos los instantes, *sus características han de ser de formas similares y cada una debe tener la misma caída de tensión desde la marcha en vacío hasta la de plena carga.*

364. Marcha en paralelo de los generadores compound. La figura 426 representa dos generadores hipercompound conectados a las barras, con los terminales positivo y negativo enlazados de manera adecuada según sus polaridades. Cada generador toma su parte correspondiente de carga. Estos generadores así acoplados están en *equilibrio inestable*. Supongamos, por ejemplo, que por una causa determinada aumenta ligeramente la carga del generador número 1. La corriente de su inductor serie aumentará, reforzando el campo e incrementando su f.e.m., con lo cual tomará todavía más carga. Por otra parte, como que se admite que la carga total de la red es fija, la carga del generador número 2 disminuirá al mismo tiempo, con lo que su campo se debilitará disminuyendo aún más la carga suministrada. Casi inmediatamente, el generador número 1 arrastrará al número 2 como motor, y el cortacircuitos de uno de los generadores por lo menos interrumpirá en seguida la corriente.

Estas condiciones de funcionamiento se hacen patentes en la figura 427, que representa las características individuales de los dos generadores. Supongamos que ambos generan corriente a la tensión V_1, que corresponde a las intensidades I_1 e I_2. Supongamos que el generador número 1 se sobrecarga un poco; la tensión entre sus terminales tenderá a aumentar hasta un cierto punto *a* de su característica. Este aumento de tensión indica que el generador absorbe aún más corriente y el efecto se continuará hasta que al fin salte el interruptor automático.

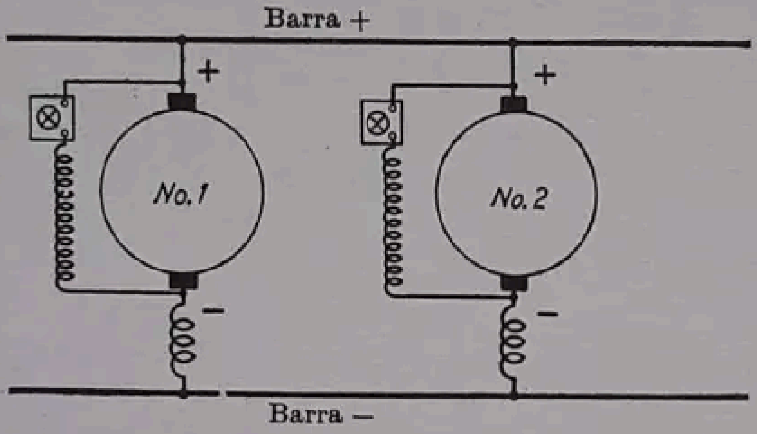


Fig. 426.—Generadores compound, acoplados en paralelo.

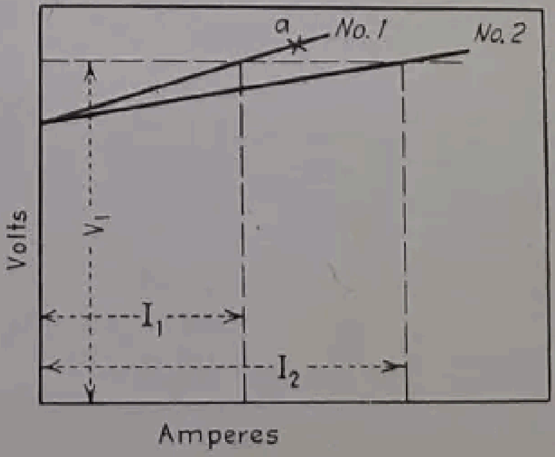


Fig. 427.—Características de dos generadores compound, acoplados en paralelo.

En consecuencia, debe considerarse que el equilibrio de los generadores compound es en estas condiciones *inestable*. Es decir, cualquier acción que tienda a sacar el generador de su equilibrio se acentúa por las reacciones que provoca.

Los generadores se pueden convertir en estables conectando en paralelo sus inductores serie (fig. 428). Este acoplamiento, que en la figura 428 se hace empalmando las dos escobillas negativas, se realiza con un conductor de poca resistencia, llamado *equilibrador*. Su funcionamiento es como sigue: Supongamos que el generador número 1 comienza a absorber más carga de la que le corresponde. La corriente, de mayor intensidad, circulará en parte por el inductor serie del número 1 y también, a través del equilibrador, parcialmente por el inductor serie del generador número 2. Por lo tanto, la variación afectará ambos generadores de una manera parecida y el número 1 no podrá absorber toda la carga.

Para que se mantenga la distribución adecuada de la carga, desde la marcha en vacío hasta la plena carga, deben satisfacerse las condiciones siguientes:

a) La regulación de ambos inducidos debe ser la misma.

b) Las resistencias de los inductores serie deben ser inversamente proporcionales a las potencias de los generadores.

No es siempre posible ajustar las características de los generadores compound por medio de resistencias de debilitación dispuestas en los inductores serie para conseguir, en el acoplamiento en paralelo, una distribución adecuada de la carga. Supongamos (fig. 428) que el inductor serie del generador número 1 está shuntado por una resistencia de debilitación. Si el equilibrador y las barras del cuadro tienen resistencias despreciables, esta resistencia shunta el inductor en serie del generador número 2 lo mismo que el del número 1. Por lo tanto, hará descender simplemente la característica de todo el sistema, pero no afectará la *distribución* de la carga. La distribución correcta de la carga puede obtenerse por medio de una resistencia muy pequeña, puesta *en serie* con uno de los inductores.

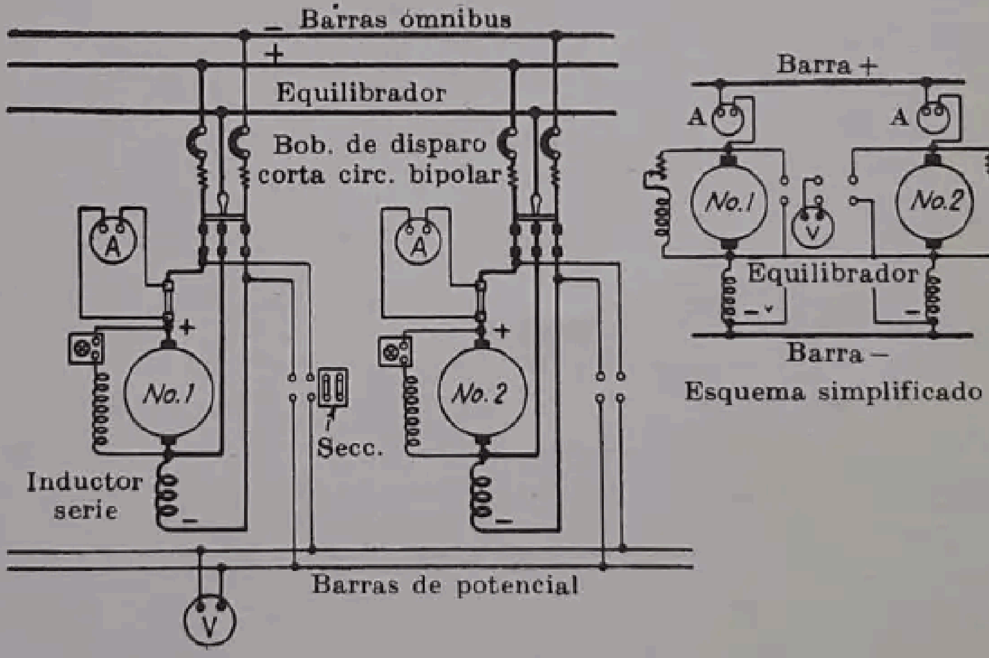


Fig. 428. — Conexiones típicas para dos generadores compound, acoplados en paralelo.

Debe observarse que la distribución de carga que se desee obtener entre dos generadores shunt o compound, para cualquier valor dado de la carga exterior, se puede alcanzar mediante un ajuste de sus reóstatos del inductor shunt. Sin embargo, conviene ordinariamente que esta distribución se mantenga constante para cualquier carga, especialmente si no se dispone de una persona que esté vigilando continuamente el funcionamiento. Por ello interesa que los generadores shunt y compound que trabajen en paralelo tengan características similares.

Un generador compound con un solo arrollamiento inductor en serie tiene un interruptor tripolar, una de cuyas cuchillas conecta el equilibrador, como se ve en la figura 428. Si se ha de conectar un generador trifilar (ver pág. 612) con dos inductores serie, se necesita un interruptor cuatripolar, puesto que hay dos equilibradores (fig. 429). El amperímetro que mide la carga de un generador compound debe conectarse siempre entre el terminal del *inducido* y el borne del equilibrador (fig. 429). Si se intercala en el circuito del inductor serie, no indicará la intensidad de la corriente del generador, debido a que una parte de ésta se deriva por el equilibrador.

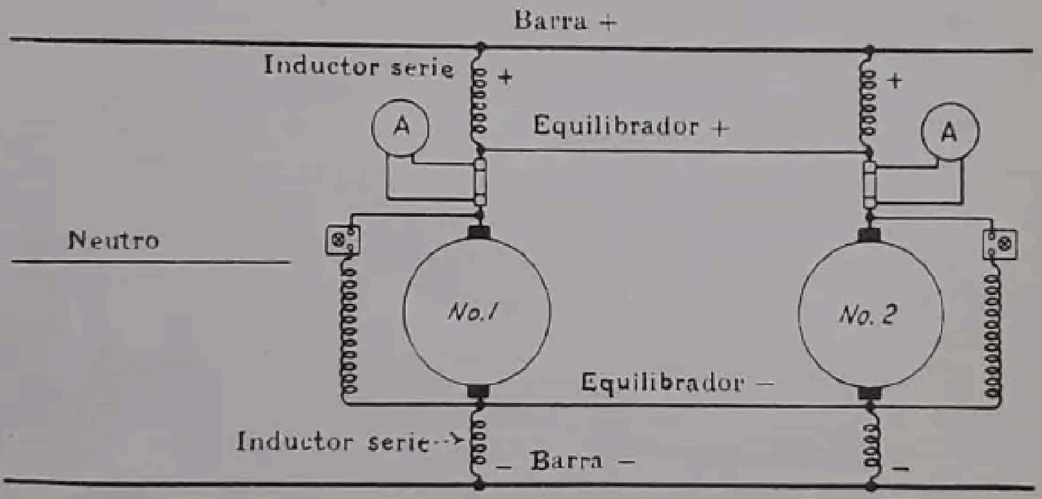


Fig. 429.—Generadores compound, provistos de dos equilibradores (la conexión del neutro se ha omitido).

Los generadores compound se ponen en servicio o se retiran del mismo de igual manera que los generadores shunt, es decir, ajustando y transfiriendo la carga por medio del reóstato del inductor shunt.

A veces, sin embargo, cuando el interruptor del generador que va a ponerse en servicio se cierra después de que la tensión de éste ha alcanzado el valor de la tensión en las barras, el generador suministra inmediatamente una energía apreciable. Observando la figura 428 se verá que las dos cuchillas de la derecha del interruptor conectan el inductor serie del generador que entra en servicio, en paralelo con los inductores serie de los otros generadores que ya están conectados a las barras. Por consiguiente, el inductor serie del generador que va a entrar en servicio toma inmediatamente corriente, y su f.e.m. aumenta sobrepasando la tensión en barras, con lo que suministra energía al circuito exterior. Si este efecto es muy acusado, debe disponerse el interruptor de manera que los dos contactos de la derecha se cierren primero, con lo que la f.e.m. del generador se hace igual a la tensión en las barras, y entonces se cierra el contacto de la izquierda.

CAPÍTULO XV

TRANSPORTE Y DISTRIBUCIÓN DE LA ENERGÍA

365. Sistemas de distribución de la energía. Actualmente, en la mayor parte de las centrales eléctricas se genera la energía, en gran escala, produciendo corriente alterna, que se transporta con este carácter. Incluso cuando se necesita atender a grandes consumos de corriente continua, como ocurre en las industrias de electrólisis, se genera casi siempre corriente alterna, que se convierte en continua en el lugar o lugares en que ha de utilizarse. Una de las razones fundamentales que hacen que el suministro de la energía eléctrica se haga en forma de corriente alterna es que los generadores de corriente alterna pueden construirse con altas velocidades de rotación y potencias nominales incluso de 200000 Kw, que son económicos tanto en su precio de venta por kilovatio, como en su sostenimiento. Debido al proceso de conmutación, es en cambio difícil construir generadores de corriente continua de potencias nominales muy superiores a los 5000 Kw, que, además, han de funcionar a velocidad reducida, lo que exige máquinas muy grandes y pesadas (véase, vol. II, cap. I, § 1). Otra razón de importancia para utilizar la corriente alterna es la posibilidad de realizar elevaciones o disminuciones de tensión con alto rendimiento, mediante transformadores, lo que permite obtener las altas tensiones que son necesarias para efectuar de manera económica y eficaz el transporte de la energía, y asimismo bajas tensiones del orden de los 2300, 600, 230 y 115 voltios, que se utilizan en los puntos de consumo.

La corriente continua ha de generarse a tensiones relativamente bajas y en dínamos de pequeña potencia, comparativamente, y no existen procedimientos que permitan económicamente elevar la tensión para el transporte o reducirla para su utilización. En la actualidad no existen sistemas industriales en corriente continua de alta tensión. El sistema Thury de corriente continua de alta tensión (pág. 499) funcionó en Francia durante algunos años, pero fué abandonado en 1937.

Actualmente sólo se utilizan distribuciones en corriente continua en los barrios antiguos de un reducido número de grandes ciudades. Este sistema se emplea principalmente como extensión de antiguas redes que no pueden transformarse con facilidad en distribuciones con corriente alterna sin realizar gastos prohibitivos. Sin embargo, en estas mismas ciudades las nuevas extensiones de las redes se hacen ordinariamente con corriente alterna, empleándose generalmente redes de baja tensión.

En las distribuciones antiguas de energía eléctrica, la elección de la corriente continua para las distribuciones en los barrios comerciales de las ciudades grandes obedecía fundamentalmente a la importancia básica de garantizar la continuidad del servicio y la corriente continua permitía el empleo de baterías de acumuladores de reserva que podían conservarse fácilmente y ponerse inmediatamente en servicio sin interrumpir el suministro. Las baterías de acumuladores se pueden también utilizar como reguladoras de la tensión. Los motores de corriente continua, además, se adaptan admirablemente para el accionamiento de los ascensores y de las máquinas que constituyen una parte importante de los consumos de fuerza de las poblaciones.

Otras ventajas de la corriente continua son la ausencia de efectos de inducción y de capacidad, que se producen con la corriente alterna, así como de las pérdidas por corrientes parásitas en las cubiertas de los cables y del efecto Kelvin en los conductores subterráneos, lo que permite emplear conductores macizos de gran sección.

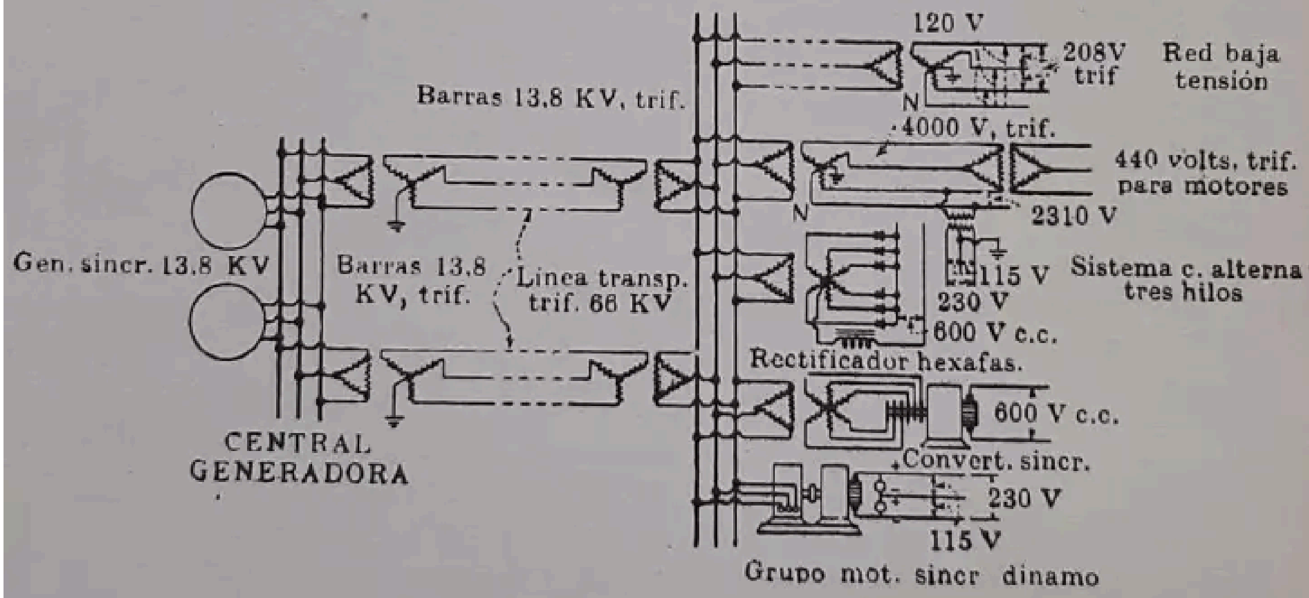

120 V
208V trif
Red baja tensión
Barras 13.8 KV, trif.
N
4000 V, trif.
440 volts, trif. para motores
N
2310 V
Gen. sincr. 13.8 KV
Barras 13.8 KV, trif.
Linea transp. trif. 66 KV
115 V
230 V
Sistema c. alterna tres hilos
600 V c.c.
Rectificador hexafas.
600 V c.c.
CENTRAL GENERADORA
Convert. sincr.
230 V
115 V
Grupo mot. sincr dinamo

FIG. 430. — Instalación típica de producción y distribución de energía.

366. Generación y distribución de la energía. Casi toda la energía que actualmente se utiliza empleando corriente continua se obtiene mediante aparatos convertidores a partir de las amplias distribuciones en corriente alterna. En la figura 430 se muestra este caso referido a una distribución típica, en la que no se han considerado los detalles, como los aparatos de medida, interruptores y conmutadores. El estudio de las conexiones en los sistemas trifásicos, así como de las tensiones, se realiza en el volumen II, especialmente en el capítulo XIII (véase también vol. II, § 1). La central generadora (fig. 430) puede ser térmica o hidráulica. Dos generadores síncronos trifásicos, acoplados en paralelo, suministran la energía a dos barras a 13,8 Kv (13800 voltios). La tensión se eleva mediante transformadores hasta 66 Kv para el transporte y en la subcentral se rebaja de nuevo a 13,8 Kv para su distribución. La tensión de 66 Kv utilizada para el transporte, aunque es típica, se indica solamente a título de ejemplo, ya que se emplean normalmente otras, como las de 110, 132, 164 y 220 Kv, según la distancia a que ha de transportarse la energía, el costo y otros factores [1].

Como predominan actualmente las distribuciones con corriente alterna, se han indicado dos sistemas típicos de la misma a partir de la subcentral; la red de baja tensión en la que la tensión se rebaja desde los 13800 voltios a 208/120 voltios en sistema trifásico y cerca del centro de gravedad de las cargas, conectándose las lámparas y otros receptores a 120 voltios entre uno de los conductores activos del sistema trifásico y el neutro, y los motores trifásicos a 208 voltios entre dos de las fases.

En el segundo sistema de corriente alterna, la tensión de 13800 voltios se reduce a 4000 voltios y se distribuye en sistema trifásico. La tensión entre un hilo activo y el neutro N es de 2310 voltios, y los transformadores con relación de 10 a 1 conectados entre una fase y el neutro dan 230/115 voltios en un sistema trifásico. Para el suministro a los motores, los transformadores reductores de tensión se conectan entre fases a 4000 voltios y dan 230, 440 y 575 voltios en red secundaria trifásica, señalándose en la figura el segundo caso.

Hay también tres métodos normales para convertir la corriente alterna en continua. Los convertidores de mercurio de 6 ánodos rectifican la corriente alterna dando corriente continua a 600 voltios, después de haber reducido la tensión alterna al valor conveniente en transformadores. La corriente continua a 600 voltios se utiliza ordinariamente para tranvías eléctricos o para procesos de electrólisis. También se incluye en la figura un convertidor síncrono, máquina rotatoria que transforma la corriente alterna, una vez que se ha rebajado su tensión en transformadores hasta el valor conveniente, en corriente continua. En la figura se indica también que esta última es de 600 voltios, pero los convertidores síncronos se utilizan corrientemente para obtenerla a la tensión de 230 voltios. Finalmente figura en el esquema un grupo constituído por un motor síncrono, acoplado a un generador de corriente continua, para la conversión de la corriente alterna en continua a 230 voltios. Aunque se emplean normalmente los tres sistemas, es más favorable la utilización del rectificador cuando ha de obtenerse corriente alterna a 600 voltios o más, debido a su mayor rendimiento y menor peso.

367. La tensión y el peso del conductor. *El peso del conductor varía en razón inversa del cuadrado de la tensión*, a igualdad de potencia transmitida, distancia y pérdidas.

---

[1] Estos datos de tensiones, como otros que posteriormente se citan en el texto, se refieren a los normalmente utilizados en los Estados Unidos. En España, las tensiones están normalizadas fijándose sus valores aconsejables en los reglamentos correspondientes.

Si se trata de transportar la potencia P a la tensión V_1 y con intensidad I_1, siendo R_1 la resistencia de los conductores, tendremos

$$I_1 = \frac{P}{V_1}$$

La potencia perdida será,

$$P_1 = I_1^2 R_1$$

Si suponemos que la tensión aumenta hasta V_2, manteniendo constantes la potencia, la distancia y las pérdidas, la intensidad de la corriente será

$$I_2 = \frac{P}{V_2}$$

La potencia perdida será

$$P_2 = I_2^2 R_2 = P_1.$$

y, por lo tanto,

$$I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2.$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{(P : V_2)^2}{(P : V_1)^2} = \frac{V_1^2}{V_2^2}. \qquad (373)$$

Es decir que la resistencia del conductor varía en razón *directa* del cuadrado de la tensión. Pero el volumen o el peso del conductor varía, para una longitud dada, en razón inversa de la resistencia. Si los pesos de cobre en uno y otro caso son W_1 y W_2, tendremos en fin

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{V_2^2}{V_1^2}. \qquad (374)$$

Por lo tanto, como se dijo, *el peso del conductor varía en razón inversa del cuadrado de la tensión*, cuando no varían la potencia, la distancia y las pérdidas.

Si se *duplica* la tensión del sistema, podrá reducirse a una *cuarta parte* el peso del conductor, si las otras magnitudes se mantienen invariables.

Ejemplo. Se transportan 50 Kw a una distancia de 75 m (ida y vuelta 150 m) y a 110 voltios, con un conductor de 240 mm². Determinar: (*a*) la potencia perdida; (*b*) la potencia perdida para tensión de 220 voltios.

(*a*) Intensidad de la corriente

$$I_1 = \frac{50\,000}{110} = 454{,}5 \text{ amperios.}$$

La resistencia del conductor es de 0,07 ohmios/Km, y por tanto la del cable considerado

$$0{,}07 \cdot 150 : 1\,000 = 0{,}0105 \text{ ohmios}$$

Las pérdidas son

$$0{,}0105 \cdot 454{,}5^2 = 2168 \text{ vatios}$$

$$(b)\ I_2 = \frac{50\,000}{220} = 227{,}3 \text{ amperios.}$$

Las pérdidas son

$$0{,}0105 \times 227{,}3^2 = 542 \text{ vatios.}$$

Las pérdidas en el caso (*b*) son la cuarta parte de las del (*a*). Por lo tanto, con un cable de 60 mm², que pesa exactamente la cuarta parte que el de 240 mm² del caso (*a*), se transportaría en el caso (*b*) la misma potencia a la misma distancia y con las mismas pérdidas que en el (*a*).

368. Relación entre la distancia y el peso del conductor. *El peso de los conductores varía en razón inversa del cuadrado de la distancia,* cuando la potencia transportada, la tensión y las pérdidas son constantes. Sean V voltios y P vatios, la tensión y potencia transportada por dos líneas. Supongamos que la intensidad de la corriente, la resistencia y la longitud del conductor sean en una de las líneas I_1 amperios, R_1 ohmios y l_1 unidades de longitud, y en la otra I_2, R_2 y l_2. Si $\mathcal{V}_1$ y $\mathcal{V}_2$ son los volúmenes de los conductores en los dos sistemas, ρ su resistividad y A_1 y A_2 sus secciones transversales respectivas, se tendrá

$$R_1 = \rho \frac{l_1}{A_1} \text{ ohmios y } R_2 = \rho \frac{l_2}{A_2} \text{ ohmios.} \tag{I}$$

Como la tensión V, potencia P y pérdidas de potencia I^2R son iguales en las dos líneas

$$I_2 = I_1 \quad ; \quad I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2$$

de donde tendrá que ser $R_1 = R_2$, o sea

$$\rho \frac{l_1}{A_1} = \rho \frac{l_2}{A_2} \tag{II}$$

y como

$$A_1 = \frac{\mathcal{V}_1}{l_1} \quad \text{y} \quad A_2 = \frac{\mathcal{V}_2}{l_2} \tag{III}$$

substituyendo en (II) y ordenando

$$\frac{\mathcal{V}_2}{\mathcal{V}_1} = \frac{l_2^2}{l_1^2} \tag{375}$$

relación que se cumplirá para los pesos, ya que son proporcionales a los volúmenes si el material del conductor no varía.

369. Sección de los conductores. En los transportes y en las distribuciones de energía por corriente continua, deben tenerse en cuenta cuatro factores cuando se determina la sección del conductor.

1. Los conductores deben ser capaces de transportar la corriente sin recalentarse.

Este aspecto tiene importancia especial en las instalaciones en interiores cuando existe peligro de incendio. Las tablas de intensidades de corriente admisibles para los conductores figuran en los apéndices G e I (págs. 639 y 641).

2. La caída de tensión en el extremo de la línea correspondiente al receptor debe mantenerse dentro de límites razonables. Esto tiene particular interés cuando se trata de alimentar lámparas de incandescencia.

3. Los conductores deben tener una resistencia mecánica suficiente. Reviste importancia esta cuestión cuando los cables se apoyan en postes. No es aconsejable utilizar conductores de sección inferior a 10 mm^2 para líneas aéreas.

4. Debe considerarse el aspecto económico del problema. Al aumentar la sección del conductor se aumenta el costo de instalación, pero se pierde menos energía en el transporte. Debe elegirse el tipo de conductor para el cual resulte un mínimo la suma del importe de las pérdidas de energía más el interés del coste de la instalación. Las consideraciones establecidas en 1, 2 y 3 pueden modificar el resultado obtenido.

DISTRIBUCIÓN A POTENCIAL CONSTANTE

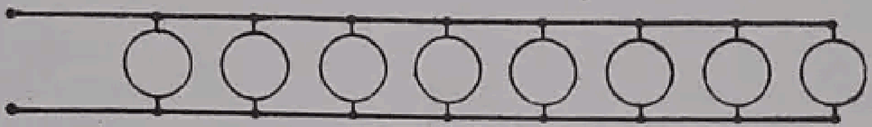
370. Tensiones de distribución. Una tensión comprendida entre 110 y 120 voltios se ha comprobado que es la más conveniente para las lámparas de incandescencia. Su valor no llega a ser peligroso para las personas. Los filamentos de las lámparas de incandescencia para tensiones muy superiores a 120 voltios son tan largos y su sección ha de ser tan pequeña, que resultan frágiles. Sería aconsejable, desde el punto de vista del filamento, utilizar una tensión más baja, pero ello implicaría la necesidad de aumentar el peso de cobre. Por ello se han tomado las tensiones de 110 a 120 voltios como normales para las instalaciones de alumbrado y de usos domésticos, por ser las más convenientes cuando se tienen en cuenta todos los factores que intervienen en el problema. La tensión de 600 voltios es la que ordinariamente se utiliza para las tomas aéreas de corriente de los transportes urbanos, porque no llega a ofrecer dificultades de explotación y aporta una considerable economía de cobre si se la compara con otros sistemas a tensiones más bajas. Actualmente se emplean las tensiones de 1200, 2400 y aun 3000 voltios a la corriente continua de las líneas aéreas para ferrocarriles eléctricos, pero sólo para las grandes líneas y no para las urbanas o de interés local.

371. Cargas distribuídas. Por los cables de alimentación (feeders) se transporta la energía en bloque desde las barras ómnibus hasta los puntos de consumo, en los que se distribuye la energía a los consumidores mediante líneas de distribución. En los cables de alimentación, por consiguiente, la carga se concentra casi totalmente en su extremo, si bien, en ocasiones, existen uno o dos centros de consumo intermedios (véanse figs. 31 y 32, págs. 56 y 57). En las líneas de distribución, en cambio, las cargas se distribuyen con más o menos uniformidad, como se indica en las figuras 431 (*a*), (*b*) y (*c*), que se refieren al caso de alimentación de lámparas de incandescencia.

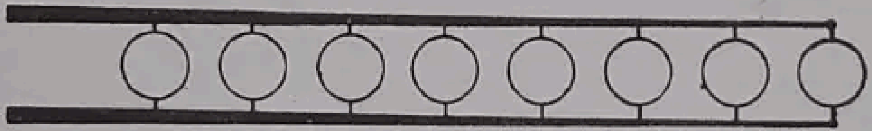
Los conductores pueden ser de sección uniforme en toda su longitud (fig. 431, *a*), sistema que se emplea cuando los conductores son cortos y la caída de tensión reducida.

El mínimo peso de cobre para una caída de tensión dada se obtiene cuando la sección del conductor varía de una manera uniforme, tomando una forma cónica como en la figura 431 (*b*).

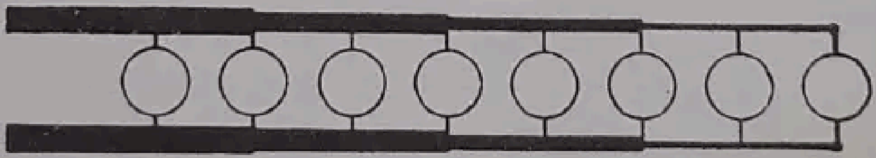
Como no es posible en la práctica hacer el conductor de sección uniformemente decreciente, ésta se reduce por escalones, de manera que cada tramo sea de sección constante, que pasa bruscamente a una sección menor en el tramo siguiente, y así sucesivamente, como en la figura 431 (*c*). Como regla general debe recordarse que la *densidad* de corriente debe ser la misma en todos los tramos. Por ejemplo: si el primer tramo es de $16\ \text{mm}^2$ y circulan por él 240 amperios, suponemos que por el segundo tramo han de pasar 150 amperios; deberá ser, por lo tanto, de sección de $(150 : 240) \cdot 16 = 10\ \text{mm}^2$. Como es lógico, se utilizan para cada tramo los conductores normalizados de sección más próxima superior a la obtenida.



(a) Sección uniforme de cobre



(b) Conductor cónico



(c) Conductor de sección variable

FIG. 431.—Sección de los conductores de las líneas principales o de distribución.

372. Sistemas de alimentación. Para conseguir que un grupo de lámparas funcione a una misma tensión sin excesivo gasto de cobre, suele emplearse el sistema *antiparalelo* o *de retorno* (fig. 432, *a*). Los dos conductores terminan en extremos opuestos del grupo de receptores. Este sistema permite que todas las lámparas trabajen sensiblemente a la misma tensión, aun cuando se experimente una caída importante en los conductores de alimentación.

El inconveniente del sistema de retorno es que requiere una longitud de conductor vez y media mayor que en los sistemas normales. Este inconveniente se solventa a menudo repartiendo la carga de la manera indicada en la figura 432 (*b*), sistema llamado de *espiral abierta.* Cuando se encienden o se apagan grandes grupos de lámparas simultáneamente, como en los teatros y auditoriums, es posible frecuentemente colocar las lámparas con esta disposición.

La espiral puede cerrarse por los extremos dando origen al denominado *bucle cerrado* (fig. 432, *c*).

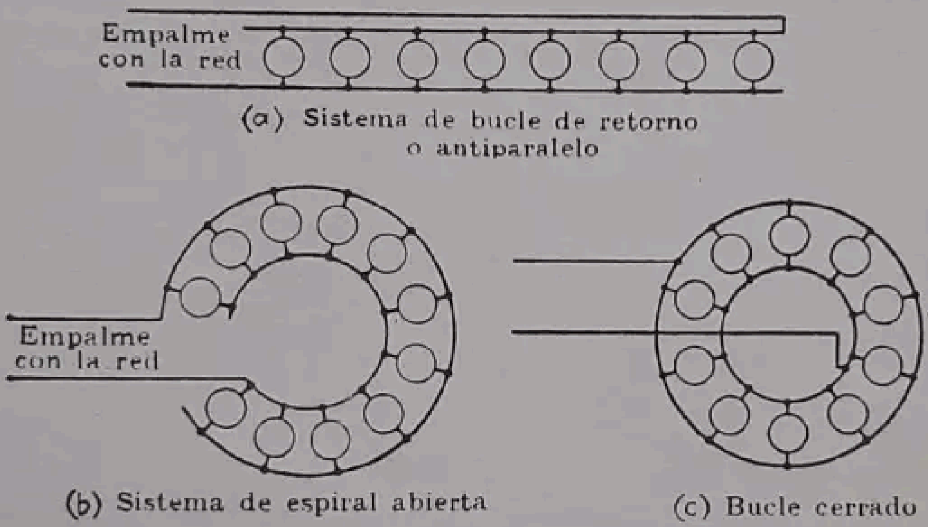

Empalme con la red
(a) Sistema de bucle de retorno o antiparalelo
Empalme con la red
(b) Sistema de espiral abierta
(c) Bucle cerrado

FIG. 432.—Sistemas de alimentación.

373. Sistema serie-paralelo. Al duplicar la tensión de un sistema se reduce el peso del cobre a una cuarta parte de su valor inicial. Si las lámparas de 115 voltios se disponen de modo que estén acopladas en series de dos lámparas, como en la figura 433, el sistema puede funcionar a 230 voltios. La sección de cobre será entonces la cuarta parte de la requerida con la distribución a 115 voltios. Las desventajas evidentes del sistema serie-paralelo son que las lámparas han de tener un solo interruptor para cada dos de ellas, y que si una lámpara se funde, su compañera se apaga. También, las dos lámparas en serie han de estar a la misma tensión y circular por ellas igual intensidad de corriente. Es evidente que este sistema es inadaptable a las instalaciones domésticas de alumbrado a 115 voltios.

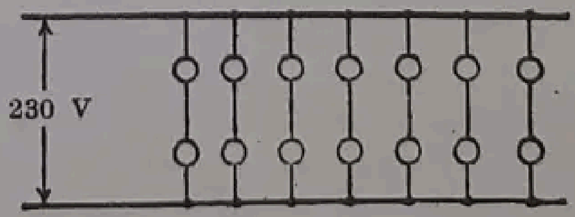


FIG. 433.—Sistema serie-paralelo.

SISTEMA TRIFILAR DE EDISON

374. Ventajas del sistema trifilar de Edison. Los inconvenientes del sistema serie-paralelo pueden eliminarse instalando un tercer conductor, el *neutro*, entre los otros dos conductores, siendo esta disposición uno de los inventos de Edison. La disposición del neutro hace que todas las lámparas queden sometidas aproximadamente a la misma tensión de 115 voltios. La ventaja que representa el aumento de tensión de disminuir el peso de cobre queda asegurada con el empleo de este sistema. Si no existiese el neutro, el sistema sería de 230 voltios y requeriría la cuarta parte de cobre del equivalente a 115 voltios. Si suponemos que el neutro del sistema de Edison es de la misma sección que los dos conductores exteriores, el peso total de cobre del sistema Edison es de $^{3}/_{8}$ o sea el 37,5 % del que requiere el sistema a 115 voltios para igual potencia en los receptores. Por lo tanto, la economía de cobre es de 62,5 %. En la práctica, el neutro puede hacerse de menor sección que los dos hilos activos, con lo que la economía de cobre puede superar el 62,5 %.

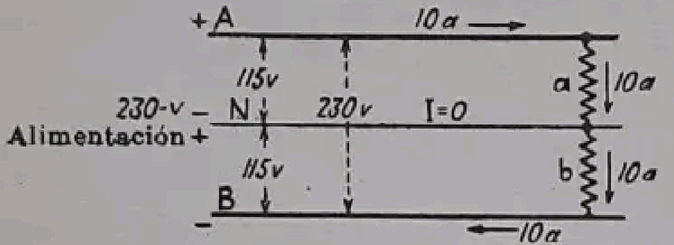
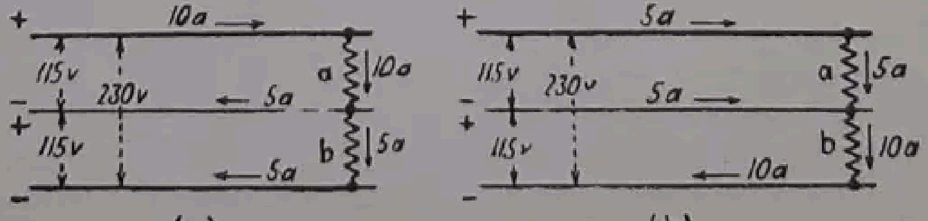


FIG. 434. — Sistema trifilar de Edison; cargas equilibradas.

El esquema general del sistema, cuando está equilibrado, es el que representa la figura 434. La tensión entre los dos conductores activos *A* y *B* se mantiene a 230 voltios, siendo *A* el positivo y *B* el negativo. Un tercer conductor *N* se mantiene a una diferencia de potencial de 115 voltios con relación a cada uno de los otros dos. Por consiguiente, *N* debe ser negativo con relación a *A* y positivo con respecto a *B*. Es decir que la corriente tiende a circular de *A* a *N* y de *N* a *B*.

Otra ventaja del sistema es que pueden utilizarse dos tipos de tensión. El de 115 voltios se presta mejor para las lámparas y aparatos domésticos, mientras que el de 230 voltios es preferible para los motores.

375. Cargas equilibradas y desequilibradas. La figura 434 indica lo que acontece cuando la carga es la misma en ambos lados del sistema. Cada uno de los dos receptores *a* y *b* absorbe 10 amperios. Los 10 amperios absorbidos por *a* pasan por *b* y vuelven atrás hacia el generador por el conductor *B*, lo que equivale a un sistema serie-paralelo porque las dos cargas son iguales y están en serie. En este caso, las cargas están equilibradas y la corriente en el neutro es nula.



(a) (b)

FIG. 435. — Sistema trifilar desequilibrado.

La figura 435 (*a*) representa lo que ocurre cuando la carga *a* del lado positivo del sistema es igual a 10 amperios, y la carga *b* del lado negativo es sólo de 5 amperios. En este caso, el exceso de 5 amperios de la carga *a* retorna por el neutro hacia el generador. Existe, pues, una corriente de 5 amperios en el neutro que se dirige al generador.

En la figura 435 (*b*), la carga *b* es de 10 amperios, mientras que la *a* es solamente de 5 amperios. En este caso, los 5 amperios de exceso deben *salir* del generador por el neutro. Como se ve, la corriente en el neutro puede circular en uno o en otro sentido según qué carga sea la mayor. Por lo tanto, si se intercala un amperímetro en el neutro, debe tener el cero en el centro de la escala. Además, se observará que el neutro transporta la *diferencia* entre las corrientes absorbidas por las dos cargas. En la práctica se disponen las cargas de manera que estén casi equilibradas. Un desequilibrio de un 10 %, es decir, una corriente en el neutro del 10 % de la que circula por los conductores activos, es lo que suele admitirse en las instalaciones grandes, mientras que, en las pequeñas, el desequilibrio alcanza a veces el 25 %. La corriente en el neutro es, por lo regular, mucho menor que la que circula por los otros conductores y puede emplearse con seguridad un conductor mucho menor. Es práctica corriente en este sistema la de poner el neutro a tierra.

376. Efecto que produce la interrupción del neutro. En la práctica, es muy conveniente que el neutro de los sistemas trifilares no se interrumpa *nunca*. La razón de ello queda patentizada con el ejemplo que sigue.

La figura 436 representa dos grupos de lámparas alimentadas por una línea trifilar. El grupo montado en el lado positivo comprende 6 lámparas que absorben 2 amperios cada una, o sea un total de 12 amperios. El grupo montado en el lado negativo es de 4 lámparas de 2 amperios cada una, lo que da una carga total de 8 amperios. La tensión aplicada a cada grupo es de 115 voltios, de manera que la resistencia del primer grupo montado en el lado positivo es

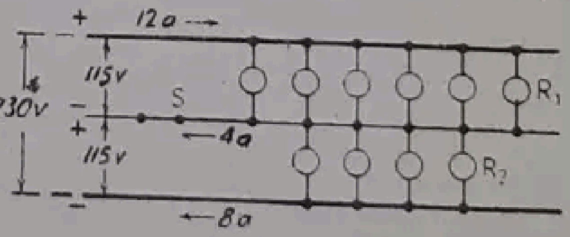


FIG. 436. — Efecto producido por la interrupción del neutro en un sistema trifilar equilibrado.

$$R_1 = \frac{115}{12} = 9{,}58 \text{ ohmios}$$

y la resistencia del segundo grupo, del lado negativo, es

$$R_2 = \frac{115}{8} = 14{,}38 \quad \text{ohmios.}$$

Si se interrumpe el neutro en *S*, las dos resistencias R_1 y R_2 están en serie y deben absorber la misma corriente. La resistencia total es $R = R_1 + R_2 = 23{,}96$ ohmios. La tensión aplicada es ahora de 230 voltios, de manera que la corriente será

$$I = \frac{230}{23{,}96} = 9{,}60 \text{ amperios.}$$

La tensión aplicada a R_1 será

$$V_1 = 9{,}60 \cdot 9{,}58 = 91{,}96 \text{ voltios}$$

y a R_2

$$V_2 = 9{,}60 \cdot 14{,}38 = 138{,}04 \text{ voltios.}$$

Se ha supuesto que la resistencia de las lámparas es invariable. Se observará, sin embargo, que el grupo mayor de lámparas funciona a tensión muy reducida, lo que produce una notable disminución de su potencia lumínica, y que el grupo menor trabaja a una tensión considerablemente mayor que la nominal, lo que da origen a que las lámparas se fundan en poco tiempo.

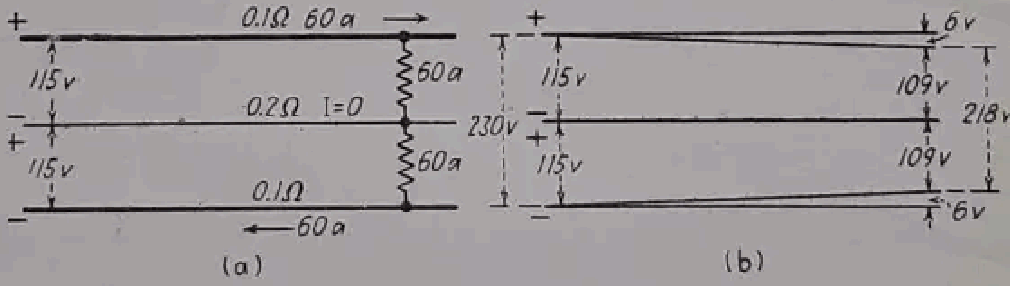


FIG. 437.—Caída de tensión en un sistema trifilar con cargas equilibradas.

Por este motivo, casi siempre se pone a tierra el neutro de los sistemas trifilares y, cuando se emplean cortacircuitos, rara vez afectan el neutro. También, en los edificios modernos y en los tendidos de las casas no se emplean fusibles para el neutro.

377. Desequilibrio de tensiones. La tensión en los dos circuitos de un sistema trifilar puede desequilibrarse considerablemente si las cargas correspondientes son desiguales.

En la figura 437 (*a*) tenemos 60 amperios en cada uno de los circuitos del sistema. La resistencia de cada uno de los conductores activos es 0,1 ohmios y la del neutro de 0,2 ohmios. La tensión entre los dos conductores activos es 230 voltios.

Como las dos cargas son iguales, no circula corriente alguna por el neutro y, por lo tanto, la caída de tensión en cada uno de los conductores activos es

$$e = 60 \cdot 0{,}1 = 6{,}0 \text{ voltios.}$$

La tensión aplicada a cada una de las dos cargas es de 109 voltios. No hay caída de tensión en el neutro, porque no transporta corriente. En la figura 437 (*b*) se incluye la curva de distribución de la tensión.

Supongamos ahora que la carga es de 100 amperios en el lado positivo y de 20 amperios en el negativo (fig. 438, *a*), es decir, del mismo número total de amperios que en el caso de la figura 437.

La caída de tensión en el conductor positivo es

$$e_1 = 100 \cdot 0{,}1 = 10 \text{ voltios}$$

y en el neutro

$$e_2 = 80 \cdot 0{,}2 = 16 \text{ voltios.}$$

La tensión aplicada a la carga del circuito positivo es

$$V_1 = 115 - 10 - 16 = 89 \text{ voltios}$$

La caída de tensión en el conductor negativo vale

$$e_2 = 20 \cdot 0{,}1 = 2 \text{ voltios}$$

y la tensión aplicada a la carga del circuito negativo

$$V_2 = 115 - 2 + 16 = 129 \text{ voltios.}$$

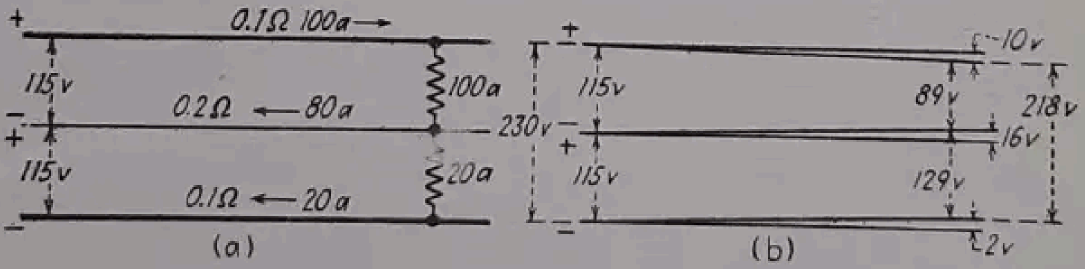


FIG. 438. — Desequilibrio de tensiones en un sistema trifilar con cargas desequilibradas.

Hay, pues, en este caso una diferencia de 40 voltios entre las tensiones de los dos circuitos del sistema.

En estas condiciones, la tensión aplicada a la carga del circuito negativo es *mayor* que la aplicada al circuito negativo en el extremo del sistema correspondiente al generador. Este aumento de tensión desde el generador al receptor se debe al sentido de la caída de tensión en el neutro. La figura 438 (*b*) explica gráficamente este caso. Obsérvese en las figuras 437 (*b*) y 438 (*b*) que la tensión para los conductores activos es la misma, de 218 voltios, debido a que la intensidad de corriente es la misma en los dos casos.

Cuando se conectan motores a un sistema trifilar, se empalman generalmente entre los dos cables activos y no entre uno de ellos y el neutro, con el fin de que no se produzcan desequilibrios de tensión. En realidad, las empresas suministradoras no permiten en general que se empalmen al neutro motores de más de un caballo.

MÉTODOS PARA OBTENER UN SISTEMA TRIFILAR

Existen varios métodos para conseguir un sistema trifilar.

378. Método de los dos generadores. Dos generadores shunt pueden acoplarse en serie, como en la figura 439. El terminal positivo de uno se conecta con el negativo del otro generador; es decir, los generadores están en serie entre los conductores activos. Los dos generadores deben estar acoplados a la misma máquina motriz. Cuando se conectan de este ~~modo~~, cada uno de los generadores alimenta solamente la carga de la línea de su propio lado. El inconveniente evidente de este método es que requiere dos generadores separados.

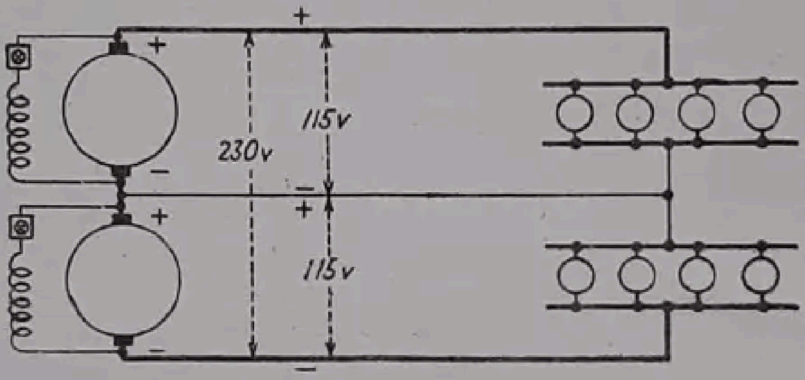


FIG. 439.—Sistema trifilar, alimentado por dos generadores.

379. Batería de acumuladores. Se puede instalar una *batería de acumuladores* entre los dos conductores exteriores, como en la figura 440. El neutro se empalma al punto medio de la batería. Cuando la carga no está equilibrada, la mitad de la batería que corresponde al lado que soporta mayor carga se descargará, mientras que la otra mitad estará en carga. Supongamos por el momento que no se produzcan pérdidas en la batería. De los 10 am-

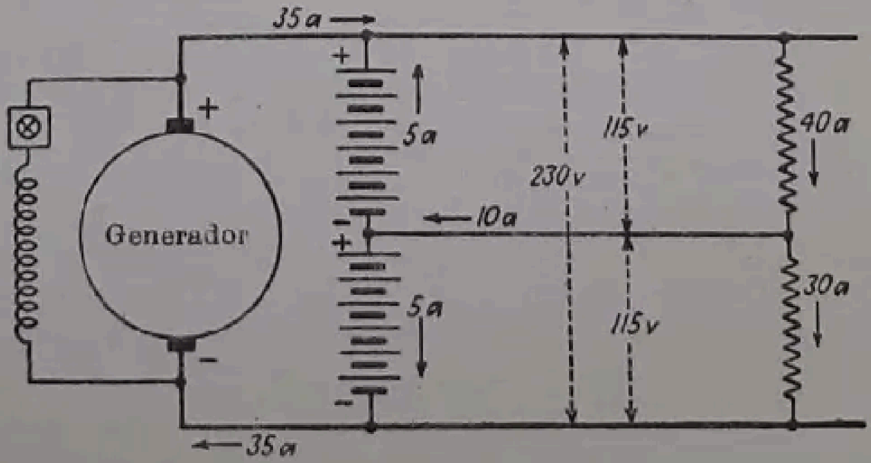


FIG. 440.—Batería de acumuladores para obtener un neutro en un sistema trifilar.

perios que retornan por el neutro, 5 se dirigen al conductor positivo a través de la mitad superior de la batería, y los otros 5 amperios se dirigen al conductor negativo a través de la mitad inferior de la batería. La mitad positiva de la batería está, por consiguiente, en descarga y, según la fórmula (44) (pág. 62), su tensión terminal disminuye. Como la tensión total entre extremos de la batería se supone que se conserva constante, la tensión terminal en la mitad negativa aumenta y, según la fórmula (52) (pág. 67), esta media batería estará en carga. En realidad y debido a las pérdidas en la batería, pasa más corriente por la mitad negativa de la batería que por la positiva, y la corriente suministrada por el generador debe aumentar a 35 amperios, como lo comprueba el caso del grupo equilibrador (§ 380) y el problema 770 (pág. 787). Por consiguiente, para el funcionamiento de este sistema, las tensiones, con respecto al neutro, han de desequilibrarse cuando pasa corriente por él. Debido a su costo de instalación y de conservación, se usan muy poco las baterías de acumuladores exclusivamente para conseguir un hilo neutro. Sin embargo, en las centrales con baterías auxiliares y distribución a tres hilos, puede accidentalmente proporcionarse de esta forma un neutro al sistema.

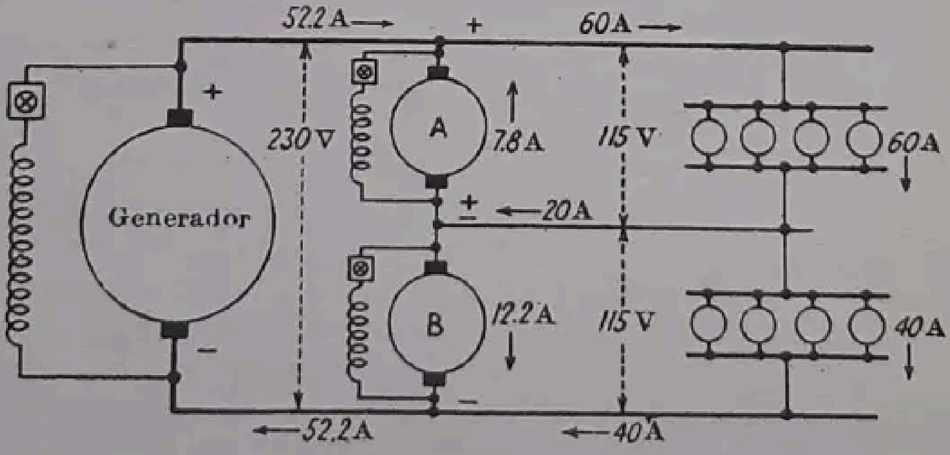


Fig. 441.—Grupo equilibrador para obtener un neutro en un sistema trifilar.

380. Grupo equilibrador. El grupo equilibrador es el medio que usualmente se utiliza para las distribuciones con neutro. Consiste en dos dínamos acopladas mecánicamente, que se montan en serie entre los conductores activos, empalmando el neutro a su terminal común, como en la figura 441. Cuando no se produce desequilibrio de corriente o es muy débil, ambas dínamos trabajan como generadores. Con cualquier desequilibrio apreciable, una dínamo funciona como motor y arrastra la otra que funciona como generador y suministra una parte de la corriente desequilibrada.

La acción de este grupo puede comprenderse mejor con una analogía hidráulica, que se representa en la figura 442. Mediante el canal *A* se suministra agua, la que cae en el canal *B* y puede utilizarse para producir un trabajo. No se necesita toda esta agua en el otro salto *D* entre el canal *B* y el cauce *C*. Una parte del agua que no se necesita en *D* pasa a *C* a través de la turbina representada en la figura, la que está acoplada a una bomba centrífuga, instalada entre *B* y *A*. El paso de agua a través de la turbina hace que una parte del agua del canal *B* se eleve de nuevo al canal *A*, mediante la bomba, lo que permite utilizarla de nuevo. La turbina corresponde a la dínamo *B* (fig. 441), que funciona como motor, y la bomba a la dínamo *A*, que hace de generador.

Si en el caso de la figura 442 se requiriese mayor cantidad de agua, entre los canales *B* y *C*, de la que puede suministrar el vertedero de *A*, la bomba puede actuar como turbina y la turbina trabajar como bomba. Una parte del excedente de agua que se necesita en *D* será suministrada por la máquina de arriba, que trabajará como turbina y descargará en *B*. De este modo, la máquina de arriba arrastra la de abajo haciéndola trabajar como bomba. Esta última eleva entonces agua de *C* a *B*, suministrando la cantidad supletoria de agua que se necesita en *D*. Este caso corresponde al de un exceso de carga en el lado negativo del sistema de la figura 441.

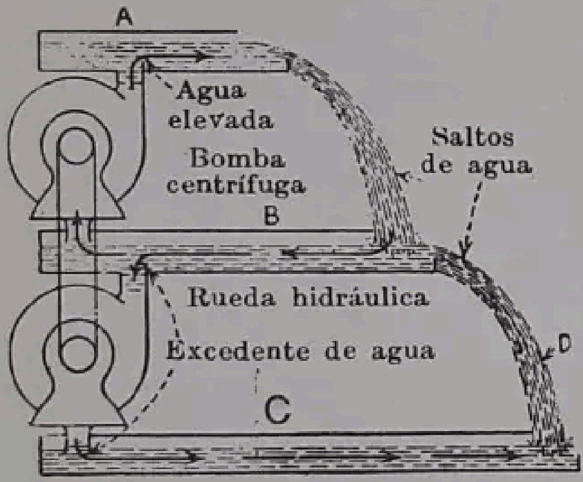


FIG. 442.—Rueda hidráulica que actúa de manera análoga a los equilibradores.

Si en las condiciones de la figura 441 se presenta un exceso de carga en el lado positivo del sistema, como se indica al considerar una corriente de 20 amperios en el neutro, 12,2 de estos amperios circularán por el motor y le suministrarán energía al mismo tiempo que se origina una caída de tensión en el circuito a 115 voltios. El motor entonces obliga el generador a suministrar 7,8 amperios al lado positivo de la línea. Esta distribución de la corriente tiene lugar de la manera siguiente:

Supongamos que cada una de las dínamos *A* y *B* da un rendimiento del 80 %. Sea I_1 la corriente generada en la dinamo *A*, e I_2 la corriente absorbida por la dínamo *B* trabajando como motor. La potencia útil del generador será $0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}64$ veces la potencia absorbida por el motor. Suponiendo que las tensiones sean iguales (en realidad estarán ligeramente desequilibradas) tendremos

$$115\, I_2 \cdot 0{,}64 = 73{,}6\, I_2 = 115\, I_1$$
$$I_1 + I_2 = 20.$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones

$$I_1 = 7{,}8 \text{ amperios} \qquad I_2 = 12{,}2 \text{ amperios}.$$

Las máquinas responderán más rápidamente, en caso de cargas desequilibradas, si los inductores están cruzados, es decir, si el inductor del motor está conectado al lado generador del sistema, y si la excitación del generador está conectada en el lado motor. Si un generador ha de suministrar una corriente adicional, se producirá una caída de tensión entre sus terminales, o bien aumentará su f.e.m. inducida. Para que un motor pueda admitir más carga, o la tensión entre terminales debe subir o su f.e.m. debe descender. El exceso de carga en el lado positivo del sistema (fig. 441) tiende a reducir el campo de la dínamo *A* y a aumentar el de la dínamo *B*, efectos que son contrarios a los que se desean. Si el campo del generador se alimenta en el lado motor de la línea, el aumento de tensión aumenta la excitación del generador y la f.e.m. inducida, y, por lo tanto, la tensión entre terminales no necesita caer tanto para compensar las corrientes desequilibradas. Un sistema mucho mejor es, sin embargo, el disponer, en las dos dínamos, excitación en serie. Los inductores serie deben conectarse de modo que la dínamo que actúa como generador lo haga como compound acumulativo y la que lo hace como motor, como compound diferencial. Si, por ejemplo, la carga mayor se produce en el lado positivo del sistema, la f.e.m. de esta máquina, que actúa como generador, aumenta por la acción del inductor serie. Por otra parte, la f.e.m. de la máquina correspondiente al lado negativo, que actúa como motor, disminuye por la acción del inductor serie. Por consiguiente, la máquina dispuesta en el lado positivo puede funcionar como generador y la del lado negativo, como motor, sin que se produzcan variaciones en la tensión en terminales. Cuando la carga mayor actúa en el lado negativo, se deduce que la máquina situada en este lado debe ser compound acumulativa en su función de generador y la otra actuar como motor compound diferencial, y el sistema puede funcionar sin que las diferencias de tensión con respecto al neutro se desequilibren.

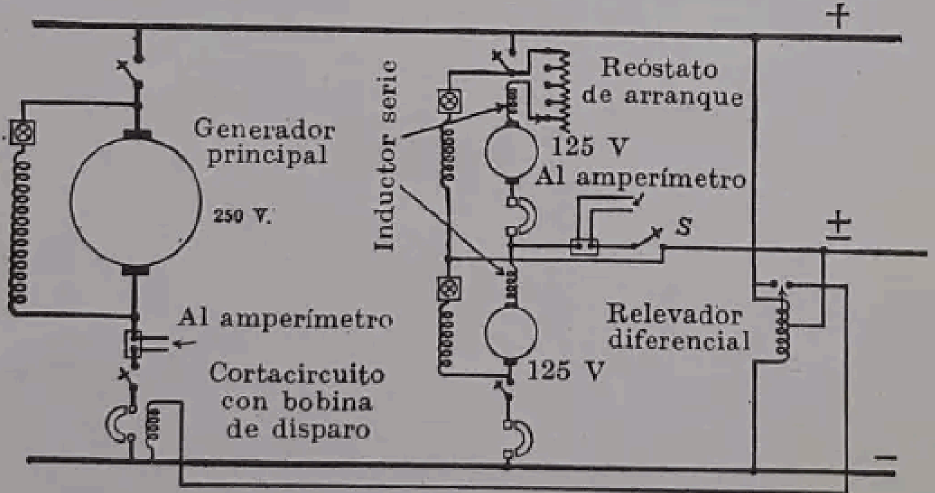
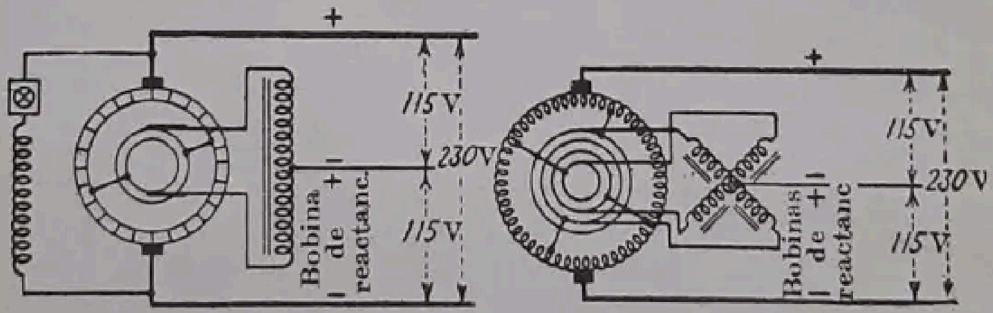


FIG. 443. — Conexiones en un sistema trifilar con grupo equilibrado.

La figura 443 indica las conexiones normales para un grupo equilibrador con inductores serie. Las dínamos arrancan en serie, con el interruptor *S* del neutro abierto y los inductores shunt, en serie entre los terminales de la línea. Cuando han adquirido velocidad suficiente se cierra el interruptor *S*. Si las tensiones en los dos lados del sistema son muy diferentes, las corrientes en las dos mitades del relevador diferencial quedan desequilibradas. Este relevador cierra entonces el circuito del electroimán de enganche del cortacircuitos principal del generador, con lo que se abre el circuito principal del generador, aunque *su* carga no sea excesiva. Con ello se protegen los aparatos conectados entre los dos conductores activos y el neutro, contra la posibilidad de que queden sometidos a una tensión inadecuada.

381. Generador trifilar. El generador trifilar, o método de Dobrowolsky, es muy eficaz para obtener un neutro. Sus detalles pueden comprenderse mejor cuando se han estudiado las corrientes alternas y los convertidores síncronos. El principio de este método es el siguiente: en el inducido de un generador de corriente continua se genera una corriente alterna, como se explicó en el capítulo XI (pág. 398). Si se utilizan anillos colectores, el generador produce corriente alterna. Se conecta a los anillos una bobina arrollada sobre un núcleo de hierro, que tendrá una elevada autoinducción y ofrecerá mucha impedancia al paso de la corriente alterna. El centro de esta bobina de reactancia está en el centro eléctrico de gravedad de las tensiones generadas en el inducido. Además, la reactancia ofrece muy poca resistencia al paso de la corriente continua. Por lo tanto, si el neutro se conecta al centro de esta bobina, la tensión entre él y una cualquiera de las escobillas será la misma. Además, las corrientes que retroceden por el neutro no pueden penetrar fácilmente en el inducido a través de la reactancia. En todos los casos, la corriente continua se divide en partes iguales en las dos mitades del arrollamiento de la reactancia, por cuanto no hay corriente continua de imanación del hierro.



(a) (b)

FIG. 444. — Generador trifilar y sus conexiones (método de Dobrowolsky).

Las conexiones de un generador de este tipo se representan en la figura 444 (*a*). Algunas veces, para obtener un mayor equilibrio, se emplean dos y aun tres bobinas de reactancia. Todas tienen sus neutros conectados en un punto común, como en la figura 444 (*b*). En ciertas ocasiones, las bobinas de reactancia se instalan dentro del inducido. Esta disposición requiere sólo un anillo, pero aumenta el peso del inducido.

El sistema trifilar de Edison puede ampliarse a los de cuatro, cinco, seis y siete hilos (véase fig. 404, pág. 551). Las complicaciones y el número de conductores son obstáculos que se oponen al empleo extensivo de estos sistemas multifilares. La corriente continua se emplea mucho en instalaciones aisladas, especialmente en industrias en las que es conveniente o imprescindible el utilizarla, como en las electroquímicas, las que emplean motores de velocidad variable, etc. Los sistemas de distribución son, en esencia, iguales que los de uso general, pero en escala mucho menor.

382. Sistema de distribución con corriente continua. En los distritos muy poblados en los que se emplea corriente continua, el sistema de distribución se constituye en una red a la que se conectan los centros de consumo. En la figura 445 se incluye un diagrama lineal típico. La red se alimenta por distintos puntos, llamados *nudos*, por cables de alimentación, o feeders, directamente conectados a las barras de la subcentral. Los nudos están constituídos por una caja de conexiones que contiene unas barras a las que se conectan los cables principales, ordinariamente con fusible.

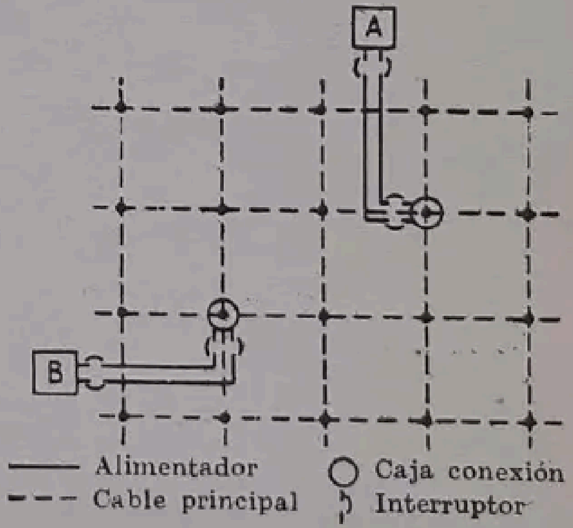


Fig. 445. — Red de distribución de corriente continua.

En la figura 445, dos cables de alimentación enlazan cada subcentral, *A* y *B*, a una caja de conexiones (o de maniobra), incluyéndose un desconectador en los extremos de los cables correspondientes a la subcentral y a la caja de maniobra. Debido a la necesidad de que el servicio sea continuo, los desconectadores no disparan por una simple sobrecarga, sino solamente cuando se produce una avería en el propio cable. Un sistema para producir el disparo consiste en tender cables de mando, similares a los piloto (fig. 446), para accionar los interruptores. Un fallo en el cable da origen a una derivación de la corriente a tierra en los hilos piloto, que hace saltar los dos interruptores.

Para poder mantener las tensiones de estos nudos con el valor requerido se tienden cables pilotos directamente hasta el voltímetro de la central. Por medio de un interruptor de cuadrante, el operador puede leer en un mismo aparato las tensiones en los distintos nudos. La figura 446 representa la sección transversal de un cable concéntrico de 1000000 de cir-mils (500 mm^2). Los conductores exteriores e interiores son los hilos activos del sistema trifilar de Edison. El neutro es ordinariamente un cable separado, de sección mucho menor, o bien un cable de gran sección, que sirve como neutro común de varios cables principales o de alimentación. Los tres hilos pilotos se conectan respectivamente a cada uno de los dos conductores activos y al neutro en el punto de alimentación. Si el operador se da cuenta de que la tensión es demasiado baja en el punto de alimentación, conecta un alimentador a las barras de tensión más elevada. En estos alimentadores se puede producir una gran caída de tensión, porque no se toman derivaciones en puntos intermedios.

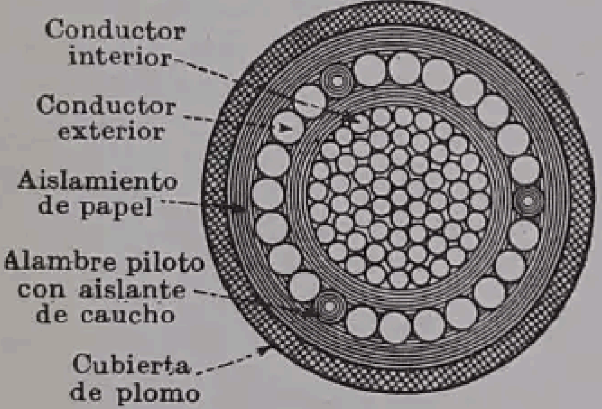


FIG. 446.—Sección transversal de un cable concéntrico de 507 mm² a 250 V.

En la práctica, las caídas de tensión que se toleran normalmente son las siguientes: En los cables de alimentación, del 5 al 10 %; en los cables principales de distribución, 3 %.

383. Potencia máxima en un cable de alimentación. En el § 50 (pág. 63) se demostró que la potencia máxima que puede suministrar una batería corresponde al caso en que su resistencia interna sea igual a la exterior del circuito. En estas condiciones, la caída de tensión en el interior de la batería es igual a la tensión entre sus terminales. Esta misma regla es aplicable a cualquier manantial de potencial constante que alimente una carga concentrada a través de una resistencia fija. Consideremos un alimentador de corriente continua o una línea de transporte alimentada por barras de tensión constante. La resistencia de la línea es constante. Cuando se aplica una carga a su extremo, la corriente I aumenta y la tensión V en dicho extremo disminuye, como se demuestra en el § 44 (pág. 55). La potencia suministrada es VI. Esta potencia aumentará siempre que I aumente más rápidamente que lo que disminuya V. Cuando la tensión en la extremidad V es igual a la mitad de la del generador, el valor de VI es máximo. Una mayor disminución de la resistencia de la carga hace que la tensión V decrezca más rápidamente que aumenta I, y la potencia, por lo tanto, disminuye para nuevos aumentos de I. Esta relación se pone de manifiesto en el diagrama de la figura 447. El ejemplo que sigue aclara estos conceptos.

Ejemplo. Una central eléctrica suministra 60 Kw a receptores situados a 830 m (ida y vuelta 1,66 Km) por medio de un alimentador de dos conductores de 85 mm² de cobre cuya resistencia es de 0,235 ohmios por Km. La tensión en las barras de la central se mantiene constante a 600 voltios. Determinar: (*a*) la intensidad de la corriente; (*b*) la tensión en los receptores; (*c*) el rendimiento del transporte; (*d*) la potencia máxima que puede transportarse; (*e*) la intensidad de corriente máxima que puede suministrarse.

(*a*) Resistencia total $R = 1{,}66 \cdot 0{,}235 = 0{,}39$ ohmios.

Siendo I la intensidad de la corriente y V la tensión en los receptores:

$$60\,000 = VI \qquad \text{(I)}$$

$$V = 600 - 0{,}39\,I \qquad \text{(II)}$$

Eliminando V entre (I) y (II)

$$60\,000 = (600 - 0{,}39I)I$$

$$0{,}39I^2 - 600I + 60\,000 = 0 \qquad \text{(III)}$$

y dividiendo la (III) por 0,39

$$I^2 - 1\,538I + 153\,800 = 0 \qquad \text{(IV)}$$

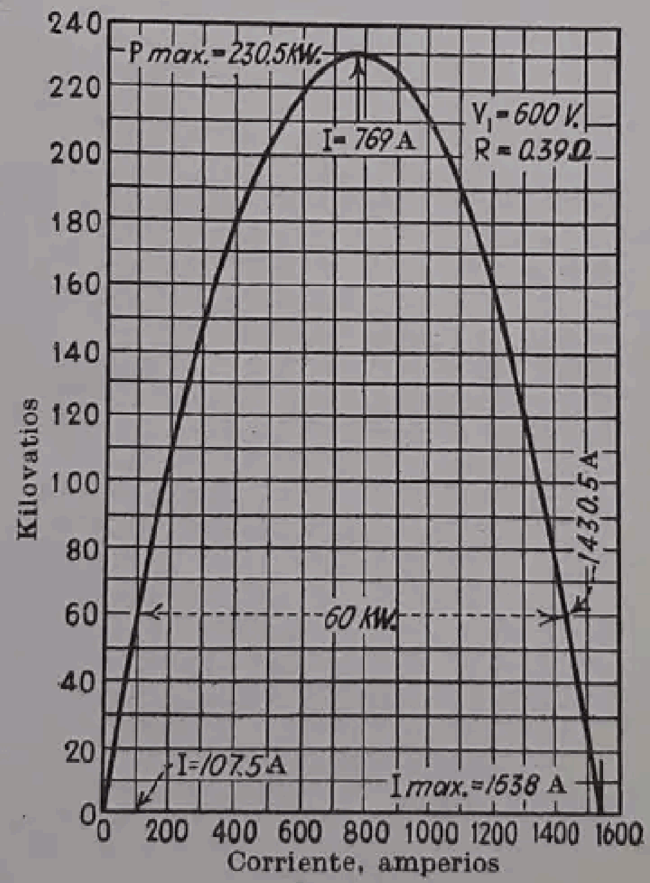


FIG. 447.—Diagrama potencia-corriente de un alimentador.

Esta ecuación de segundo grado tiene dos raíces. Por lo tanto, hay dos valores de la intensidad de la corriente que satisfacen las condiciones fijadas. Estos dos valores son los que resultan de resolver la ecuación precedente por medio de la expresión general de las raíces de la ecuación de segundo grado.

$$I = \frac{1\,538 \pm \sqrt{1\,538^2 - 4\,153\,800}}{2} = 769 \pm 661{,}5 = 1\,430{,}5 \text{ ó } 107{,}5 \text{ amperios.}$$

Aunque ambos valores resuelven las ecuaciones (I) y (II) se toma el menor porque el otro da un rendimiento demasiado bajo. Por lo tanto,

$$I = 107{,}5 \text{ amperios}$$

(*b*) $V = 600 - 0{,}39 \cdot 107{,}5 = 558{,}1$ voltios

$$P = 558{,}1 \cdot 107{,}5 = 60\,000 \text{ vatios} = 60 \text{ Kw}$$

$$(c) \text{ Rendimiento } \eta = \frac{558{,}1}{600} = 0{,}93 \text{ ó } 93 \text{ por } 100.$$

(*d*) Repitiendo las ecuaciones (I), (II), (III) y (IV) con la potencia representada por P,

$$P = VI = (600 - 0{,}39I)I, \; 0{,}39I^2 - 600I + P = 0 \qquad \text{(V)}$$

de la cual se deduce

$$I = 769 \pm 1{,}6 \sqrt{230\,700 - P}.$$

Si la potencia P excede de 230 700 vatios, la cantidad subradical es negativa y la raíz es imaginaria, por lo que el valor de I viene dado por una expresión compleja, que indica que la solución es imposible. Por consiguiente, el valor máximo que puede tener P es de 230 700 vatios = 230,7 Kw.

Teniendo en cuenta que, en tal caso, el radical es cero, las dos raíces de la ecuación se igualan. Por lo tanto, la corriente I tiene un solo valor igual a 769 amperios (véase la fig. 447).

La tensión en los receptores es

$$V = 600 - 769 \cdot 0{,}39 = 600 - 300 = 300 \text{ voltios.}$$

En este caso, la mitad de la potencia se pierde en la línea y el rendimiento es de 50 %, lo que corresponde al caso similar de las pilas y baterías (pág. 63).

El valor de la potencia máxima se determina más rápidamente por el cálculo diferencial. Sea V_1 la tensión de las barras, V la tensión en los receptores, I la intensidad de la corriente, r la resistencia total de la línea, y P la potencia utilizable. Tendremos,

$$V = V_1 - Ir$$
$$P = VI = V_1 I - I^2 r.$$

Igualando a cero la primera derivada de esta ecuación obtenemos

$$\frac{dP}{dI} = V_1 - 2Ir = 0$$

o sea

$$Ir = {}^1/_2\, V_1$$

y

$$V = V_1 - Ir = V_1 - {}^1/_2 V_1 = {}^1/_2\, V_1. \qquad (376)$$

(*e*) La corriente adquiere su máximo valor cuando los receptores están en corto circuito. Es decir

$$I = \frac{600}{0{,}39} = 1\,538 \text{ amperios.}$$

La potencia suministrada a los receptores debe ser, en este caso, nula si se considera que la tensión en los mismos es cero.

Para acabar de comprender las relaciones entre potencia y voltaje se ha de examinar la figura 447. Se toman como abscisas del diagrama los valores de la intensidad de la corriente y los de la potencia como ordenadas. Se consideran distintos valores de la intensidad, que se substituyen en la ecuación (V), que se resuelve con relación a P. La potencia debe anularse cuando la intensidad es cero (tensión V máxima) y cuando la tensión se anula (intensidad de corriente máxima). Claro está que para cualquier valor dado de la potencia, excepto el máximo, existen dos valores distintos para la corriente. La potencia máxima es 230,7 Kw y corresponde a la corriente de 769 amperios. En este punto, las dos raíces de la ecuación de segundo grado se igualan. En la práctica, la potencia transmitida es ordinariamente una pequeña parte de la potencia máxima, como se puede ver por la posición del punto de los 60 Kw sobre la curva (fig. 447).

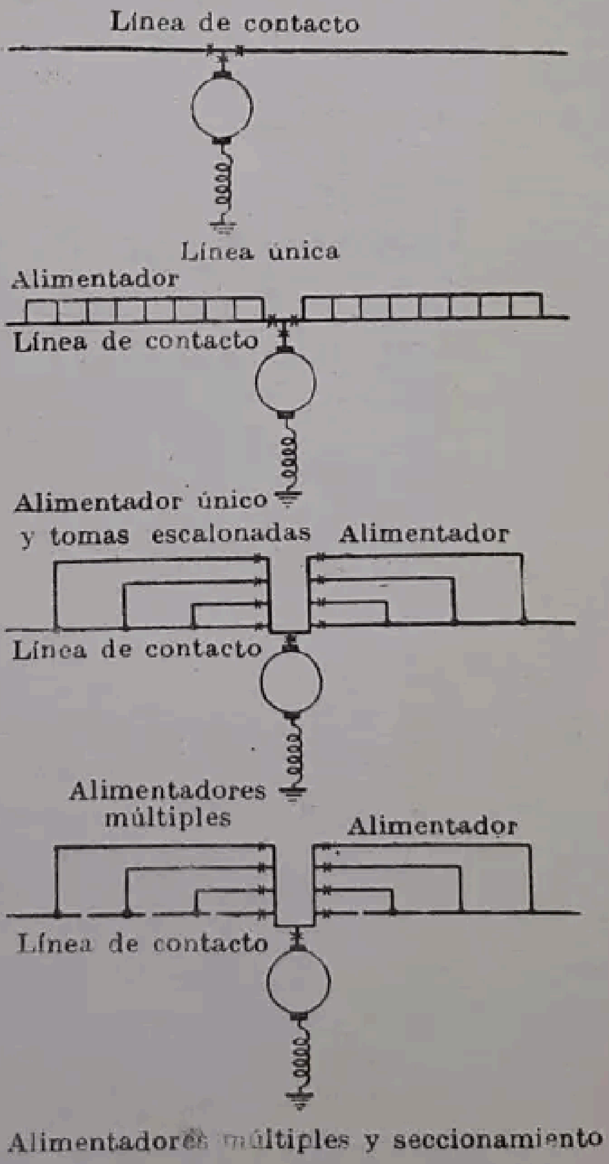


FIG. 448.—Métodos para alimentar una línea de trole.

La otra raíz de la ecuación (IV), $I = 1\,430{,}5$, se halla también sobre la curva en la segunda intersección con la horizontal correspondiente a la potencia de 60 Kw.

384. Distribución para los servicios de tracción eléctrica. Los generadores de los ferrocarriles eléctricos son generalmente de tipo compound, con el inductor serie en el lado negativo. El terminal negativo suele conectarse directamente a tierra o a la vía a través de un interruptor. El terminal positivo alimenta la línea de toma de corriente a través de un amperímetro, un interruptor y un cortacircuito.

Para líneas cortas, con poco tráfico, basta la línea de contacto para hacer llegar la corriente hasta el coche, como en la figura 448 (1). Pero aparte de estas instalaciones reducidas, la línea de contacto o toma de corriente no tiene sección suficiente para transportar la potencia requerida, manteniendo al mismo tiempo una caída de tensión que esté dentro de los límites convenientes. Como la sección de la línea de contacto está limitada por el tamaño de la garganta de la rueda de trole, no se puede aumentar lo necesario. Igual resultado que aumentando la sección del cable de toma se obtiene instalando un alimentador, en paralelo y conectando con él de trecho en trecho, como se ve en la figura 448 (2). Éste es el llamado *sistema escalonado* de alimentación. El conjunto del hilo de contacto y del alimentador puede considerarse como un solo conductor.

Cuando la densidad de tráfico hace necesario disponer varios alimentadores, se obtienen mejores resultados conectándolos como indica la figura 448 (3). Cada alimentador se protege con un cortacircuitos.

Los inconvenientes de los métodos que anteceden son que una perturbación en cualquier punto de la línea aérea, debida a una tierra, por ejemplo, perturba todo el sistema. En las ciudades en las que el tránsito es muy denso, no puede admitirse el peligro de que toda la red quede paralizada porque se haya producido una tierra en un punto cualquiera. Por lo tanto, la línea de toma de corriente se secciona, como en la figura 448 (4), dividiéndola en secciones aisladas, cada una de las cuales se alimenta independientemente. Una avería en una sección no repercute fácilmente en las otras. Esta mayor seguridad se obtiene a expensas de un menor rendimiento en el empleo de cobre, porque los alimentadores no pueden ayudarse mutuamente. En los sistemas precedentes, este apoyo mutuo era realizable.

En (4) cuando la rueda del trole pasa sobre el trozo aislado que separa dos secciones, es necesario que el conductor del coche ponga el combinador en el punto neutro, para después llevarlo rápidamente de nuevo a la posición de máxima velocidad. Si el combinador se dejara en la posición de plena marcha, aun con una pequeña diferencia de tensión entre las dos secciones, se produciría el paso por los motores de una intensa corriente momentánea, debido a que la diferencia entre la tensión entre terminales y la f.e.m. inducida.es pequeña, y un pequeño cambio en uno de ellos produce una variación relativamente grande en su diferencia. A menos de introducir una resistencia en el circuito del inducido, se producirá una gran variación de corriente. [Véase fórmula (353), pág. 525.]

Los precedentes métodos de suministrar fuerza a los sistemas de trole se aplican también a los sistemas de trolebús, a los de tercer rail, así como a la electrificación de ferrocarriles con corriente continua.

385. Electrólisis debida a las corrientes de tierra. Muchos ferrocarriles eléctricos y tranvías utilizan la vía como conductor de retorno de la corriente absorbida por el coche. Las corrientes de retorno no circulan únicamente por los carriles, sino que, extendiéndose por el suelo, siguen los caminos de menor resistencia, por los cuales pueden volver al terminal negativo del generador de la central. Estas corrientes al extenderse por el terreno siguen, como caminos de menor resistencia, las tuberías de agua, de gas y las cubiertas protectoras de los cables, como se indica en la figura 449. El hecho de que penetren y circulen estas corrientes por ellos no es perjudicial. Sin embargo, estas corrientes deben forzosamente abandonar esas tuberías, etc., como se indica en *a* (fig. 449). Al abandonarlas, tienden a arrastrar metal de las cañerías al electrólito que las rodea, lo que da origen en definitiva a una corrosión de las tuberías. Para aminorar los efectos de la electrólisis se han ideado varios medios. Los dos que han dado mayor resultado son los siguientes: (*a*) Procurar que el circuito de retorno tenga la menor resistencia posible. Esto se logra con buenas uniones y empleando colectores (feeders) de retorno aislados, es decir, cables gruesos de cobre que parten de distintos puntos de la vía y los enlazan con las barras negativas de la central. En la figura 449 se indica cómo las uniones defectuosas pueden dar lugar a que la corriente abandone la vía para derivarse a las cañerías. En muchas ciudades de los Estados Unidos se establece que la caída total de tensión en el retorno por tierra no ha de exceder de 10 a 15 voltios. (*b*) Dificultar el paso de la corriente por las cañerías disponiendo en ellas juntas aislantes.

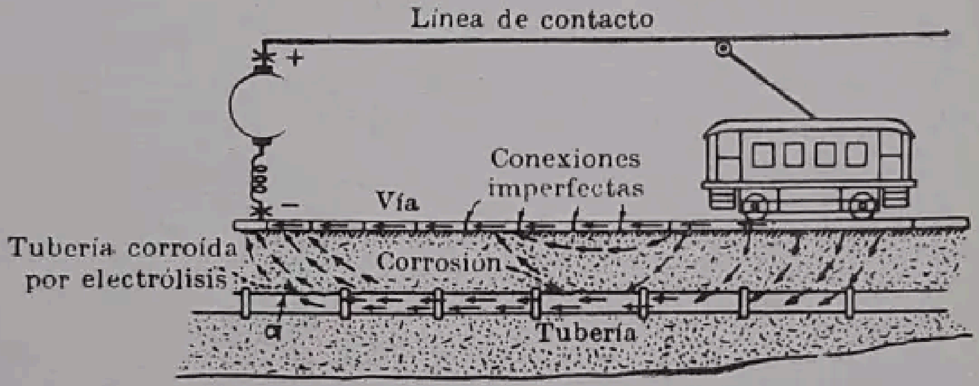


FIG. 449.—Electrólisis producida por las corrientes vagabundas.

Para el estudio de la corrosión electrolítica, se utiliza ordinariamente el sistema de medir la diferencia de potencial que existe entre los carriles y las conducciones de agua (en una boca de incendio). La magnitud de esta tensión indica aproximadamente la intensidad de la corriente que debe estar circulando entre una y otra, y la polaridad cuál es el camino que sigue la corriente. Por ejemplo, si la vía es positiva con relación a la canalización es que la corriente va de la primera a la segunda.

UTILIZACIÓN DE LAS BATERÍAS DE ACUMULADORES EN LOS SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

386. Servicio de reserva. En el § 365 (pág. 596) se ha hecho resaltar la necesidad de mantener la continuidad del servicio en las redes urbanas. Para asegurarla se instalan baterías tampón de gran capacidad entre las barras ómnibus positivas y negativas y el neutro. Con estas baterías se atiende asimismo a una brusca e intensa demanda de energía. Se conectan directamente a las barras ómnibus sin intercalar en el circuito fusibles, cortacircuitos ni otros dispositivos de interrupción. Estas baterías deben ser capaces de suministrar corriente de muy gran intensidad, por lo menos durante un corto período de tiempo. Las mayores baterías que se construyen se destinan para este servicio, habiéndose instalado una capaz de suministrar 37 000 amp. a barras ómnibus a 250 voltios, durante diez minutos. Para que la batería pueda descargarse cuando sea preciso, es necesario, si la tensión en las barras ómnibus es constante, aumentar la f.e.m. generada por la batería. El procedimiento que se utiliza más corrientemente para regular la descarga de las baterías, en estas condiciones, es la instalación de reductores de carga y descarga [(conexión y desconexión de acumuladores terminales (§ 391)].

Las baterías han de cargarse mediante grupos motor-generador separados, después de desconectarlas de las barras ómnibus, o desde estas mismas barras y con el auxilio de un generador elevador de tensión. Los generadores shunt se adaptan perfectamente para la carga de baterías, pero requieren un constante manejo del reóstato de campo. En la actualidad se emplean mucho, debido a la constancia de la tensión generada, los generadores con polos de desviación (pág. 505). El número de acumuladores utilizados para los servicios de reserva es, en general, de 150, lo que, para 2,15 voltios por elemento, permite obtener 322,5 voltios en total, lo que hace posible una descarga intensa sin que la tensión en los terminales descienda hasta un valor demasiado bajo.

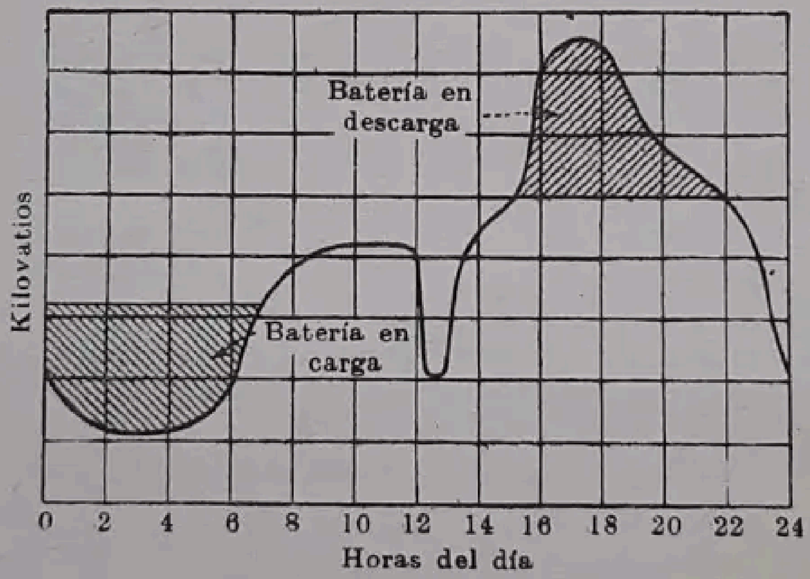


Fig. 450. — Batería que compensa la curva de consumo de una central.

Los gastos periódicos de las baterías de reserva son relativamente reducidos y se instalan en los barrios industriales de las ciudades donde existe espacio disponible. Por ello se emplea el tipo de placas Faure, ya que permiten una descarga intensa y son de pequeño tamaño.

387. Regulación de la demanda. Existen instalaciones de corriente continua que han de alimentarse por una dínamo, un convertidor síncrono o un rectificador, en las que la garantía de continuidad del servicio justifica la instalación de baterías tampón para casos accidentales. Además, las baterías ayudan a absorber las fluctuaciones de la carga, lo que reduce la potencia necesaria para la instalación, que, en caso contrario, deberá ser suficiente para responder a las demandas de punta; esto es, cuando la carga supera el valor promedio, la batería descarga y suministra el exceso sobre éste. Cuando la demanda es inferior al promedio, se carga la batería.

Por ejemplo, la figura 450 representa una curva típica de demanda de una central. Desde después de la medianoche hasta las seis de la mañana, la carga es relativamente baja, ya que, en su mayor parte, la produce únicamente la iluminación de las calles, unos pocos consumos comerciales, ventiladores y bombas y pequeñas demandas para la iluminación de residencias y comercios. Esta parte del diagrama constituye lo que se llama el *valle* del consumo. Inmediatamente después de las seis de la mañana, la carga empieza a crecer rápidamente, debido a que se inician las actividades en la ciudad y comienzan los servicios urbanos de transporte (si los alimenta el sistema), así como las demandas comerciales e industriales.

Entre las doce y la una de la tarde se produce otro valle perfectamente perceptible, por corresponder a las horas de comer. La punta de carga de la tarde se origina entre las cinco y las seis, especialmente en invierno, cuando se superponen las demandas de alumbrado con las industriales y de tracción. La pequeña carga de la noche la producen, en su mayor parte, las demandas familiares y otros alumbrados.

La relación de la carga media a la máxima es el *factor de carga*, y es evidente que hay que desear que éste sea grande.

Ejemplo. Una estación produce 192 000 Kwh por día, y su carga máxima es 20 000 Kw. Determínese el factor de carga diario.

$$\text{Carga media} = \frac{192\,000}{24} = 8000 \text{ Kw.}$$

$$\text{Factor de carga} = \frac{8\,000}{20\,000} = 0{,}40, \text{ o sea el } 40\,\%.$$

Teóricamente, cuando se trata de centrales de corriente continua, la batería tampón se descarga durante las puntas de carga y se carga cuando se producen los valles (fig. 450). Sin embargo, aun cuando se haya instalado una batería tampón, no resulta económico este proceso, porque el ahorro en la potencia de los generadores no viene compensado debido al desgaste más rápido de la batería, producido por la serie repetida de cargas y descargas. Por otra parte, las baterías sólo se emplean en un número reducido de instalaciones aisladas para suavizar la curva de consumo, como se indica en la figura 450. También, las baterías tampón acopladas a las barras pueden absorber las pequeñas fluctuaciones de la carga, pero en este caso las cargas y descargas son tan limitadas que no producen desgaste sensible de la batería.

388. Servicios de socorro para alumbrado y fuerza. La instalación de baterías por ciertos consumidores, con objeto de asegurar el servicio cuando su interrupción puede originar serios perjuicios, se ha generalizado mucho. En muchos estados y municipios de los Estados Unidos, se exigen estas instalaciones, en disposiciones legales, para hospitales, almacenes, teatros y otros lugares de concurrencia pública. Estos servicios de socorro son totalmente automáticos, poniéndose en servicio la batería para alimentar los circuitos de alumbrado en cuanto se produce un corte en el suministro normal. Las baterías se cargan de manera continua, especialmente mediante rectificadores.

En muchas industrias y procesos de manufactura, las interrupciones en el suministro de energía eléctrica causan graves perjuicios, instalándose entonces baterías de socorro. Cuando se necesita corriente alterna, es frecuente suministrarla mediante una dínamo shunt, que actúa como motor y acciona un motor síncrono de corriente alterna, que actúa como generador. En condiciones normales, el motor síncrono acciona la dínamo y ésta carga la batería.

389. Regulación por resistencia. Al regular la carga absorbida de un generador conectado a las barras, es necesario variar su f.e.m. inducida haciendo variar la corriente excitatriz. No es posible regular así la f.e.m. de una batería de acumuladores. Un método para regular la energía suministrada por una batería es mantener su tensión con valor ligeramente superior a la de las barras e intercalar una resistencia en serie con la batería, como se indica en la figura 451. Regulando esta resistencia, se puede variar la energía suministrada por la batería. Este método tiene la desventaja de que se pierde energía y se produce una caída de tensión en la resistencia, que varía con la carga. Aun con carga constante, la resistencia debe regularse en ocasiones para que compense la caída de la f.e.m. de la batería durante la descarga.

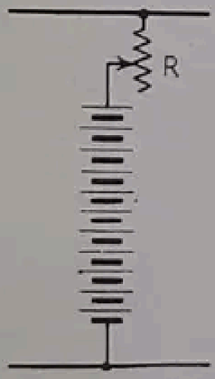


FIG. 451. — Regulación de la descarga de una batería con una resistencia en serie.

Ejemplo. Se desea descargar una batería de acumuladores compuesta de 115 elementos, con f.e.m. de 2,1 voltios y resistencia interna de 0,001 ohmios cada uno, sobre unas barras a 220 voltios, de modo que la corriente suministrada por la batería sea de 100 amperios. Determinar el valor que debe darse a la resistencia en serie.

F.e.m. total de la batería = $115 \cdot 2,1 = 241,5$ voltios.

Tensión en las barras de la central = 220 voltios.

Resistencia de la batería = $115 \cdot 0,001 = 0,115$ ohmios.

Si R es la resistencia que debe agregarse

$$100 = \frac{241,5 - 220}{0,115 + R}; \quad 100\,R = 21,5 - 11,5 = 10$$

de donde

$$R = 0,10 \text{ ohmios.}$$

390. Elementos de fuerza contra-electromotriz. Es característico de los acumuladores, ya sean de placas de plomo o del tipo alcalino, que cuando se cargan, la tensión entre terminales no cambia mucho aun variando ampliamente el valor de la corriente de carga. Este principio se utiliza para regular la corriente suministrada por una batería.

En un extremo de la batería se disponen unos pocos elementos, de manera que sus f.e.m. se opongan a la circulación de la corriente. La intensidad de la descarga se regula variando el número de estos elementos intercalados en el circuito y disponiendo un interruptor para los elementos extremos, como en la figura 452, u otro dispositivo que permita intercalar o separar dichos elementos en el circuito. Teniendo en cuenta que estos elementos no son necesarios para almacenar energía, se fabrican con placas lisas de plomo o de níquel, bañadas en un electrólito adecuado. Con los elementos de plomo se genera una f.c.e.m. de 2,25 a 2,50 voltios por cada uno y con los de níquel de unos 2 voltios. La ventaja de este método sobre el de regulación por resistencia es que la f.e.m. de oposición es prácticamente independiente de las variaciones de carga.

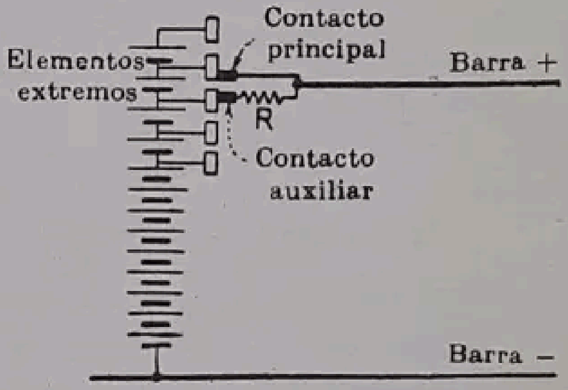


FIG. 452. – Regulación de una batería mediante reductor.

391. Regulación mediante reductor. Una batería comprende ordinariamente el número suficiente de elementos para dar una f.e.m. que exceda en un amplio margen la tensión de las barras de la central. La f.e.m. de la batería y, por consiguiente, su carga puede regularse agregando o separando elementos adicionales, que se disponen en un extremo de la batería.

Es esencial realizar la operación sin interrumpir el circuito. Con este fin se utiliza un interruptor *(reductor)* análogo al que se representa en la figura 452. El contacto principal está conectado con el contacto auxiliar a través de una resistencia R. Cuando estos contactos se desplazan desde un botón de la batería al siguiente, el contacto auxiliar mantiene las conexiones del circuito a través de dicha resistencia. Si no hubiera resistencia entre el contacto principal y el auxiliar, los elementos quedarían en corto circuito durante el período de transición. La resistencia R se determina de manera que permita el paso de la corriente normal de la batería durante la transición mencionada. En la figura 452, la posición del reductor es la que corresponde a este período de transición. Los interruptores de los elementos adicionales llegan a ser muy pesados, en las grandes instalaciones de baterías, por lo que se accionan frecuentemente por medio de un motor, lo que permite también su manejo a distancia.

Como los elementos adicionales no están continuamente en servicio, se descargan más lentamente que los elementos principales de la batería, lo que requiere un cuidado especial de cada uno de ellos durante la carga.

392. Distribución en serie. En el sistema de distribución en paralelo, los consumos son independientes entre sí. Es decir, una carga aplicada en cualquier punto no afecta ninguna de las otras cargas, siempre que no varíe la tensión. En el sistema en serie, las cargas se disponen unas a continuación de otras, de manera que por todas ellas circula la misma corriente. Por lo tanto, si se abre el circuito particular de una carga, queda interrumpida la corriente en todas ellas. Como esto no se puede admitir en la práctica, debe *ponerse en corto circuito* cualquier receptor que se quiera retirar del servicio.

Mediante las dínamos serie (§ 312, pág. 497) se obtuvo en tiempos pasados una corriente prácticamente constante, siendo las dínamos Thomson-Houston las que se utilizaron corrientemente, si bien, en la actualidad, ya no se utilizan. Hoy en día, la corriente alterna de intensidad constante se obtiene mediante transformadores de intensidad constante (vol. II, cap. VIII) y si se quiere obtener corriente continua de igual característica, se emplean rectificadores. Estos generadores de corriente de intensidad constante tienden a mantener ésta constante para cualquier valor de la carga. Resulta de ello que si se abre el circuito, se introduce una resistencia elevada, ordinariamente en el arco, y si se mantiene una corriente de intensidad constante a través de ella se produce una elevación muy importante de la tensión. Si se produce una interrupción del circuito, se alcanzarán, por lo tanto, valores peligrosamente elevados de la tensión, por lo cual las lámparas utilizadas cuando se emplean estos sistemas están protegidas por medio de un disco de papel fino entre los terminales (cortacircuitos de película). Si la lámpara se funde, la elevada tensión a que queda sometido el papel lo perfora y evita que el circuito quede abierto.

La ventaja del sistema en serie es la pequeña cantidad de cobre que requiere, debido a que solamente ha de pasar por él una corriente cuya intensidad es la demandada por un receptor. Como éstos están en serie, la tensión resultante ha de ser elevada, lo que hace que este sistema solamente sea aplicable a instalaciones exteriores, como alumbrado de calles, porque serían peligrosas estas elevadas tensiones en los edificios.

Otra ventaja importante del sistema de alumbrado en serie es que las lámparas de incandescencia, si la intensidad de la corriente es constante tienen un rendimiento luminoso elevado (del orden del 97 %) durante toda su vida, mientras que, en los sistemas de alumbrado por incandescencia a tensión constante, dicho rendimiento desciende hasta valores próximos al 79 % hacia el final de su vida prevista y seguirá aún bajando mucho más si no se reemplazan las lámparas. La energía absorbida por una lámpara de incandescencia es I^2R, y, con la continua evaporación del filamento que se produce con el uso, la resistencia R aumenta. Como en las lámparas en serie se mantiene constante I, la potencia de la lámpara y, por consiguiente, la temperatura del filamento aumentan, lo que se compensa casi con el ennegrecimiento del interior de la bombilla. Para las lámparas múltiples, la energía vale $E^2 : R$, si E es la tensión aplicada. Como R crece a medida que se reduce la sección del filamento, la potencia consumida decrece. Por consiguiente, la reducción de la tensión y el ennegrecimiento de la ampolla de vidrio actúan conjuntamente para reducir el flujo luminoso.

Existen dos métodos generales de conectar cargas en serie. En el sistema de bucle abierto (fig. 453), el circuito se conecta a las lámparas sin atender a la separación entre conductores. Este sistema economiza cobre.

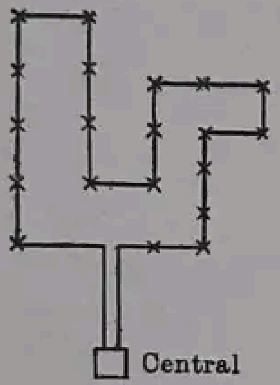


FIG. 453. — Circuito en serie de bucle abierto.

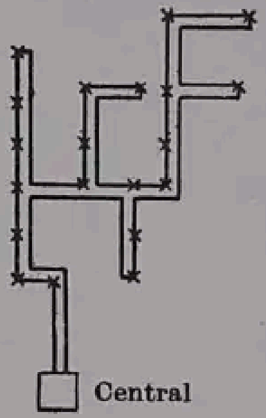


FIG. 454. — Circuito en serie de bucle paralelo.

En el sistema de bucle paralelo se prevén conductores de ida y de retorno, colocados uno junto al otro, como en la figura 454. Este sistema requiere más cobre que el otro, pero facilita la localización de averías y reduce los efectos de inducción en los circuitos próximos.

APÉNDICE A

EQUIVALENCIAS DE UNIDADES

Longitud

1 pulgada = 2,54 cm = 0,0254 m = $8{,}3333 \times 10^{-2}$ pies.
1 pie = 12 pulgadas = 30,48 cm = 0,3048 m = $1{,}8939 \cdot 10^{-4}$ millas.
1 milla = 1609 m = 5280 pies = 1,609 Km.
1 cm = 0,3937 pulg. = 0,032808 pies.
1 Km = 3281 pies = 0,6214 millas.
1 micra = 10^{-6} m = 10^{-4} cm.

Superficie

1 cir mil = 0,7854 milésimas cuadradas = $7{,}854 \cdot 10^{-7}$ pies^2 = 0,000507 mm^2.
1 pulgada cuadrada = 6,452 cm^2 = $6{,}944 \cdot 10^{-3}$ pies^2 = $1{,}2732 \cdot 10^{6}$ cir mil.
1 pie cuadrado = 144 pulg.^{2} = 929 · cm^2.
1 milla cuadrada = $2{,}788 \cdot 10^{7}$ pies^2 = 2,59 Km^2 = $3{,}098 \cdot 10^{6}$ yardas cuadradas.
1 cm^2 = 0,155 pulg.^{2} = $1{,}076 \cdot 10^{-3}$ pies^2.
1 metro cuadrado = 10,76 pies cuadrados.
1 acre = 43560 pies cuadrados = 0,4047 hectáreas.

Volumen

1 pulgada cúbica = 16,39 cm^3 = $5{,}787 \cdot 10^{-4}$ pies^3 = $1{,}639 \cdot 10^{-2}$ litros = $4{,}329 \cdot 10^{-3}$ galones.
1 pie cúbico = 1728 pulg.^{3} = $2{,}832 \cdot 10^{4}$ · cm^3 = 7,481 gal = 28,32 litros.
1 cm^3 = $6{,}102 \cdot 10^{-2}$ pulg.^{3} = $3{,}531 \cdot 10^{-5}$ pies^3 = 10^{-6} m^3 = $2{,}642 \cdot 10^{-4}$ galones = 10^{-3} litros.
1 m^3 = 10^{6} cm^3 = 35,31 pies^3 = 61023 pulg.^{3} = 1,308 yardas^3 = 264,2 galones = 1000 litros.
1 galón = 231 pulg.^{3} = 0,1337 pies^3 = 3785 cm^3 = 3,785 litros = 4 cuartillos.

Peso y fuerza

1 dina = $1{,}020 \cdot 10^{-3}$ g = $2{,}248 \cdot 10^{-6}$ libras = 10^{-5} newton.
1 gramo = 980,7 dinas = $2{,}205 \cdot 10^{-3}$ libras = $9{,}807 \cdot 10^{-3}$ newton.
1 kilogramo = $9{,}807 \cdot 10^{5}$ dinas = 2,205 libras = 9,807 newton.
1 onza inglesa = 28,35 gramos.
1 libra = 0,453 kilogramos.
1 tonelada inglesa = 2000 libras (E.U.) = 2240 libras (long ton).
1 tonelada métrica = 1000 kilogramos = 2204,62 libras.

Trabajo

1 julio = 1 vatio-segundo = 10^7 ergios = $2{,}7778 \cdot 10^{-7}$ Kwh = 0,2389 calorías gramo = $9{,}478 \cdot 10^{-4}$ Btu = 0,7376 pies-libra = $3{,}725 \cdot 10^{-7}$ HP h = 0,10197 Kg. m.

1 caloría gramo = 4,186 julios = $1{,}1628 \cdot 10^{-6}$ Kwh = 3,0875 pies-libra = 0,003968 Btu = $1{,}559 \cdot 10^{-6}$ HP h = 0,4269 Kg. m.

1 Btu (British thermal unit) = 251,99 calorías gramo = 1054,9 julio = $2{,}931 \cdot 10^{-4}$ Kwh = = 778,03 pies-libra = 107,57 Kg. m.

1 pie libra = 0,138255 kilográmetros = 1,3563 julios.

1 Kwh = $3{,}6 \cdot 10^6$ julios = 1,341 HP h = 3412 Btu = $3{,}671 \cdot 10^5$ Kgm. = = $2{,}655 \cdot 10^6$ pies-libra.

Potencia

1 vatio = 10^7 ergios·seg = 0,73756 pies·libra·seg = 0,001341 HP. = = 0,05689 Btu. minuto = 0,23885 gramocaloría seg = 0,10197 Kgm·seg.

1 kilovatio = 1000 vatios = 1,341 HP.

1 HP. = 33000 pies·libras minuto = 746 w = 0,746 Kw = 42,415 Btu. min = 0,01069 calorías gramo minuto.

APÉNDICE B

RELACIONES ENTRE LAS UNIDADES ELÉCTRICAS Y LAS MAGNÉTICAS

Unidad de	Símbolo	Sistema práctico M.K.S.		Sistema C.G.S. no racionalizado	
		No racionalizado	Racionalizado	Electromagnético	Electrostático
F.e.m. Potencial (Tensión)	E V	1 voltio = 10^8 abvoltios 1 voltio = 0,0033358 estatvoltios	1 voltio = 10^8 abvoltios. 1 voltio = 0,0033358 estatvoltios	1 abvoltio = 10^{-8} voltios 1 abvoltio = $3{,}3358 \cdot 10^{-11}$ estatvoltios	1 estatvoltio = 299,77 voltios 1 estatvoltio = $2{,}9977 \cdot 10^{10}$ abvoltios
Resistencia.	R	1 ohmio = 10^9 abohmios 1 ohmio = $1{,}11279 \cdot 10^{-12}$ estatohmios	1 ohmio = 10^9 abohmios 1 ohmio = $1{,}11279 \cdot 10^{-12}$ estatohmios	1 abohmio = 10^{-9} ohmios 1 abohmio = $1{,}11279 \cdot 10^{-21}$ estatohmios.	1 estatohmio = $8{,}98645 \cdot 10^{11}$ ohmios 1 estatohmio = $8{,}98645 \cdot 10^{20}$ abohmios
Intensidad de corriente	I	1 amperio = 0,1 abamperio 1 amperio = $2{,}9977 \cdot 10^9$ estatamperios	1 amperio = 0,1 abamperio. 1 amperio = $2{,}9977 \cdot 10^9$ estatamperios	1 abamperio = 10 amperios 1 abamperio = $2{,}9977 \cdot 10^{10}$ estatamperios	1 estatamperio = $3{,}3358 \cdot 10^{-10}$ amperios 1 estatamperio = $3{,}3358 \cdot 10^{-11}$ abamperios
Cantidad de electricidad	Q	1 culombio = 0,1 abculombios 1 culombio = $2{,}9977 \cdot 10^9$ estatculombios	1 culombio = 0,1 abculombios 1 culombio = $2{,}9977 \cdot 10^9$ estatculombios	1 abculombio = 10 culombios 1 abculombio = $2{,}9977 \cdot 10^{10}$ estatculombios	1 estatculombio = $3{,}3358 \cdot 10^{-10}$ culombios 1 estatculombio = $3{,}3358 \cdot 10^{-11}$ abculombios
Potencia	P	1 vatio = 10^7 ergios por segundo	1 vatio = 10^7 ergios/segundo	1 ergio por segundo = 10^{-7} vatios	1 ergio por segundo = 10^{-7} vatios
Energía	W	1 julio = 10^7 ergios	1 julio = 10^7 ergios	1 ergio = 10^{-7} julios	1 ergio = 10^{-7} julios
Autoinducción	L	1 henrio = 10^9 abhenrios 1 henrio = $1{,}11279 \cdot 10^{-12}$ estathenrios	1 henrio = 10^9 abhenrios 1 henrio = $1{,}11279 \cdot 10^{-12}$ estathenrios	1 abhenrio = 10^{-9} henrios 1 abhenrio = $1{,}11279 \cdot 10^{-21}$ estathenrios	1 estathenrio = $8{,}98645 \cdot 10^{11}$ henrios 1 estathenrio = $8{,}98645 \cdot 10^{20}$ abhenrios
Capacidad	C	1 faradio = 10^{-9} abfaradios 1 faradio = $8{,}98645 \cdot 10^{11}$ estatfaradios	1 faradio = 10^{-9} abfaradios 1 faradio = $8{,}98645 \cdot 10^{11}$ estatfaradios	1 abfaradio = 10^9 faradios 1 abfaradio = $8{,}98645 \cdot 10^{20}$ estatfaradios	1 estatfaradio = $1{,}11279 \cdot 10^{-12}$ faradios 1 estatfaradio = $1{,}11279 \cdot 10^{-21}$ abfaradios
Flujo eléctrico	Ψ	$\Psi_u = 4\pi$ culombios $1\Psi_u = 1:4\pi = 0{,}079577$ unidades Ψ_r $1\Psi_u = 0{,}1$ unidades Ψ_m $1\Psi_u = 2{,}9977 \cdot 10^9$ unidades Ψ_s	$\Psi_r =$ culombios $1\Psi_r = 4\pi$ unidades Ψ_u $1\Psi_r = 0{,}4\pi$ unidades Ψ_m $1\Psi_r = 3{,}7670 \cdot 10^{10}$ unidades Ψ_s	$\Psi_m = 4\pi$ abculombios $1\Psi_m = 10$ unidades Ψ_u $1\Psi_m = 1:0{,}4\pi = 0{,}79577$ unidades Ψ_r $1\Psi_m = 2{,}9977 \cdot 10^{10}$ unidades Ψ_s	$\Psi_s = 4\pi$ estatculombios $1\Psi_s = 3{,}3358 \cdot 10^{-10}$ unidades Ψ_u $1\Psi_s = 2{,}6546 \cdot 10^{-11}$ unidades Ψ_r $_s = 3{,}3358 \cdot 10^{-11}$ unidades Ψ_m

RELACIONES ENTRE LAS UNIDADES ELÉCTRICAS Y LAS MAGNÉTICAS *(Continuación)*

Unidad de	Símbolo	Sistema práctico M.K.S.		Sistema C.G.S. no racionalizado	
		No racionalizado	Racionalizado	Electromagnético	Electrostático
Densidad de flujo eléctrico. (Desplazamiento)	D	$D_u = 4\pi$ culombios por m^2 $1D_u = 1 : 4\pi = 0{,}079577$ unidades D_r $1D_u = 10^{-5}$ unidades D_m $1D_u = 2{,}9977 \cdot 10^5$ unidades D_s	$D_r =$ culombios/m^2 $1D_r = 4\pi$ unidades D_u $1D_r = 4\pi \cdot 10^{-5}$ unidades D_m $1D_r = 3{,}7670 \cdot 10^6$ unidades D_s	$D_m = 4\pi$ abculombios por cm^2 $1D_m = (10^5 : 4\pi)D_u = 7{,}9577 \cdot 10^3$ unidades D_u $1D_m = 10^5 : 4\pi = 7{,}9577 \cdot 10^3$ unidades D_r $1D_m = 2{,}9977 \cdot 10^{10}$ unidades D_s	$D_s = 4\pi$ estatculombios por cm^2 $1D_s = 3{,}3358 \cdot 10^{-6}$ unidades D_u $1\ D_s = 2{,}6546 \cdot 10^{-7}$ unidades D_r $1D_s = 3{,}3358 \cdot 10^{-11}$ unidades D_m
Intensidad de campo eléctrico	**E, K**	$\mathbf{E}_u =$ voltios por metro $1\mathbf{E}_u = 1$ unidad $\mathbf{E}_r$ $1\mathbf{E}_u = 10^6$ unidades E_m $1\mathbf{E}_u = 3{,}3358 \cdot 10^{-5}$ unidades $\mathbf{E}_s$	$\mathbf{E}_r =$ voltios por metro $1\mathbf{E}_r = 1$ unidad $\mathbf{E}_u$ $1\mathbf{E}_r = 10^6$ unidades $\mathbf{E}_m$ $1\mathbf{E}_r = 3{,}3358 \cdot 10^{-5}$ unidades $\mathbf{E}_s$	$\mathbf{E}_m =$ abvoltios por cm $1\mathbf{E}_m = 10^{-6}$ unidades $\mathbf{E}_u$ $1\mathbf{E}_m = 10^{-6}$ unidades $\mathbf{E}_r$ $1\mathbf{E}_m = 3{,}3358 \cdot 10^{-11}$ unidades $\mathbf{E}_s$	$\mathbf{E}_s =$ estatvoltios por cm $1\mathbf{E}_s = 2{,}9977 \cdot 10^4$ unidades $\mathbf{E}_u$ $1\mathbf{E}_s = 2{,}9977 \cdot 10^4$ unidades $\mathbf{E}_r$ $1\mathbf{E}_s = 2{,}9977 \cdot 10^{10}$ unidades $\mathbf{E}_m$
Flujo magnético	φ	$\varphi_u =$ weber $1\varphi_u = 10^8$ maxwell	$\varphi_r =$ weber $1\varphi_r = 10^8$ maxwell.	$\varphi_m =$ maxwell $1\varphi_m = 10^{-8}$ weber	
Densidad de flujo magnético	B	$B_u =$ weber por m^2 $1B_u = 10^4$ gauss	$B_r =$ weber por m^2 $1B_r = 10^4$ gauss	$B_m =$ maxwell por cm$^2 =$ gauss 1 gauss $= 10^{-4}$ weber por m^2	
Fuerza magnetomotriz	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}_u = 4\pi NI$ $1\mathcal{F}_u = 1 : 4\pi\mathcal{F}_r = 0{,}079577$ unidades $\mathcal{F}_r$ $1\mathcal{F}_u = 0{,}1$ gilbert	$\mathcal{F}_r = NI$ $1\mathcal{F}_r = 4\pi\mathcal{F}_u = 12{,}566$ unidades $\mathcal{F}_u$ $1\mathcal{F}_r = 0{,}4\pi$ ó $1{,}2566$ gilbert	$\mathcal{F}_m = 0{,}4\pi NI$ (gilbert) 1 gilbert $= 10$ unidades $\mathcal{F}_u$ 1 gilbert $= (10 : 4\pi)\mathcal{F}_r = 0{,}79577$ unidades $\mathcal{F}_r$	
Intensidad de campo magnético	H	$H_u = 4\pi NI$ por metro $1H_u = (1 : 4\pi)\ H_r = 0{,}079577$ unidades H_r $1H_u = 0{,}001$ oersted	$H_r = NI$ por metro $1H_r = 4\pi H_u = 12{,}566$ unidades H_u $1H_r = 4\pi \cdot 10^{-3} = 0{,}012566$ oersted	$H_m = 0{,}4\pi NI$ por cm (oersted) 1 oersted $= 10^3$ unidades H_u 1 oersted $= (10^3 : 4\pi)\ H_r = 79{,}577$ unidades H_r	

Subíndices: $u =$ unidades m.k.s. no racionalizadas; $r =$ íd. racionalizadas; $m =$ unidades c.g.s. electromagnéticas; $s =$ unidades c.g.s. electrostáticas.

Velocidad de la luz: $c = 2{,}9977 \cdot 10^8$ m/seg. $c^2 = 8{,}98645 \cdot 10^{16}$ (m/seg)^2.

En el sistema m.k.s. no racionalizado, $\mu_v = 10^{-7}$, $\varepsilon_v = 1{,}11279 \cdot 10^{-10}$. En el sistema m.k.s. racionalizado, $\mu_v' = 4\pi \cdot 10^{-7}$, $\varepsilon_v' = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$. En el sistema c.g.s. electromagnético no racionalizado $\mu_v = 1$, $\varepsilon_v = 1{,}11279 \cdot 10^{-21}$. En el sistema c.g.s. electrostático no racionalizado, $\mu_v = 1{,}11279 \cdot 10^{-21}$, $\varepsilon_v = 1$.

Al aplicar las relaciones entre unidades que da la tabla anterior, si una unidad es igual a más de una unidad de cualquier otro sistema, la primera de ellas será la mayor y será, por lo tanto, la que *menos* veces quedará contenida en una cantidad que quiera medirse. La recíproca también es exacta. Por ejemplo, el henrio es 10^9 veces mayor que el abhenrio y, por lo tanto, este último es una unidad mucho menor que el henrio, que solamente tendrá una magnitud 10^{-9} de la del henrio.

Para aclarar las relaciones entre las distintas unidades, así como la manera de emplear la tabla, se incluye a continuación un ejemplo.

Ejemplo. En una capacidad constituída por placas paralelas separadas por aire, los electrodos son de 100 cm² y su distancia 1 cm. La diferencia de potencial entre placas es de 1 estatvoltio (299,77 voltios) ó $2{,}9977 \cdot 10^{10}$ abvoltios. Determinar en los cuatro sistemas de unidades: (*a*) la capacidad; (*b*) la cantidad de electricidad; (*c*) el flujo eléctrico; (*d*) la densidad de flujo eléctrico, y (*e*) la intensidad del campo eléctrico.

(*a*) La fórmula (274), página 371, da

$$C_s = 10^4 : 4\pi(1) = 795{,}77 \text{ estatfaradios}$$

$$C_u = C_r = 795{,}77 \cdot 1{,}11279 \cdot 10^{-12} = 8{,}8552 \cdot 10^{-10} \text{ faradios.}$$

Según la tabla

$$C_m = 795{,}77 \cdot 1{,}11279 \cdot 10^{-21} = 8{,}8552 \cdot 10^{-19} \text{ abfaradios.}$$

(*b*) Según la fórmula (257) (pág. 362)

$$Q_s = 795{,}77\,(1) = 795{,}77 \text{ estatculombios}$$

$$Q_u = Q_r = C_u \cdot E_u = 8{,}8552 \cdot 10^{-10} \cdot 299{,}77 = 2{,}6546 \cdot 10^{-7} \text{ culombios.}$$

De acuerdo con la tabla

$$Q_u = Q_r = 795{,}77 \cdot 3{,}3358 \cdot 10^{-10} = 2{,}6546 \cdot 10^{-7} \text{ culombios}$$

$$Q_m = C_m E_m = 8{,}8552 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}9977 \cdot 10^{10} = 2{,}6546 \cdot 10^{-8} \text{ abculombios } (E_m = \text{abvoltios}).$$

Considerando los datos de la última columna de la tabla

$$Q_m = 795{,}77 \cdot 3{,}3358 \cdot 10^{-11} = 2{,}6546 \cdot 10^{-8} \text{ abculombios.}$$

(*c*) Aplicando los conceptos de la página 356

$$\psi_s = 4\pi Q_s = 4\pi \cdot 795{,}77 = 10^4 \text{ estatlíneas}$$

y según la fórmula (293), página 379,

$$\psi_u = 4\pi Q_u = 4\pi \cdot 2{,}6546 \cdot 10^{-7} = 3{,}3358 \cdot 10^{-6} \text{ unidades no racionalizadas}$$

Las equivalencias de la tabla dadas en la última columna para el flujo eléctrico conducen a

$$\psi_u = 10^4 \cdot 3{,}3358 \cdot 10^{-10} = 3{,}3358 \cdot 10^{-6} \text{ unidades no racionalizadas.}$$

Según la página 378,

$$\psi_r = Q_r = 2 \cdot 6546 \cdot 10^{-7} \text{ culombios}$$

y según la tabla, última columna del flujo eléctrico

$$\psi_r = 10^4 \cdot 2{,}6546 \cdot 10^{-11} = 2{,}6546 \cdot 10^{-7} \text{ culombios}$$

$$\psi_m = 4\pi Q_m = 4\pi : 2{,}6546 \cdot 10^{-8} = 3{,}3358 \cdot 10^{-7} \text{ ablíneas.}$$

Con los datos de flujo eléctrico, última columna de la tabla

$$\psi_m = 10^4 \cdot 3{,}3358 \cdot 10^{-11} = 3{,}3358 \cdot 10^{-7} \text{ ablíneas}$$

(*d*) $D_s = \psi_s : A = 10^4 : 10^4 = 1$ estatlínea por cm²
$D_u = \psi_u : A = 3{,}3358 \cdot 10^{-6} : 1 = 3{,}3358 \cdot 10^{-6}$ líneas no racionalizadas por m².

Aplicando las equivalencias de la última columna de la tabla, referente a densidad de flujo eléctrico.

$D_u = (1) \cdot 3{,}3358 \cdot 10^{-6} = 3{,}3358 \cdot 10^{-6}$ líneas no racionalizadas por m²
$D_r = \psi_r : A = 2{,}6546 \cdot 10^{-7} : 1 = 2{,}6546 \cdot 10^{-7}$ culombios por m²

Según la tabla, última columna de densidad de flujo eléctrico

$D_r = (1) \cdot 2{,}6546 \cdot 10^{-7} = 2{,}6546 \cdot 10^{-7}$ culombios por m²
$D_m = \psi_m : A = 3{,}3358 \cdot 10^{-7} : 10^4 = 3{,}3358 \cdot 10^{-11}$ ablíneas por cm²

y según las mismas equivalencias anteriores de la tabla

$$D_m = (1) \cdot 3{,}3358 \cdot 10^{-11} = 3{,}3358 \cdot 10^{-11} \text{ ablíneas por cm}^2$$

y también, de la tabla, 1 $D_m = 7{,}9577 \cdot 10^3$ unidades D_r, luego

$$D_m = 2{,}6546 \cdot 10^{-7} : 7{,}9577 \cdot 10^3 = 3{,}3358 \cdot 10^{-11} \text{ ablíneas por cm}^2.$$

(*e*) $\mathbf{E}_s =$ estatvoltios por cm $= 1(= D_s$ numéricamente)
$\mathbf{E}_u = E_r =$ voltios por m $= 299{,}77 : 10^{-2} = 2{,}9977 \cdot 10^4$ voltios por m.

Aplicando la tabla, última columna de intensidad del campo eléctrico.

$\mathbf{E}_u = E_r = (1) \cdot 2{,}9977 \cdot 10^4 = 2{,}9977 \cdot 10^4$ voltios por m.
$\mathbf{E}_m = 299{,}77 \cdot 10^8 : 1 = 2{,}9977 \cdot 10^{10}$ abvoltios por cm.

con las equivalencias anteriores de la tabla

$$\mathbf{E}_m = (1) \cdot 2{,}9977 \cdot 10^{10} = 2{,}9977 \cdot 10^{10} \text{ abvoltios por cm.}$$

y también, según la tabla, $1 E_m = 10^{-6}$ unidades E_u, luego

$$E_m = 2{,}9977 \cdot 10^4 : 10^{-6} = 2{,}9977 \cdot 10^{10} \text{ abvoltios por cm.}$$

Puede observarse que las fórmulas (290) y (302), de las páginas 378 y 382, pueden emplearse también para encontrar la relación entre D_u y E_u y entre D_r y E_r.

APÉNDICE C

COMPARACIÓN ENTRE LOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS Y LOS MAGNÉTICOS

Circuito eléctrico (sistema m.k.s.)				Circuito magnético (sistema c.g.s.)			
Magnitud	Símbolo	Unidad	Expresión	Magnitud	Símbolo	Unidad	Expresión
F.e.m. Potencial	E V	Voltio		F.m.m.	$\mathcal{F}$	Gilbert	$\mathcal{F} = 0{,}4\pi NI$
Resistencia	R	Ohmio	$R = \rho \frac{L'}{A'}$	Reluctancia	$\mathcal{R}$		$\mathcal{R} = \frac{L}{\mu_r A}$
Conductancia	G	Mho	$G = \frac{1}{R} = \gamma \frac{A'}{L'}$	Permeancia	$\mathcal{P}$		$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} = \mu_r \frac{A}{L}$
Resistividad	ρ	Ohmios-metro	$\rho = R \frac{A'}{L'}$	Reluctividad	ν		$\nu = \mathcal{R} \frac{A}{L}$
Conductibilidad	γ	Mho · m^{-1}	$\gamma = \frac{1}{\rho}$	Permeabilidad	μ_r		$\mu_r = \frac{1}{\nu}$
Intensidad de corriente	I	Amperio	$I = \frac{E}{R}$	Flujo	φ	Maxwell	$\varphi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}}$
Densidad de corriente	S	Amperios por m^2	$S = \frac{I}{A'}$	Densidad de flujo	B	Gauss	$B = \frac{\varphi}{A}$
Intensidad de campo eléctrico	$\mathbf{E}$	Newton por culombio	$\mathbf{E}$ = voltios por metro	Intensidad de campo magnético	H	Oersted; gilbert por cm; dinas por unidad de polo	$H = \frac{\mathcal{F}}{L}$

L' = Longitud en m; A' = Superficie en m^2; L = Longitud en cm; A = Superficie en cm^2; N = vueltas (espiras); I = amperios.

SISTEMA M.K.S. MAGNÉTICO

No racionalizado					Racionalizado				
Magnitud	Símbolo	Unidad	Expresión	Pág.	Magnitud	Símbolo	Unidad	Expresión	Pág.
Fuerza entre polos en el vacío	$\mathbf{F}$	Newton	$\mathbf{F} = \frac{M_1 M_2}{\mu_v R^2} = 10^7 \frac{M_1 M_2}{R^2}$	241	Fuerza entre polos en el vacío	$\mathbf{F}$	Newton	$\mathbf{F} = \frac{M'_1 M'_2}{4\pi\mu_v' R^2} = 6{,}329 \cdot 10^4 \frac{M'_1 M'_2}{R^2}$	241
Fuerza magnetomotriz	$\mathscr{F}$		$\mathscr{F} = 4\pi NI$	239	Fuerza magnetomotriz	$\mathscr{F}$	Amperios-vuelta	$\mathscr{F} = NI$	241
Reluctancia	$\mathfrak{R}$		$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu_r \mu_v A} = \frac{l}{\mu_r 10^{-7} A}$	295	Reluctancia	$\mathfrak{R}$		$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu_r \mu_v' A} = \frac{l}{\mu_r \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot A}$	297
Flujo	φ	Weber	$\varphi = \frac{4\pi NI}{\mathfrak{R}}$	295	Flujo	φ	Weber	$\varphi = \frac{NI}{\mathfrak{R}}$	297
Intensidad de campo	H	Newton por unidad de polo	$H = 4\pi NI$ por metro $= \frac{B}{\mu_v}$	241	Intensidad de campo	H	Amperios-vuelta por metro	$H = NI$ por m $= \frac{B}{\mu'_v}$	242
Fuerza entre superficies magnéticas en el vacío	$\mathbf{F}$	Kg	$\mathbf{F} = \frac{H^2 \mu_v A}{8\pi} = \frac{B^2 A}{8\pi\mu_v}$		Fuerza entre superficies magnéticas en el vacío	$\mathbf{F}$	Kg	$\mathbf{F} = \frac{H^2 \mu_v' A}{2} = \frac{B^2 A}{2\,\mu'_v}$	
Energía almacenada por metro cúbico	W	Julios por m^3	$W = \frac{B^2}{8\pi\mu_v}$		Energía almacenada por m^3	W	Julios por m^3	$W = \frac{B'^2}{2\mu_v'}$	

l = longitud en m; A = superficie en m^2; N = vueltas (espiras); I = amperios.

ANALOGÍAS ENTRE LOS CAMPOS ELÉCTRICOS Y MAGNÉTICOS

Campo eléctrico (sistema c.g.s.)					Campo magnético (sistema c.g.s.)				
Magnitud	Símbolo	Unidad	Expresión	Pág.	Magnitud	Símbolo	Unidad	Expresión	Pág.
Fuerza	$\mathbf{F}$	Dina	$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_v \varepsilon_r r^2}$	361	Fuerza	$\mathbf{F}$	Dina	$\mathbf{F} = \frac{mm'}{\mu_v \mu_r r^2}$	241
Intensidad de campo eléctrico	$\mathbf{E}$	Dina por unidad de carga	$\mathbf{E} = \frac{q}{\varepsilon_v \varepsilon_r r^2}$	361	Intensidad de campo magnético	H	Oersted; dina por unidad de polo	$H = \frac{m}{\mu_v \mu_r r^2}$	
Fuerza entre superficies con carga en el vacío	$\mathbf{F}$	Dina	$\mathbf{F} = 2\pi\sigma^2 A$	367	Fuerza entre superficies magnéticas en el vacío	$\mathbf{F}$	Dina	$\mathbf{F} = 2\pi\sigma^2 A = \frac{B^2 A}{8\pi}$	238
Energía almacenada por cm² en el vacío	W	Ergios por cm³	$W = \frac{D^2}{8\pi}$	370	Energía almacenada por cm³ en el vacío	W	Ergios por cm³	$W = \frac{B^2}{8\pi}$	238

$\varepsilon_v = 1$; $\mu_v = 1$; A = superficie en cm².

APÉNDICE D

PESO ESPECÍFICO DE LOS METALES

Metal	Peso específico	Metal	Peso específico
Acero	7,9	Latón	7,8 a 8,6
Aluminio	2,67	Magnesio	1,75
Antimonio	6,76	Manganeso	8,00
Bronce	8,52 a 8,96	Mercurio	13,58
Cadmio	8,65	Níquel	8,8
Cobalto	8,55	Oro	19,26
Cobre:		Plata	10,51
fundido	8,85	Platino	21,37
en alambre	8,89	Plomo	11,38
Estaño	7,35	Volframio	18,80
Hierro forjado	7,70	Zinc	7,14
Hierro fundido	7,22		

APÉNDICE E

ALAMBRES MACIZOS NORMALIZADOS DE COBRE RECOCIDO

«American Wire Gauge» (B. & S.). Unidades inglesas y decimales

N.º	Diámetro		Sección transversal			Ohmios por 1 000 pies		Ohmios (a 25 °C)		Libras por 1 000 pies	Kg por Km
	mils	mm	Circular-mils	Pulg. cuad.	mm^2	a 25°C	a 65°C	por milla	por Km		
0000	460,0	11,7	212 000,0	0,166	107,5	0,0500	0,0577	0,264	0,164	641,0	953,8
000	410,0	10,4	168 000,0	0,132	85,2	0,0630	0,0727	0,333	0,206	508,0	755,9
00	365,0	9,3	133 000,0	0,105	67,7	0,0795	0,0917	0,420	0,261	403,0	599,6
0	325,0	8,2	106 000,0	0,0829	53,5	0,100	0,116	0,528	0,328	319,9	474,6
1	289,0	7,3	83 700,0	0,0657	42,4	0,126	0,146	0,665	0,413	253,0	376,5
2	258,0	6,5	66 400,0	0,0521	33,6	0,159	0,184	0,839	0,521	201,0	299,0
3	229,0	5,8	52 600,0	0,0413	26,6	0,201	0,232	1,061	0,659	159,0	236,6
4	204,0	5,2	41 700,0	0,0328	21,2	0,253	0,292	1,335	0,830	126,0	187,5
5	182,0	4,6	33 100,0	0,0260	16,8	0,319	0,369	1,685	1,046	100,0	148,8
6	162,0	4,1	26 300,0	0,0206	13,3	0,403	0,465	2,13	1,322	79,5	118,3
7	144,0	3,6	20 800,0	0,0164	10,6	0,508	0,586	2,68	1,666	63,0	93,7
8	128,0	3,2	16 500,0	0,0130	8,4	0,641	0,739	3,38	2,102	50,0	74,4
9	114,0	2,9	13 100,0	0,0103	6,6	0,808	0,932	4,27	2,650	39,6	58,9
10	102,0	2,6	10 400,0	0,00815	5,2	1,02	1,18	5,38	3,34	31,4	46,7
11	91,0	2,3	8 230,0	0,00647	4,2	1,28	1,48	6,75	4,20	24,9	37,0
12	81,0	2,0	6 530,0	0,00513	3,3	1,62	1,87	8,55	5,31	19,8	29,4
13	72,0	1,8	5 180,0	0,00407	2,6	2,04	2,36	10,77	6,69	15,7	23,3
14	64,0	1,6	4 110,0	0,00323	2,1	2,58	2,97	13,62	8,46	12,4	18,4
15	57,0	1,4	3 260,0	0,00256	1,65	3,25	3,75	17.16	10,66	9,86	14,67
16	51,0	1,3	2 580,0	0,00203	1,31	4,09	4,73	21,6	13,41	7,82	11,63
17	45,0	1,1	2 050,0	0,00161	1,04	5,16	5,96	27,2	16,92	6,20	9,22
18	40,0	1,0	1 620,0	0,00128	0,82	6,51	7,51	34,4	21,35	4,92	7,32
19	36,0	0,9	1 290,0	0,00101	0,65	8,21	9,48	43,3	26,93	3,90	5,80
20	32,0	0,8	1 020,0	0,000802	0,517	10,4	11,9	54.9	34.10	3,09	4,60
21	28,5	0,7	810,0	0,000636	0,410	13,1	15,1	69,1	43,0	2,45	3,64
22	25,3	0,64	642,0	0,000505	0,326	16,5	19,0	87,1	54,1	1,94	2,88
23	22,6	0,57	509,0	0,000400	0,258	20,8	24,0	109,8	68,2	1,54	2,29
24	20,1	0,51	404,0	0,000317	0,204	26,2	30,2	138,3	85,9	1,22	1,81
25	17,9	0,45	320,0	0,000252	0,162	33,0	38,1	174,1	108,2	0,970	1,44
26	15,9	0,40	254,0	0,000200	0,129	41,6	48,0	220,0	136,4	0,769	1,144
27	14,2	0,36	202,0	0,000158	0,102	52,5	60,6	277,0	172,2	0,610	0,907
28	12,6	0,32	160,0	0,000126	0,081	66,2	76,4	350,0	217,1	0,484	0,720
29	11,3	0,29	127,0	0,0000995	0,064	83,4	96,3	440,0	273,5	0,384	0,571
30	10,0	0,25	101,0	0,0000789	0,051	105,0	121,0	554,0	345,4	0,304	0,452
31	8,9	0,23	79,7	0,0000626	0,040	133,0	153,0	702,0	436,2	0,241	0,358
32	8,0	0,20	63,2	0,0000496	0,032	167,0	193,0	882,0	547,7	0,191	0,284
33	7,1	0,18	50,1	0,0000394	0,025	211,0	243,0	1 114,0	692,0	0,152	0,226
34	6,3	0,16	39,8	0,0000312	0,020	266,0	307,0	1 404,0	872,5	0,120	0,178
35	5,6	0,14	31,5	0,0000248	0,016	335,0	387,0	1 769,0	1 098,8	0,0954	0,1419
36	5,0	0,13	25,0	0,0000196	0,013	423,0	488,0	2 230,0	1 387,4	0,0757	0,1126
37	4,5	0,11	19,8	0,0000156	0,010	533,0	616,0	2 810,0	1 748,2	0,0600	0,0893
38	4,0	0,10	15,7	0,0000123	0,008	673,0	776,0	3 550,0	2 207,4	0,0476	0,0708
39	3,5	0,09	12,5	0,0000098	0,006	848,0	979,0	4 480,0	2 781,4	0,0377	0,0561
40	3,1	0,08	9,9	0,0000078	0,004	1 070,0	1 230,0	5 650,0	3 509,6	0,0299	0,0445

NOTA I. La *resistividad fundamental* empleada para el cálculo de estas tablas es el valor internacional de 0,15328 ohmios (metro-gramo) a 20°C. El *coeficiente de temperatura* para esta resistividad es $\alpha_{20} = 0{,}00393$ ó $\alpha_0 = 0{,}00427$. El *peso específico* del cobre es 8,89 por centímetro cúbico.

NOTA II. Los valores que da la tabla son sólo aplicables al cobre recocido de resistividad normal. Para aplicar la tabla a cobre de otra resistividad cualquiera puede aplicarse la corrección conveniente. Para cobre duro estirado se puede tomar una resistividad de un 2,7 % mayor que para el recocido.

NOTA III. Para reducir las libras por 1 000 pies a libras por milla, deben multiplicarse los valores correspondientes por 5,28.

APÉNDICE F

CABLES DE ALAMBRES DESNUDOS DE COBRE RECOCIDO EN CAPAS CONCÉNTRICAS

(Unidades inglesas)

N.º A.W.G.	Circular mils	Ohmios por 1 000 pies		Libras por 1 000 pies	N.º de alambres	Diámetro alambres mils	Diámetro exterior del cable mils
		25°C (77°F)	65°C (149°F)				
	2 000 000	0,00539	0,00622	6 180	127	125,5	1 631
	1 700 000	0,00634	0,00732	5 250	127	115,7	1 504
	1 500 000	0,00719	0,00830	4 630	91	128,4	1 412
	1 200 000	0,00899	0,0104	3 710	91	114,8	1 263
	1 000 000	0,0108	0,0124	3 090	61	128,0	1 152
	900 000	0,0120	0,0138	2 780	61	121,5	1 093
	850 000	0,0127	0,0146	2 620	61	118,0	1 062
	750 000	0,0144	0,0166	2 320	61	110,9	998
	650 000	0,0166	0,0192	2 010	61	103,2	929
	600 000	0,0180	0,0207	1 850	61	99,2	893
	550 000	0,0196	0,0226	1 700	61	95,0	855
	500 000	0,0216	0,0249	1 540	37	116,2	814
	450 000	0,0240	0,0277	1 390	37	110,3	772
	400 000	0,0270	0,0311	1 240	37	104,0	728
	350 000	0,0308	0,0356	1 080	37	97,3	681
	300 000	0,0360	0,0415	926	37	90,0	630
	250 000	0,0431	0,0498	772	37	82,2	575
0000	212 000	0,0509	0,0587	653	19	105,5	528
000	168 000	0,0642	0,0741	518	19	94,0	470
00	133 000	0,0811	0,0936	411	19	83,7	418
0	106 000	0,102	0,117	326	19	74,5	373
1	83 700	0,129	0,149	258	19	66,4	332
2	66 400	0,162	0,187	205	7	97,4	292
3	52 600	0,205	0,237	163	7	86,7	260
4	41 700	0,259	0,299	129	7	77,2	232

APÉNDICE F *(Continuación)*

CABLES DE ALAMBRES DESNUDOS DE COBRE RECOCIDO EN CAPAS CONCÉNTRICAS

Unidades del sistema métrico decimal

N.° A.W.G.	Sección del cable		Ohmios por Km		Kg por Km	N.° de alambres	Diámetro	
	Cir-mils	mm²	25°C	65°C			alambres mm	cable mm
	2 000 000	1 014	0,0177	0,0204	9 196	127	3,19	41,4
	1 700 000	862	0,0208	0,0240	7 812	127	2,94	38,2
	1 500 000	760	0,0236	0,0272	6 889	91	3,26	35,8
	1 200 000	608	0,0295	0,0341	5 520	91	2,91	32,1
	1 000 000	507	0,0354	0,0407	4 599	61	3.25	29,2
	900 000	456	0,0393	0,0452	4 136	61	3,08	27,7
	850 000	431	0,0416	0,0479	3 898	61	3,00	27,0
	750 000	380	0,0472	0,0544	3 452	61	2,81	25,3
	650 000	329	0,0544	0,0630	2 991	61	2,62	23,6
	600 000	304	0,0590	0,0679	2 753	61	2,52	22,7
	550 000	279	0,0643	0,0741	2 529	61	2,41	21,7
	500 000	253	0,0708	0,0817	2 291	37	2,95	20,7
	450 000	228	0,0787	0,0908	2 068	37	2,80	19,6
	400 000	203	0,0885	0,102	1 845	37	2,64	18,5
	350 000	177	0,101	0,117	1 607	37	2,47	17,3
	300 000	152	0,118	0,136	1 378	37	2,28	16,0
	250 000	127	0,141	0,163	1 149	37	2,09	14,6
0000	212 000	107	0,167	0,192	971	19	2,68	13,4
000	168 000	85	0,210	0,243	771	19	2,39	11,9
00	133 000	68	0,266	0,307	611	19	2,12	10,6
0	106 000	53	0,334	0,384	485	19	1,89	9,5
1	83 700	42	0,423	0,489	384	19	1,68	8,4
2	66 400	33	0,531	0,613	305	7	2,47	7,4
3	52 600	26	0,672	0,777	242	7	2,20	6,6
4	41 700	21	0,849	0,981	192	7	1,96	5,9

APÉNDICE G

INTENSIDAD DE CORRIENTE EN AMPERIOS QUE PUEDE ADMITIRSE EN LOS CONDUCTORES DE COBRE

(Conductor simple al aire libre y para temperatura ambiente de 30°C ó 86°F)
Normas del National Electrical Code (Estados Unidos)

Número A.W.G.	Aislamiento de caucho Tipos R, RW y RU (14-2) Aislamiento termoplástico Tipos T y TW	Aislamiento de caucho Tipo RH	Aislamiento termoplástico de amianto tipo TA Batista barnizada, tipo V Amianto y batista barnizada, tipo AVB	Aislamiento de amianto y batista barnizada, tipos AVA y AVL	Aislamiento de amianto impregnado, tipos AI (14-8) y AIA	Aislamiento de amianto tipo A (14-8) y AA	Tipo SB de combustión lenta Intemperie tipos WP y SBW
14	20	20	30	40	40	45	30
12	25	25	40	50	50	55	40
10	40	40	55	65	70	75	55
8	55	65	70	85	90	100	70
6	80	95	100	120	125	135	100
4	105	125	135	160	170	180	130
3	120	145	155	180	195	210	150
2	140	170	180	210	225	240	175
1	165	195	210	245	265	280	205
0	195	230	245	285	305	325	235
00	225	265	285	330	355	370	275
000	260	310	330	385	410	430	320
0000	300	360	385	445	475	510	370
250	340	405	425	495	530	..	410
300	375	445	480	555	590	..	460
350	420	505	530	610	655	..	510
400	455	545	575	665	710	..	555
500	515	620	660	765	815	..	630
600	575	690	740	855	910	..	710
700	630	755	815	940	1005	..	780
750	655	785	845	980	1045	..	810
800	680	815	880	1020	1085	..	845
900	730	870	940	....	....	....	905
1000	780	935	1000	1165	1240	....	965
1250	890	1065	1130	....	....	....	....
1500	980	1175	1260	1450	....	....	1215
1750	1070	1280	1370	....	....	....	....
2000	1155	1385	1470	1715	....	....	1405

Tipo: R—Caucho, para uso general; RW—Caucho resistente a la humedad, uso general y para lugares húmedos; RU—Látex, para uso general; T—Termoplástico, uso general; TW—Resistente a la humedad, termoplástico; RH—Caucho resistente al calor, uso general; TA—Únicamente para conexiones de cuadro; V, AVB, AVA—Únicamente para lugares secos; AVL—Lugares húmedos; A, AIA—Solamente para lugares secos, no es de uso general, en canales únicamente para terminales con o sin aparatos, limitado a 300 voltios; AA—Lo mismo que el A ó AIA, excepto para bobinados abiertos; SB—Únicamente en lugares secos, bobinados abiertos y canales cuya temperatura exceda a la tolerada para los conductores con aislamiento de caucho o de batista barnizada; WP—Arrollamientos abiertos y con permiso especial, cuando no son convenientes otros aislamientos debido a condiciones locales; SBW—Solamente para lugares secos y arrollamientos abiertos.

APÉNDICE H

PROPIEDADES ELÉCTRICAS DE METALES Y ALEACIONES

Metales	Resistividad a 20°C		Coeficiente de temperatura de la resistencia a 20°C	Temperatura máxima de trabajo °C aprox.	Punto de fusión °C
	Microohmios por cm³	Ohmios por cir-mil-pie			
Acero:					
dulce	15,9	95,8	0,0016	..	1 430
duro	45,7	275			
al silicio 4 %	51,15	308			
de transformador	11,09	66,8			
Aluminio	2,828	17,02	0,0039	..	659
Antimonio	41,7	251,0	0,0036	..	630
Bismuto	110,0	663,0	0,004	..	271
Carbono:					
amorfo	3800 a 4100	..	(−)	..	> 3500
de retorta (grafito)	720 a 812 (*)	..	(−)	..	
Cobre (estirado)	1,724	10,37	0,00393	260	1 083
Hierro:					
electrolítico	9,96	59,9	..	..	1 530
fundido	74,4 a 97,8	448 a 588			
Mercurio	94,07 (**)	566 (**)	0,00072	..	−38,9
Níquel	9,97 (**)	60,0 (**)	0,0050 (**)	600	1 452
Oro	2,44	14,7	0,0034	..	1 063
Plata	1,628	9,796	0,0038	..	961
Platino	10,96 (**)	66,0 (**)	0,003	1 500	1 773
Plomo	20,4 (**)	123 (**)	0,00387	..	327
Volframio	5,51	33,2	0,005	..	3 410
Zinc	5,75 (**)	34,6 (**)	0,0040	..	419
Aleaciones					
Advance Cu-Ni	48,9	294,0	±0,00002	500	1 210
Bronce fosforoso	9,39	56,5	0,0039		
Comet Fe-Ni-Cr	94,7	570,0	0,00088	..	1 480
Cromax, Fe-Ni-Cr	99,7	600,0	0,00031	..	1 380
Hitemco, Ni-Fe	19,9	120,0	0,0045	..	1 425
Latón	6,17	37,1	0,0015	..	900
Lucero, Cu-Ni	48,2	290,0	0,001	..	1 350
Manganina, Cu-Mn-Ni	48,2	290,0	±0,000015	100	1 020
Metal Monel, Ni-Cu	42,5	256,0	0,00019	260	1 110
Nicromo Fe-Ni-Cr	112,2	675,0	0,00017	1.000	1 350
Nicromo V, Ni-Cr	108,0	650,0	0,00017	1.150	1 400
Plata alemana (Ni 18)	33,0	198,5	0,0004	..	..

(*) Electrodos para hornos, 3 000°C.
(**) A 0°C.

APÉNDICE I

CAPACIDAD DE TRANSPORTE, EN AMPERIOS, DE CABLES DISPUESTOS EN CONDUCTOS SUBTERRÁNEOS

(5000 voltios, factor de carga 75 %, temperatura ambiente 20°C, tres conductos en carga por hilada)
(Simplex Wire and Cable Company)

Número A.W.G.	Caucho o P.V.C.				Batista barnizada		Papel impregnado	
	60°C		75°C		85°C		85°C	
	Conductor simple	3 conductores	Conductor simple	3 conductores	Conductor simple	3 conductores	Conductor simple	3 conductores
14	30	23	34	26				
12	39	29	44	33				
10	51	37	58	42				
8	67	48	76	55	83	56	83	56
6	88	62	100	71	109	73	109	73
4	115	81	135	93	142	96	142	96
2	153	104	173	119	186	124	186	124
1	175	120	199	137	214	141	214	141
0	200	134	230	154	245	162	245	162
00	235	152	264	174	283	185	283	185
000	264	172	303	197	324	211	324	211
0000	303	197	348	226	371	240	371	240
250	336	220	385	252	409	263	409	263
300	372	240	424	275	459	292	459	292
350	404	264	465	302	500	319	500	320
400	435	282	502	323	540	343	540	344
500	501	318	571	364	611	386	611	390
600	555	350	635	440	679	420	679	430
700	606	378	691	434	742	458	741	466
750	628	391	718	448	771	475	771	482
800	653	..	744	..	797	..	797	..
1 000	734	..	840	..	898	..	898	..
1 250	822	..	940	..	1 012	..	1 012	..
1 500	901	..	1 032	..	1 110	..	1 110	..
1 750	970	..	1 112	..	1 204	..	1 204	..
2000	1 038	..	1 187	..	1 290	..	1 300	..

APÉNDICE J

EMPLEO DE LAS LETRAS DEL ALFABETO GRIEGO

Nombre	Mayúscula	Minúscula	Magnitud que designa comúnmente
Alfa	Α	α	Ángulos; coeficientes
Beta	Β	β	Densidad de flujo; ángulos; coeficientes
Gamma	Γ	γ	(la minúscula) conductividad
Delta	Δ	δ	Variación; densidad
Epsilón	Ε	ε	Constante dieléctrica
Zeta	Ζ	ζ	Coeficientes
Eta	Η	η	(minúscula) coeficiente de histéresis; rendimiento
Theta	Θ	θ	Temperatura; ángulo de defasamiento
Iota	Ι	ι	
Kappa	Κ	ϰ	constante dieléctrica
Lambda	Λ	λ	(minúscula) longitud de onda
Mu	Μ	μ	(minúscula) permeabilidad; micra; factor de amplificación
Ny	Ν	ν	Reluctancia
Xi	Ξ	ξ	Coeficiente de utilización
Omicrón	Ο	ο	
Pi	Π	π	Relación de la circunferencia al diámetro = 3,14159
Rho	Ρ	ρ	(minúscula) resistividad
Sigma	Σ	σ, ς	(mayúsc.) suma; (minúsc.) densidad superficial; inducción mutua
Tau	Τ	τ	Constante de tiempo; duración de la fase
Ypsilón	Υ	υ	Desplazamiento
Phi	Φ	φ	Flujo magnético
Psi	Ψ	ψ	Flujo dieléctrico
Omega	Ω	ω	(Mayúsc.) abreviatura de *ohmio;* (minúsc.) velocidad angular

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

PREGUNTAS SOBRE EL CAPÍTULO I

Resistencia

1. Enumerar los principales factores que hacen de la electricidad una cosa tan útil e importante, particularmente en lo que se refiere a flexibilidad, producción, transmisión y aplicaciones.

2. Describir el mecanismo de la corriente eléctrica de acuerdo con la teoría moderna. ¿Qué diferencia importante existe entre la estructura atómica de los aislantes y la de los conductores?

3. Consignar las principales causas que ponen de manifiesto la resistencia en un circuito eléctrico por el que circula una corriente. De acuerdo con la teoría moderna, ¿cómo puede atribuirse la pérdida de energía por resistencia a la acción de los electrones? ¿Cuál es el símil mecánico de la resistencia eléctrica?

4. Atendiendo a la estructura atómica ¿en qué aspecto difieren los conductores de los aisladores?

5. Enumerar las tres clases generales en que pueden dividirse los conductores. Para cada clase describir el mecanismo de la conducción.

6. ¿Cuáles son las substancias mejor conductoras? ¿Qué substancias son aislantes? Discutir los límites que pueden existir entre conductores y aislantes. Comparar las resistividades de un buen conductor y de un buen aislante.

7. Nombre y definición de la unidad de resistencia. Definir el megaohmio, miliohmio y microohmio.

8. Cuando la sección es constante, ¿cómo varía con la longitud la resistencia de un conductor homogéneo? Cuando la longitud es constante, ¿cómo varía la resistencia de un conductor homogéneo en función de la sección? ¿Qué otros factores, además de las dimensiones geométricas de un cuerpo de resistividad dada, intervienen en su resistencia?

9. Definir la resistividad volumétrica. ¿De qué factores depende? Si se fija el volumen de un cuerpo, ¿de qué manera varía la resistencia con la longitud?, ¿cómo varía en función de la sección?

10. Qué se entiende por conductancia y cómo varía en función de la longitud y de la sección. Distinción entre conductancia y conductividad.

11. ¿Cómo se determina la resistencia de un circuito seguido por la corriente si la sección transversal varía con la longitud? Citar un ejemplo. ¿Cuál es la relación entre la resistencia total de un circuito y las resistencias individuales cuando se las conecta en serie?

12. ¿Cuál es la relación entre la conductancia total de un circuito y las conductancias de sus partes cuando se las conecta en paralelo? Partiendo de esta relación demostrar cómo pueden reemplazarse las resistencias en paralelo por una resistencia equivalente.

13. ¿Cuál es el significado del término *mil* que se utiliza en medidas inglesas? ¿Qué es un mil cuadrado y un «circular mil»? ¿Qué relación existe entre uno y otro? ¿Cuándo se emplea circular mil usualmente como unidad de sección? ¿Cuál es la ventaja que esta unidad presenta sobre el mil cuadrado y la pulgada cuadrada? ¿Qué relación existe entre el número de circular mils y el diámetro de una sección circular?

14. ¿Qué representa la resistencia por milímetro cuadrado y kilómetro? ¿Cuál es su valor aproximado para el cobre? ¿Cómo puede determinarse la resistencia de un conductor de cobre si se conoce su longitud en kilómetros y su sección en milímetros cuadrados?

15. Defínase el circular mil-pie y el circular mil-pulgada. ¿Cuáles son sus resistencias a 60ºC? ¿Para qué tipos de cálculos de resistencia el último es la unidad de resistividad más conveniente?

16. Enumerar las unidades utilizadas para definir la resistividad referida a la masa y al volumen y consignar los valores que tienen para el cobre.

17. ¿Cuál es la conductibilidad del alambre estirado duro de aluminio expresada en tanto por ciento del cobre normal? Análogamente ¿cuál es la *conductibilidad másica* del conductor de aluminio?

18. ¿Qué quiere decirse con resistividades normalizadas? ¿Qué resistividad normal es la que más se utiliza para determinar la resistividad de las muestras de cobre?

19. ¿Para qué usos se emplean los materiales para resistencias? Comparar las propiedades y aplicaciones de las aleaciones de níquel-cromo, acero al cromo-níquel y ferroníquel. ¿Cuál es el valor aproximado de su conductibilidad volumétrica en tanto por ciento de la del cobre?

20. ¿Qué es la manganina y cuáles son las propiedades especiales que hacen se emplee mucho?

21. ¿De qué manera la temperatura afecta la resistencia de la mayoría de los metales no aleados? ¿Qué es el *coeficiente de temperatura de la resistencia*? ¿Cómo se emplea? ¿Cómo se determina el coeficiente de temperatura de la resistencia para cualquier temperatura inicial?

22. ¿A qué temperatura se anularía la resistencia del cobre si su valor decreciera según la misma ley que sigue para las temperaturas ordinarias? ¿Cómo puede aplicarse este principio para resolver problemas en los que intervengan la resistencia y la temperatura?

23. Definir qué son los semiconductores, indicando la zona de resistividades que comprenden. ¿Qué características tiene su coeficiente de temperatura? Definir el varistor y el termistor. Señalar algunas de las materias con las que se constituyen los semiconductores. Indicar algunas de las aplicaciones del termistor.

24. ¿Cuál es la base de la «American Wire Gage» (A. W. G.)? ¿Qué relaciones existen entre los diámetros de los sucesivos calibres?

25. ¿Qué relaciones hay entre las secciones sucesivas de la A. W. G.? ¿Cómo puede utilizarse esta relación para la determinación rápida de la resistencia y el peso de cualquier calibre dado de alambre? ¿Cuál es la resistencia de 1 000 pies del alambre número 10? ¿Cuál es el peso de 1 000 pies del alambre número 10? ¿Y del número 2?

26. ¿Por qué es necesario emplear cables multifilares para grandes secciones? ¿Cuál es el mayor calibre de conductor de cobre macizo? Establecer la relación entre los números de conductores de las sucesivas capas de un cable multifilar y el número total de conductores de los cables.

27. ¿Cuáles son los mejores conductores entre los metales? Indique alguna aplicación en la que sea ventajoso utilizar la plata. ¿Cuál es el más empleado y por qué razones? Comparándolo con el cobre, ¿cuáles son las ventajas y los inconvenientes del aluminio como conductor? ¿En qué casos se emplea el hierro y el acero como conductores? Explíquelo.

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO I

Resistencia

1. La resistencia de un conductor cilíndrico de latón de 0,5 cm de diámetro y 3 m de longitud es de 0,0108 ohmios. Determinar la resistencia de un conductor cilíndrico del mismo material y a la misma temperatura, pero que tenga 0,25 cm de diámetro y 8 m de longitud.

2. El diámetro de un conductor cilíndrico A es de 6 mm y su longitud de 2 m. El diámetro y longitud de otro conductor cilíndrico B del mismo material valen 3 mm y 1 m respectivamente y su resistencia es de 0,02 ohmios. Determinar la resistencia del conductor A, si está a la misma temperatura que el B.

3. La resistencia de un material de 3 m de longitud y sección de 0,014 cm^2 es de 4,1 ohmios. La resistencia a la misma temperatura de 3,6 m del mismo material es de 7,7 ohmios. Determinar su sección transversal en centímetros cuadrados.

4. Si la resistividad del cobre es 1,724 microohmios centímetro a 20°C, determinar la resistencia: *a*) entre las caras opuestas de una pulgada cúbica a la misma temperatura; *b*) de una varilla de 1 m de longitud y 1 mm de diámetro.

5. La resistencia de un alambre de aleación de cobre es de 1,46 ohmios a 20°C y su diámetro es de 1,3 mm. Determinar, a la misma temperatura, su resistividad.

6. La resistividad del cobre normal a 20° es de 17,24 ohmios mm^2/Km. Determinar la resistencia de un hilo de cobre de 150 m y 4,5 mm de diámetro.

7. Una barra de cuadro está constituída por dos barras de cobre comercial de 15 m de longitud cada una y cuya sección transversal es de 6 × 125 mm. Las dos barras están separadas 12,5 cm entre caras adyacentes y se conectan en paralelo. La resistividad del cobre es 1,67 microohmios por centímetro a 20°C. Determinar: *a*) la resistencia de la barra de cuadro; *b*) su peso total, si el peso del cobre es de 8,9 Kg/dm^3.

8. Repetir el problema 7 para una barra de cuadro de aluminio de la misma longitud, pero construída con 2 barras de 150 × 12 mm. El peso específico del cobre es de 8,9 Kg/dm^3 y el del aluminio 2,70. La resistividad del aluminio a la temperatura de operación es de 3,828 microohmios/cm.

9. La resistividad de una aleación de ferrocromo-aluminio es de 129,5 microohmios por centímetro cúbico. Una chapa de este material tiene 380 × 150 mm y 0,35 mm de espesor. Determinar su resistencia entre: *a*) los extremos opuestos y *b*) los lados opuestos.

10. La sección de un alambre de cobre número 6 A. W. G. es de 13,3 mm^2 y la resistividad del cobre a 20°C es $1{,}750 \cdot 10^{-6}$ ohmios-cm^3. ¿Cuál deberá ser la longitud en metros del alambre citado para que tenga una resistencia de 0,06 ohmios a 20°C?

11. Se desea obtener una resistencia de 22,1 ohmios con 3 m de longitud de cinta de aleación níquel-cromo, que tiene una resistividad de 108,8 ohmios-cm. Determinar: *a*) la sección transversal en milímetros cuadrados; *b*) el espesor si el ancho de la cinta es de 1,6 mm.

12. Un tercer carril de toma de corriente tiene una sección de 27,2 cm^2 y el acero tiene una resistividad de 12,2 microohmios-cm. Despreciando el efecto de las juntas, determinar la resistencia por kilómetro de este carril.

13. Trescientos metros de conductor de cobre de 3,3 mm de diámetro tienen una resistencia de 0,63 ohmios a 20°C. Determinar la resistencia de la misma masa de cobre si se estirara de modo que su sección se redujese a la mitad.

14. Una varilla cilíndrica de cobre de 0,10 mm de diámetro tiene una resistencia de 0,0026 ohmios. Tomando como resistividad del cobre 1,724 microohmios-cm a 20°C, determinar: *a*) la longitud de la varilla en metros; *b*) la resistencia de la varilla cuando se reduce su diámetro a un tercio del valor inicial, sin cambiar su volumen. Suponer que la resistividad del cobre no se altera por el proceso de estirado.

15. La densidad del cobre es 8,89 g/cm^3. Suponiendo una resistividad de 1,724 microohmios-cm^3, determinar la longitud en metros y la resistencia de 12 Kg de cobre, con una sección de 13,3 mm^2.

16. Una barra de aluminio tiene un diámetro de 13 mm y pesa 10 Kg. El peso específico del aluminio es de 2,70 gm/cm^3. Determinar: *a*) su longitud; *b*) diámetro hasta el que deberá estirarse para obtener una resistencia de 1,07 ohmios si el volumen no varía.

17. La resistividad de una determinada calidad de cobre comercial es de 1,75 microohmios/cm^3 a 20°C. Determinar su sección en milímetros cuadrados y la resistencia a 20°C de 45 Kg de cobre de esta calidad cuando su longitud es de 390 m. El peso por decímetro cúbico del cobre es 8,9 Kg.

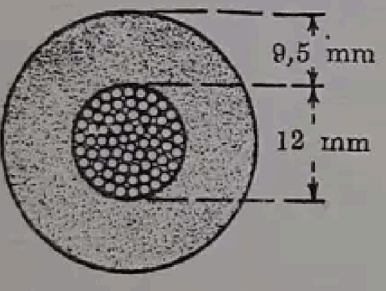


FIG. 455

18. El aluminio tiene una conductibilidad de 353 000 mhos/cm^3 a 20°C. Hallar la conductancia y la resistencia a 20°C de una barra de cuadro de aluminio de 150 × 13 mm de sección y 7,60 m de largo. ¿Cuál es su peso en kilogramos? El peso específico del aluminio es 2,70 gm/cm^3, aproximadamente.

19. Para una barra de cuadro de cobre de la misma conductancia dada en el problema 18, determinar: *a*) ancho si el espesor es de 9,5 mm; *b*) peso. La conductibilidad del cobre es de 566 000 mhos/cm^3 y su peso específico de 8,89 gm/cm^3.

20. La sección de un alambre número 6 A. W. G. es de 13,3 mm^2 y la resistividad a 25°C del cobre es 1,770 mhos/cm. Determinar la conductancia de 260 m de dicho alambre.

21. La resistencia de un cable aéreo de toma de corriente, de bronce, se mide para determinar su resistividad. Su sección es circular y de diámetro de 11,7 mm; para 965 mm de longitud se encuentra que, a 20°C, su resistencia es de $2{,}39 \cdot 10^{-4}$ ohmios. Determinar: *a*) resistencia por metro; *b*) resistividad en ohmios por centímetro cúbico; *c*) conductibilidad en tanto por ciento del cobre tipo (1,7241 microohmios/cm).

22. La figura 455 representa la sección transversal de un cable. La superficie del cable puede considerarse como uniforme y de 12 mm de diámetro. El espesor de aislamiento es de 9,5 mm y su resistividad de $5 \cdot 10^{15}$ ohmios/cm. Determinar la resistencia de aislamiento de: *a*) 60 m de longitud y *b*) 260 m (véase § 9, pág. 14).

23. La figura 456 muestra una barra de sección rectangular y doblada en su parte central en forma semicircular. Las partes rectas son de 5 cm y el radio de la parte doblada es de 2 cm en su parte interior y 3 cm en la exterior, siendo el ancho del conductor de 1,5 cm. La resistividad es de ρ ohmios/cm. La corriente penetra por el extremo *A* y sale por el *D*. Determinar la resistencia entre las superficies *A* y *D*. La resistencia del circuito entre las superficies *B* y *C* debe determinarse por integración.

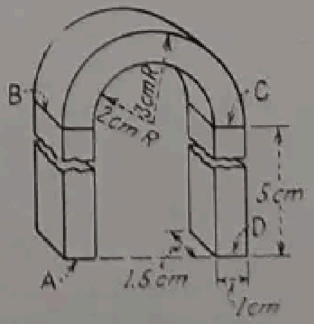


FIG. 456

Nota. Para efectuar la integración es necesario obtener primero la *conductancia* del recorrido *BC*.

24. La resistencia de aislamiento de una milla inglesa de cable aislado con caucho s de $3{,}45 \cdot 10^4$ megaohmios. El diámetro del conductor, único, es de 10,4 mm y el espesor de la cubierta aislante es de 6,35 mm. Determinar la resistividad del caucho en ohmios por centímetro cúbico.

25. La resistencia de un hilo de cobre de 10,4 mm de diámetro se mide entre dos contactos separados por una distancia de 1,20 m y se encuentra el valor de $2{,}52 \cdot 10^{-4}$ ohmios. El peso de un kilómetro de cable es de 756 Kg. Determinar: *a*) la resistencia por kilómetro; *b*) la resistencia por Kg-Km.

26. La resistencia de una bobina de 150 m de hilo de cobre número 6 A.W.G. se determina partiendo de su resistividad a 25°C y se encuentra que es de 0,2055 ohmios. El peso del cable es de 118,3 Kg/Km y su coeficiente de temperatura a 20°C, de 0,00393. Determinar: *a*) resistencia de la bobina a 20°C; *b*) resistencia de 1 Km; *c*) resistencia por Kg-Km; *d*) conductibilidad en tanto por ciento de las normas A.S.A.

27. Un alambre de cobre duro estirado de 11,7 mm de diámetro se ensaya a 26°C para determinar su resistividad, encontrándose que la resistencia entre dos contactos separados 183 mm es de $3{,}04 \cdot 10^{-4}$ ohmios. El peso por kilómetro de este alambre es de 953,8 Kg, y el coeficiente de temperatura de la resistencia del cobre a 20°C vale 0,00393. Determinar: *a*) la resistividad a 20°C; *b*) la resistencia por Km; *c*) la resistencia por Kg-Km; *d*) su conductibilidad en tanto por ciento de la normal.

28. Tres resistencias de 8,4 ohmios cada una están conectadas en paralelo. Este sistema en paralelo está en serie con otra resistencia de 4,8 ohmios y otro grupo en paralelo de 4 resistencias de 10,8 ohmios cada una (ver fig. 457). Determinar la resistencia entre los terminales: *a*) *A* y *B*; *b*) *A* y *C*.

29. Un conductor de cobre de 150 mm^2 de sección y 120 m de longitud se dispone para transportar una corriente de gran intensidad desde una barra ómnibus positiva a un centro de consumo con retorno por tierra, cuya resistencia es de 0,6 ohmios. Un aumento de la carga obliga a conectar otro conductor de cobre de 110 mm^2 de sección, en paralelo con el anterior. Además, para reducir la resistencia del retorno por tierra, se conecta un conductor de 120 m de longitud y 110 mm^2 de sección desde el terminal negativo del receptor a la barra ómnibus negativa. La resistencia por mm^2-Km se considerará de 17,24 ohmios. Determinar: *a*) la resistencia combinada del conductor inicial y el retorno por tierra; *b*) la resistencia del conductor de 110 mm^2, y *c*) la resistencia final del conductor positivo y el negativo de retorno.

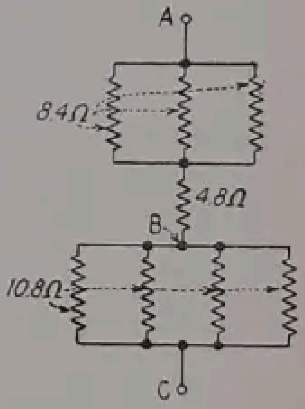


FIG. 457

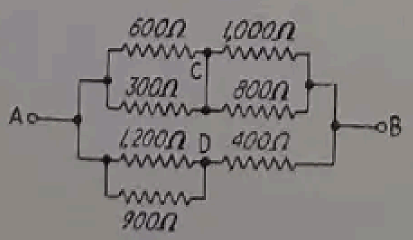


FIG. 458

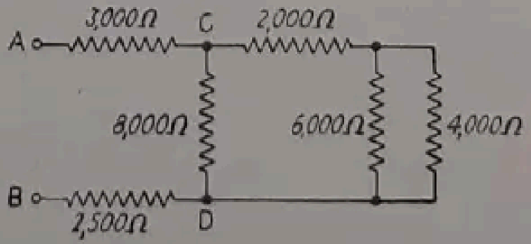


FIG. 459

30. En la figura 458 se representa una combinación de varias resistencias acopladas en serie-paralelo. Determinar las resistencias que existen entre los puntos: *a*) *A* y *C*; *b*) *C* y *B*; *c*) *A* y *D*, y *d*) *A* y *B*.

31. En la figura 459 se indica un acoplamiento en serie-paralelo de varias resistencias. Determinar la resistencia entre: *a*) *A* y *B*; *b*) *C* y *D* si los terminales *A* y *B* se desconectan.

32. La figura 460 representa una red de resistencias con tres terminales *A*, *B* y *C*. Determinar la resistencia entre: *a*) *A* y *B*; *b*) *B* y *C* y *c*) *C* y *A*.

33. Determinar en la figura 460 la resistencia entre: *a*) *A* y *B* unidos y enlazados con *C*; *b*) *B* y *C* unidos y enlazados con *A*; *c*) *A* y *C* unidos y enlazados con *B*.

34. Un cable de trole de 100 mm² (cobre estirado duro) cuya resistencia es de 0,175 ohmios por kilómetro se extiende hasta 7,2 Km de la central suministradora. Se ha instalado con un cable en paralelo de 200 mm² en un trayecto de 7,2 Km, siendo la resistencia de este cable 0,0886 ohmios por kilómetro. Este feeder y el cable de trole están empalmados entre sí cada 800 m (fig. 461). La resistencia de *cada* carril es de 0,29 ohmios por kilómetro. Determinar: *a*) la resistencia total del circuito aéreo desde la central hasta el extremo de la línea de trole; *b*) la resistencia total desde la central hasta el extremo de la línea y retorno por la vía hasta la central, suponiendo que el retorno se hace por los dos carriles.

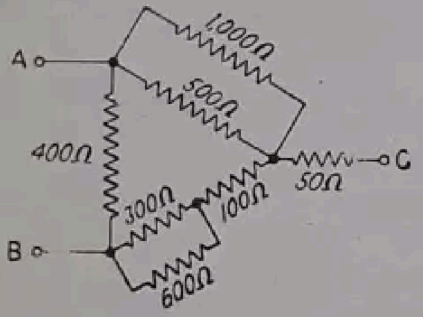


Fig. 460

35. En el problema 34, suponer que se establece un segundo alimentador negativo de 125 mm² entre la central y un punto del carril situado a 4,8 Km. Este alimentador tiene una resistencia de 13,8 ohmios por kilómetro (véase fig. 461). Repetir el caso (*a*) del problema 34.

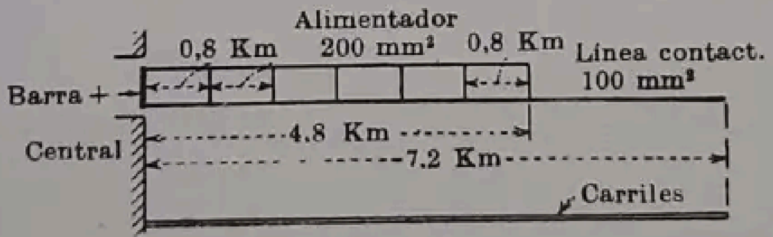


Fig. 461

36. En el problema 34 se conecta un alimentador negativo de 150 mm² y con resistencia de 0,12 ohmios por kilómetro entre la barra negativa de la central y ambos carriles, uniéndose a éstos en un punto situado a 4,8 Km de la central, además del alimentador de la línea aérea de trabajo (problema 35). Repetir el caso (*b*) del problema 34, considerando que la corriente de retorno circula totalmente por los carriles y el alimentador.

37. Una varilla cilíndrica de cobre tiene un diámetro de 9,5 mm. ¿Cuál es su sección en pulgadas cuadradas, en mils cuadrados y en circular mils? Repetir para un diámetro de 0,625 pulgadas.

38. Un alambre del número 15 A.W.G. tiene 0,045 pulgadas de diámetro. ¿Cuál es su sección en circular mils, pulgadas cuadradas y milímetros cuadrados? El número 00 A.W.G. tiene 0,365 pulgadas de diámetro: obtener los mismos datos que en el caso anterior.

39. Determinar los diámetros en pulgadas y secciones en pulgadas cuadradas del conductor número 0000 A.W.G. que tiene 211 600 circular mils y de los que tienen 41 700, 5 180 y 509 circular mils.

40. Un cable concéntrico está compuesto por 61 conductores cada uno de ellos de 3 mm de diámetro. Determinar su sección y su resistencia kilométrica si su resistividad es de 17,8 mm²/Km.

41. Un cable telefónico contiene 303 pares de 0,6 mm de diámetro de cobre. ¿Cuál es la resistencia de un circuito completo de 60 Km (formado por un par), siendo la resistividad del cobre de 17,5 ohmios/Km.

42. El cable de acero con cubierta de cobre lleva una camisa de cobre soldada sobre un núcleo de acero. Estos conductores combinan una elevada conductibilidad con una elevada resistencia a la tracción y una protección del acero contra la corrosión. El diámetro de uno de estos conductores es de 12 mm y la sección transversal es de 211 600 circular mils (siendo ambos los que corresponden al conductor macizo de cobre). La resistividad del cobre a 20°C es 17,24 ohmios por kilómetro, y la del acero es 7,5 veces mayor. La sección transversal del cobre es 35 mm^2 y la del acero de 70 mm^2. Determinar la resistencia kilométrica de este conductor y la relación de conductancias entre él y un conductor de cobre solo que tenga el mismo diámetro exterior.

43. Supóngase que un conductor de cobre con alma de acero tiene el 30 % de su sección transversal de acero y el 70 % de cobre. Utilizando los datos del problema 42 determinar la resistencia por kilómetro de un cable de 10 mm de diámetro.

44. El cable de aluminio duro con alma de acero se emplea para las líneas de transporte a alta tensión. Un cable contiene 6 alambres de aluminio y un alambre central de acero, cuyo diámetro común es de 4 mm. A 20°C el aluminio tiene una resistividad de 28,6 ohmios/mm^2/Km y el acero de 176 ohmios/mm^2/Km. Cuál es la resistencia de un conductor simple del tipo indicado y de 100 Km de longitud: *a*) despreciando la conductancia del alma de acero; *b*) incluyendo esta conductancia (el peso específico del aluminio es 2,7 y el del acero 7,9); *c*) determinar el peso por kilómetro.

45. El coeficiente de temperatura de la resistencia del cobre a 0°C es 0,00427 (véase página 25). La resistencia de una bobina de cobre es 8,82 ohmios a 24°C. Determinar su resistencia: *a*) a 0°C; *b*) a 42°C.

46. La resistencia de un hilo de trole de cobre duro estirado de 8 Km de longitud es 1,34 ohmios a 20°C. Determinar su resistencia a: *a*) una temperatura mínima invernal de −10°C; *b*) a una máxima temperatura de verano de 40°C.

47. Para determinar la temperatura que adquiere al funcionar un cable de cobre de 2,44 m, constituído por dos conductores de cobre de 10 mm de diámetro, los extremos terminales de los conductores se unen y se mide la resistencia desde el origen de los mismos, encontrándose que es de 0,1575 ohmios. La resistencia del cable, medida de manera análoga después de instalado y a 23°C fué de 0,1278 ohmios. La conexión entre los extremos terminales en ambos ensayos era de resistencia despreciable. Determinar la temperatura de funcionamiento del cable.

48. La resistencia de los arrollamientos de campo de una dínamo shunt de 400 Kw a 230 voltios se mide después que la máquina ha estado por algún tiempo en una habitación a 21°C y ha resultado ser de 14,6 ohmios. Después de hacerla funcionar durante 3 horas, la resistencia se mide nuevamente dando 16,2 ohmios. Determinar: *a*) temperatura media en los arrollamientos después de las 3 horas; *b*) aumento de temperatura.

49. La resistencia a 25°C de un cable de aluminio estirado-duro de 760 m y 120 mm^2 de sección (equivalente en cobre) es de 0,1113 ohmios. El coeficiente de temperatura del aluminio a 20°C es 0,0403. Determinar su resistencia a 0°C y a 40°C.

50. La resistencia de uno de los conductores de un cable de 3220 m de longitud formado por 3 conductores de cobre de 10,4 mm de diámetro resultó ser de 0,684 ohmios a 23°C. Después de funcionar durante varias horas en carga, se midió de nuevo la resistencia, inmediatamente después de desconectar los receptores, encontrándose que era de 0,784 ohmios. *a*) Determinar la temperatura que tenía el cable en funcionamiento. *b*) Si la temperatura máxima tolerable para el funcionamiento del cable es de 85°C, ¿cuál debiera ser la resistencia del conductor?

51. La resistencia de un inducido, excluyendo la de las escobillas y su contacto, es de 0,0846 ohmios con una temperatura ambiente de 22°C. Determinar su resistencia a 0°C y la temperatura admisible de funcionamiento, que es de 40°C sobre la ambiente.

52. La resistencia de uno de los circuitos del inducido de una dínamo se mide a una temperatura ambiente de 22°C, y resulta ser de 0,0642 ohmios. Después la máquina se mantiene en marcha durante 6 horas, y la resistencia del mismo circuito, medida nuevamente, resulta de 0,0728 ohmios. Determinar el aumento de temperatura al cabo de las 6 horas.

53. El hilo de volframio tiene un coeficiente de temperatura de la resistencia de 0,0045 a 20°C. La resistencia en caliente de una lámpara de 100 vatios a 115 voltios es de 132 ohmios cuando trabaja a su temperatura de funcionamiento de 2 580°C. Determinar su resistencia en frío a la temperatura ambiente de 25°C.

54. En el problema 53 determinar el coeficiente de temperatura del volframio a 0°C y a 40°C.

55. Determinar el coeficiente de temperatura de la resistencia para el cobre a las temperaturas de 17°C, 37°C y 48°C.

56. El coeficiente de temperatura de la resistencia a 20°C para el aluminio es 0,0403. Determinar: *a*) la temperatura de resistencia nula teórica (pág. 27); *b*) el coeficiente de temperatura a 0°C; *c*) a 15°C y *d*) a 43°C.

PREGUNTAS REFERENTES AL CAPÍTULO II

Ley de Ohm y circuito eléctrico

1. ¿En qué relación fundamental se basa el sistema de unidades electrostáticas? ¿En qué casos se utiliza este sistema?

2. ¿En qué relación fundamental se basa el sistema c.g.s. o absoluto de unidades electromagnéticas? ¿Cuándo se aplica generalmente este sistema? ¿Cuál es la definición de la unidad absoluta de intensidad de corriente?

3. ¿Qué objeciones pueden hacerse al sistema c.g.s. para su utilización corriente? Indicar cómo se deriva el sistema práctico del c.g.s. electromagnético.

4. Señalar las dificultades que se encuentran cuando se trata de basar el sistema práctico en unidades dimensionales. Demostrar cómo se supera esta dificultad en el sistema m.k.s.

5. Indíquese por qué en el sistema práctico, o m.k.s., se han reemplazado las unidades absolutas por las internacionales. ¿Cuál es el orden de las diferencias entre las dos series de unidades?

6. Definir el culombio internacional y el amperio internacional. ¿Cómo se define el amperio internacional experimentalmente?

7. Definir el ohmio internacional; definir el voltio internacional fundamentalmente y atendiendo a la posibilidad de obtenerlo con facilidad. ¿A qué cantidad mecánica puede asimilarse el voltio?

8. Definir las unidades de potencia y de energía. Establecer la ley de Joule.

9. Indíquese brevemente la significación de *potencial absoluto*. ¿Por qué no tiene, en general, interés conocer el potencial absoluto?

10. ¿Cuál es la naturaleza de la caída de potencial en un conductor? Compararla con la caída de presión en una tubería. Demostrar que es imposible suministrar energía en corriente continua por medio de un conductor si el potencial en el extremo receptor es igual al potencial en el extremo por el que se alimenta dicho conductor. Probar que debe haber una caída de potencial en el conductor de retorno al generador, lo mismo que en el conductor de ida. ¿Puede existir potencial sin que haya corriente? Dense ejemplos.

11. ¿Qué significa *diferencia de potencial*? Probar que es posible que existan dos o más f.e.m. en un circuito sin que haya ninguna diferencia de potencial entre los terminales del mismo.

12. Por medio de un dibujo indicar la manera correcta de conectar un voltímetro en un circuito eléctrico. En el mismo dibujo señalar cómo se conecta un amperímetro para medir la corriente que va al receptor. ¿Por qué no se puede conectar un amperímetro entre los dos conductores eléctricos?

13. ¿Cuál es la relación fundamental expresada por la ley de Ohm? Indicar las tres formas en que puede escribirse. Mencionar las condiciones que fijan la conveniencia de usar una u otra de estas expresiones.

14. ¿Cómo se han de combinar las resistencias conectadas en serie para dar una resistencia única equivalente? Deducir la expresión que determina la resistencia única equivalente que puede reemplazar a cierto número de resistencias en paralelo. En un circuito que comprende dos resistencias en paralelo, determinar la relación entre la intensidad de cada corriente parcial y la de la corriente total.

15. Expresar la potencia en función de los voltios, amperios y ohmios, tomando dos de estas magnitudes solamente. Establecer la diferencia que existe entre potencia y energía. ¿Cuál es la unidad práctica de energía eléctrica y qué relación guarda con la unidad de potencia? ¿Cuál es la unidad de potencia mecánica? ¿Qué relación existe entre el vatio y el kilovatio?

16. ¿Cómo se relaciona la energía con la potencia? Nombre y definición de la unidad fundamental c.g.s. de energía. Nombre de la unidad práctica c.g.s. de energía y su relación con la unidad fundamental. Señalar las diversas formas de almacenar energía o aquellas en que la energía puede ponerse de manifiesto. Describir las transformaciones energéticas que se producen en una central eléctrica accionada con vapor. ¿En qué forma aparece la energía en último término? ¿Cuál es, aproximadamente, el rendimiento global de los sistemas actuales de producción, transporte y distribución de la energía eléctrica?

17. Definir la unidad inglesa (B.T.U.) y la unidad métrica (caloría-gramo) de calor. ¿Cuál es la relación entre la caloría-gramo y el vatio-segundo?

18. ¿Qué relación sencilla existe entre las tensiones en los extremos de alimentación y de recepción en un cable que alimenta un solo receptor en el extremo más alejado, y cuál es el rendimiento del transporte?

19. ¿En qué condiciones la caída de potencial en cada porción de conductor de un metro de longitud es independiente de la corriente total? ¿Cuál es el principio utilizado para resolver los problemas de electricidad? Indicar cómo se puede aplicar este método para calcular las pérdidas de potencia.

PROBLEMAS REFERENTES AL CAPÍTULO II

Ley de Ohm y circuito eléctrico

57. Un alambre circular cuyo diámetro es de 2 cm se conecta a una toma de corriente prolongando los extremos radialmente y uno junto a otro. El diámetro del alambre es pequeño comparado con el radio del círculo. La corriente que circula por el alambre ejerce una fuerza de 42 dinas sobre un pequeño polo magnético, colocado en el centro del círculo de 4 unidades c.g.s. de polo. Determinar la corriente que circula por el alambre en amperios absolutos c.g.s. y en amperios prácticos.

58. Una bobina de 8 vueltas de hilo tiene la forma de un círculo de 6 cm de diámetro y se conecta a un manantial de corriente disponiendo los hilos de conexión paralelos y de dirección radial. La sección transversal de la bobina es pequeña, comparada con su radio. El paso de corriente por el conductor ejerce una fuerza de 128 dinas sobre un pequeño polo de 6 unidades c.g.s., colocado en el centro de la bobina. Determinar la intensidad de la corriente en amperios absolutos y prácticos.

59. La corriente nominal de excitación de un electroimán es de 12 amperios. Cuando la tensión que actúa es de 122 voltios, la corriente es de 14 amperios. Determinar la resistencia en ohmios que debe conectarse en serie para limitar la corriente: *a*) a su valor nominal y *b*) a 9 amperios.

60. La resistencia en frío de una lámpara de 100 vatios de volframio con atmósfera gaseosa es 16,8 ohmios y la resistencia en caliente a su tensión normal de 118 voltios es 139 ohmios. Determinar la intensidad de la corriente que demandará en el instante de conectarla a la línea y en el momento que haya alcanzado las condiciones de régimen.

61. La figura 462 es el esquema de conexiones de un motor shunt a 230 voltios, con su inductor y reóstato. La tensión entre terminales del motor es de 230 voltios y la resistencia de la bobina inductora de 180 ohmios. Se desea que la corriente de excitación no exceda de 1,1 amperios y que sea posible reducirla hasta el 20% de este valor máximo. Determinar: *a*) valores máximo y mínimo de la resistencia del reóstato; *b*) valores máximo y mínimo de la tensión entre terminales del reóstato de campo, si la tensión de alimentación permanece constante y de 230 voltios.

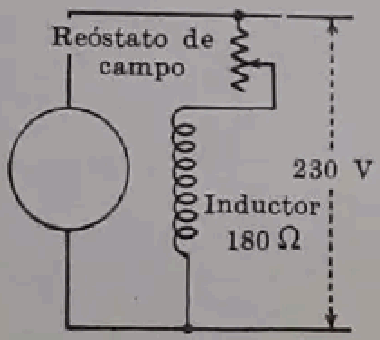


FIG. 462

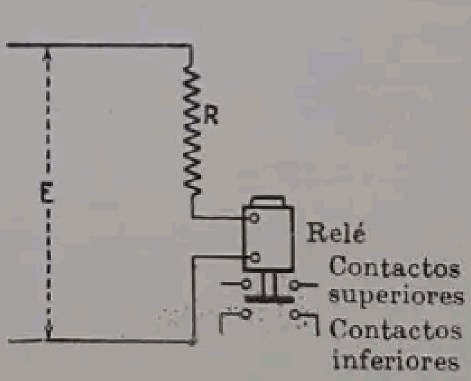


FIG. 463

62. En la figura 463 se representa un relevador dispuesto en serie con una resistencia. El relevador hace subir al núcleo cuando la corriente es de 0,36 amperios, y el núcleo baja cuando la corriente es de 0,25 amperios. La resistencia del relevador es de 130 ohmios. Determinar: *a*) los ohmios de la resistencia en serie *R* si se quiere que el relevador actúe cerrando los contactos superiores cuando la tensión *E* sea de 120 voltios; *b*) valor de la tensión *E* cuando cae el núcleo y cierra los contactos inferiores.

63. Un relevador de telégrafo que tiene una resistencia de 250 ohmios y funciona con 42 miliamperios (1 miliamp. = 0,001 amp.) está conectado en el extremo de una línea telegráfica de 400 Km. constituída por conductores de cobre de 3 mm² de sección cuya resistencia por circuito (2 hilos) es de 11 ohmios/Km. Determinar: *a*) la tensión que se necesita aplicar al otro extremo de la línea para que el relevador pueda funcionar; *b*) caída de tensión en la línea; *c*) tensión entre terminales del relevador.

64. En la figura 464 se representa un circuito compuesto por una resistencia R_1 en serie con otras dos R_2 y R_3 que están en paralelo entre sí. El circuito se empalma a una fuente de 100 voltios. Cuando se abre el interruptor S, en el amperímetro A_1 se leen 8 amperios. Cuando se cierra S, la lectura es de 10 amperios en A_1 y 4 en A_2. Determinar: *a*) valor en ohmios de las resistencias R_1, R_2 y R_3; *b*) tensión entre terminales de R_1 y R_2 cuando S está abierto y cuando S está cerrado.

65. Tres alambres A, B y C (fig. 465) de un sistema de alarma se unen en su extremo más alejado por medio del puente O. Cuando se aplica una tensión de 8,2 voltios entre los terminales a y b, la corriente es de 1,125 amperios y cuando se aplican 10,5 voltios entre los terminales b y c, la corriente es de 1,33 amperios; cuando se aplican 9,8 voltios entre los terminales c y a, la corriente es de 1,44 amperios. Determinar la resistencia de los alambres A, B y C.

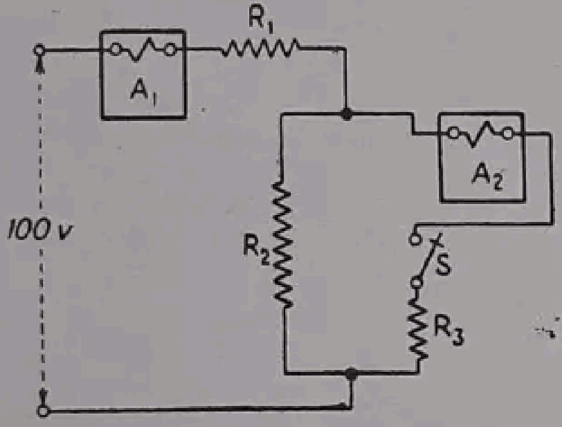


FIG. 464

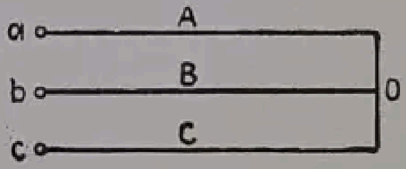


FIG. 465

66. La resistencia del arrollamiento en derivación de una dínamo de 230 voltios es 130 ohmios (los circuitos como en la fig. 462). Cuando la corriente de excitación se ajusta a 1,42 amperios, la tensión entre terminales de la dínamo es de 230 voltios. Determinar: *a*) cuál debe ser la resistencia intercalada por medio del reóstato; *b*) tensión entre terminales del arrollamiento, y *c*) tensión entre terminales del reóstato.

67. Cuatro resistencias de 12,4, 8,6, 14,7 y 16,2 ohmios están dispuestas en serie en una red de 115 voltios de corriente continua. Determinar: *a*) la resistencia equivalente del sistema; *b*) la intensidad de la corriente; *c*) la tensión entre los extremos de cada resistencia.

68. Se necesita una corriente de 35 amperios para hacer funcionar un gran electroimán. Éste está integrado por cuatro carretes en serie cuyas resistencias son 1,6, 1,6, 1,2 y 1,2 ohmios. Un reóstato cuya resistencia es de 0,56 ohmios está en serie con el electroimán, y la resistencia de los empalmes es 0,12 ohmios. Determinar: *a*) la tensión que debe aplicarse al sistema; *b*) la tensión aplicada a cada bobina; *c*) la tensión entre los bornes del reóstato; *d*) la caída de potencial en las conexiones.

69. Una instalación de alumbrado en serie comprende 82 lámparas de incandescencia con filamento de volframio, cada una de las cuales tiene una resistencia de 4,83 ohmios y absorbe 6,6 amperios. La resistencia total de la línea es de 32 ohmios. Determinar la tensión de suministro.

70. Con el fin de medir la resistencia de un inducido de corriente continua disponiendo de una tensión de 115 voltios, es necesario intercalar una resistencia, en serie con el inducido, para limitar la corriente (ver fig. 414, pág. 568). Cuando la corriente es de 48,2 amperios, la caída de tensión en el inducido, incluyendo las escobillas, es 8,6 voltios. Determinar la resistencia: *a*) del inducido; *b*) de la resistencia conectada en serie.

71. Se ensaya una barra de cobre para cuadro, de 152 × 12 mm, para determinar su resistencia. Con una corriente de 640 amperios, la caída de potencial entre dos puntos distantes 2,45 m es de 27,5 milivoltios. Determinar: *a*) la resistencia por metro de la barra a 20°C: *b*) la resistividad a 20°C; *c*) su conductibilidad en tanto por ciento de la del cobre recocido normal (pág. 21); *d*) caída de tensión en 120 m a 30° cuando se conectan dos barras en paralelo y la corriente que por ellas circula es de 4900 amperios.

72. La resistencia del inductor serie solo de una dínamo compound se determina midiendo la caída de potencial para una corriente de 1 800 amperios. La caída resulta ser de 4,32 voltios. Se shunta el inductor por medio de una resistencia de debilitación (fig. 466) (véase también pág. 489). Cuando circulan 1 800 amperios por la resistencia y el inductor conectados en paralelo, la caída de potencial es 3,41 voltios. Determinar la resistencia: *a*) del inductor serie; *b*) de la resistencia de debilitación.

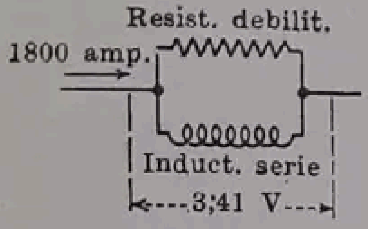


FIG. 466

73. Una resistencia de debilitación se shunta a través del inductor serie de una dínamo compound, como en la figura 466. Cuando la intensidad de corriente es de 1 200 amperios, la caída de tensión a través del inductor serie y de la resistencia de debilitación en paralelo es de 3,73 voltios. La resistencia del shunt se gradúa de modo que quede reducida a la mitad. La caída de tensión a través del inductor y de la resistencia de debilitación en paralelo es ahora de 2,37 voltios. Determínese la resistencia de: *a*) el inductor serie; *b*) la resistencia de debilitación.

74. La resistencia del divisor de tensión *ac* (fig. 467) es de 30 000 ohmios. Estando el borne central *b* en el punto medio, se conecta una resistencia *b′ c′* de 20 000 ohmios entre *b* y *c*. Al divisor de tensión se le aplica una tensión de 300 voltios. Determinar: *a*) la resistencia equivalente entre los puntos *b* y *c*; *b*) la resistencia entre *a* y *c*; *c*) las corrientes en *ab*, *bc* y *b′c′*; *d*) la tensión entre *b* y *c*.

75. Repetir el problema 74 cambiando la resistencia *b′c′* y haciéndola de 25 000 ohmios. (Los problemas 74 y 75 sirven de ejemplo demostrativo de que los divisores de tensión dividen ésta proporcionalmente a las resistencias existentes entre los terminales y el borne central solamente cuando la corriente que sale o llega al borne central es cero. Véase caja de resistencias, pág. 203).

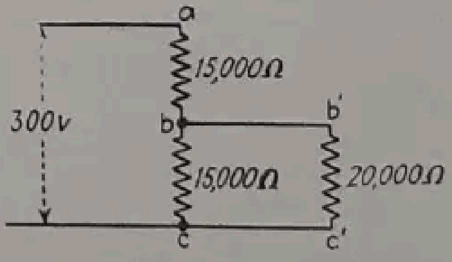


FIG. 467

76. Tres resistencias de 50, 40 y 73,4 ohmios están montadas en paralelo. Determinar: *a*) la resistencia equivalente del conjunto. La corriente en la resistencia de 73,4 ohmios es de 3,27 amperios. Determinar: *b*) la tensión entre los terminales del conjunto; *c*) la corriente que circula por cada resistencia.

77. Tres resistencias de 100, 120 y 150 ohmios se conectan en paralelo. Determinar el valor de la intensidad de la corriente que hace que por la resistencia de 120 ohmios circule un amperio.

78. Tres resistencias *A*, *B* y *C* están conectadas en paralelo (fig. 468). La resistencia *A* es de 12 ohmios, la *B* de 10 y la *C* es regulable. La intensidad de la corriente en el circuito es de 8 amperios. ¿Qué valor debe darse a la resistencia regulable *C* para que circulen por ella 2,5 amperios?

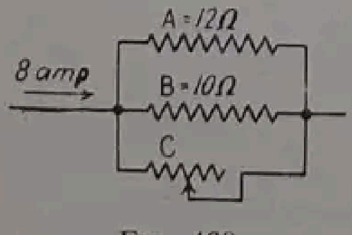


FIG. 468

79. Cuatro resistencias *A*, *B*, *C*, *D* están montadas en paralelo (fig. 469). Las resistencias *A*, *B*, *D* son de 56, 50 y 40 ohmios. Por la resistencia *D* circula una corriente de 2,5 amperios y la corriente total es de 7,0 amperios. Determinar: *a*) la resistencia *C*; *b*) la resistencia equivalente al conjunto de las cuatro; *c*) la corriente en las resistencias *A*, *B*, *C*.

80. En un sistema similar al que está representado en la figura 469, las resistencias *A*, *B* y *C* son de 24, 36 y 48 ohmios. Determinar: *a*) la resistencia equivalente a las *A*, *B* y *C* en paralelo; la corriente en el sistema en paralelo es de 12 amperios. Determinar: *b*) la resistencia *D* que hace que la intensidad de la corriente que pase por ella sea igual a la suma de las que circulan por *B* y *C*; *c*) corrientes en *A*, *B*, *C* y *D*.

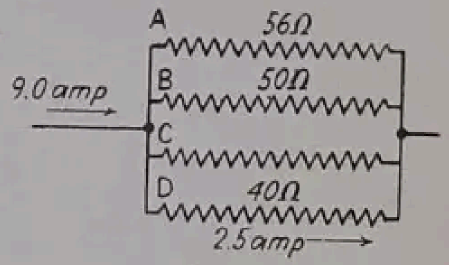


Fig. 469

81. La figura 470 representa un generador que suministra energía a dos receptores constituídos por lámparas de incandescencia, *A* y *B*, cuyas resistencias son de 3 y 5 ohmios respectivamente. Las resistencias de los conductores de alimentación son de 0,08 y 0,12 ohmios, como indica la figura. La tensión entre terminales del generador se mantiene constante y de 120 voltios. Determinar: *a*) la resistencia equivalente al circuito total; *b*) la intensidad total de la corriente; *c*) las intensidades de corriente en el grupo de lámparas de 3 ohmios y en el de 5 ohmios.

82. En un sistema de alumbrado semejante al de la figura 470, la corriente y tensión en el grupo de lámparas *B* son de 25 amperios y 108 voltios, y en el *A* de 40 amperios y 115 voltios. Determinar: *a*) la resistencia de cada uno de los conductores de alimentación entre las tomas para los dos grupos de lámparas *A* y *B* y entre el generador y el grupo *A*. Los dos conductores de cada alimentación se supone son de la misma resistencia.

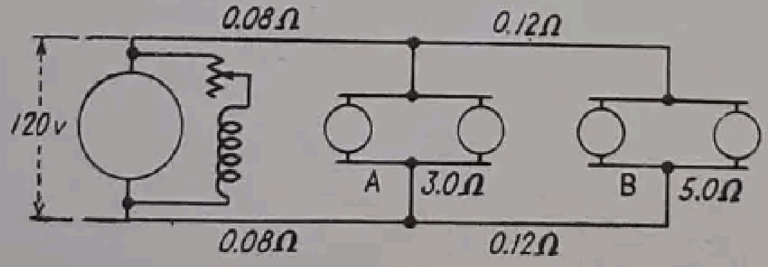


Fig. 470

83. Se conecta una resistencia de 8 ohmios en serie con un grupo de dos resistencias de 12 y 18 ohmios en paralelo. El conjunto se conecta a una red a 120 voltios. Determinar: *a*) la resistencia equivalente del conjunto; *b*) la corriente total; *c*) la tensión entre los bornes de la resistencia de 8 ohmios; *d*) la tensión entre terminales de las resistencias en paralelo; *e*) las corrientes en las resistencias de 12 y 18 ohmios.

84. Se dispone una resistencia de 40 ohmios, en serie con otras dos *A* y *B*, situadas en paralelo. La resistencia *A* es de 100 ohmios. Al conjunto del circuito serie-paralelo se le aplica una tensión de 120 voltios. Determinar: *a*) Valor en ohmios que debe darse a *B* para que la corriente absorbida por el circuito sea de 1,2 amperios; *b*) intensidad de la corriente en las resistencias *A* y *B*; *c*) tensión entre terminales de *A* y *B*.

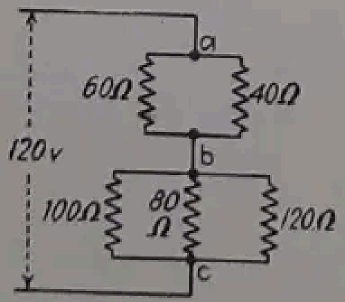


Fig. 471

85. El circuito serie-paralelo que representa la figura 471 se conecta a una red a 120 voltios. Determinar: *a*) la resistencia equivalente a los circuitos en paralelo *ab* y *bc*;

b) la resistencia equivalente al conjunto; *c*) la corriente total; *d*) la tensión entre los puntos *ab* y *bc*; *d*) la corriente en cada resistencia.

86. En la figura 471 se cambia la resistencia de 60 ohmios por otra variable. *a*) ¿Qué valor habrá que darle para que la corriente total absorbida sea de 2,4 amperios? En estas condiciones determinar: *b*) tensión entre los puntos *a* y *b* y los *b* y *c*; *c*) intensidad de corriente en cada resistencia.

87. En la figura 472 se representa un grupo de resistencias montadas en serie-paralelo, conectadas a la red de 100 voltios. Determinar: *a*) las resistencias equivalentes a las de los circuitos en paralelo *ee'* y *fb'-ge*; *b*) la resistencia equivalente al sistema completo; *c*) las tensiones entre terminales de las resistencias *ab*, *b'e'*, *cc'*, *dd'* y *fg*; (*d*) la corriente en cada una de las resistencias *ab*, *b'e'*, *cc'*, *dd'* y *fg*.

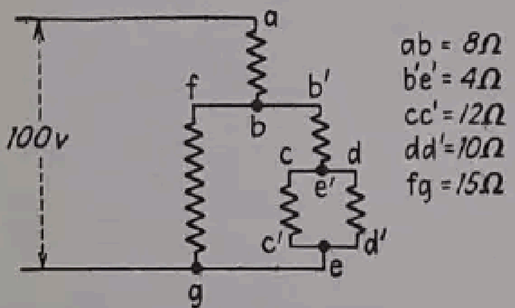


FIG. 472

88. Repetir el problema 87 haciendo las resistencias *ab* y *fg* de 4 y 6 ohmios respectivamente.

89. Una dínamo compound es de 400 Kw nominales a 250 voltios, siendo su rendimiento, a la carga nominal, de 0,93. Determinar: *a*) la intensidad de corriente nominal; *b*) la potencia suministrada en kilovatios y en caballos.

90. El rendimiento de un motor de 50 CV y 230 voltios, a plena carga, es de 0,885. Determinar: *a*) la potencia en la polea en CV; *b*) la misma potencia en kilovatios; *c*) la corriente nominal absorbida por el motor.

91. La figura 473 representa un circuito en serie-paralelo. La tensión aplicada *E* es de 250 voltios. Determinar: *a*) la resistencia equivalente a la de las resistencias *aa'* y *bb'* que están en paralelo, y también a las *cc'*, *dd'* y *ee'*, que también están en paralelo; *b*) la intensidad total de la corriente y la que circula por cada resistencia; *c*) potencia absorbida por cada resistencia y en total.

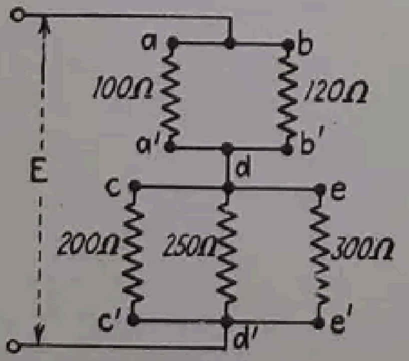


FIG. 473

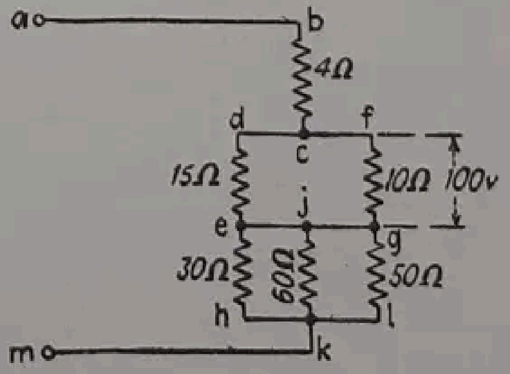


FIG. 474

92. En la figura 474 se representa un circuito serie-paralelo, en el cual la resistencia *bc* de 4 ohmios está en serie con dos grupos de resistencias en paralelo, de las cuales una comprende la *de* (15 ohmios) y la *fg* (10 ohmios). La tensión entre los terminales de este grupo es 100 voltios. El segundo grupo de resistencias comprende las tres *eh*, *jk* y *gl* de 30, 60 y 50 ohmios respectivamente, dispuestas en paralelo. Determinar: *a*) la tensión entre los terminales de *bc*; *b*) la tensión entre los terminales *j* y *k*, entre los *m* y *a*; *c*) la potencia absorbida por cada una de las seis resistencias; *d*) la potencia total absorbida por el circuito.

93. En la figura 475 se representa una resistencia de 6 ohmios en serie con otra de 30 ohmios que está en paralelo con una resistencia variable *R*. Entre terminales del circuito total existe una tensión de 120 voltios. Determinar: *a*) el valor que debe tomar *R* para que el circuito total consuma 988,3 vatios; *b*) potencia absorbida por las dos resistencias fijas de 6 y 30 ohmios.

94. En el circuito de la figura 475, determinar los dos valores que ha de tomar *R* para que absorba la misma potencia que la resistencia de 6 ohmios.

95. Cuando la potencia absorbida por la resistencia *dd'* de la figura 473 es de 100 vatios, determinar: *a*) la intensidad de la corriente en las resistencias *dd'*, *cc'* y *ee'*; *b*) la tensión entre los puntos *d* y *d'*; *c*) la tensión entre terminales del circuito en paralelo que forman las resistencias *aa'* y *bb'*; *d*) la tensión *E*; *e*) la corriente en *aa'* y en *bb'*; *f*) la potencia absorbida por las resistencias *aa'*, *bb'*, *cc'* y *ee'*, y *g*) la potencia total absorbida por el sistema.

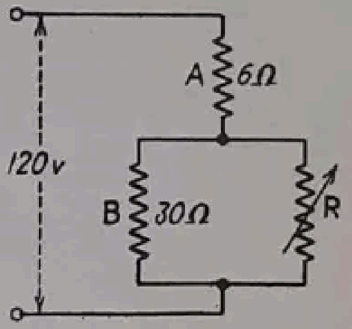


FIG. 475

96. Determinar en el circuito de la figura 466: *a*) potencia perdida en la resistencia de debilitación; *b*) potencia perdida en el inductor serie, y *c*) potencia total absorbida por el sistema.

97. En la figura 469, si la resistencia *C* es de 45 ohmios, determinar la potencia consumida en las cuatro resistencias si la corriente total es de 12 amperios.

98. Determinar, en el circuito de la figura 476, qué valor en ohmios debe tomar la resistencia variable *R* para que la potencia absorbida por la resistencia *ab* sea de 441 vatios.

99. Dos resistencias para calefacción, *A* y *B*, se conectan en paralelo y a una red a 120 voltios. La *B* absorbe una potencia doble que la *A*, y la total absorbida por ambas es de 2160 vatios. Determinar el valor de las resistencias *A* y *B*.

100. Cuatro lámparas de incandescencia de 100 vatios y diez de 60 vatios funcionan a su potencia nominal, conectadas a una red a 115 voltios. Determinar: *a*) la intensidad de la corriente en cada una de las lámparas de 100 vatios y en cada una de las de 60 vatios; *b*) intensidad total de la corriente absorbida.

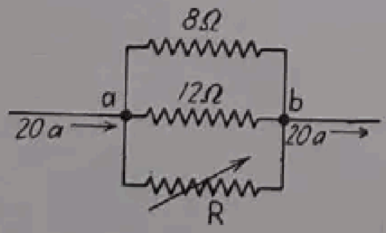


FIG. 476

101. Una resistencia variable *R* se dispone en serie con una fija de 22 ohmios y el conjunto se conecta a una red a 110 voltios. Determinar: *a*) qué valor debe darse a *R* para que la potencia que absorba sea máxima; *b*) intensidad de la corriente; *c*) valor de *R* que hace que la potencia que absorba sea doble que la absorbida por la resistencia de 22 ohmios; *d*) valor de la corriente en este caso.

102. En el circuito de la figura 475, determinar: *a*) valor que debe darse a la resistencia *R* para que la potencia absorbida en las resistencias *R* y *B* sea máxima; *b*) potencia absorbida por las resistencias *A*, *B* y *R*.

103. La figura 477 representa un divisor de tensión que se emplea para regular la corriente en el campo inductor de un generador, desde el valor cero hasta su máximo valor (véase pág. 442). La resistencia total del divisor *ab* es de 24 ohmios, y la del arrollamiento inductor de 60 ohmios. En serie con el inductor hay un reóstato de campo. La tensión en la línea es de 240 voltios. Sin intercalar resistencia en el reóstato de campo (resistencia cero), determinar: *a*) la intensidad de corriente cuando el contacto *x* está a la cuarta parte del recorrido de *a* a *b*, cuando está a la mitad y cuando está a los $^3/_4$; *b*) porcentaje de la potencia total que consume el campo inductor en los tres casos anteriores.

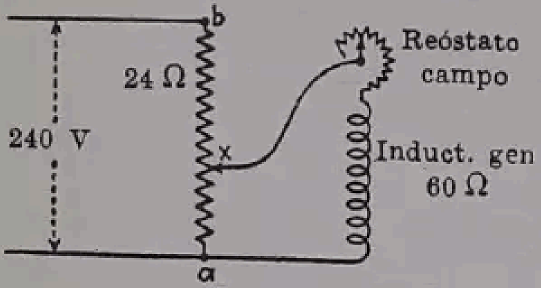


Fig. 477

104. En el problema anterior repetir los mismos cálculos suponiendo que en el reóstato de campo se intercalan 15 ohmios y calcular la potencia que absorbe éste.

105. La energía de un horno eléctrico que trabaja con carga constante se registra por medio de contador de energía que indica un consumo de 3240 Kwh en un período de 102 horas. Determinar: *a*) la potencia media absorbida por el horno; *b*) la intensidad media de la corriente para una tensión de 220 voltios; *c*) el coste total de la energía consumida si los primeros 60 Kwh se pagan a 20 céntimos el Kwh y el resto a 15 céntimos el Kwh.

106. La potencia absorbida por un motor de ventilador de 15 CV es 12,4 CV a 230 voltios de tensión, y el rendimiento es de 86,7%. A 40 céntimos por Kwh, determinar el coste mensual de la energía si el motor funciona a plena carga 24 horas por día durante 30 días.

107. A 0,95 pesetas por Kwh determinar: *a*) el coste de elevar la temperatura de 1,2 litros de agua de una cafetera eléctrica de 20 a 100°C; despreciar las pérdidas; *b*) el coste por mes, de 30 días, si la cafetera funciona dos veces por día.

108. El coste de la energía es 0,95 pesetas por Kwh. Determinar cuánto costará calentar dos litros de agua que están a la temperatura ambiente de 22°C hasta la temperatura de ebullición (100°C). Suponer que el rendimiento del calentador es 80%.

109. Un calentador eléctrico de agua contiene 200 litros de agua. ¿Cuánto tiempo invertirá una corriente de 50 amperios a 230 voltios, circulando por las resistencias, para que la temperatura del agua pase de 21°C que hay en la habitación a 93°C? Despreciar las pérdidas.

110. En un tipo bastante extendido de caldera eléctrica, la calefacción se produce mediante una corriente de alta tensión que atraviesa el agua. Determinar: *a*) los Kwh necesarios para calentar 20 tm de agua por hora desde una temperatura inicial de 20°C, hasta su punto de ebullición a 100°C; *b*) cuánto costará este calentamiento si el precio del Kwh es de 0,70 pesetas. El rendimiento de la caldera es del 97%.

111. La intensidad de la corriente en una resistencia de una caldera eléctrica, que queda sumergida en el agua, es de 50 amperios. La caldera contiene 190 litros de agua y su rendimiento llega al 95 %. Determinar qué temperatura habrá alcanzado el agua al cabo de dos horas de funcionamiento de la caldera si la temperatura de la habitación es de 20°C.

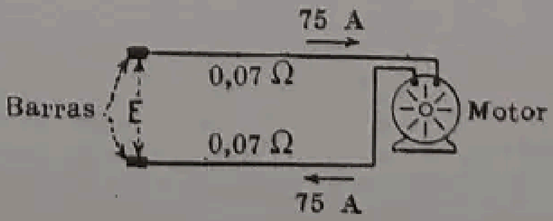


Fig. 478

112. La figura 478 representa un motor de 20 CV que toma 75 amperios de una línea cada uno de cuyos conductores tiene una resistencia de 0,07 ohmios. La tensión de las barras *E* es de 240 voltios. Determínese: *a*) la tensión en el motor; *b*) el rendimiento del transporte de energía.

113. El motor de la figura 478 es de una potencia efectiva de 15 CV y un rendimiento de 0,86, siendo la tensión en los terminales de 230 voltios. Determinar: *a*) la tensión en las barras; *b*) el rendimiento del transporte; *c*) el rendimiento global del sistema constituído por el motor y los terminales hasta las barras.

114. Una línea suministra energía, a 240 voltios en las barras de salida, a un grupo de receptores combinados de luz y de fuerza motriz. La resistencia de cada uno de los dos conductores de la línea es de 0,04 ohmios. Determinar la tensión en los receptores y el rendimiento del transporte cuando: *a*) la corriente es de 150 amperios; *b*) cuando es de 120 amperios.

115. Un tranvía eléctrico está alimentado por un hilo de contacto de cobre estirado duro de 100 mm², de 8 Km de longitud. Paralelamente a él se ha instalado, en 4,8 Km solamente, un alimentador de 200 mm², que se empalma al hilo de contacto cada 600 m (fig. 479). La resistencia del hilo de contacto es de 0,178 ohmios/Km y la del alimentador de 0,089 ohmios/Km. La resistencia del retorno por la vía puede estimarse en 0,012 ohmios por kilómetro. La tensión de salida de la central es de 600 voltios. Cuando un vehículo se halla a 5,6 Km de la central y absorbe 140 amperios determinar: *a*) la tensión en donde está el vehículo; *b*) la tensión en el extremo de la línea; *c*) el rendimiento del transporte.

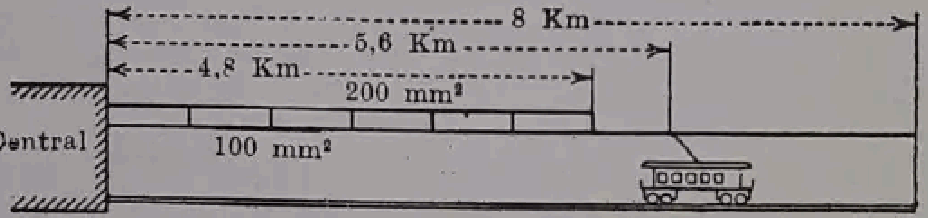


FIG. 479

116. Si en el problema 115 el vehículo se halla en el extremo de la línea y está en pleno arranque absorbiendo 150 amperios, determinar: *a*) la tensión en donde está el vehículo; *b*) el rendimiento del transporte.

117. Un receptor que consume 120 Kw está situado a 800 m de las barras de una central generadora de corriente continua, que están a una tensión de 238,9 voltios. Determinar: *a*) la intensidad de la corriente; *b*) la resistencia de cada uno de los conductores de la línea de alimentación; *c*) sección necesaria del conductor si se considera 17,3 ohmios por milímetro cuadrado y kilómetro la resistencia kilométrica del cobre; *d*) rendimiento del transporte; *e*) peso en kilogramos del cobre necesario.

118. Determinar, en el problema anterior, las tensiones en puntos del alimentador situados a 200, 400 y 600 m de las barras de la central. Dibujar la curva representativa de la tensión en función de la distancia a la central, medida sobre el conductor.

119. Se desea alimentar un receptor de 12 Kw, situado a 180 metros de las barras de la central, y un segundo receptor de 8 Kw, colocado 120 m más lejos (fig. 480). La tensión en barras es 245 voltios; en terminales del receptor de 12 Kw debe ser 234 voltios, y en los del receptor de 4 Kw de 225 voltios. Determinar: *a*) la resistencia de cada conductor de la línea desde el receptor de 12 Kw hasta el receptor de 8 Kw; *b*) la resistencia de los conductores desde las barras hasta el receptor de 12 Kw; *c*) el rendimiento del transporte.

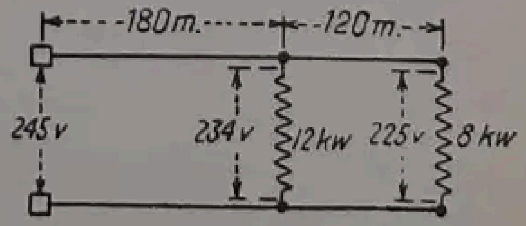


FIG. 480

120. Un receptor de 100 Kw está situado a 550 m de las barras de una central cuya tensión es de 240 voltios. Se desea que la tensión en el receptor no sea inferior a 220 voltios cuando absorbe 100 Kw. Determinar: *a*) la resistencia de cada uno de los conductores de la línea; *b*) su sección si se toman 17,3 ohmios como resistencia del cobre por milímetro cuadrado y kilómetro; *c*) el rendimiento del transporte; *d*) el peso de cobre necesario en kilogramos.

121. En el problema 120 determinar la tensión a distancias de 120, 280 y 460 m de las barras de 240 voltios.

122. Repetir el problema 120 reduciendo a la mitad las tensiones y conservando la misma potencia del receptor, las mismas distancias y el mismo rendimiento del transporte.

123. Dos motores han de alimentarse con una línea de 400 m hasta el motor *A* y de 260 m más para el motor *B*. La línea parte de las barras de una central a una tensión de 600 voltios. El motor *A* absorbe una corriente máxima de 80 amperios, y el motor *B* de 60 amperios. En estas condiciones, la tensión en los terminales de *A* debe ser de 562 voltios y de 531 voltios como mínimo en los de *B*. Determinar: *a*) la resistencia por conductor de la línea entre *B* y *A*; *b*) la resistencia por conductor entre *A* y las barras; *c*) la potencia en kilovatios absorbida por los motores *A* y *B*, así como la suministrada por las barras; *d*) la pérdida en el cobre en cada conductor; *e*) el rendimiento del transporte; *f*) sección del conductor que se deduce de *a*) y sección que debe adoptarse.

124. En un sistema similar al del problema 123 se utiliza un conductor A.W.G. cuya resistencia es 0,508 ohmios por 1 000 pies, entre los receptores *A* y *B*; y un cable número 4 A.W.G. cuya resistencia es 0,83 ohmios por kilómetro entre el motor *A* y las barras de la central. La tensión en las barras es de 600 voltios, y las corrientes en los motores son las mismas. Determinar: *a*) la tensión en los bornes del motor *A*; *b*) ídem en las de *B*; *c*) la potencia en kilovatios absorbida por *A* y *B*, y la suministrada por las barras; *d*) la pérdida en el cobre de cada conductor; *e*) el rendimiento del transporte.

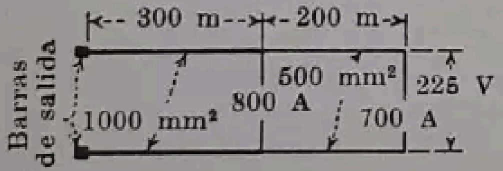


FIG. 481

125. Una línea que sale de una subcentral de corriente continua alimenta dos grupos de receptores, como representa la figura 481. Una carga *A* de 800 amperios está situada a 300 m de longitud de línea y a partir de las barras, y la línea está constituída por dos conductores en paralelo de 500 mm² cada uno, con lo que el cable de ida y el de retorno tienen 1 000 mm² de sección. A una distancia de 200 m a partir de *A* hay una carga *B* de 700 amperios, alimentada por un conductor de 500 mm². La tensión en los terminales de *A* es de 225 voltios. La resistividad a la temperatura de funcionamiento puede estimarse en 18 ohmios por mm² y Km. Determinar: *a*) la tensión en los terminales de *A*; *b*) la tensión en las barras; *c*) la potencia total que se transporta; *d*) la pérdida total de potencia; *e*) el rendimiento del transporte; *f*) la tensión a distancias de 150 y de 400 m de las barras de la central.

126. En el problema 125 supóngase que la tensión en barras es de 240 voltios y que los consumos han disminuído de tal modo que *A* sea actualmente de 600 amperios y *B* de 400 amperios. Determinar: *a*) la tensión en terminales de *A*; *b*) la tensión en terminales de *B*; *c*) la potencia total transportada; *d*) las pérdidas totales de potencia, y *e*) el rendimiento en el transporte.

En los problemas que siguen, del 127 al 132, se supone que la resistencia por mm² y Km es de 17 ohmios. La *densidad de corriente normal* es de 2 amperios/mm².

127. Una línea de 250 m de longitud, formada por dos conductores (positivo y negativo) de cobre de 150 mm² alimenta un solo receptor en su extremo más alejado, donde la tensión es de 240 voltios. Determinar: *a*) la caída total de tensión en la línea, si funciona con la densidad de corriente normal de 2 amperios/mm²; *b*) el rendimiento de la transmisión en las citadas condiciones; *c*) intensidad de la corriente; *d*) potencia que suministra la línea.

128. Si la caída de tensión (problema 127) se limita a 10 voltios, determinar: *a*) la sección que deberán tener los conductores; *b*) rendimiento del transporte; *c*) potencia demandada; *d*) potencia que transporta la línea; *e*) densidad de corriente en la línea.

129. Un receptor de 600 amperios está instalado a 450 m de las barras de la central cuya tensión es de 240 voltios y se desea que la tensión en los terminales del receptor no descienda a menos de 230 voltios. Si la línea trabaja a la densidad de corriente normal, determinar: *a*) la sección de los conductores; *b*) la caída total de tensión; *c*) las pérdidas en la línea; *d*) el rendimiento del transporte; *e*) la sección de conductor necesaria para mantener los 230 voltios en el receptor; *f*) las pérdidas en este conductor; *g*) el rendimiento del transporte.

130. Se desea suministrar energía a un motor de 100 CV, instalado a 750 m de las barras de la central cuya tensión es de 600 voltios, siendo el mínimo voltaje que se puede admitir en el motor 550 voltios. El rendimiento del motor a su potencia nominal es de 0,90. Determinar: *a*) la sección del conductor de cobre trabajando a la densidad de corriente normal; *b*) la sección de conductor necesaria para mantener el voltaje de 550 voltios en el receptor; *c*) potencia en el receptor; *d*) la pérdida total de potencia en *b*); *e*) el rendimiento del transporte; *f*) densidad de la corriente.

131. Un receptor de 75 amperios se halla a 2,5 Km de las barras de la central cuya tensión es de 600 voltios. Determinar: *a*) sección del conductor si la línea trabaja a la densidad normal; *b*) la tensión en el receptor; *c*) las pérdidas en la línea; *d*) el rendimiento de la transmisión; *e*) la sección del conductor necesaria para que la tensión en el receptor sea de 550 voltios como mínimo; *f*) las pérdidas en el conductor; *g*) el rendimiento del transporte.

132. Un hilo de cobre duro para línea de contacto de un tranvía, de 100 mm², a 600 voltios, va montado en paralelo, en una longitud de 9,6 Km con un alimentador de 250 mm². Haciendo trabajar este sistema en paralelo a la densidad normal de corriente, determinar: *a*) la caída total de tensión en el alimentador y en la línea de contacto; *b*) la pérdida de potencia en ambos conductores. Si se quiere que la caída de tensión no exceda de 50 voltios en todo el sistema, determinar: *c*) la máxima densidad de corriente a la que deberá funcionar el sistema; *d*) la pérdida total de potencia en el conjunto; *e*) intensidad de corriente; *f*) potencia; *g*) rendimiento.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO III

Fuerza electromotriz de las baterías - Leyes de Kirchhoff

1. ¿Cuál es el efecto que experimenta la tensión entre los terminales de una pila cuando se la conecta a una resistencia? Explíquelo. ¿Por qué la f.e.m. de una pila ha de ser diferente de la tensión entre los terminales? ¿En qué condiciones serán las dos iguales?

2. Estudiar la posibilidad de hacer una medición *directa* de la tensión interior de una pila cuando produce corriente. ¿Cómo podrá calcularse esta tensión interna cuando se conoce la resistencia interior de la pila?

3. ¿A qué factores se debe la resistencia interna de una pila? ¿Es esta resistencia una cantidad constante?

4. Exponer el método de cálculo de la corriente suministrada a una resistencia exterior cuando se da la f.e.m. y la resistencia interior de la pila. Si se pone la pila en corto circuito ¿cuál es el valor de la corriente suministrada? Estimar la energía que la pila desarrolla en estas condiciones.

5. Cuando una pila tiene una f.e.m. constante y una resistencia interior también invariable, ¿para qué valor de la resistencia exterior será máxima la potencia suministrada? ¿Cuál será el rendimiento de la pila en este caso? Discutir la conveniencia de hacer trabajar una pila de modo que produzca su potencia máxima.

6. ¿Qué características debe tener una batería para recibir energía eléctrica? ¿Qué relación debe tener la dirección de la corriente con la que tiene cuando la batería suministra energía? La f.e.m. de un generador es igual a la de la batería. Explicar los efectos que se pueden observar cuando el generador se conecta a dicha batería, empalmando entre sí los bornes del mismo signo. ¿Qué efectos se observan cuando la tensión del generador se eleva por encima de este valor?

7. Para hacer circular la corriente entrando por el terminal positivo de un elemento, ¿cuál debe ser la tensión aplicada? Explicar la razón de que cualquier exceso de la tensión sobre la f.e.m. de la batería da lugar a la circulación de una corriente. Indicar un modo sencillo de explicar cómo se carga una batería.

8. Si varias pilas se conectan en serie, ¿cuál es la f.e.m. del conjunto? ¿Cuál es la resistencia resultante? Indicar el método de calcular la intensidad de la corriente producida cuando se conoce la resistencia exterior.

9. ¿En qué condiciones funcionará una batería más satisfactoriamente si está montada en paralelo? ¿Cuál es la f.e.m. de la batería en estas condiciones? ¿Cuál es la relación entre la intensidad de la corriente exterior y las de los elementos? ¿Cuál es la relación entre la resistencia total de la batería y las resistencias de los elementos?

10. Explicar cómo se determina la resistencia total de una batería de elementos montados en paralelo que tienen igual f.e.m. y distintas resistencias interiores. ¿Qué relación existe entre la corriente suministrada por un elemento y su resistencia interior? ¿Qué relación existe entre las tensiones entre los bornes de los elementos cuando están acoplados en paralelo?

11. Representar un acoplamiento en serie-paralelo de una batería. ¿Cómo se determina la tensión global de la batería? ¿Cómo se halla la resistencia de la batería cuando se conoce la resistencia individual de los elementos? Deducir la fórmula que da la intensidad de la corriente en un circuito exterior si se conoce la resistencia del mismo, las f.e.m. y las resistencias de los elementos y la manera de estar acoplados.

12. En general, ¿cómo deben agruparse los elementos para obtener la máxima economía? ¿Cómo deben acoplarse para obtener la máxima potencia efectiva utilizable?

13. Deducir la fórmula que da la f.e.m. y la resistencia interior de una pila equivalente a un número de elementos en paralelo que tengan f.e.m. y resistencias distintas.

14. Exponga los principios en que se fundan los dos métodos de la *batería en equilibrio* y de la *corriente de circulación* utilizados para determinar la repartición de la corriente entre dos baterías desiguales, acopladas en paralelo.

15. Analizar el método de la *batería en equilibrio* indicando el modo de determinar la corriente en cada elemento.

16. Repetir la pregunta 15 para el método de la *corriente de circulación.*

17. Señalar los dos principios fundamentales que se enuncian en las dos leyes de Kirchhoff. Si varias corrientes se encuentran en un nudo de una red, ¿cómo deben considerarse sus direcciones de circulación?

18. ¿Cómo debe representarse un aumento o una caída de potencial? Cuando se pasa del terminal negativo al positivo de una pila o batería ¿cuál debe ser el signo del cambio de potencial y por qué? ¿Y cuando se pasa del positivo al negativo? Si se recorre una resistencia en la dirección de la corriente ¿aumenta o disminuye el potencial? ¿Cuál debe ser, pues, el signo adecuado? Si se recorre una resistencia en sentido opuesto al de la corriente, ¿qué signo debemos emplear? Explique por qué.

19. Si la supuesta dirección de la corriente en un ramal de una red está equivocada, ¿cómo se nota en el resultado?

20. Al aplicar la primera ley de Kirchhoff a una red, ¿qué reglas deben seguirse con referencia a las corrientes en las derivaciones? Al aplicar la segunda ley de Kirchhoff a una red ¿qué regla debe tenerse en cuenta con relación a cada uno de los circuitos que puede recorrer la corriente a través de ella?

21. Dar idea del procedimiento para aplicar de un modo sistemático las leyes de Kirchhoff a una red.

22. Exponer el método para reducir el número de ecuaciones referentes a una red.

23. Exponer las limitaciones que tiene la aplicación de las leyes de Kirchhoff a los sistemas de tracción y otras instalaciones de energía. ¿De qué manera deben diferenciarse estos circuitos de los usuales de pilas y baterías en los cuales sólo se dan las f.e.m. y las resistencias?

24. Indicar cómo puede subdividirse una red en mallas y aplicar las ecuaciones de Maxwell. ¿Qué convenio general con respecto a la dirección de las corrientes permite sistematizar el planteamiento de las ecuaciones?

25. Definir: *circuito; circuito lineal* y *no lineal; circuito unilateral* y *bilateral.*

26. Definir: *red eléctrica;* red *activa* y *pasiva;* red en L, en T y en π.

27. Exponer el *principio de superposición*, indicando, de una manera sencilla, su significado.

28. Exponer el *teorema de Thévenin* y su método de aplicación.

29. Exponer el *principio de reciprocidad*, explicando cómo se aplica. Definir la impedancia mutua o de transferencia.

30. Indicar cómo puede simplificarse una red haciendo su estudio relativamente fácil mediante: *a*) substitución de un sistema en estrella por mallas en triángulo; *b*) substitución de mallas en triángulo por sistemas en estrella.

31. *a*) Definir lo que es una *red de cuatro terminales. b*) ¿Cuál es el número de cantidades medibles que hace posible definir una red pasiva de cuatro terminales? ¿Cuántas de estas cantidades son necesarias?

32. Dibujar el esquema de un circuito en π. ¿Cuántas variables independientes intervienen en él? Expresar las resistencias de circuito abierto y corto circuito medidas entre dos pares de terminales en función de los elementos que caracterizan la red.

33. Dibujar el esquema de un circuito en T. Contestar al apartado *b*) de la pregunta 31, referida a este caso.

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO III

Fuerza electromotriz de las baterías - Leyes de Kirchhoff

133. La f.e.m. en circuito abierto de una pila seca es 1,35 voltios. Cuando la pila suministra una corriente de 1,5 amperios, su tensión entre los terminales se reduce a 1,30 voltios. *a*) Determínese su resistencia interna aparente. Si se conecta entre los terminales una resistencia de 10 ohmios determinar: *b*) la intensidad de la corriente y la tensión entre terminales.

134. La f.e.m. interna de una pila de gravedad es de 1,07 voltios y su tensión entre terminales es de 0,98 voltios cuando suministra corriente de 2,1 amperios. Determinar: *a*) la resistencia interna; *b*) pérdida de potencia sin contar la pila; *c*) potencia generada sin la pila; *d*) relación entre la potencia suministrada y la generada.

135. Una batería de arranque consiste en tres acumuladores de placas de plomo, conectados en serie. Con el circuito abierto, la f.e.m. de la batería es de 6,30 voltios. Cuando suministra una corriente de 80 amperios, la tensión entre terminales baja hasta 5,10 voltios. Determinar: *a*) su resistencia interna; *b*) la tensión entre terminales cuando la batería produce una corriente de 40 amperios; *c*) pérdida de potencia en la batería en el caso *b*); resistencia exterior en el caso *b*).

136. Una batería de seis pilas secas en serie tiene una f.e.m., con circuito abierto, de 8,1 voltios y una resistencia interna total de 0,42 ohmios. Cuando se cierra el circuito sobre una resistencia exterior, la tensión entre terminales desciende a 6,15 voltios. Determinar: *a*) la corriente que suministra la batería; *b*) la resistencia exterior; *c*) potencia total generada; *d*) tanto por ciento de esta última suministrada al circuito exterior.

137. La f.e.m. con el circuito abierto de una batería de acumuladores de 60 elementos es 127,2 voltios y su resistencia total interna es de 0,06 ohmios. Determinar: *a*) la corriente máxima que puede suministrar la batería sin que la tensión entre terminales se haga menor de 123 voltios; *b*) la corriente suministrada cuando la tensión entre terminales sea de 120,6 voltios; *c*) potencia total desarrollada en el caso *b*); *d*) pérdida total de potencia en el caso *b*); *e*) relación entre la potencia suministrada y la interna en el caso *c*).

138. Cuando, en el problema 137, la resistencia exterior es 0,8 ohmios, determinar: *a*) la corriente; *b*) la potencia total producida por la batería; *c*) la potencia perdida por calentamiento de la batería; *d*) la potencia utilizada en el circuito exterior; *e*) la relación entre *d*) y *b*).

139. La f.e.m. de una pila seca es de 1,40 voltios y la resistencia interna de 0,06 ohmios. Determinar: *a*) el valor de la resistencia exterior que hace máxima la potencia suministrada por la pila; *b*) potencia máxima que puede suministrar; *c*) pérdida de potencia sin tener en cuenta la pila; *d*) potencia total desarrollada.

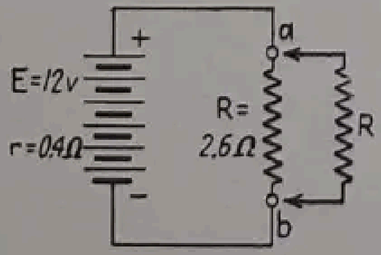


Fig. 482

140. Una batería de arranque tiene una f.e.m. total de 6,03 voltios y cada uno de los tres elementos conectados en serie tiene una resistencia interior de 0,006 ohmios. Determinar: *a*) la máxima potencia que la batería puede suministrar al motor de arranque, incluyendo la resistencia de los conductores; *b*) el valor de la corriente en las condiciones indicadas; *c*) la tensión entre terminales de la batería; *d*) potencia perdida en el calentamiento de la batería.

141. En la figura 482 se representa una batería cuya f.e.m. es de 12 voltios y su resistencia interior de 0,4 ohmios. Entre los terminales *a* y *b* se conecta una resistencia *R* de 2,6 ohmios. Determinar: *a*) la resistencia *R'* que debe conectarse entre *a* y *b* y en paralelo con *R*, para que la potencia suministrada por la batería sea máxima; *b*) intensidades de las corrientes que pasan por *R* y *R'*; *d*) potencia absorbida por *R* y por *R'*; *e*) pérdida de potencia en la batería.

142. Si la batería del problema 135 se carga a intensidad constante de 130 amperios, determinar: *a*) la tensión entre terminales; *b*) potencia que se suministra a la batería; *c*) pérdida de potencia en el calentamiento de la batería.

143. Si la batería del problema 137 se carga a intensidad constante de 80 amperios determinar: *a*) la tensión entre terminales; *b*) potencia absorbida por la batería; *c*) potencia perdida en la batería.

144. Una batería de acumuladores comprende 120 elementos conectados en serie. Cada elemento tiene una f.e.m. de 2,10 voltios y una resistencia interior de 0,0015 ohmios. Determinar: *a*) la tensión necesaria para cargar la batería a una intensidad de 60 amperios; *b*) la potencia total absorbida por la batería y la potencia disipada en la misma; *c*) la tensión entre terminales cuando se la desconecta de la corriente de carga y se la conecta a una resistencia de 2,5 ohmios.

145. Una batería de acumuladores que está constituída por 60 elementos cuya f.e.m. es de 2,08 voltios por elemento y su resistencia interna de 0,0008 ohmios se carga a 100 amperios desde unas barras que están a 150 voltios. Determinar: *a*) la tensión entre los terminales de la batería en las condiciones indicadas; *b*) la resistencia que se ha de conectar en serie con la batería; *c*) potencia absorbida por la batería, y *d*) potencia perdida en la resistencia.

146. Repetir el problema 145 cuando la batería se carga conectándola a unas barras a 240 voltios.

147. Cuatro pilas secas cuya f.e.m. son 1,35, 1,38, 1,32 y 1,28 voltios están conectadas en serie entre ellas y con una resistencia exterior de 30 ohmios. Las resistencias internas de las pilas son 0,08, 0,06, 0,09 y 0,12 ohmios respectivamente. Determinar: *a*) la intensidad de la corriente; *b*) la tensión entre terminales de cada pila; *c*) la potencia interior producida por cada pila; *d*) las pérdidas de potencia en el interior de cada pila; *e*) la potencia suministrada a la resistencia de 30 ohmios.

148. En el problema 147 se invierte la tercera pila de 1,32 voltios y resistencia de 0,09 ohmios. Contestar las preguntas *a*) hasta *e*).

149. En el problema 147, la resistencia de 30 ohmios se pone en corto circuito. Contestar las preguntas desde *a*) hasta *d*) inclusive.

150. Las f.e.m. de cuatro acumuladores, conectados en serie, son 2,11; 2,02; 2,06 y 2,08 voltios. Sus resistencias son 0,0006; 0,0008; 0,0012 y 0,001 ohmios. Cuando esta batería suministra una corriente de 45 amperios determinar: *a*) la tensión entre terminales de la batería; *b*) la tensión en terminales de cada uno de los acumuladores; *c*) la potencia interior producida por cada elemento; *d*) la potencia perdida en cada elemento; *e*) la resistencia exterior; *f*) la potencia suministrada a la resistencia exterior.

151. Los cuatro acumuladores del problema 150 se cargan, en serie, con una corriente de 30 amperios. Determinar: *a*) la tensión entre terminales de la batería; *b*) la tensión entre terminales de cada elemento; *c*) la potencia total absorbida por los acumuladores; *d*) las pérdidas de potencia en cada acumulador.

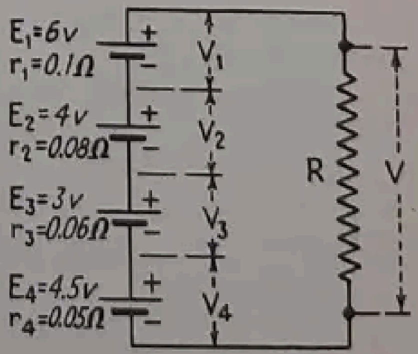


FIG. 483

152. En la figura 483 se representa una resistencia *R* conectada en serie con cuatro baterías. Las f.e.m. de éstas y sus resistencias interiores se consignan en la figura. Cuando *R* vale 5 ohmios, determinar: *a*) la intensidad de la corriente *I*; *b*) las potencias p_1, p_2, p_3 y p_4 desarrolladas por cada una de las baterías; *c*) las potencias P_1, P_2, P_3 y P_4 suministradas por cada una de las baterías; *d*) la potencia perdida en cada batería; *e*) las tensiones v_1, v_2, v_3 y v_4 en terminales de cada batería; y *f*) la tensión *V* entre los terminales de la resistencia.

153. Repetir el problema 152 suponiendo que se invierte la posición de la batería cuya f.e.m. es de 3 voltios. (Si la batería absorbe energía, la potencia desarrollada será negativa.)

154. En el problema 152 determinar: *a*) el valor de R que hace máxima la potencia suministrada; *b*) la intensidad de la corriente; *c*) la potencia desarrollada por cada batería; *d*) la tensión entre terminales de cada batería.

155. Cinco pilas secas desarrollan las siguientes f.e.m.: 1,40, 1,37, 1,32, 1,30 y 1,23 voltios y tienen resistencias interiores de 0,06, 0,08, 0,06, 0,10 y 0,10 ohmios. Están acopladas en serie entre sí y con una resistencia exterior de 20,7 ohmios. Determinar: *a*) la intensidad de la corriente; *b*) la potencia disipada en cada pila; *c*) la tensión entre terminales de cada pila; *d*) la tensión entre terminales de la resistencia exterior.

156. Repetir el problema 155 invirtiendo los polos de la cuarta pila cuya f.e.m. es 1,30 voltios y cuya resistencia es 0,10 ohmios.

157. Cuatro pilas secas, cada una de las cuales tiene una f.e.m. de 1,40 voltios y una resistencia interna de 0,06 ohmios, están acopladas en paralelo con los terminales de igual signo reunidos. Determinar: *a*) la corriente a través de una resistencia exterior de 3,985 ohmios; *b*) la tensión entre terminales de la batería; *c*) la pérdida interna en cada pila; *d*) la potencia absorbida por el circuito exterior.

158. Determinar en el problema 157: *a*) la máxima potencia que puede dar la batería; *b*) la tensión en terminales de la batería correspondiente a este caso; *c*) el valor de la resistencia exterior.

159. Seis baterías cuyas f.e.m. son de 20 voltios y cuyas resistencias interiores son de 0,75 ohmios están acopladas en paralelo conectando los terminales de la misma polaridad. Los terminales están conectados a una resistencia exterior de 7,85 ohmios. Determinar; *a*) la corriente en el circuito exterior; *b*) la tensión entre terminales; *c*) la potencia disipada en cada batería.

160. Cuatro pilas secas tienen una f.e.m. de 1,36 voltios cada una, pero sus resistencias interiores son 0,08, 0,06, 0,08 y 0,09 ohmios. Estas pilas están acopladas en paralelo uniendo los bornes de la misma polaridad. Determinar: *a*) la f.e.m. y la resistencia interna de una sola pila, capaz de reemplazar la batería; *b*) la corriente que la batería manda al circuito exterior cuya resistencia es de 0,80 ohmios; *c*) la tensión ntre terminales; *d*) la corriente suministrada por cada una de las pilas; *e*) la potencia máxima que puede suministrar la batería, y *f*) la resistencia exterior necesaria para que se cumpla *e*).

161. Dos baterías suministran cada una 20 voltios, pero su resistencia interior es en una de 0,04 ohmios y en la otra de 0,05 ohmios. Estas baterías están conectadas en paralelo uniendo los terminales de la misma polaridad. Cuando la corriente exterior es de 80 amperios, determinar: *a*) la corriente suministrada por cada batería; *b*) la tensión entre terminales de la batería; *c*) el valor de la resistencia exterior; *d*) la f.e.m. de una sola batería que fuese capaz de reemplazar las dos acopladas en paralelo.

162. Una batería está compuesta de cuatro acumuladores conectados en paralelo, cuyas f.e.m. individuales son de 2,10 voltios. Las resistencias internas de estos acumuladores son 0,004, 0,005, 0.003 y 0,0025 ohmios respectivamente. Determinar: *a*) la f.e.m. y la resistencia de un elemento único equivalente; *b*) la corriente cuando la tensión entre terminales es 1,95 voltios; *c*) la corriente en cada elemento.

163. Veinticuatro pilas secas están dispuestas en filas de seis elementos en serie y las cuatro filas se acoplan en paralelo. La f.e.m. de cada una de las pilas es 1,40 voltios y su resistencia interior es de 0,08 ohmios. Determinar: *a*) la f.e.m. total de la batería; *b*) la resistencia global; *c*) la corriente en una resistencia exterior de 3,2 ohmios; *d*) la tensión entre terminales; *e*) la resistencia exterior que hace que la batería desarrolle la potencia máxima; *f*) valor de esta máxima potencia.

164. Repetir el problema 163 acoplando las pilas en seis hileras en paralelo de cuatro elementos en serie.

165. Disponiendo las pilas del problema 163 de manera que suministren la potencia máxima a una resistencia de 0,48 ohmios, determinar: *a*) la potencia absorbida por la resistencia; *b*) la pérdida de la batería; *c*) potencia absorbida por una resistencia de 8 ohmios.

166. Un pequeño motor de corriente continua tiene una tensión nominal de 6 voltios. Doce acumuladores cuyas f.e.m. son de 2,1 voltios y sus resistencias interiores de 0,004 ohmios se utilizan para alimentarlo. *a*) ¿Cómo deben acoplarse estos acumuladores para obtener el máximo rendimiento? Cuando el motor absorbe 50 amperios, determinar: *b*) la tensión entre terminales de la batería; *c*) resistencia, en ohmios, que absorbería la misma potencia que el motor; *d*) el rendimiento de la batería.

167. Dos baterías de arranque producen 6,33 y 6,15 voltios de f.e.m. y tienen 0,006 y 0,004 ohmios de resistencia interior; se conectan en paralelo uniendo sus terminales de la misma polaridad. Determinar: *a*) la f.e.m. y la resistencia interior de una batería única equivalente; *b*) la corriente en un circuito exterior cuya resistencia es de 0,30 ohmios; *c*) la corriente en cada batería; *d*) la tensión entre los terminales.

168. La f.e.m. y la resistencia interior de dos baterías *A* y *B* es de 28 voltios y 0,2 ohmios, y 26 voltios y 0,3 ohmios, respectivamente. Estas baterías están acopladas en paralelo uniendo los terminales de la misma polaridad (véase fig. 484). Determinar: *a*) la f.e.m. y la resistencia interna de una batería única equivalente; *b*) la corriente suministrada por cada batería cuando la corriente exterior es de 6 amperios; *c*) la tensión entre terminales; *d*) la resistencia exterior; *e*) resistencia exterior que hace que la batería dé su máxima potencia; *f*) intensidad de corriente suministrada por cada batería en el caso *e*).

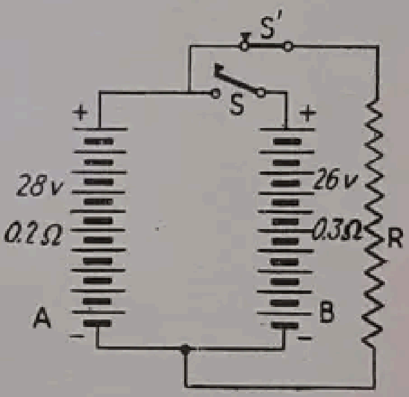


Fig. 484

169. Las f.e.m. y las resistencias interiores de dos baterías de acumuladores acopladas en paralelo, con los terminales de la misma polaridad conectados, son 120 voltios y 0,02 ohmios, y 118 voltios y 0,03 ohmios, respectivamente. Determinar: *a*) la f.e.m. y la resistencia interior de una sola batería equivalente; *b*) la intensidad de la corriente cuando se conecta una resistencia de 1,2 ohmios; *c*) la tensión entre los terminales; *d*) la corriente generada por cada batería; *e*) la potencia desarrollada por cada batería; *f*) la potencia suministrada por cada batería; *g*) la corriente suministrada por cada batería cuando la resistencia del circuito exterior es infinita.

170. En la figura 484 se representan las dos baterías del problema 168 con un interruptor *S* en serie con la batería *B*. La repartición de la corriente exterior de 6 amperios ha de determinarse por el método de la batería en «equilibrio» (pág. 73). *a*) Con el interruptor *S* abierto (y el *S'* cerrado), determinar la corriente que debe suministrar la batería *A* para que la batería *B* pueda «equilibrarse» exactamente cuando el interruptor *S* se cierra. Determinar: *b*) la repartición de la corriente remanente entre las dos baterías; *c*) la corriente total suministrada por cada batería; *d*) la tensión entre terminales en el caso *c*). Comparar estos resultados con los obtenidos en el problema 168.

171. En la figura 485 se representan dos baterías *A* y *B* en paralelo, con los terminales de la misma polaridad conectados, y cuyas f.e.m. y resistencias internas son 10 voltios y 0,4 ohmios, y 8 voltios y 0,3 ohmios, respectivamente. Se monta un interruptor *S* en serie con la batería *B*. El circuito exterior, de resistencia *R*, absorbe 6 amperios. Se desea determinar la repartición de esta corriente entre las dos baterías por medio del método de la «batería en equilibrio» (véase pág. 73). *a*) Con el interruptor *S* abierto (y el *S'* cerrado), determinar la corriente que debe suministrar *A* para que *B* pueda quedar «equilibrada» cuando se cierre el interruptor *S*. Determinar: *b*) el reparto de la corriente remanente entre las dos baterías; *c*) la corriente total suministrada por cada batería; *d*) la resistencia exterior *R*.

172. En el problema 167, determinar por medio del método de «batería en equilibrio» y cuando la corriente exterior es de 100 amperios: *a*) la corriente en cada batería; *b*) la tensión entre los terminales; *c*) la resistencia exterior.

173. Dos baterías *A* y *B* (fig. 486), con f.e.m. de 50 y de 48 voltios y resistencias internas de 0,06 y de 0,04 ohmios, están conectadas en paralelo, con los terminales de igual polaridad empalmados. La corriente que absorbe la resistencia exterior *R* cuando el interruptor *S* está cerrado es de 48 amperios. El reparto de la corriente entre las dos baterías se determinará por el método de la corriente de circulación (pág. 74). Determinar: *a*) la corriente de circulación cuando *S* está abierto; *b*) la corriente, con su signo adecuado, suministrada por *A* y *B*; *c*) la corriente adicional absorbida por *A* y *B* cuando se cierra el interruptor *S*; *d*) la corriente total suministrada por *A*; *e*) la corriente total suministrada por *B*; *f*) la tensión entre los terminales *ab*; *g*) la resistencia *R*.

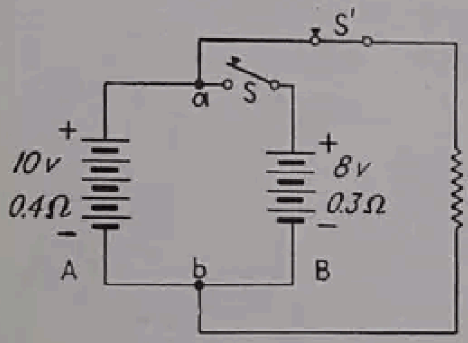


FIG. 485

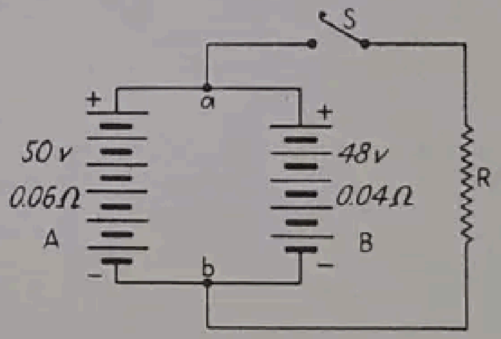


FIG. 486

174. El problema 170 puede resolverse por el método de la corriente de circulación (pág. 74). Con el interruptor *S* cerrado y el *S'* abierto (fig. 484) determinar: *a*) la corriente de circulación, con sus signos adecuados, en las baterías *A* y *B*. Con el interruptor *S'* cerrado de modo que la resistencia *R* absorba 6 amperios, determinar: *b*) la repartición de esta corriente entre las baterías *A* y *B*; *c*) la corriente total suministrada por *A* y *B*; *d*) la tensión entre terminales; *e*) la resistencia *R* (comparar los resultados con los del problema 170).

175. Resolver el problema del circuito representado en la figura 485 por el método de la corriente de circulación, es decir, con el interruptor *S* cerrado y el *S'* abierto al principio. Si la corriente exterior es de 6 amperios, determinar: *a*) la corriente suministrada por cada batería; *b*) la tensión entre terminales; *c*) la potencia producida por cada batería; *d*) la potencia disipada en cada batería. (Comparar los resultados de *a*) con los de *c*) en el problema 171.)

176. Resolver de nuevo el problema 175 con una corriente exterior de 10 amperios.

177. Resolver el problema 173 por el método de la corriente de circulación, si la f.e.m. de la batería *A* es de 50 voltios y la de la batería *B* se hace de 53 voltios. La corriente exterior sigue siendo de 48 amperios y las resistencias de las baterías tampoco varían. Determinar: *a*) la corriente suministrada por cada batería; *b*) la tensión entre terminales; *c*) el calentamiento de cada batería; *d*) la resistencia de *R*.

Leyes de Kirchhoff

178. Dos elementos *A* y *B* (fig. 487), cuyas f.e.m. son 6 y 5 voltios y sus resistencias respectivas son 0,8 y 0,6 ohmios, están conectadas en paralelo, enlazando los terminales positivos con los terminales positivos. A estos terminales comunes se les conecta una resistencia *R* de 2,5 ohmios. Determinar: *a*) la corriente *I* en la resistencia *R*; *b*) la corriente I_1, en la batería *A*, y la I_2 en la *B*; *c*) la tensión entre los terminales *a* y *b* del conjunto.

179. En la figura 487 *a* se representa el mismo circuito de la figura 487, al que se ha añadido un tercer elemento *C*, de f.e.m. 2 voltios y resistencia de 0,4 ohmios, en serie con la resistencia *R* de 2,5 ohmios. Determinar: *a*) las corrientes *I*, I_1 e I_2 en las baterías *A*, *B*, *C*; *b*) la tensión en los terminales comunes *a* y *b* de las baterías *A* y *B*; *c*) la tensión entre los terminales de la batería *C*.

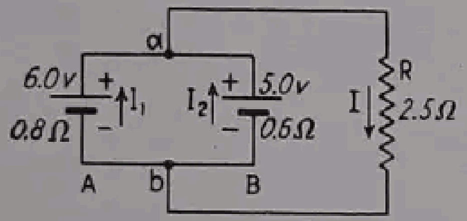


Fig. 487

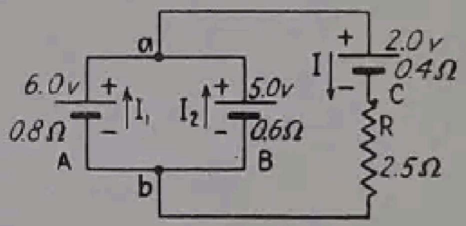


Fig. 487 *a*

180. Hacer de nuevo el problema 179 invirtiendo la polaridad de *C*.

181. En la figura 488 está representada una red eléctrica, constituída por tres baterías *A*, *B* y *C* y tres resistencias R_1, R_2 y R_3. Hallar: *a*) las intensidades de corriente I_1, I_2 e I_3 con sus signos apropiados; *b*) las tensiones entre los terminales de las baterías *A*, *B* y *C*; *c*) tensión entre los terminales *a* y *b*.

182. Resolver el problema 181 con la batería *C* invertida.

183. En el sistema de la figura 489, la f.e.m. de la batería *A* es de 32 voltios y su resistencia interior *r* de 0,5 ohmios. Se conecta una resistencia *abc* de 40 ohmios a los terminales de dicha batería, empalmando el extremo *a* con el terminal positivo. La f.e.m.

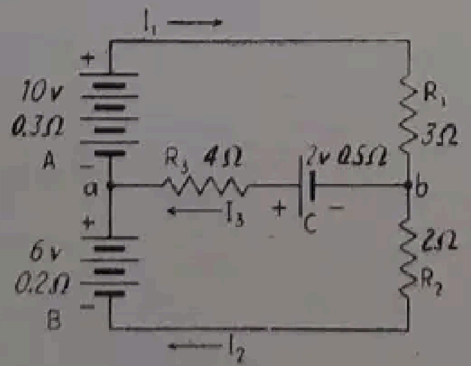


Fig. 488

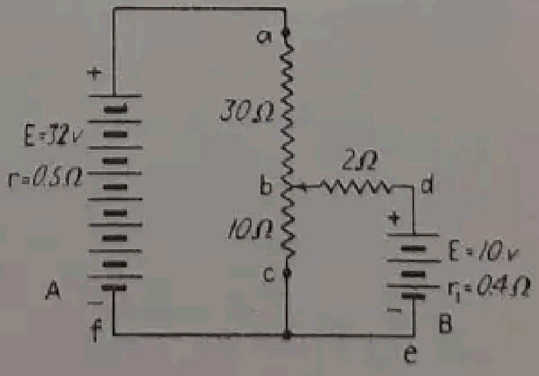


Fig. 489

de la batería *B* es 10 voltios y su resistencia interior r_1 es de 0,4 ohmios. Su terminal negativo *e* está empalmado al terminal negativo *f* de la batería *A* y al extremo *c* de la resistencia. Su terminal positivo *d* está unido, a través de una resistencia de 2 ohmios, con el punto b de la resistencia abc, cuya parte bc tiene una resistencia de 10 ohmios. Determinar: a) las corrientes en las baterías A y B; b) el punto hacia el que debe moverse el contacto b (en función de la resistencia en ohmios de b a c), para que la corriente en la batería B se anule. La resistencia total ac permanece constante.

184. Repetir el problema 183 considerando la resistencia entre c y b de 6 ohmios y sin variar la que hay entre a y c.

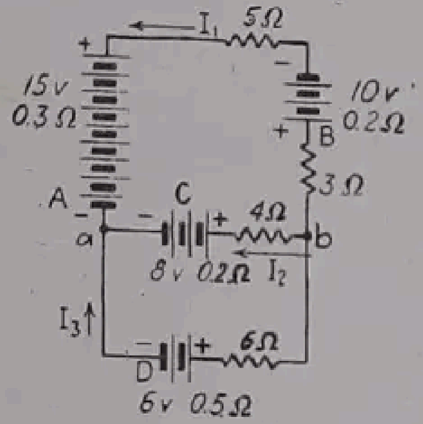

I₁
5Ω
+
15 v
0.3 Ω
A
10 v
0.2Ω
B
+
3 Ω
C
4Ω
a
b
8 v 0.2Ω I₂
I₃
D
6Ω
6 v 0.5Ω

FIG. 490

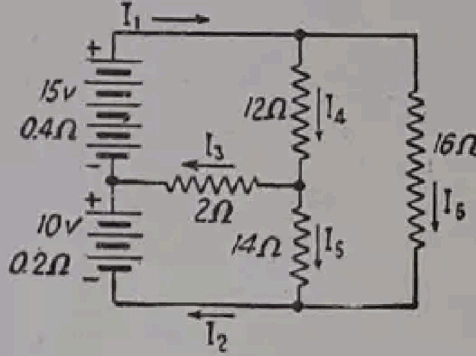

I₁
15v
0.4Ω
12Ω
I₄
16Ω
I₃
2Ω
I₆
10V
0.2Ω
14Ω
I₅
I₂

FIG. 491

185. En el problema 181 y figura 488, determinar el valor de R_1 que anula la corriente I_3.

186. En la figura 490 se representa una red en la que las tres corrientes I_1, I_2 e I_3 se dirigen hacia el nudo a. Determinar estas tres corrientes indicando su dirección.

187. Repetir el problema 186 cuando se invierte la polaridad de la batería D.

188. En la figura 491 se representa una red. Determinar los valores de las seis intensidades de corriente I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 e I_6.

189. En la figura 492 se representa una red eléctrica, en la cual hay tres baterías A, B y C cuyas f.e.m. son 12, 20 y 30 voltios y sus resistencias interiores son despreciables. Determinar las seis corrientes, I_1 a I_6 inclusive, y señalar en el esquema sus valores y direcciones.

190. La figura 493 representa una línea de tranvías con dos vehículos A y B que absorben 100 y 60 amperios. En una parte de su trazado hay un alimentador en paralelo

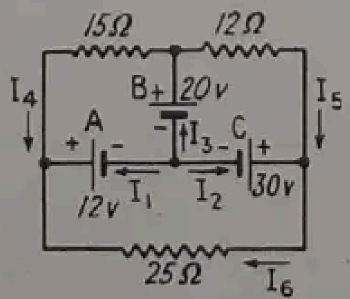

15Ω
12Ω
I₄
B+
20v
I₅
A
I₃
C
+
12v
I₁
I₂
30v
25Ω
I₆

FIG. 492

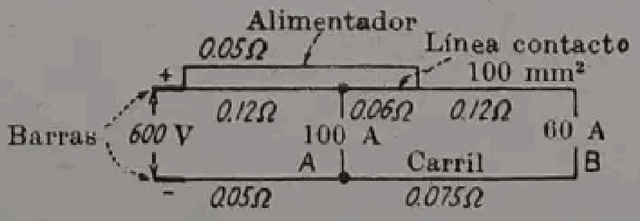

Alimentador
0.05Ω
Línea contacto
100 mm²
+
0.12Ω
0.06Ω
0.12Ω
Barras
600 V
100 A
60 A
A
Carril
B
-
0.05Ω
0.075Ω

FIG. 493

con la línea aérea de contacto. La tensión en barras de la central es de 600 voltios. En el esquema se indican las resistencias de cada sección de la línea aérea y de la vía. Determinar la tensión en cada uno de los coches.

191. Repetir el problema 190 cuando el coche A está en el punto de empalme del alimentador con la línea de contacto. La resistencia de la vía desde la central hasta dicho punto es 0,05 ohmios, y desde allí hasta el extremo de la línea de 0,075 ohmios.

192. En la figura 494 se representa el esquema de una instalación de tranvía, con línea aérea de contacto en circuito cerrado y alimentada por un solo cable *ac* de 150 mm² de sección. La tensión entre la línea aérea y la vía en las barras *a* y *b* de la central es de 600 voltios. El conductor de toma de corriente es de 100 mm² de sección y tiene una resistencia de 0,175 ohmios-Km y la del alimentador es de 0,125 ohmios-Km, empalmándose éste en *a* y en *c* con una longitud de 4,8 Km. Un vehículo situado en *A*, distante 3,2 Km de la central, absorbe 100 amperios, y otro, que se encuentra en *B* a 4,8 Km de la central, en la otra rama del circuito, absorbe 80 amperios. Si la resistencia de la vía es de 0,025 ohmios-Km, determinar: *a*) la tensión en donde se encuentra el vehículo *A*, y *b*) el mismo dato respecto a *B*.

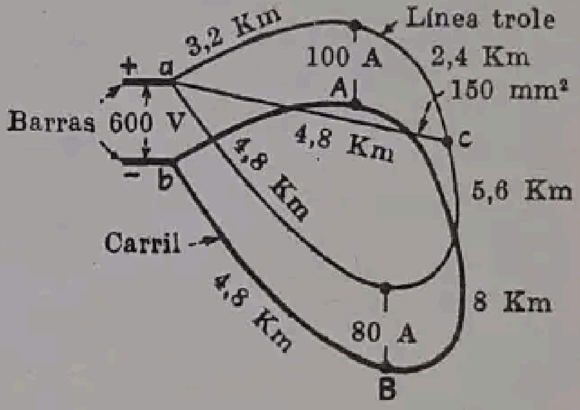

3,2 Km
Línea trole
100 A
2,4 Km
+ a
A
150 mm²
Barras 600 V
4,8 Km
c
4,8 Km
− b
5,6 Km
Carril
4,8 Km
8 Km
80 A
B

Fig. 494

193. Repetir el problema 192 cuando el vehículo que se encontraba en *B* ha llegado a *c*, sin variar las corrientes absorbidas por los coches.

194. Resolver el problema 192 cuando el vehículo *A* ha llegado al punto *c*, y el *B* no ha variado de posición; tampoco varían las corrientes absorbidas por los vehículos.

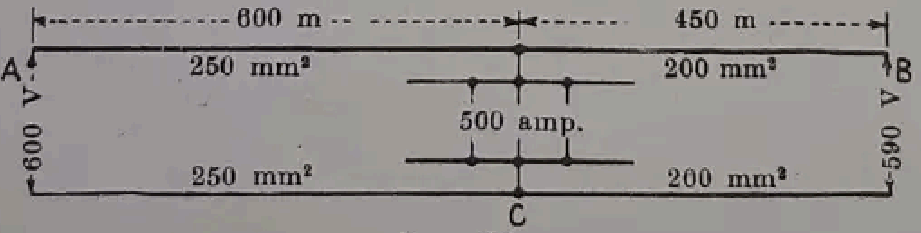

600 m
450 m
A
250 mm²
200 mm²
B
600 V
500 amp.
590 V
250 mm²
200 mm²
C

Fig. 495

195 Dos subcentrales *A* y *B* alimentan un mismo centro de distribución *C* (fig. 495). La tensión en barras de la estación *A* se mantiene constante a 600 voltios y la de la estación *B* se mantiene a 590 voltios. La estación *A* se halla a 600 m de *C* y alimenta la distribución con un cable de 250 mm², y la estación *B*, situada a 450 m de *C*, la alimenta con un cable de 200 mm². La carga en este centro es de 500 amperios. Determinar: *a*) la corriente suministrada por cada una de las dos estaciones; *b*) la potencia suministrada por cada una de las mismas; *c*) la potencia suministrada al centro *C*. La resistencia por milímetro cuadrado y kilómetro puede fijarse en 17 ohmios.

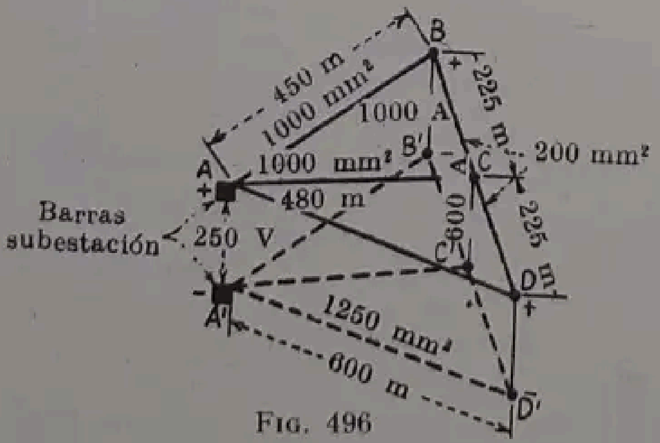

B
450 m
1000 mm²
1000 A
225 m
B'
A
C
200 mm²
A
1000 mm²
480 m
Barras subestación
250 V
600 A
225 m
C'
D
A'
1250 mm²
600 m
D'

Fig. 496

196. La figura 496 representa una red de distribución de fuerza motriz. La tensión en la subcentral *AA'* se mantiene constante y a 250 voltios. Los conductores positivos de alimentación se extienden radialmente desde A a los tres centros de consumo B, C y D. El conductor AB es de 450 m de longitud y 1 000 mm² de sección; el AC, de 480 m y 1 000 mm² y el AD de 600 m de longitud y 1 250 mm² de sección (por conductor en los tres casos). Una línea de enlace de 225 m de longitud y 225 mm² de sección enlaza B y C, y otra análoga une C con D. El retorno negativo, que es en todo idéntico al positivo, está representado en líneas de trazos en la figura. Entre B y B' está conectado un receptor que absorbe 1 000 amperios, entre C y C' otro que requiere 600 amperios, y entre D y D' un tercero de 900 amperios. Hallar la tensión entre los puntos BB', CC' y DD' de los centros de distribución BB', CC' y DD'. (La resistencia por milímetro cuadrado y kilómetro se fija en 17 ohmios.)

Ecuaciones de Maxwell

197. En la red representada en la figura 497, determinar: *a)* I_1; *b)* I_2; *c)* intensidad de la corriente en la resistencia ab; *d)* tensión entre terminales de las baterías A, B y C.

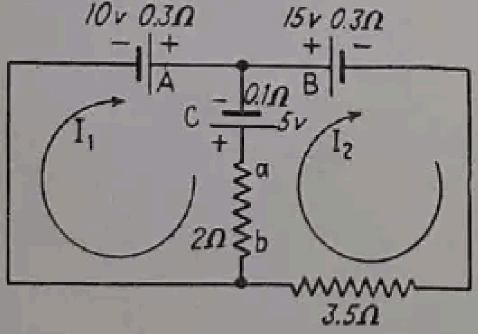


Fig. 497

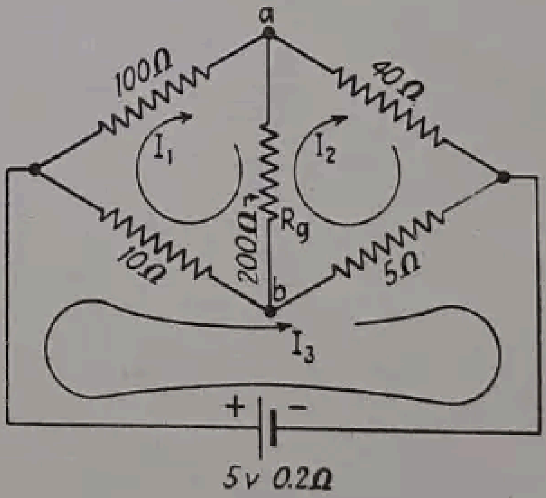


Fig. 498

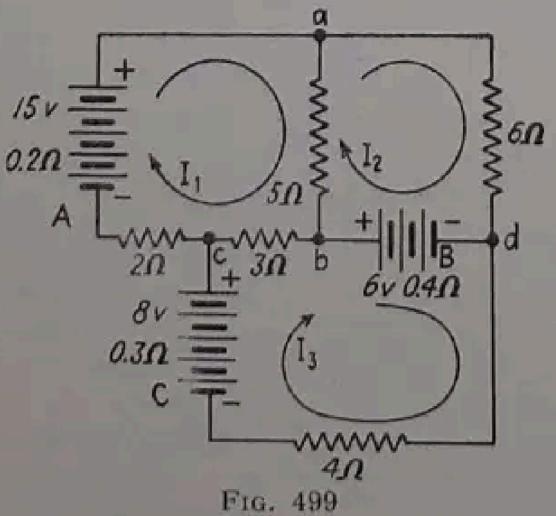


Fig. 499

198. En la figura 498 se representa un puente de Wheatstone alimentado por una batería de 5 voltios y 0,2 ohmios de resistencia interna. La resistencia R_g del galvanómetro es de 200 ohmios. El puente no está equilibrado. Determinar los valores de I_1, I_2 e I_3 y de la intensidad I_{ab} de la corriente que pasa por el galvanómetro.

199. La red representada en la figura 499 está constituída por tres mallas por las que circulan corrientes de intensidades I_1, I_2 e I_3. Determinar mediante las ecuaciones de Maxwell: *a)* I_1, I_2 e I_3; *b)* las intensidades de corriente en los elementos ab, bc y bd; *c)* la tensión entre terminales de las baterías A, B y C.

Nota. Los tres problemas anteriores, en los que está indicado aplicar las leyes de Kirchhoff, deben resolverse también mediante las ecuaciones de Maxwell.

Principio de superposición

200. Resolver el problema 178 aplicando el principio de superposición. Sea I'_1 la intensidad de la corriente en la batería A, e I'_2 la intensidad que circularía por la resistencia de la batería B, si se suprime la f.e.m. de esta última. Sea I''_1 la corriente en la resistencia de la batería A, e I''_2 en la B, cuando se suprime la f.e.m. de la batería A. Denominemos I' e I'' las intensidades de la corriente que pasa por R en los casos anteriores. Determinar: *a*) I'_1, I'_2 e I'; *b*) I''_1, I''_2 e I'', y *c*) por superposición las intensidades de corrientes totales I_1, I_2 e I.

201. Determinar las condiciones de la red de la figura 500, por el principio de superposición, determinando primero las intensidades de corriente en cada elemento de la red cuando se elimina la f.e.m. de la batería B y cuando se suprime la f.e.m. de la A. Obtener: *a*) las dos corrientes componentes y la total I_1 en la batería A; *b*) las dos corrientes componentes y la total I_2 en la batería B; *c*) por superposición la corriente total en cada uno de los elementos *ab*, *bc*, *cd* y *be*.

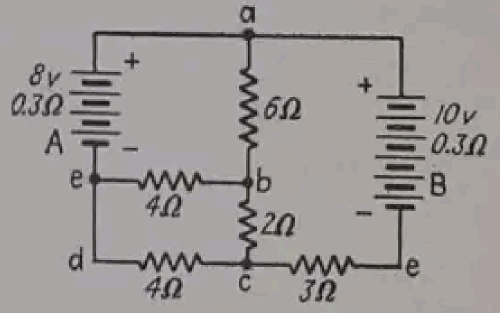


FIG. 500

202. Resolver el problema 183 aplicando el principio de superposición. Determinar: *a*) las intensidades de corriente I'_1 e I'_2 en las resistencias de las baterías A y B, y la I'_1 en la resistencia *bc* cuando se suprime la f.e.m. de la batería B; *b*) las intensidades de corriente I_1'' e I_2'' en las resistencias de las baterías A y B, y la I'' en la resistencia *bc* cuando se suprime la f.e.m. de A; *c*) por superposición, las intensidades totales de corriente I_1, I_2 e I en la batería A y B y resistencia *bc* respectivamente.

Teorema de Thévenin

203. En la figura 501 se representa una red eléctrica, con terminales *a* y *b*. Se desea conocer, aplicando el principio de Thévenin, la corriente en una resistencia R de 10 ohmios. Determinar: *a*) la tensión entre los terminales *a* y *b* antes de conectar la resistencia R entre ellos; *b*) la resistencia R_0 equivalente a la de la red medida entre *a* y *b*; *c*) la intensidad de la corriente en la resistencia R conectada entre *a* y *b*.

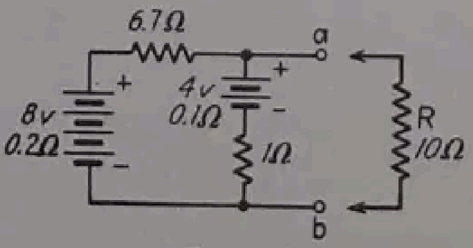


FIG. 501

204. Se quiere determinar, aplicando el teorema de Thévenin, la corriente en la rama *bde* de la figura 489. Suprimiendo el contacto en *b* determinar: *a*) tensión entre los puntos *b* y *c*; *b*) resistencia entre *b* y *c*; *c*) tensión entre *b* y *d*; *d*) reducir la red *abcfa* a una pila equivalente con terminales *ab*, f.e.m. E y resistencia interior r, dando valores a E y r; *e*) la corriente en *bde* obtenida al conectar este circuito a la batería equivalente obtenida en *d*).

205. La figura 502 representa una red eléctrica *abcd*. Aplicando el teorema de Thévenin se desea obtener la corriente que circulará por una resistencia R de 12 ohmios, intercalada entre los terminales *a* y *b*. En la figura se consignan las f.e.m. y resistencias de las baterías A y B, así como las resistencias de los otros elementos del circuito. En las condiciones de la figura determinar: *a*) tensión entre los terminales *a* y *b*; *b*) resistencia entre *a* y *b*; *c*) reducir la red a una batería equivalente de terminales *a* y *b*, f.e.m. *E* y resistencia interna *r*; *d*) corriente en el circuito *ef* cuando el terminal *e* se conecta al *a* y el *f* al *b*.

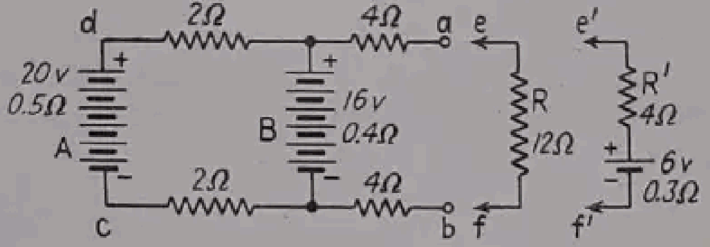


FIG. 502

206. Calcular los mismos elementos que en el punto *d*) del problema 205, cuando se substituye el circuito *e'f'* por el *ef* sin variar las restantes condiciones.

Principio de reciprocidad

207. En la figura 503, una batería de 12 voltios, cuya resistencia interior se considera despreciable, se conecta entre los terminales *a* y *b* de una red. *a*) Determinar la intensidad de corriente entre *c* y *d*. Abriendo la conexión entre *c* y *d* e insertando ahí la batería con su terminal positivo unido a *c* determinar: *b*) la corriente en *ab* si se conectan estos dos puntos, comparándola con el caso *a*); *c*) resistencia mutua.

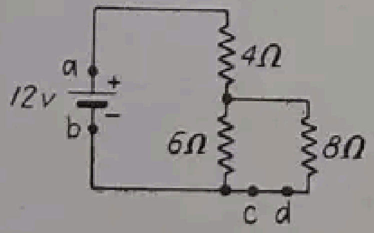


FIG. 503

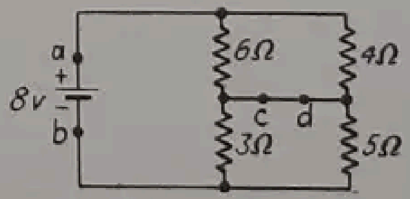


FIG. 504

208. Como puede verse en la figura 504, una batería de 8 voltios, con resistencia despreciable, se conecta a la red entre terminales *ab*. *a*) Determínese la corriente entre terminales *cd*; *b*) Ábrase la conexión entre terminales *cd* e insértese la batería de 8 voltios con el terminal positivo en *c*. Luego conéctense los terminales *a* y *b*, determínese la corriente en *ab* y compárese con *a*). *c*) Determínese la resistencia mutua (pág. 95).

209. En la figura 505 se conecta una batería de 50 voltios y de resistencia interior despreciable, entre los terminales *a* y *b* de la red representada. *a*) Determinar la corriente entre los puntos *c* y *d*. Si se abre la conexión entre *c* y *d*, y se inserta la batería de 50 voltios empalmando su terminal positivo a *c*, determinar: *b*) la corriente entre *a* y *b* si se conectan estos terminales, comparándola con la del caso *a*); *c*) la resistencia mutua.

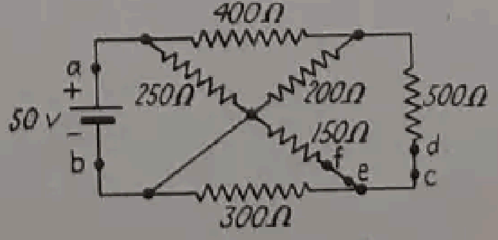


FIG. 505

210. En la figura 505, determinar: *a*) la corriente entre los terminales *e* y *f*. Abriendo la conexión entre *e* y *f* y transfiriendo la batería de modo que su terminal positivo se una a *e* y el negativo a *f*, determinar: *b*) la corriente en *ab* cuando estos terminales se unen, comparándola con el caso *a*); *c*) la resistencia mutua.

Transformaciones en sistemas equivalentes en estrella y en triángulo

211. La figura 506 representa un sistema de resistencias en triángulo que valen $AB = 20$ ohmios, $BC = 25$ ohmios, y $CA = 16$ ohmios. Determinar y construir un sistema equivalente en estrella que tenga por terminales A, B y C. Comprobar si esta substitución es correcta, calculando las resistencias entre los terminales y comparándolas con los valores correspondientes en el sistema en triángulo.

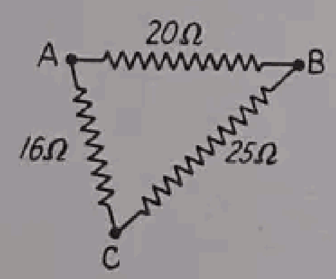


FIG. 506

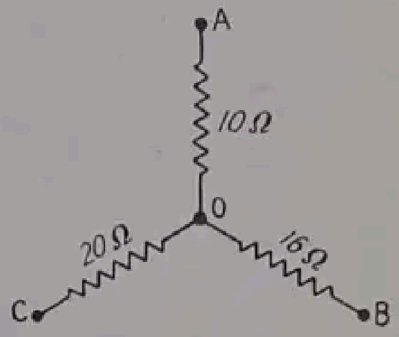


FIG. 507

212. La figura 507 representa un acoplamiento de resistencias en estrella, en el cual $AO = 10$ ohmios, $BO = 16$ ohmios y $CO = 20$ ohmios. Determinar y trazar un acoplamiento equivalente en triángulo que tenga los terminales ABC. Verificar que el triángulo es realmente el equivalente determinando las resistencias entre los diferentes terminales y comparando con las homólogas de la estrella.

213. En la figura 508 se representa una red eléctrica. Los números inscritos en la figura indican las resistencias en ohmios de cada elemento. Los elementos ab y cd no tienen contacto en el centro. *a*) Transformar el sistema en estrella ac, dc y bc en su equivalente en triángulo; *b*) combinar el resultado de *a*) con el resto de la red para determinar la resistencia entre A y B; *c*) con 50 voltios entre A y B calcular la corriente en los elementos ab, bc, ca, cd, bd y da.

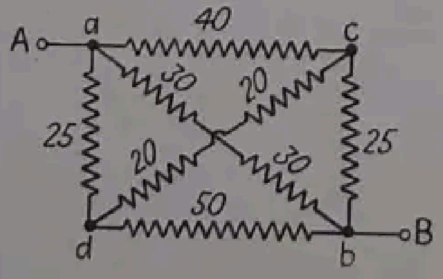


FIG. 508

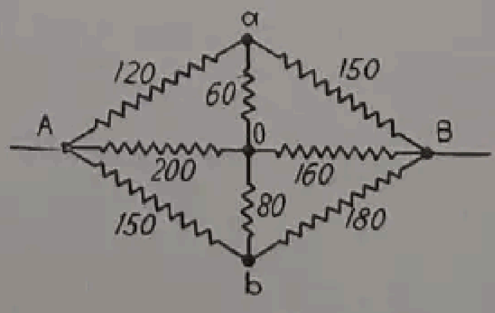


FIG. 509

214. La figura 509 representa una red eléctrica con terminales AB. Las cifras de la figura indican las resistencias en ohmios de los elementos componentes. Simplificar la red convirtiendo las conexiones en estrella de las secciones Ab, ob, Bb y Aa, oa, Ba en circuitos equivalentes en triángulo. *a*) Determinar la resistencia entre los terminales AB. Con una tensión de 100 voltios entre A y B, determinar: *b*) la corriente en los elementos AO y OB.

215. En la red de la figura 510, se establece una tensión de 25 voltios entre *A* y *B*. Determinar: *a*) la resistencia entre *A* y *B*; *b*) la corriente en cada uno de los elementos *a'b'*, *ao*, *ob*, *oc* y *dd'*. (Una solución sencilla consiste en convertir *ao*, *bo* y *co* en su equivalente en triángulo.)

216. En la figura 55 (*a*) de la página 99 determinar la corriente en el elemento de 10 ohmios cuando se aplican 20 voltios entre los terminales *A* y *B*.

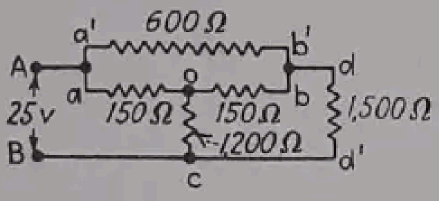


FIG. 510

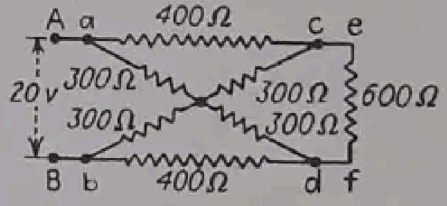


FIG. 511

217. Mediante transformaciones de conexión estrella en triángulo o recíprocamente, simplificar la red de la figura 511 y determinar la corriente en la resistencia de 600 ohmios cuando se aplican 20 voltios a los terminales *AB*.

218. Mediante transformaciones de circuitos estrella en triángulo o recíprocamente simplificar la red de la figura 512 y determinar la corriente en la resistencia de 300 ohmios cuando hay una tensión de 30 voltios entre *A* y *B*.

Los números de la figura indican las resistencias en ohmios de los distintos elementos. (Se recomienda combinar las resistencias *cd* y *ef*. Entonces, la conexión en estrella de terminales *a*, *b* y *d*, con punto común *c*, puede transformarse rápidamente en triángulo.)

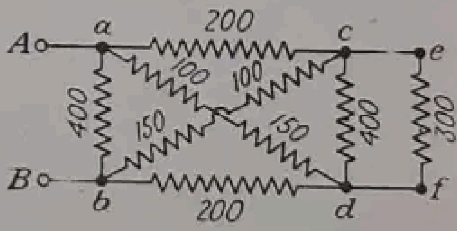


FIG. 512

Circuitos de cuatro terminales

219. La figura 513 representa un circuito de cuatro terminales *a*, *b*, *c* y *d*. Se han medido las siguientes resistencias: *cd* abierto, $R_{ab} = 42$ ohmios; *cd* en corto circuito, $R'_{ab} = 22$ ohmios; *ab* abierto, $R_{cd} = 34$ ohmios. Determinar: *a*) circuito en π equivalente; *b*) circuito en T equivalente; *c*) corriente en una resistencia de 50 ohmios, intercalada entre *c* y *d* si se aplica una tensión de 20 voltios entre *a* y *b*.

220. En un circuito similar al de la figura 513 se obtienen los siguientes valores de resistencias: con los terminales *c* y *d* abiertos, $R_{ab} = 18$ ohmios; con los terminales *c* y *d* en corto circuito $R'_{ab} = 12$ ohmios; con los terminales *a* y *b* en corto circuito, $R'_{cd} = 8$ ohmios. Determinar: *a*) el circuito en π equivalente; *b*) el circuito en T equivalente; *c*) la corriente en una resistencia de 10 ohmios, intercalada entre *c* y *d* cuando se establece una tensión de 15 voltios entre *a* y *b*.

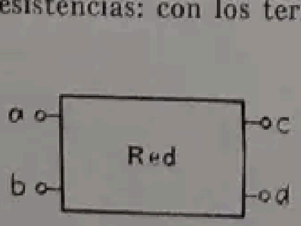


FIG. 513

221. Reemplazar la red de terminales *ab* y *cd* de la figura 511, por: *a*) el circuito en π equivalente; *b*) el circuito equivalente en T.

222. Substituir la red de la figura 512, con terminales *ab* y *cd*, por: *a*) un circuito en π equivalente; *b*) un circuito en T equivalente; *c*) determinar la intensidad de la corriente en la resistencia de 300 ohmios *ef* con 30 voltios de tensión entre *a* y *b*.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO IV

Pilas y acumuladores

1. Explicar las reacciones que se producen cuando dos láminas de cobre se sumergen dentro de una solución diluída de ácido sulfúrico y se conecta un voltímetro entre ellas. Referir lo que acontece cuando las láminas de cobre se reemplazan por láminas de cinc, o por láminas de plomo. En general, ¿qué condiciones se requieren para que haya una f.e.m. entre las dos láminas?

2. Con metales distintos como electrodos, estudiar la posibilidad de obtener una f.e.m. si se substituye el ácido sulfúrico por alguna otra solución. Indicar tres soluciones que darían una f.e.m. en estas condiciones.

3. ¿Qué se entiende por metal electropositivo con relación a otro? Si el metal A es electroquímicamente positivo con relación al metal B, ¿cuál será la dirección de la corriente entre ellos dentro de la pila? ¿Cuál será la dirección de circulación de la corriente entre los dos metales en el circuito exterior?

4. Definir qué es: electrólito; célula electrolítica; electrodo, ánodo; cátodo; pila y acumulador.

5. ¿Cómo se almacena la energía en una pila? ¿Qué cambios se producen en los electrodos cuando la pila suministra corriente? Señalar la distinción entre pilas y acumuladores.

6. Indicar los cuatro requisitos que debe reunir una pila.

7. Estudiar la naturaleza de la resistencia interior de una pila. ¿Cómo puede reducirse esta resistencia? ¿Cómo debe aumentarse el tamaño de los elementos de una pila para hacer variar su capacidad en amperios? ¿Y su f.e.m.?

8. ¿Qué tensión indica un voltímetro cuando se conecta a los terminales de una pila en circuito abierto? Si se cierra súbitamente el circuito, ¿a qué se debe la caída de tensión inicial? ¿A qué se debe el exceso de caída con relación a esta caída inicial? Explicar el papel que desempeña el hidrógeno en la polarización. Describir dos métodos generales de reducir la polarización.

9. Exponer el cambio que se produce, con el tiempo, en la tensión entre los terminales de una pila que alimenta una resistencia exterior constante. Estudiar cómo se recupera energía en una pila cuando se suprime la resistencia que alimenta.

10. Describir cómo está hecha una pila Daniell, indicando los materiales de los electrodos y de los electrólitos. ¿Para qué aplicaciones se adapta mejor? ¿Cuál es la f.e.m. de esta pila?

11. ¿En qué se diferencia una pila de gravedad de la pila de Daniell? ¿Qué electrodo se debe reemplazar? ¿Qué cambios se introducen en el otro electrodo? ¿Cuál es la f.e.m. de la pila de gravedad y a qué tipo de aplicación se presta más?

12. ¿Qué materiales se emplean para los electrodos positivo y negativo de la pila Leclanché y qué electrólito se utiliza? ¿Cuál es el valor aproximado de su f.e.m.? Cuando se proyecta utilizar esta pila, ¿con qué tensión aproximada por elemento se cuenta? ¿Qué materiales se emplean en la pila para reducir su polarización? ¿Cómo se renueva la pila? ¿Para qué tipo de aplicaciones se presta mejor esta pila?

13. ¿En qué se parecen una pila seca y una pila corriente? ¿Carece realmente de humedad una «pila seca»? ¿De qué material están formados el electrodo positivo y el negativo? ¿Cuál es el electrólito y cómo se pone en la pila? ¿Qué materias se ponen entre el carbón y el cinc, y cuáles son sus funciones?

14. ¿Cuál es la f.e.m. de una pila seca Leclanché nueva? ¿Y después de estar fuera de servicio durante algún tiempo? ¿Cuál es el valor de la resistencia interna cuando está nueva? Señalar el efecto del tiempo sobre la resistencia interior. ¿Cómo se compara el efecto de polarización con el de la resistencia interior? ¿Cuál es la intensidad de corriente suministrada por una pila buena en corto circuito? ¿Cuál es el valor aproximado de la tensión entre terminales cuando la pila suministra una corriente moderada?

15. ¿Cuál es la causa principal de agotamiento de una pila? Indíquense algunas aplicaciones de las pilas secas.

16. Indicar las materias utilizadas para el ánodo, cátodo y electrólito de una pila Ruben. ¿Cuáles son las dos formas en que se construye? Descríbanse ambas.

17. F.e.m. de la pila Ruben. Señalar sus ventajas con respecto a las de tipo Leclanché.

18. Indicar los materiales empleados para el cátodo, ánodo y electrólito de una pila de cloruro de plata y magnesio. ¿Cuál es su f.e.m.? ¿Para qué funcionamiento se ha proyectado?

19. ¿Cuál es el objeto de una pila Weston normal y en qué se distingue de los usos a que se destinan los demás tipos de pilas? En la práctica, ¿cuáles son las dos magnitudes eléctricas comunes que se pueden reproducir más fácilmente estableciéndolas como patrones? ¿Cuáles deben ser las características de una pila normal? Describir la construcción de una pila Weston y sus elementos. ¿Cómo se asegura su permanencia? ¿En qué se diferencia una pila saturada de una pila normal? ¿Por qué no debe medirse la f.e.m. de una pila Weston con un voltímetro ordinario?

20. ¿Cómo se regenera un acumulador cuando está descargado? ¿Qué condiciones deben reunir los materiales del acumulador para que funcione de una manera adecuada? ¿Cuáles son los dos tipos de acumulador que se encuentran en el mercado?

21. Describir un experimento elemental que pone de manifiesto el principio del acumulador de placas de plomo. Explicar el cambio que se produce en cada una de las dos láminas de plomo. ¿Qué tensión se observa que existe en las distintas fases del experimento? ¿Qué gases se desarrollan y de qué placa se desprende cada uno de ellos?

22. Aunque las dos placas son de plomo, demostrar que la existencia de una f.e.m. en el acumulador de plomo no contradice el principio fundamental que regula la existencia de una f.e.m. en las pilas en general. Cuando el acumulador se acerca a su descarga completa, ¿qué cambios se observan en los materiales que pueden explicar que la tensión se acerque a cero? Hacer el cálculo cuando se emplea para la carga una tensión de 2,5 voltios por elemento.

23. ¿Qué cambio se opera en el electrólito durante la carga y descarga del acumulador según la ecuación química correspondiente? (pág. 119). ¿Por qué no se pueden emplear en la práctica las placas lisas de plomo? Dar dos razones. Describir brevemente el procedimiento de Planté y describir dos tipos de placas formadas de este modo.

24. Describir el procedimiento de Faure, o de placas empastadas, para acumuladores. ¿Cuáles son las ventajas y los inconvenientes de las placas empastadas en relación con las Planté? ¿Qué condiciones de fabricación ha de reunir una placa empastada y por qué? ¿Cómo puede retardarse la erosión de la placa positiva, aumentando la vida del acumulador? Comparar la duración de la placa empastada y la Planté.

25. Describir brevemente la construcción de un acumulador blindado Exide e indicar sus principales aplicaciones prácticas.

26. ¿Cuáles son las dos clases generales en que pueden dividirse las baterías de acumuladores con placas de plomo? ¿Qué tipo de placa se presta mejor para un servicio regular y para servicio de auxilio en las baterías fijas? ¿Por qué? ¿Qué material se emplea actualmente para los recipientes de las baterías fijas de plomo?

27. Enumérense, por lo menos, tres misiones de los separadores. Indíquense, como mínimo, cuatro materiales que se emplean para los separadores, señalando para qué clase de servicio se adaptan mejor, incluyendo las combinaciones de más de un material.

28. En los acumuladores de plomo, ¿cuál es la densidad menor conveniente para el electrólito y cuál la mayor? Indíquese el límite superior de la densidad cuando el acumulador está cargado totalmente y el límite inferior cuando está al final de su descarga.

29. ¿Qué precaución se ha de tomar al diluir el ácido sulfúrico para las baterías de acumuladores? ¿Qué instrumento sencillo se emplea para determinar la densidad? ¿Cómo se adapta ese instrumento para su empleo en las baterías portátiles?

30. ¿Qué cambio se produce en el electrólito durante el período de carga? ¿Cuál es el efecto de la formación de gases sobre el peso específico? ¿Qué cambio se produce en el peso específico después que cesa la carga? Explicarlo. ¿Cómo debe variar el peso específico durante la descarga? ¿Qué uso práctico se hace de estos cambios de peso específico?

31. Señalar el efecto de la temperatura sobre la capacidad de una batería de plomo. ¿Qué orden de magnitud tiene esta variación por grado centígrado?

32. ¿Qué le pasa al material activo de las placas si el elemento está largo tiempo fuera de servicio? ¿Cómo se evitan los deterioros de las baterías provocados por esta causa? Si se desea retirar una batería del servicio por tiempo indefinido, ¿qué procedimiento debe seguirse?

33. ¿Cuáles son los requisitos de una batería portátil que la distinguen de una batería fija? ¿Qué cambios se introducen en las placas, en los separadores y en la densidad del electrólito? ¿Cómo se constituyen las baterías para un tipo especial de servicio? ¿Qué atenciones especiales deben tenerse en cuenta con el electrólito?

34. ¿Cómo se expresa la capacidad de descarga de una batería de acumuladores? ¿Qué significa una capacidad durante 8 horas? ¿Pueden obtenerse los mismos amperios-hora de una batería con una descarga de 3 horas o de 8 horas? ¿A qué se debe la diferencia? Si un elemento está prácticamente descargado en 3 horas, ¿podrá obtenerse más tarde alguna corriente de él? ¿Qué puede decirse de la capacidad de sobrecarga de una batería de acumuladores?

35. ¿Qué principios generales regulan la intensidad de carga de una batería? ¿Cuándo se hace necesario reducir esta corriente? ¿Cuáles son los inconvenientes de un desprendimiento intenso de gases en los acumuladores? ¿Qué es la *carga final*?

36. Indicar un caso muy común de método de carga a intensidad constante. ¿Qué aparatos son necesarios para cargar una batería, cuando se parte de corriente alterna? ¿Qué cuidados deben tomarse al conectar la batería? Describir un ensayo sencillo para asegurarse de la polaridad de los terminales.

37. ¿Qué inconveniente tiene el método de carga a tensión constante? ¿Qué tensión aproximada se necesita en este método por elemento? ¿Por qué es conveniente emplear una resistencia?

38. Cuando una batería se utiliza ctomo tampón conectada a las barras y se desea cargarla, ¿de qué manera puede obenerse el exceso de potencial que se requiere? ¿Qué proporción de la total de la energía necesaria para la carga se puede suministrar por medio de un grupo elevador de tensión?

39. ¿Qué variaciones experimenta la f.e.m. de un elemento durante la carga? ¿Qué variaciones corresponden en la tensión entre los terminales? ¿A qué se debe la diferencia entre la f.e.m. del elemento y la tensión entre terminales?

40. En el acumulador alcalino Edison, ¿cuál es el material activo positivo? Describir la construcción de las placas positivas y cómo se les aplica el material activo.

41. ¿Cuál es el material activo del acumulador Edison? Describir la construcción de las placas negativas y la manera de aplicarles el material activo.

42. ¿Qué electrólito se emplea en los acumuladores Edison? En las reacciones químicas que se producen durante la carga y la descarga, ¿qué intervención tiene el electrólito?

43. Cuando la carga es completa, ¿cuál es la composición del material del electrodo positivo y del electrodo negativo? ¿En qué se transforman estos materiales durante la descarga? Señalar los cambios que pueden producirse en el electrólito durante la carga y descarga y compararlos con los ocasionados en el caso de los acumuladores de plomo.

44. Describir sucintamente la construcción mecánica y el montaje de un acumulador Edison, indicando el método de mantener las placas en posición y de conectarlas con los bornes. ¿Qué clase de vaso se emplea para este elemento? ¿Cuál es la ventaja de este tipo de fabricación? ¿Para qué sirve la válvula y qué particularidades debe tener? ¿Cómo se monta la batería?

45. ¿Qué diferencia hay entre la carga normal de un elemento Edison y la de un acumulador de plomo? ¿Cuál es la tensión por elemento? ¿Es posible conocer con precisión las condiciones de carga por medio de lecturas de la tensión y de la densidad? ¿Cómo puede determinarse que la carga se ha completado?

46. ¿Por qué desciende poco a poco el nivel del electrólito durante el servicio? Exponer cómo se reemplaza el electrólito.

47. Indicar las ventajas de una batería Edison y algunas de sus aplicaciones industriales. ¿Qué factores limitan estas aplicaciones?

48. Describir la construcción de las placas positivas y negativas de un acumulador alcalino de níquel-cadmio (Nicad). ¿Qué material activo se emplea en las placas? Compararlos con los del acumulador Edison.

49. ¿Qué material se usa para los separadores? ¿Cómo está construído el vaso?

50. ¿Qué se utiliza como electrólito y qué intervención tiene en el funcionamiento del acumulador? ¿Cuál es su densidad normal?

51. ¿Cuál es la tensión normal del acumulador? Durante la carga, ¿a qué tensión comienza el desprendimiento de gas?

52. Señálense las ventajas de los acumuladores Nicad y algunas de sus aplicaciones industriales.

53. ¿En función de qué debe expresarse el rendimiento de una batería de acumuladores? Exponer si la capacidad en amperios-hora es una indicación verdadera del rendimiento.

54. Explicar por qué la relación entre los kilovatios-hora de descarga en 3 horas y los de carga en 8 horas en una batería de placas de plomo no indica el verdadero rendimiento. Indicar algunos de los factores que determinan el rendimiento de una batería.

55. En una batería de placas de plomo, ¿cuál es el orden de magnitud de la capacidad en kilovatios-hora y en amperios-hora? ¿En qué se diferencian? ¿De qué manera afecta al rendimiento de un acumulador el ciclo de carga y el de descarga?

56. Indicar algunos de los factores que influyen en la elección de una batería de acumuladores para un objeto determinado.

57. ¿De qué manera se transforma el agua en buena conductora? Definir qué es *electrólisis* y *electrólito*. ¿Cuáles son los productos de la electrólisis del agua y dónde se desprende cada uno?

58. Definir la *disociación electrolítica*, los *iones*, los *iones positivos* o *cationes* y los *iones negativos* o *aniones*. Explicar el movimiento de los iones debido a la corriente eléctrica.

59. Analizar la electrólisis del sulfato de cobre, explicando cómo se forma ácido sulfúrico. Dar ejemplos de aplicaciones industriales de la electrólisis.

60. Enunciar sucintamente las leyes de Faraday sobre la electrólisis. Explicar su significado de manera sencilla.

61. Exponer un método sencillo de cobrear una escobilla de carbón de las que se usan en las dínamos. ¿Cuál es el electrodo que se conecta al terminal positivo de la red de alimentación y cuál el que se empalma con el terminal negativo? Cuando se emplea el cobre con una solución de sulfato de cobre, ¿experimenta algún cambio el electrólito? Explicarlo.

62. ¿Puede depositarse el cobre de una solución si ningún electrodo es de cobre? ¿Qué tensión debe aventajar a la de la red en el baño electrolítico? ¿Cómo se reducen esas tensiones a un mínimo? ¿El plateado electrolítico es una operación que requiere alta o baja tensión? ¿De qué manera se conectan los baños de plateado cuando es posible?

63. Exponer por qué una pila de gravedad es un baño electrolítico que se suministra a sí mismo la corriente.

64. Describir sucintamente el proceso de galvanotipia.

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO IV

Pilas y acumuladores

223. Una pila de Daniell tiene una f.e.m. de 1,1 voltios y una resistencia interna de 0,20 ohmios. Determinar: *a*) la máxima corriente que puede suministrar. Si se aumenta el tamaño de la pila hasta doblar el área de la placa, determinar: *b*) la nueva f.e.m.; *c*) el valor aproximado de la corriente máxima que la pila puede dar; *d*) la potencia máxima que puede suministrar la última pila.

224. Dos pilas de gravedad tienen los electrodos de los mismos materiales y los mismos tipos de soluciones y de concentración, etc., pero en una de ellas las dimensiones lineales son dobles que las de la otra, con lo que su volumen es ocho veces mayor. Las dos pilas están conectadas empalmando los terminales de la misma polaridad. La f.e.m. de la pila menor es 1,07 voltios y su resistencia interna 0,3 ohmios; la resistencia interna de la pila mayor es 0,1 ohmio. Determinar: *a*) la intensidad de la corriente que circula entre las dos pilas; *b*) la corriente de corto circuito en la pila mayor; *c*) la corriente de corto circuito en la pila menor; *d*) corriente de corto circuito con las dos pilas en serie; *e*) máxima potencia que las dos pilas en serie pueden suministrar a una resistencia; *f*) máxima potencia que pueden suministrar a una resistencia con las dos pilas en paralelo.

225. Una pila Leclanché tiene una f.e.m. de 1,48 voltios. Se aplica una carga de 2,5 amperios y la tensión entre terminales desciende a 1,25 voltios casi instantáneamente. Después de algún tiempo, la tensión baja a 1,06 voltios y la corriente se mantiene de 2,5 amperios. Determinar: *a*) la resistencia interna efectiva de la pila; *b*) su f.e.m. de polarización; *c*) la resistencia total aparente de la pila.

226. El sistema de encendido de un motor de gasolina requiere una tensión algo superior a 6 voltios para funcionar. Se utilizan seis pilas secas tipo Leclanché, conectadas en serie, y con una f.e.m. de 1,30 voltios. Determinar: *a*) cuál es la intensidad de la corriente que puede suministrar la batería sin que el voltaje en los terminales baje a menos de 6 voltios; *b*) resistencia de la bobina de encendido si funciona con dicho valor de la corriente y a la tensión de 6 voltios.

227. La f.e.m. en circuito abierto de una pila seca es 1,36 voltios y la corriente en corto circuito resulta ser de 16 amperios. Determinar: *a*) la resistencia interior; *b*) la potencia máxima que puede suministrar; *c*) tensión entre terminales si la resistencia exterior es de 2 ohmios.

228. Cinco de las seis pilas secas de una batería de encendido tienen una f.e.m. de 1,45 voltios y una resistencia interna de 0,09 ohmios. Las pilas están montadas en serie. La otra pila, que está agotada, tiene una f.e.m. de 0,8 voltios y una resistencia interna de 0,6 ohmios. Determinar: *a*) la tensión entre terminales de la pila defectuosa cuando la batería suministra 200 miliamperios; *b*) tensión entre terminales de la batería; *c*) corriente de corto circuito de la batería; *d*) tensión entre terminales de la pila agotada en las condiciones de *c*).

229. Una pila de Weston cuya f.e.m. es de 1,0187 voltios se conecta a un hilo de potenciómetro, como se indica en la figura 514, con el fin de calibrar el hilo AC. Entre A y B hay una resistencia de 0,935 ohmios y 10 bobinas que tienen una resistencia de 5 ohmios cada una. La resistencia de la pila es de 200 ohmios y la del galvanómetro 100 ohmios. Determinar: *a*) la corriente en el galvanómetro y su dirección cuando la corriente en AB es de 0,021 amperios; *b*) repetir la pregunta *a*) con una corriente de 0,0195 amperios; *c*) valor de la corriente en AC cuando la corriente a través de la pila y el galvanómetro es cero; *d*) tensión entre terminales de cada bobina de 5 ohmios en el caso *c*); *e*) valor de la resistencia R, en las condiciones *d*) y cuando la f.e.m. de la batería Ba es de 2,02 voltios y su resistencia interna despreciable. (Este problema sirve para explicar el principio del potenciómetro: véase § 137, pág. 195, y fig. 131, pág. 197.)

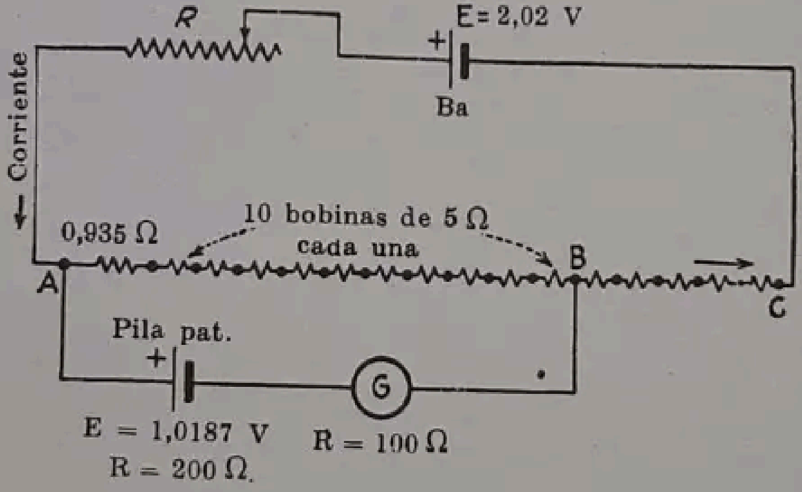


FIG. 514

230. En el problema 229 determinar: *a*) la corriente en el galvanómetro cuando la corriente en el alambre AB es 0,0205 amperios. Por medio de un dispositivo de ajuste se aumenta esta corriente en un 2%. Determinar: *b*) el porcentaje correspondiente de cambio de la corriente en el galvanómetro (obsérvese que este montaje proporciona un método muy sensible de ajuste).

231. Un voltímetro, cuya resistencia es de 1 000 ohmios, se emplea en un ensayo de determinación de la f.e.m. de la pila Weston del problema 229. Determinar: *a*) la lectura del voltímetro; *b*) exponer si este método es práctico para emplear la pila Weston como patrón.

232. Se desea diluir un litro de ácido sulfúrico concentrado (peso específico 1,84) para obtener una solución de peso específico 1,21. Determinar: *a*) la cantidad de agua que se ha de añadir, en litros; *b*) el volumen total de la solución resultante; *c*) el peso total de la solución final en kilogramos. (Debe emplearse la tabla de la página 126. Resolviendo el problema algebraicamente no se obtiene un resultado exacto, debido a la difusión de las moléculas de agua y de ácido).

233. Una bombona contiene 12 litros de ácido sulfúrico concentrado (peso específico 1,84). Determinar: *a*) cuántos kilogramos pesa el ácido; *b*) cuántos litros de ácido diluído (peso específico 1,20) se pueden obtener con él; *c*) peso en kilogramos de la solución resultante.

234. La densidad del electrólito en el elemento piloto de una batería de acumuladores de 640 amp-hora resulta ser 1,120 cuando la batería está descargada (no totalmente). La densidad varía con la carga (fig. 75, pág. 128). La batería se carga entonces al tipo normal de 8 horas y a 80 amperios, hasta que la densidad llega a 1,190 (después que se ha suspendido la carga el tiempo suficiente para que la densidad adquiera un valor constante). Determinar: *a*) amperios hora suministrados por la batería; *b*) amperios hora necesarios para cargar completamente la batería.

235. Después de que la batería (prob. 234) se ha cargado completamente, se vuelve a descargar hasta que la densidad se reduce a 1,19. Determinar: teóricamente, cuantos amperios hora utilizables quedan en la batería. (Véanse las curvas características, fig. 75, pág. 128).

236. Una batería de acumuladores de 6 voltios con placas de plomo, constituída por tres elementos en serie, de 0,0075 ohmios de resistencia interior, se carga por medio de la corriente de 120 voltios de la red, siendo las conexiones parecidas a las de la figura 76 (pág. 131). La tensión entre terminales de cada elemento es 2,45 voltios. La intensidad de carga es 14 amperios. Determinar: *a*) el tanto por ciento de la potencia total del circuito que se suministra a la batería; *b*) cuántos ohmios de resistencia en serie son necesarios; *c*) pérdida de potencia por calentamiento de la batería.

237. Repetir el problema 236 con dos baterías de 6 voltios del mismo tipo, montadas en serie.

238. Una batería de acumuladores de 20 elementos en serie se carga a una intensidad de 50 amperios empalmándola a la red de 120 voltios. La f.e.m. de cada elemento es 2,2 voltios y la resistencia interna de cada uno es 0,007 ohmios. Determinar: *a*) el porcentaje de la energía total que suministra la red a la batería; *b*) pérdida de potencia en la resistencia interior de la batería; *c*) valor en ohmios de la resistencia en serie que se requiere.

239. Repetir el problema 238 para carga con 40 amperios.

240. La tensión media de carga por elemento de una batería de acumuladores de 120 amperios (durante 8 horas), compuesta de 120 elementos en serie, es de 2,3 voltios. Se desea cargar la batería a tensión constante. Con el fin de estabilizar el sistema se conecta una resistencia de 0,2 ohmios entre las barras y la batería. Determinar: *a*) la tensión de carga; *b*) a 75 céntimos el kilovatio-hora, cuál es el costo de la energía necesaria para la carga de la batería durante 8 horas, a su régimen normal; *c*) resistencia interior de la batería si la f.e.m. por elemento es de 2,12 voltios.

241. Un grupo elevador de tensión (véase fig. 77, pág. 133) se emplea para cargar una batería de acumuladores de 124 elementos con corriente de la red de 230 voltios. La batería requiere una corriente máxima de carga de 80 amperios y, cargándola a este régimen, la tensión entre los terminales de cada elemento es 2,45 voltios. Determinar: *a*) la tensión y la intensidad de la corriente en el grupo elevador; *b*) si el motor del grupo elevador tiene un rendimiento de 0,84, y el generador de 0,82, cuál será la potencia absorbida por el mismo de las barras de alimentación; *c*) porcentaje de la potencia que suministrará a la batería el grupo elevador.

242. Un grupo elevador de tensión se utiliza para cargar una batería de acumuladores de plomo de 120 elementos tomando la corriente de una red a 240 voltios. La f.e.m. de cada elemento es de 2,05 voltios y su resistencia interior de 0,002 ohmios. La batería se carga a un régimen de 100 amperios. Determinar: *a*) tensión entre terminales de cada elemento; *b*) régimen del generador del grupo elevador; *c*) si el generador tiene un rendimiento de 0,83 y el motor de 0,85, potencia absorbida por el grupo elevador; *d*) porcentaje de potencia suministrado por el grupo elevador a la batería; *e*) si el precio del kilovatio-hora es 60 céntimos, qué costará la energía necesaria para la carga de la batería a su régimen normal durante 8 horas. Se supone que la f.e.m. y la resistencia de la batería tienen un valor constante durante el período de carga.

243. Una batería Edison de 20 amperios y 100 amp-hora se carga, a régimen normal, en 5 horas y se descarga luego al mismo régimen y en el mismo período. Utilizando las curvas de la figura 82 (pág. 138) determinar su rendimiento, referido a la energía en vatios-hora. (Para resolver el problema, se tomará el valor promedio de las ordenadas de las dos curvas.)

244. Una batería Nicad se carga a régimen de 15 amperios durante 10 horas, ajustándose a su curva de «carga» (fig. 85, pág. 143) y se descarga a régimen de 12,5 amperios adaptándose a la curva que da la «tensión final», después de las 10 horas. Determinar: *a*) rendimiento referido a amperios hora; *b*) rendimiento energético en vatios-hora (para resolver el problema se tomará el valor medio de las ordenadas de las curvas).

245. Se coloca una pieza de níquel en un baño de sulfato de este metal haciendo pasar una corriente de 20 amperios. Determinar el peso en gramos de níquel depositado por hora en el cátodo (véase § 110, pág. 146).

246. Repetir el problema 245, pero suponiendo que la pieza es de cobre y el electrólito de sulfato cúprico.

247. Por medio de la tabla de equivalentes electroquímicos (pág. 146) determinar: *a*) los gramos de cobre que se depositan en un baño de sulfato cúprico por amperio-hora; *b*) en el proceso de refino electrolítico del cobre, ¿cuántos kilogramos se refinarán en 12 horas y con una corriente de 250 amperios? *c*) Si la tensión entre terminales del baño es de 15 voltios, ¿cuántos kilovatios-hora se consumirán?

PREGUNTAS REFERENTES AL CAPÍTULO V

Mediciones e instrumentos eléctricos

1. Si una bobina por la cual circula una corriente eléctrica se coloca dentro de un campo magnético, ¿qué efecto se produce? Explicar este efecto de dos maneras, demostrando que se basa en las leyes fundamentales del campo magnético. ¿Cuál es la importancia de este principio?

2. ¿Cuál es el principio de la bobina móvil adaptado a la medición de pequeñas corrientes en el galvanómetro de D'Arsonval? ¿Cómo está suspendida la bobina? ¿Cómo entra y sale la corriente de la bobina? ¿Por qué se coloca usualmente un núcleo de hierro dulce entre los dos polos?

3. ¿Cuáles son los dos métodos corrientes para leer las desviaciones del galvanómetro? ¿Qué significa *amortiguar* un galvanómetro? ¿Cómo se logra este amortiguamiento?

4. ¿Cómo se puede proteger un galvanómetro contra las corrientes excesivas? Trazar el esquema de las conexiones de dos tipos de shunt. ¿Cuáles son las ventajas del shunt Ayrton? Definir el poder multiplicador del shunt Ayrton.

5. Probar que el movimiento de un instrumento de corriente continua de Weston es una evolución del galvanómetro de D'Arsonval. ¿Cómo se asegura la rotación de la bobina? ¿Cómo pasa la corriente a la bobina? ¿Cuáles son los medios empleados para oponerse al movimiento de la bobina? Exponer el medio de amortiguar la bobina. ¿Qué significa *campo radial* y qué efecto tiene sobre la distribución de la escala del instrumento? ¿Por qué razón están arrollados en sentidos opuestos los resortes superior e inferior? Explicar la aplicación del movimiento de un instrumento de Weston a un galvanómetro.

6. ¿De qué orden de magnitud es la corriente que produce la máxima desviación de la aguja de un instrumento de Weston? Señalar el método que permite utilizar este instrumento para medir corrientes que excedan de aquel valor.

7. Describir sucintamente la construcción de un shunt. ¿Por qué se necesitan cuatro terminales? Probar que cuando un instrumento de Weston se emplea con un shunt, actúa también como voltímetro.

8. ¿Qué ley rige la repartición de la corriente entre el shunt y el instrumento? ¿Por qué deben permanecer constantes las resistencias del shunt y del instrumento? ¿Qué errores pueden producirse si se calientan el shunt o el instrumento?

9. ¿De qué manera se puede hacer para que un amperímetro tenga varias escalas? En general, ¿en qué casos se emplea un shunt interno y un shunt exterior?

10. Comparar el movimiento de un voltímetro con el de un amperímetro. ¿En qué aspecto importante difiere el voltímetro del amperímetro? ¿Cómo se limita la corriente en la bobina de un voltímetro cuando este aparato se empalma a los dos conductores de una línea?

11. Demostrar que es posible que los voltímetros tengan más de una escala. ¿Qué es una bobina de multiplicación?

12. ¿Qué propiedad de las aleaciones alnico hace posible utilizar imanes cuya longitud es muy reducida con respecto a su sección? Haga un esquema de un aparato de medida de imán circular, en el que se emplee alnico para este último.

13. Haga un esquema de un aparato de escala concéntrica, mostrando cómo puede emplearse un sencillo imán alnico para generar el campo magnético. Describa el método de producción del par de rotación y compárelo con el movimiento de los aparatos Weston. ¿Cuál es la principal ventaja de este tipo de instrumentos?

14. Cómo puede utilizarse el efecto térmico de una corriente eléctrica para medir el valor de ésta? Describir la construcción y utilización de los termopares. ¿Para qué tipos de medidas se adaptan estos instrumentos térmicos?

15. ¿En qué principio fundamental se basa el funcionamiento de las fotocélulas? Describa la forma constructiva de alguna de ellas. Dibuje esquemas que muestren la variación de la corriente en función de la iluminación, para distintos valores de la resistencia.

16. Indicar las conexiones que se emplean para medir una resistencia con un voltímetro y un amperímetro. ¿Qué precauciones deben tomarse al conectar un voltímetro? ¿Qué tipo especial de contacto para voltímetros debe emplearse para medir resistencias muy débiles?

17. Indicar las conexiones por medio de las cuales puede medirse la resistencia con un voltímetro solo. ¿Cuál es el orden de magnitud de las resistencias que puede medirse por este método? ¿Qué tipo especial de voltímetro se prefiere corrientemente para este método y por qué razón? ¿A qué tipo de resistencias se aplica especialmente este método?

18. Indicar la relación entre el principio en que se basan los ohmímetros y el método del voltímetro y amperímetro a que se refiere la pregunta 16. ¿Cuáles son las relaciones entre la «resistencia infinita», «intensidad de corriente nula», «resistencia nula» e «intensidad máxima», que figuran en la escala? Haga el esquema de las conexiones de un ohmímetro, señalando cuántas escalas pueden obtenerse.

19. Indicar los usos del *megger* y describir sucintamente la disposición de su circuito magnético. Comparar el funcionamiento de este instrumento con el del tipo Weston, indicando las funciones de las dos bobinas principales y sus conexiones. Describir el funcionamiento del instrumento indicando cómo da lecturas correctas sin ningún resorte regulador.

20. ¿Cuál es la misión de la bobina compensadora? Indicar cómo se conecta el hilo de protección y explicar qué objeto tiene. ¿Por qué se emplea a menudo un embrague de deslizamiento?

21. Hacer el croquis de las conexiones de cuatro resistencias, tres de las cuales se conocen, un galvanómetro y una batería, con el fin de medir la cuarta resistencia. Demostrar la ley de proporcionalidad que existe cuando se establece el equilibrio.

22. Señalar las diferencias entre los puentes de Wheatstone de tipo portátil y de pupitre. En las medidas con el puente, ¿qué debe equilibrarse con la polaridad de la batería invertida? ¿A qué puntos del puente debe conectarse el galvanómetro para obtener una sensibilidad máxima?

23. Comparar el puente de clavijas con el de cuadrante en el aspecto de su manejo; resistencia de contacto de las clavijas y comodidad de manejo.

24. Describir brevemente un procedimiento sistemático que debe seguirse para equilibrar un puente de Wheatstone.

25. ¿En qué se asemejan el puente de cursor y el puente de Wheatstone? Compararlo con el puente de Wheatstone en el aspecto de su simplicidad y precisión.

26. Consignar qué tipo de mediciones hacen necesario el empleo de un puente basado en el principio de Kelvin. Trazar un croquis de las conexiones del puente de Kelvin. Indicar los brazos auxiliares y demostrar la relación que deben tener con los otros brazos del puente, con el fin de que sea aplicable la expresión del puente de Wheatstone a la determinación de la resistencia desconocida. Deducir las ecuaciones que proporcionan las relaciones necesarias que existen entre los distintos brazos del puente.

27. Definir lo que es una «interrupción», un «cruce» y una «tierra» en un conductor aislado, y describir las pruebas que pueden utilizarse para determinar cuál de estas averías se ha producido.

28. Hacer el esquema de conexiones del bucle de Murray, que comprende los brazos del puente, cuando se ensaya una tierra. Deducir las ecuaciones que dan las relaciones entre las resistencias de los brazos del puente y la resistencia y distancia de la avería.

29. Repetir el problema 28, pero considerando que se emplea un hilo con corredera. Explicar por qué el galvanómetro y la batería no ocupan la misma posición en las figuras 123 y 124 que en la 118.

30. Repetir el problema 28 cuando se usa un hilo con corredera y se trata de localizar un cruce.

31. Dibujar las conexiones empleadas en el método de Varley cuando se ensaya una tierra. Deducir las ecuaciones que ligan las resistencias de los brazos del puente y la resistencia y distancia a la avería.

32. Hacer de nuevo el problema 31, aplicado al caso de que las pruebas se realizan para localizar un cruce.

33. ¿Por qué es conveniente en la práctica conocer la resistencia del aislamiento de los cables? ¿Por qué no puede aplicarse siempre el método del voltímetro? ¿Cuál es el principio fundamental del método descrito en el § 135 (pág. 191)?

34. ¿Qué método se emplea para poder leer las desviaciones del galvanómetro en cualesquiera condiciones de resistencia del circuito? ¿Por qué es conveniente mantener siempre una resistencia de 0,1 megaohmios en el circuito? Explicar los errores que pueden introducirse. Deducir las ecuaciones que permiten obtener el valor de la resistencia de aislamiento en función de las desviaciones del galvanómetro y el poder multiplicador de un shunt Ayrton.

35. ¿Qué otro factor puede afectar el valor de la corriente en un circuito, además de la resistencia del aislamiento? ¿Qué duración de puesta en tensión se ha adoptado como norma en las mediciones industriales de resistencia del aislamiento? ¿Qué precauciones se deben observar en la instalación de un aparato para ensayo de cables?

36. ¿Por qué se necesita algunas veces un hilo de protección en las mediciones de aislamientos? Exponer en qué se basa el empleo del hilo de protección indicando el recorrido de la corriente de fuga.

37. ¿Cuándo puede emplearse el potenciómetro para realizar medidas de precisión de f.e.m. que no es posible efectuar con los tipos usuales de voltímetros? Comparar la precisión que puede obtenerse con un potenciómetro y con un voltímetro.

38. ¿Sobre qué patrón se fundan principalmente las medidas efectuadas con los potenciómetros? Hacer un esquema de conexiones sencillo, e indicar cómo puede emplearse la f.e.m. de una pila patrón sin que suministre una corriente apreciable. ¿Por qué es necesario emplear el método del cero en estas medidas? ¿Qué precauciones han de tomarse respecto a la polaridad si se quiere obtener un equilibrio?

39. Indicar de qué manera debe calibrarse la resistencia de un potenciómetro y cómo debe marcarse en voltios, después de que se ha establecido el equilibrio. Describir el método de medición de las f.e.m. desconocidas por medio de resistencias patrón.

40. Comparar el potenciómetro de «Leeds & Northrup» cuyas conexiones están indicadas en la figura 132 (pág. 198), con el potenciómetro elemental representado en esquema en la figura 131 (pág. 197). Indicar las más pequeñas diferencias exponiendo sus causas. ¿Dónde están situadas las divisiones de 0,1 voltios y cómo se las utiliza para equilibrar el sistema? ¿Cómo se obtienen las divisiones decimales inferiores? ¿Cuál es la resistencia de las unidades de 0,1 voltios? ¿Cuál es la corriente de trabajo en este potenciómetro?

41. Describir los dispositivos del potenciómetro «Leeds & Northrup», qué aseguran la compensación de las variaciones de f.e.m. de la pila patrón. ¿De qué manera se protege el galvanómetro?

42. ¿Cuál es le inconveniente de los potenciómetros en los que no existen contactos deslizantes en el circuito de la corriente de trabajo? Trazar un esquema que indique cómo puede aumentarse el número de cuadrantes por el método de Thomson-Varley. Indicar cómo se mantiene invariable la resistencia total del potenciómetro, independientemente de las posiciones de los contactos de los cuadrantes.

43. Trazar un esquema de conexiones del potenciómetro de Wolff indicando cómo se obtienen los valores decimales de la f.e.m., sin variar la resistencia del potenciómetro, al cambiar las posiciones de los contactos.

44. ¿Cuál es la máxima tensión que se puede medir normalmente con un solo potenciómetro? Trazar el esquema de conexiones del dispositivo que permite aumentar la tensión nominal del potenciómetro de una manera indefinida. Trazar también el esquema de un divisor de tensión y exponer cómo puede emplearse para hacer variar la tensión cuando se dispone de un suministro a tensión constante.

45. Explicar por qué el potenciómetro, que fundamentalmente es un instrumento para medir tensiones, puede servir para medir corrientes. ¿En qué ley fundamental se basa la medición de corrientes? ¿Qué es lo que se entiende por resistencia patrón y por qué se emplean cuatro terminales? ¿En qué unidades de resistencia se fabrican generalmente las resistencias patrón? ¿Por qué es conveniente que sus temperaturas permanezcan constantes y por qué medios se consigue?

46. ¿Qué instrumentos se emplean normalmente para medir la potencia en los circuitos de corriente continua? Explicar cómo estos mismos instrumentos absorben también potencia. ¿Cuáles serían las posiciones relativas de un voltímetro y de un amperímetro si se quiere medir la potencia absorbida por una resistencia elevada o por una resistencia pequeña? Explicar los métodos por medio de los cuales se puede llevar a cabo la corrección referente a la potencia absorbida por los instrumentos.

47. Describir la construcción de un vatímetro y explicar el principio de su funcionamiento. ¿Cuáles son las diferencias en la construcción de las bobinas fijas y móviles y en la manera de conectarlas? ¿Por qué razón las desviaciones de los instrumentos son función de la potencia? ¿Qué precauciones se requieren cuando se emplea este tipo de instrumento con corriente continua?

48. ¿Qué es lo que miden los contadores de vatios-hora? ¿En qué dispositivo eléctrico familiar se fundan? Representar las conexiones de las bobinas de campo e indicar el factor que determina la corriente que circula por ellos. ¿Cómo se suministra corriente al inducido y a qué es proporcional dicha corriente? ¿A qué es proporcional el par desarrollado por el inducido?

49. ¿Por qué se requiere un dispositivo de freno y cuál debe ser la ley que lo rige? ¿De acuerdo con qué principio funciona este dispositivo?

50. ¿A qué valores de la carga se registrarán los máximos errores debidos al rozamiento en el contador? Explicarlo. ¿Cómo se puede eliminar prácticamente este error?

51. ¿Qué métodos se emplean para reducir el rozamiento en los contadores? ¿Cuáles son algunas de las causas de que los contadores giren despacio? ¿Cómo funciona el cuadrante indicador de un contador?

52. ¿Por qué es ordinariamente de gran importancia que los contadores funcionen con precisión? ¿Qué receptores y aparatos de medida se necesitan para verificar un contador?

53. Indicar la relación fundamental que existe, en algunos contadores, entre las revoluciones del disco y la energía medida. ¿Qué mediciones se hacen para verificar un contador?

54. ¿Cuáles son las dos correcciones que se hacen para variar la velocidad de un contador? ¿Cuál es el efecto producido al acercar los imanes al centro del disco, o al alejarlos del mismo? ¿Con qué carga se hacen estas correcciones?

55. ¿Qué correcciones se hacen para que las indicaciones de un contador sean correctas con cargas débiles? ¿Por qué se lleva a cabo esta corrección con cargas débiles mejor que con cargas elevadas?

56. Indicar las conexiones de un contador de energía trifilar y compararlas con las de un contador de energía bifilar. Indicar por qué las conexiones del primero son distintas de las del segundo.

57. Describir, en líneas generales, la construcción de un contador eléctrico prácticamente astático y, por lo tanto, apto para su instalación cerca de las barras que conducen fuertes intensidades de corriente. ¿Cuáles son los dos elementos de un contador que están más expuestos a que los afecten los campos parásitos? ¿Cómo se protegen estos elementos contra los citados efectos?

PROBLEMAS REFERENTES AL CAPÍTULO V

Mediciones e instrumentos eléctricos

248. La resistencia de un galvanómetro es de 480 ohmios. *a*) Calcular las tres resistencias de un shunt para este galvanómetro, que permita dejar pasar por el galvanómetro la décima, centésima o milésima parte de la corriente total de la línea. (Ver. fig. 94, pág. 153); *b*) determinar la resistencia introducida al colocar el galvanómetro solo o unido a cada una de las tres resistencias del shunt.

249. Repetir el problema 248 para un galvanómetro cuya resistencia es 820 ohmios. Cuando pasa por él una corriente de $2{,}4 \cdot 10^{-9}$ amperios, determinar, por la ley de Ohm, la intensidad de la corriente en la línea para cada valor de la resistencia del shunt. Mediante los valores de estas intensidades y las relaciones dadas para las derivadas mediante el shunt, comprobar los valores de las resistencias del mismo que antes se han calculado.

250. La resistencia entre A y B del shunt Ayrton de la figura 515 es 10 000 ohmios. El shunt se emplea con un galvanómetro cuya resistencia es 1 500 ohmios. Determinar: *a*) cuando el shunt está puesto en el punto 0,001 (C) (la resistencia $AC = 10$ ohmios), determinar la corriente que pasa por el galvanómetro cuando la corriente de la línea es $2{,}3 \cdot 10^{-7}$ amperios; *b*) repetir el cálculo anterior cuando la corriente de la línea es $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ y el shunt está en el punto 0,01 (D) siendo la resistencia $AD = 100$ ohmios; *c*) comparar las intensidades de corriente en los casos *a*) y *b*) con los valores teóricos deducidos por la expresión (83), página 156.

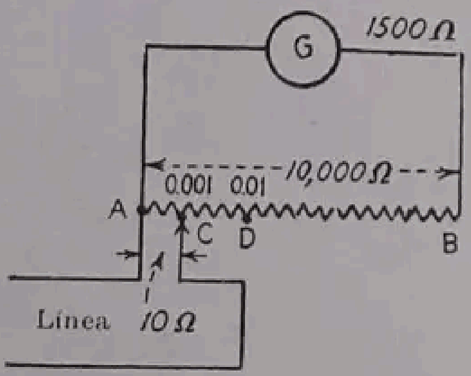


FIG. 515

251. En el problema 250 una corriente en el galvanómetro de $2{,}5 \cdot 10^{-10}$ amperios da lugar a la desviación completa de la aguja en la escala. *a*) Con una corriente igual a la indicada, en el galvanómetro, determinar la corriente de la línea cuando el shunt está en los puntos 0,001, 0,01 y 0,1. *b*) ¿En qué relación se reduce la máxima sensibilidad del galvanómetro por efecto del shunt?

252. La resistencia total de un shunt Ayrton es 30 000 ohmios; *a*) determinar la mayor resistencia que puede tener un galvanómetro empleado en conjunción con dicho shunt sin que su sensibilidad se reduzca al 0,9 de su valor normal. El paso por el galvanómetro de una corriente de $1{,}5 \cdot 10^{-10}$ amperios produce una desviación de 5 cm; *b*) determinar la corriente en la línea con dicha corriente en el galvanómetro, cuando el shunt se coloca en el punto 0,0001; *c*) con el shunt en circuito, determinar la corriente mínima en la línea que producirá una desviación de 1 cm en el galvanómetro; *d*) con el shunt en el 0,0001 determinar la relación entre las corrientes en la línea y en el galvanómetro.

253. La resistencia de un milivoltímetro cuya escala comprende de 0 a 50 mV es de 10 ohmios. Determinar: *a*) la resistencia de un shunt que, cuando se emplea junto con el instrumento, produce la máxima desviación de la escala con 75 amperios; *b*) repetir con 150 amperios; *c*) en *a*) y en *b*) calcular la relación entre las corrientes en el milivoltímetro y en el shunt.

254. La resistencia de un milivoltímetro cuya escala llega hasta 50 mV es de 7,2 ohmios. Se desea medir una corriente de 100 amperios cuando la desviación de la aguja sea la máxima. Determinar: *a*) la resistencia del shunt en estas condiciones; *b*) la corriente en el instrumento; *c*) relación entre la corriente en el shunt y en el instrumento y si esta última puede despreciarse con respecto a la primera; *d*) máxima resistencia que pueden tener los terminales sin introducir un error superior al 0,2%.

255. Hallar la resistencia necesaria en los shunts para medir corrientes de 150 y 600 amperios, con plena desviación de la aguja, del instrumento del problema 254. Calcular, para cada caso, la potencia perdida en el shunt.

256. La resistencia de un milivoltímetro es de 4,5 ohmios y se utiliza para medir una corriente de 40 amperios. La resistencia del shunt es 0,0012 ohmios. Determinar: *a*) la corriente que pasa por el instrumento; *b*) por el shunt. Cuando pasan por el shunt 75 amperios, la aguja del aparato alcanza su desviación máxima; *c*) determinar la tensión nominal del aparato en milivoltios.

257. La resistencia de un milivoltímetro con escala hasta 30 mV es de 2,8 ohmios. Para medir corrientes se dispone un shunt de 0,008 ohmios, cuya intensidad nominal es de 5 amperios. Determinar: *a*) la resistencia adicional que debe conectarse en serie con el aparato; *b*) las resistencias de los shunts para corrientes de 30 amperios y 75 amperios.

258. La resistencia de un amperímetro con escala de 0 a 15 mV y su shunt es de 0,003 ohmios. Con el fin de aumentar la amplitud de la escala, se dispone otro shunt, en paralelo con el instrumento completo, de resistencia 0,0010 ohmios. Determinar la corriente en el circuito exterior cuando el instrumento indica 8 amperios y 15 amperios.

259. La resistencia del shunt de un amperímetro con escala hasta 30 A es de 0,0015 ohmios. Una cinta de manganina, cuya resistencia es de 0,00225 ohmios se suelda a los dos terminales del shunt. Determinar la corriente máxima que puede indicar el instrumento en estas condiciones.

260. Un amperímetro con escala hasta 50 A y shunt exterior está constituído por un shunt y un milivoltímetro con escala hasta 50 mV, dispuesto para este empleo. El paso de una corriente de 0,025 amperios por el milivoltímetro produce la máxima desviación de la aguja. Al tratar de medir una corriente desconocida, la aguja se sale de la escala en algunas divisiones, y no se dispone de otro aparato de escala más amplia. Se conecta en serie con los conductores que empalmen el shunt con el milivoltímetro una resistencia de 1,5 ohmios, y el aparato marca 45 sobre la escala de 50 milivoltios. Determinar la intensidad de la corriente desconocida.

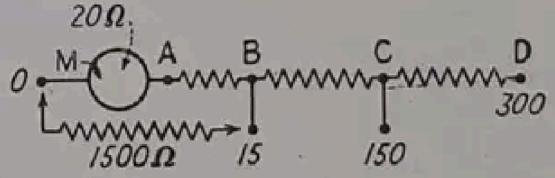


Fig. 516

261. La resistencia de la bobina móvil de un voltímetro de corriente continua es de 62,1 ohmios, y con ella la máxima desviación de la aguja se produce para una tensión de 0,54 voltios entre los terminales de la bobina sola. Determinar: *a*) ¿qué resistencias se deben agregar, en serie con la bobina móvil, para que el aparato pueda alcanzar hasta 5 voltios y hasta 150 voltios?; *b*) ¿cuál es la resistencia en ohmios por voltio de este instrumento?

262. En la figura 516 se representa la bobina móvil *M* de un voltímetro en serie con las resistencias *AB*, *BC* y *CD*. La resistencia de *M* es de 20 ohmios y el aparato marca la máxima desviación de la escala para una corriente de 0,01 amperios en *M*. Se desea obtener 3 escalas de 15, 150 y 300 voltios, con terminales en *B*, *C* y *D* respectivamente. Determinar: *a*) las resistencias *AB*, *BC* y *CD*; *b*) se dispone una resistencia de 1 500 ohmios entre los terminales *O* y *B* y se conectan los terminales *O* y *D* a una tensión desconocida; con la escala de 300 voltios se leen 280. ¿Cuál es la tensión desconocida?

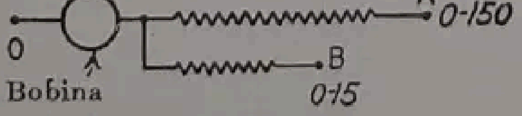


Fig. 517

263. Se desea determinar la resistencia del circuito de la bobina de un voltímetro con escalas de 0 a 15 y de 0 a 150 voltios, conectado como indica la figura 517 (véase también fig. 101, *b*, pág. 164). Por medio de un puente de Wheatstone se determinan los siguientes valores de la resistencia entre los terminales *O*, *A* y *B*: entre *O* y *A* = 17 500 ohmios; entre *O* y *B* = 1 750 ohmios y entre *A* y *B* = 19 130 ohmios. Determinar: *a*) resistencia del circuito de la bobina; *b*) hacer ver que con los valores de las resistencias que se han indicado el voltímetro debe disponerse como indica la figura 517 y no como se representa en la figura 101 (*a*) (pág. 164); *c*) qué valor de la resistencia entre *A* y *B* probaría que el voltímetro está conectado como en la figura 101 (*a*).

264. En la medición de una tensión desconocida, el voltímetro del problema 263 se desvía más allá de la escala de 150 voltios. El terminal de 15 voltios *B* se conecta luego con el terminal *O* y el voltímetro marca 148 voltios. Determinar la tensión desconocida.

265. Se desea medir la tensión entre la línea aérea de contacto y la vía de un ferrocarril eléctrico a 1 200 voltios. Se utiliza un voltímetro con escala hasta 300 voltios para corriente continua, cuya resistencia es 32 000 ohmios. *a*) Determinar la resistencia adicional que ha de disponerse en serie con el voltímetro para que la escala tenga un factor de multiplicación igual a cinco. *b*) ¿Debe conectarse esta resistencia entre el instrumento y el hilo de trole o entre el instrumento y la vía? Razone la solución.

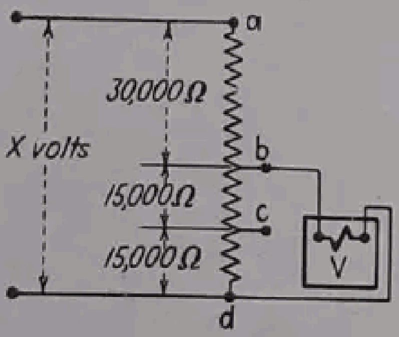


FIG. 518

266. El voltímetro del problema 265 se emplea para determinar la tensión producida por un generador que alimenta el circuito de placa de un tubo electrónico. La aguja del voltímetro se sale algunas veces de la escala. Shuntando el voltímetro con una resistencia de 75 000 ohmios, la lectura es de 268 voltios. Determinar la tensión desconocida.

267. La resistencia de un voltímetro con escala de 150 divisiones es 15 000 ohmios. El instrumento no resulta suficiente cuando se conecta a una tensión algo mayor de 150 voltios. Cuando se dispone una resistencia de 2 000 ohmios en serie con el voltímetro, éste marca 145 voltios. Determinar la tensión desconocida.

268. Se quiere medir una tensión desconocida y próxima a 600 voltios entre dos conductores (*X* voltios, fig. 518). Se dispone una resistencia de 60 000 ohmios *abcd* entre los conductores y un voltímetro de 30 000 ohmios de resistencia, conectado al punto medio *b* de la resistencia y al conductor *d*. La lectura obtenida es de 242 voltios. Determinar: *a*) la tensión desconocida; *b*) la lectura que se obtendría en el voltímetro si no variase la tensión desconocida, pero la resistencia *abcd* se conectará en serie con el voltímetro.

269. En la figura 518, el voltímetro se conecta entre los terminales *c* y *d* de la resistencia para medir una tensión próxima a los 1 500 voltios. La lectura es de 269 divisiones. Determinar: *a*) la tensión desconocida; *b*) la lectura que se obtendría en el voltímetro si se conectase en serie con la resistencia *abcd* y la tensión desconocida no variase.

270. Una resistencia *R* (fig. 519) se conecta entre dos conductores que están a una tensión *E*. Un voltímetro *V*, de 15 000 ohmios de resistencia y con escala hasta 300, se empalma primero entre los terminales *a* y *b* dando una lectura de 240 voltios. Después se dispone entre el punto medio *c* de la resistencia y el terminal *b*, marcando 65,6 divisiones. Determinar el valor de la resistencia *R*.

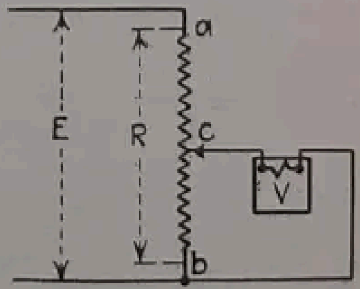


FIG. 519

271. Se desea medir la tensión entre el punto *c* de una resistencia *ab* (fig. 520), conectada entre dos conductores que están a una tensión de 300 voltios, y el punto *b*, cuando no hay nada conectado a *c*. Un voltímetro con escala hasta 300 voltios, cuya resistencia es de 32 000 ohmios, se conecta primero entre *a* y *b* e indica 300 voltios. Conectado luego entre *b* y *c* indica 175,5 voltios. Se desconecta entonces la resistencia del conductor inferior *b*, y la lectura del voltímetro es de 234 voltios. Determinar: *a*) la resistencia entre los terminales *a* y *c*; *b*) la resistencia de *bc*; *c*) tensión entre *b* y *c* con *b* conectado al conductor inferior y el voltímetro desconectado.

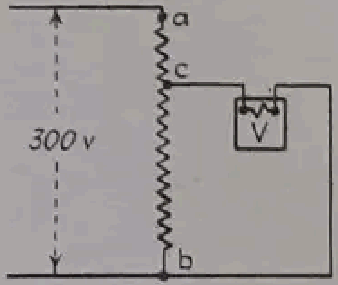


Fig. 520

272. Un voltímetro con escala de 150 voltios cuya resistencia es 16000 ohmios, y otro voltímetro con escala de 300 voltios cuya resistencia es 30000 ohmios se conectan en serie a una tensión de 410 voltios. Determinar las lecturas de ambos voltímetros.

273. En un amperímetro de 100 amperios se leen 84,6 amperios; un milivoltímetro conectado a sus terminales marca 38,5 milivoltios. Determinar: *a*) resistencia del amperímetro, despreciando la corriente absorbida por el milivoltímetro. La bobina del amperímetro tiene su máxima desviación para una corriente de 0,018 amperios; determinar: *b*) la resistencia del propio instrumento sin incluir el shunt.

274. Se quiere medir el valor de tres resistencias en serie *ab*, *bc* y *cd* de un reóstato de arranque de un motor (fig. 521). La alimentación se produce a 115 voltios y en corriente continua. Se conecta una resistencia *R* en serie para limitar la intensidad de la corriente (véase fig. 107, pág. 169). Cuando en el amperímetro se leen 32,6 amperios, las lecturas del voltímetro entre los terminales de las resistencias *ab*, *bc* y *cd* son 5,6, 8,2 y 11,4 voltios. Determinar: *a*) resistencia de cada una de las tres resistencias; *b*) valor de la resistencia *R*; *c*) tensión entre terminales de las resistencias *ab*, *bc* y *R* cuando se pone en corto circuito la resistencia *cd*.

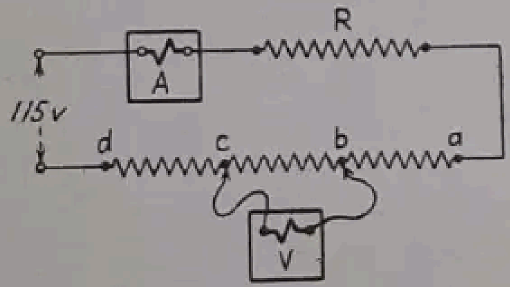


Fig. 521

275. El inductor en serie de un generador se shunta con una resistencia de debilitación (ver pág. 489). Se quiere medir la resistencia de ambos elementos. Cuando la resistencia de debilitación se conecta en paralelo con el inductor, un voltímetro empalmado a los terminales comunes da una lectura de 3,38 voltios cuando la intensidad de la corriente es de 108 amperios. Si se desconecta la resistencia de debilitación, la lectura del voltímetro es de 5,18 voltios, sin que varíe la corriente total. Determinar la resistencia de debilitación y del inductor serie.

276. Se quiere medir el valor de las resistencias R_1 y R_2 (fig. 522) conectadas en paralelo. Se dispone una resistencia *R* en serie para limitar la corriente. Con el interruptor *S* cerrado, la tensión medida entre terminales del circuito en paralelo es de 78,4 voltios y entre los terminales de *R* es de 36,6 voltios, y el amperímetro marca 9,8 amperios. Con el interruptor *S* abierto, el voltímetro señala una tensión entre terminales de R_1 de 97,4 voltios. Determinar los valores de las resistencias R_1, R_2 y *R*.

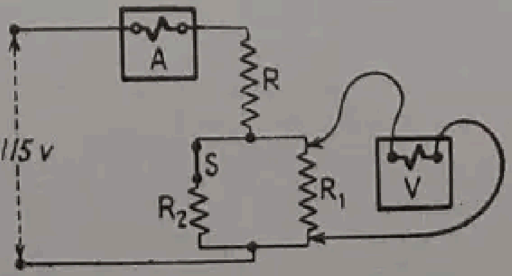


Fig. 522

277. Se conecta un amperímetro para medir las resistencias en un circuito serie-paralelo (fig. 523) que comprende una resistencia *R* en serie con dos resistencias R_1 y R_2 dispuestas en paralelo. La tensión de la red de suministro es de 120 voltios. Cerrado el interruptor dispuesto en serie con R_2, el amperímetro da una lectura de 5,77 amperios y el voltímetro conectado a los terminales de R una lectura de 92,3 voltios. Cuando se abre el interruptor que está en serie con R_2, la lectura en el voltímetro conectado a los terminales de R es de 68,6 voltios. Determinar los valores de las resistencias R, R_1 y R_2.

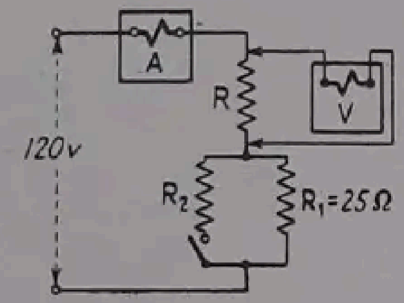


Fig. 523

278. La resistencia de una muestra de cobre para barras de cuadro se mide a 20°C por el método expuesto en la figura 108 (pág. 170). Cuando la lectura del amperímetro es de 200 amperios, la del milivoltímetro es 4,38 milivoltios. La barra tiene 10 cm^2 de sección y la distancia entre los contactos del voltímetro es de 120 cm. Determinar: *a*) la resistencia de la muestra; *b*) resistividad en ohmios por centímetro cúbico. *c*) Comparar la resistividad con el tipo comercial normalizado (véase pág. 20). Resistencia del cobre normal, 1,756 microohmios/cm^3 a 20°C.

279. Para medir su resistencia un carril de 48,8 Kg/m se conecta en serie con una resistencia patrón de 0,0001 ohmios (fig. 524). Los puntos de contacto *a* y *b* se sitúan sobre el carril a una distancia de 3,80 m entre sí. Se conecta primero un milivoltímetro en los bornes de la resistencia patrón y marca 642 milivoltios; después se conmutan las conexiones por medio del interruptor *S* para aplicar el milivoltímetro a los contactos *a* y *b* sobre el carril y se obtiene una lectura de 41,3 milivoltios. Determinar la resistencia del carril, por metro.

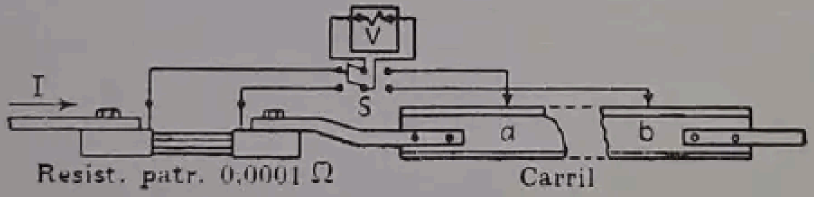


Fig. 524

280. Para medir la resistencia de un trozo corto de un carril instalado, en el que queda incluída una junta y empalme, se emplea el circuito representado en la figura 525. Se observó que existía en el carril una corriente de intensidad desconocida *I*. Entonces se sujetaron dos contactos con el carril en los puntos *a* y *b*, conectando en serie entre ellos una batería *Ba*, un amperímetro *A* (con shunt), una resistencia regulable *R* y un interruptor *S*. Asimismo se dispuso un milivoltímetro entre *a* y *b*. Entonces el interrup-

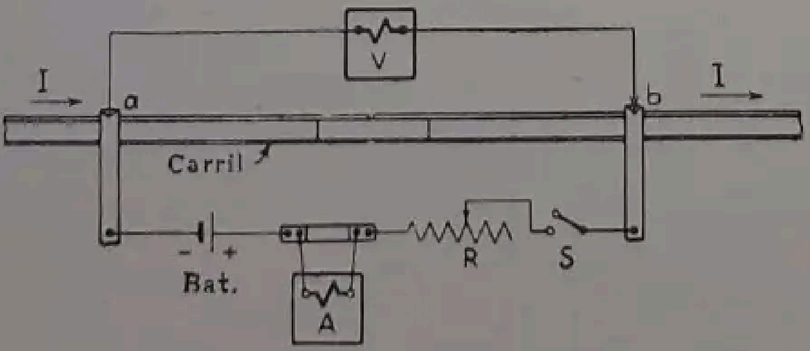


Fig. 525

tor S se cerró regulándose la resistencia R hasta que el milivoltímetro daba una lectura nula, marcando el amperímetro 320 amperios. Determinar la resistencia del carril con su junta entre los puntos a y b.

281. Un voltímetro de 300 voltios, cuya resistencia es de 32 000 ohmios, se conecta a los conductores de una red de corriente continua y marca 240 voltios. Luego se conecta en serie con una resistencia desconocida entre los mismos conductores de la red y en estas condiciones marca 26 voltios. Determinar el valor de la resistencia desconocida.

282. La resistencia de un voltímetro especial con escala de 150 voltios es de 100 000 ohmios. Cuando está conectado a una red de corriente continua marca 125 voltios. La masa de hierro de un generador se conecta a uno de los conductores de la línea, y el cobre de los inductores se conecta al otro conductor intercalando en él el voltímetro, como indica la figura 526. En estas condiciones, la lectura del voltímetro es de 3,5 voltios. *a*) Determinar la resistencia en megaohmios del aislamiento entre el circuito de los inductores y la masa. Cuando el voltímetro se conecta de una manera parecida en serie con el colector marca 5,4 voltios. *b*) Determinar la resistencia en megaohmios del aislamiento entre el inducido y la masa.

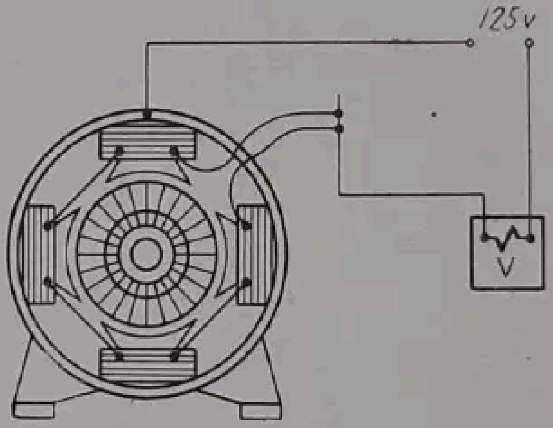


FIG. 526

283. Con el fin de obtener una mayor precisión al medir la resistencia de un aislamiento para alta tensión, se conecta dicho aislamiento, en serie con el voltímetro especial de 100 000 ohmios de resistencia, del problema 282, a una red de 600 voltios aproximadamente, y el instrumento marca 5,6 voltios. Se conecta entonces a la red un voltímetro con escala hasta 600 voltios y marca 588 voltios. Determinar la resistencia del aislamiento.

284. La figura 527 representa un ohmímetro constituído por un microamperímetro A, una resistencia regulable R_v, otra fija R_1 y una batería de pilas B de f.e.m. E y resistencia interior despreciable. La resistencia del microamperímetro vale 400 ohmios, R_1 es de 1 500 ohmios y R_v se pone en 100 ohmios. La f.e.m. E vale 30,5 voltios. Cuando la aguja del microamperímetro está en el centro de la escala, la corriente que marca es de 250 microamperios. Determinar: *a*) la resistencia que ha de intercalarse entre los terminales XX para que A marque 250 microamperios; *b*) la corriente en A cuando XX se enlazan en corto circuito; *c*) resistencia que dé origen a una desviación de 1/10 de la escala de A, es decir, 50 microamperios.

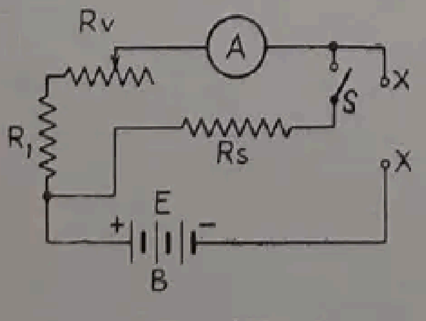


FIG. 527

285. Repetir el problema anterior si $E = 1{,}625$ voltios, $R_1 = 100$ ohmios y $R_v = 0$.

286. Hacer de nuevo el problema 284 suponiendo que el interruptor S se cierra, poniendo con ello en circuito una resistencia $R_s = 222$ ohmios.

287. En la figura 111 (pág. 174) se coloca el interruptor en la posición 3, shuntando con ello el microamperímetro y las resistencias R_1 y R_2 con la resistencia R_3 de 54 ohmios. R_1 vale 500 ohmios, R_2 90 ohmios y la resistencia del microamperímetro es de 400 ohmios. La f.e.m. de la batería es de 31,09 voltios y su resistencia interior puede despreciarse.

Determinar: *a*) intensidad de la corriente en una resistencia de 4000 ohmios, conectada entre los terminales XX; *b*) intensidad de corriente en el microamperímetro; *c*) intensidad de corriente en el microamperímetro si los terminales XX se unen en corto circuito; *d*) valor de la resistencia que debe conectarse entre los terminales XX para que en el microamperímetro se produzca la desviación máxima de 500 microamperios; *e*) valor de la resistencia que ha de conectarse entre los terminales XX para que en el microamperímetro se produzca una desviación de 1/10 de la escala total, o sea de 50 microamperios.

288. En una medición con el puente de Wheatstone, se conecta la resistencia desconocida X entre un extremo del brazo A y otro del P (véase fig. 115, pág. 179). Cuando el puente está equilibrado, $A = 100$ ohmios; $B = 1\,000$ ohmios; $P = 1\,389$ ohmios. Determinar: *a*) el valor de la resistencia desconocida; se dispone una resistencia de 105 ohmios en paralelo con la resistencia calculada en *a*) y se quiere medir la resistencia combinada con cuatro cifras significativas. Determinar: *b*) valores de las resistencias A y B; *c*) valor de la resistencia P cuando el puente está equilibrado.

289. Se desea medir una resistencia que se sabe está comprendida entre 6 y 7 ohmios. *a*) Determinar la relación entre los brazos A y B que permitiera determinar la resistencia desconocida con cuatro cifras significativas (véase fig. 115, pág. 179). Repetir: *a*) para una resistencia comprendida entre: *b*) 36 y 44 ohmios; *c*) 640 y 700 ohmios; *d*) 10000 y 11000 ohmios.

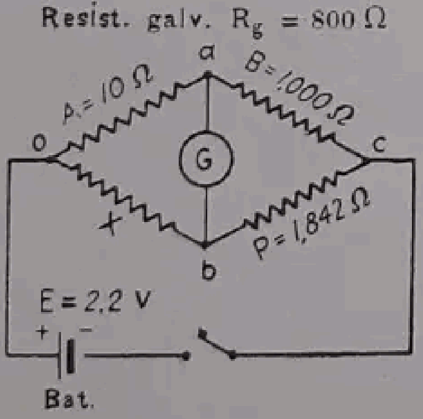


FIG. 528

290. Elegir los valores adecuados de A y B (figura 115, pág. 179) para obtener un resultado con cuatro cifras significativas para la resistencia X, cuando X valga: *a*) 12320 ohmios; *b*) 2,876 ohmios; *c*) 57,21 ohmios; *d*) 3284 ohmios. Indicar el valor de P para caso de equilibrio del puente.

291. Un puente de Wheatstone semejante al de las figuras 115 y 117 (págs. 179 y 182) se emplea para medir una resistencia desconocida X. Con $A = 1\,000$, $B = 1\,000$, se equilibra aproximadamente el puente cuando $P = 46$ ohmios, el galvanómetro se desvía a la derecha francamente cuando $P = 45$ ohmios y mucho menos si $P = 46$ ohmios, y hacia la izquierda cuando $P = 47$ ohmios. Determinar: *a*) Valores de las resistencias de los brazos A y B del puente, para obtener la de X con cuatro cifras significativas; *b*) resistencia desconocida cuando P vale 4618 ohmios.

292. La figura 528 representa un puente de Wheatstone en equilibrio. Determinar: *a*) la resistencia entre los puntos *o* y *c*. *b*) la corriente en los brazos A, B, P y X. La f.e.m. de la pila es 2,2 voltios y su resistencia interna es despreciable.

293. En el caso de la figura 528, cuando el puente no está equilibrado y el brazo P es igual a 1500 ohmios, determinar: *a*) la resistencia entre los puntos *o* y *c*; *b*) la corriente en los brazos A, B, P, X y en el galvanómetro. La resistencia interna de la pila es despreciable (véase § 127, pág. 178).

294. En la figura 528, cuando el brazo P es de 2000 ohmios, determinar: *a*) la resistencia del puente entre los puntos *a* y *b*, intercambiando la posición del galvanómetro y de la pila; *b*) la corriente en los cuatro brazos A, B, P y X. La resistencia interior de la pila es despreciable.

295. Una resistencia desconocida X se determina por medio de un puente de cursor, análogo al que se representa en la figura 118 (pág. 183). Con $R = 100$ ohmios, se equilibra el puente cuando el cursor marca 22,6 cm. Determinar: *a*) el valor de X; *b*) para qué posición del cursor se equilibrará el puente si se dispone en R una resistencia de 10 ohmios.

296. Una resistencia desconocida se mide por medio de un puente de cursor de 100 cm de longitud. Se intercala una resistencia conocida de 100 ohmios en lugar de X (fig. 118, pág. 183). Se equilibra el puente con el cursor a 66,5 cm. Determinar: *a*) valor de la resistencia desconocida; *b*) si se intercala una resistencia de 200 ohmios en lugar de X, ¿para qué lectura del cursor se equilibrará el puente?

297. Se utiliza un puente de Kelvin, análogo al de la figura 120 (pág. 185), para medir la resistencia de una muestra de conductor macizo de 110 mm². La distancia entre los puntos de contacto p y p' es de 80 cm y la temperatura de 20°C. Con $A = a = 100$ ohmios; $B = b = 1\,000$ ohmios, se obtiene el equilibrio para $R = 0{,}0014$ ohmios. Determinar: *a*) la resistencia de la muestra; *b*) la resistencia por centímetro cúbico.

298. Un cable multifilar se ensaya con el puente de Kelvin (fig. 120, pág. 185), con el fin de conocer su resistencia, como se hizo en el problema 297. La distancia entre los contactos p y p' es de 70 cm. El puente se equilibra para $R = 0{,}006164$ ohmios, con los brazos $A = a = 300$ ohmios y $B = b = 10\,000$ ohmios. Determinar: *a*) la resistencia por centímetro cúbico de la muestra de cable; *b*) la resistividad en ohmios por milímetro cuadrado y kilómetro. El cable es de 19 hilos de 2 mm de diámetro.

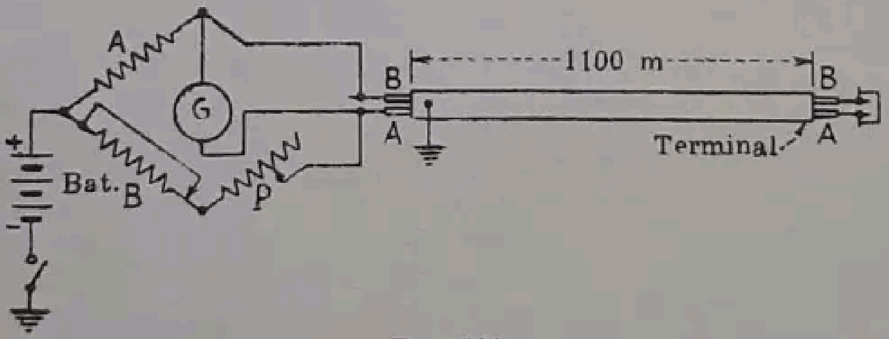


FIG. 529

299. En un cable conductor simple de 58,6 mm² y 549 m de longitud, se observa que tiene una «tierra». Con un cable similar sin avería, se forma bucle con el anterior empalmándolos en el extremo alejado y se hace uso de la prueba de Murray, utilizando el puente (fig. 122, pág. 188) para localizar el defecto. Cuando el sistema se equilibra, $A = 1\,000$ ohmios y $P = 524$ ohmios. La medida de la resistencia del bucle da $r = 0{,}364$ ohmios. Determinar: *a*) resistencia hasta la avería; *b*) distancia a que se encuentra la avería.

300. En un cable B del número 6 A. W. G. de dos conductores, provisto de cubierta de plomo, se observa una derivación a tierra. La longitud total del cable es 1 100 m. Para localizar el defecto se unen los dos conductores en el extremo más alejado (fig. 529) y se utiliza el método Murray empleando un puente de cursor. El equilibrio se obtiene cuando $A = 100$ ohmios y $P = 284$ ohmios. Determinar: *a*) resistencia hasta el defecto; *b*) distancia al defecto. Se hace entonces la medición de la resistencia r del bucle, obteniéndose que vale 1,46 ohmios.

301. Un cable de 660 m de longitud está constituído por dos conductores, uno de los cuales tiene un contacto con tierra en algún punto entre dos centrales. Se utiliza la prueba de Murray (fig. 123, pág. 188) con una corredera de 100 cm, equilibrándose el puente cuando el cursor está a 82,4 cm. Determinar la distancia de la toma de tierra a la central más alejada.

302. Un cable de dos conductores de cobre de 70 mm² mide 700 m de longitud. Debido a que se ha quemado el aislamiento, los dos conductores están en corto circuito y comunican con tierra en el mismo punto. Para localizar el defecto se instala paralelamente al cable defectuoso un cable sencillo de 85 mm² y se empalma por su extremo más alejado con uno de los conductores del citado cable, como indica la figura 530. El conductor sin avería se conecta con el extremo 0 de la corredera y uno de los conductores del cable averiado con el otro situado a 100 cm. Se equilibra el sistema a 77,4 cm. La resistencia del conductor de 70 mm² es de 0,247 ohmios/Km y la resistencia del cable de 85 mm², de 0,203 ohmios/Km. Determinar a qué distancia está el punto quemado.

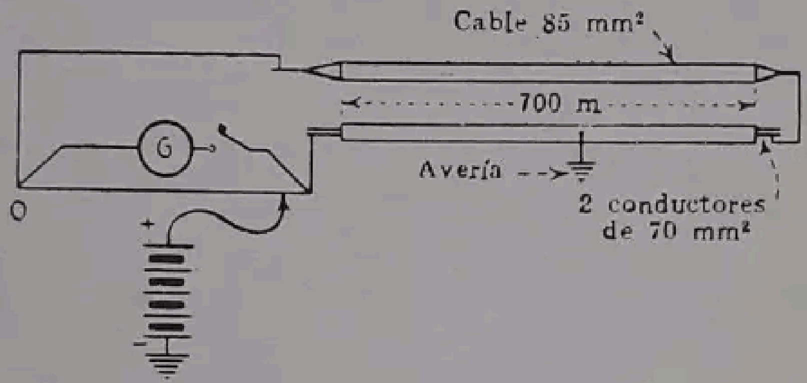


FIG. 530

303. Se produce un «cruce» entre los dos conductores *b* y *c* de un cable de transporte de energía de 3 conductores de 850 m de longitud (fig. 531) y 50 mm² de sección. Los dos conductores *a* y *b* se empalman en el extremo final y sus extremos del principio se conectan a los de una corredera de 100 cm, realizándose la prueba de Murray. El equilibrio se produce al situar el contacto móvil a 64,5 cm. La resistencia del bucle formado por los conductores *a* y *b* resulta ser de 0,58 ohmios. Determinar: *a*) la resistencia hasta el cruce; *b*) la distancia al cruce.

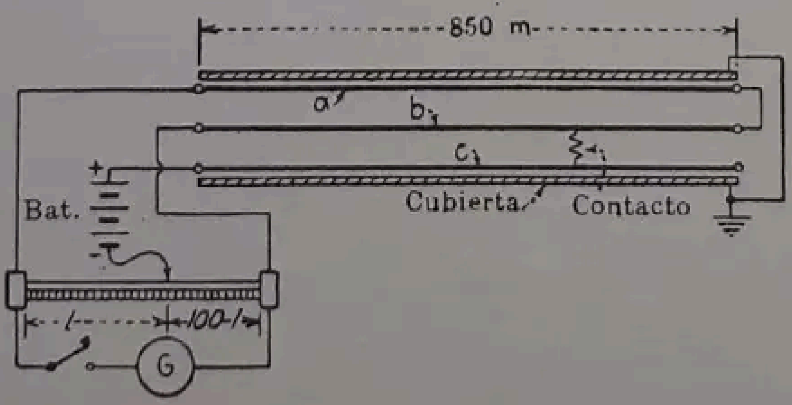


FIG. 531

304. Un cable subterráneo de dos conductores de 2 mm², con cubierta protectora de plomo y de 770 m de longitud, tiene uno de sus conductores comunicado con la tierra. Se empalman los extremos más alejados de los dos conductores y se lleva a cabo el ensayo de Varley, disponiendo las conexiones como indica la figura 125 (pág. 190). Con el interruptor S en la posición b para medir la resistencia del bucle del cable, se equilibra el sistema en las condiciones siguientes: $A = 10$, $B = 1\,000$ y $P = 1\,358$ ohmios. Con el interruptor S en a, para localizar el defecto, el puente se equilibra cuando $A = 10$, $B = 1\,000$ y $P = 1\,036$ ohmios. Determinar: *a*) la resistencia hasta el defecto; *b*) la distancia a que se halla el defecto, contada a partir del principio del cable.

305. El cable subterráneo en bucle para alimentación en serie de lámparas de arco (véase fig. 453, pág. 625) tiene una comunicación con tierra en un punto no conocido. El cable es macizo y de 20 mm² de sección y el circuito de ida y vuelta mide 9 760 m de longitud. Se aplica el método de Varley para localizar el defecto, estableciendo las conexiones que se indican en la figura 532. Con el interruptor S en b, es decir en condiciones para medir la resistencia del bucle, se equilibra el puente con $A = 10$, $B = 1\,000$ y $P = 1\,304$ ohmios. Colocando el interruptor S en a para localizar la falta, el equilibrio se obtiene cuando $A = 10$, $B = 1\,000$, $P = 540$ ohmios. Determinar la distancia desde b al punto defectuoso.

306. En un cable de dos conductores a y b, de 3 mm² de sección y cada uno de 1 525 m de longitud, se sabe que uno de ellos está comunicado con tierra. Se unen los dos extremos de los conductores y se lleva a cabo en el extremo alejado el ensayo de Varley. P se conecta en serie con el conductor a. Los dos brazos A y B (fig. 125, pág. 190) se ponen de 100 ohmios cada uno. No se puede obtener el equilibrio con P porque se observa que el galvanómetro se desvía lo mismo para $P = 0$ que para $P = \infty$. Entonces se pone P en serie con el otro conductor b, y el puente se equilibra para $P = 4{,}6$ ohmios. La resistencia de los conductores se sabe que es 1,62 ohmios por 1 000 pies. Determinar: *a*) en qué conductor se encuentra la avería; *b*) distancia a que se encuentra del extremo desde el que se lleva a cabo el ensayo.

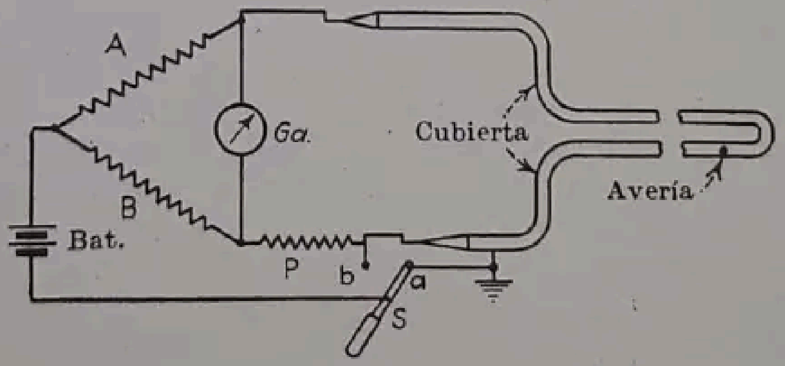


FIG. 532

307. Se produce un cruce entre dos conductores de 6 mm² de sección, que forman un par de un cable de señales de 1 560 m de longitud. Existe también entre las mismas estaciones otro cable similar al anterior y sin avería. Uno de los conductores de este último se empalma con uno de los correspondientes al cable averiado, en el extremo más alejado y con el fin de realizar un ensayo de Varley formando un circuito como el representado en la figura 126 (pág. 191). La resistencia r del bucle resulta ser, al medirla, de 16,94 ohmios. Cuando se hace el ensayo de Varley, se produce el equilibrio para $A = 10$, $B = 1\,000$ y $P = 1\,167$ ohmios. Determinar a qué distancia se ha producido el cruce.

308. En un ensayo del aislamiento de un cable de un solo conductor de 490 m de longitud se han establecido las conexiones como en la figura 127 (pág. 192). Cuando el cable se pone en corto circuito y se dispone un shunt Ayrton a 0,0001, la desviación del galvanómetro es de 18,4 cm. Se suprime entonces el corto circuito, poniendo el cable en circuito, y la desviación del galvanómetro es de 12,4 cm, con el shunt a 1,0, después de mantenerlo cargado durante un minuto. Determinar: *a*) la resistencia del aislamiento del cable; *b*) la resistencia del cable en megaohmios por kilómetro.

309. En el problema 308, la resistencia del shunt Ayrton es de 12000 ohmios, la resistencia del galvanómetro de 1000 ohmios, la f.e.m. de la batería 320 voltios y su resistencia interna despreciable. Determinar: *a*) la corriente en la batería cuando el cable está en corto circuito; *b*) la corriente en el galvanómetro con el cable en corto circuito; *c*) la corriente en el galvanómetro con 0,1 megaohmio y el cable en circuito; *d*) la corriente en la batería en las condiciones de *c*); *e*) por medio de *a*), *b*), *c*) y *d*) y la expresión (111), de la página 193, verificar la resistencia del aislamiento del cable.

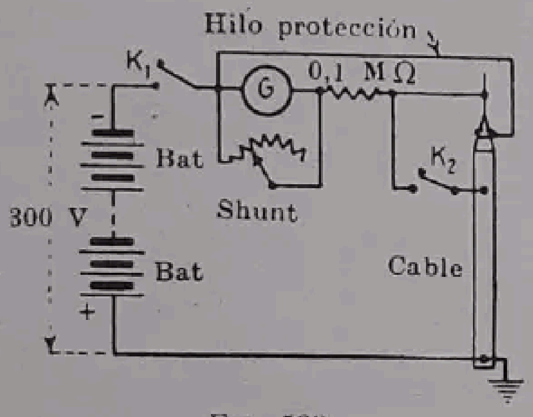


FIG. 533

310. La resistencia del aislamiento de un cable subterráneo de un solo conductor de 12,6 mm² y 2400 m de longitud se mide entre la cubierta de plomo y el conductor, adoptando las conexiones de la figura 127 (página 192). El diámetro del conductor es de 4 mm y el espesor de la cubierta de caucho de 3 mm. Con el cable en corto circuito y el shunt Ayrton a 0,0001, la desviación del galvanómetro es 6,8 cm. Con el cable en corto circuito y el shunt a 0,1, la desviación del galvanómetro asciende a 18,4 cm después de un minuto de mantener la carga. Determinar: *a*) la resistencia del aislamiento del cable en megaohmios; *b*) la resistencia del aislamiento en megaohmios por kilómetro; *c*) la resistividad del caucho en megaohmios por centímetro cúbico.

311. Se quiere medir la resistencia de aislamiento de un cable, pero no se dispone de shunt Ayrton. En vista de ello se emplea un shunt del tipo que se representa en la figura 94 (pág. 153) estableciéndose como esquema de conexiones el que indica la figura 533. El galvanómetro, la resistencia de 0,1 megaohmios, el aislamiento del cable y la batería se colocan en serie. La f.e.m. de la batería es de 300 voltios y su resistencia despreciable. La resistencia del galvanómetro es 840 ohmios. Con el cable en corto circuito, cerrando el interruptor K_2, y el shunt del galvanómetro en posición de corto circuito, se cierra el interruptor K_1. La resistencia del shunt del galvanómetro se aumenta entonces gradualmente hasta 12 ohmios. La desviación del galvanómetro es 22,8 cm en este caso.

Se suprime entonces la conexión en corto circuito del cable abriendo el interruptor K_2 y la desviación del galvanómetro se hace muy pequeña. La resistencia del shunt del galvanómetro se aumenta ahora gradualmente hasta que se hace infinita. La desviación del galvanómetro resulta ser 1,2 cm después de un minuto de aplicación de la carga. Determinar: *a*) la corriente en el galvanómetro con el cable en corto circuito; *b*) la corriente de la línea en el caso *a*); *c*) la corriente en el galvanómetro cuando el cable está en circuito; *d*) la resistencia del aislamiento del cable.

312. La figura 534 representa un puente con corredera *ab* de 100 cm, cuya resistencia total es 2 ohmios, conectado en serie, con una resistencia graduable *R*, a los terminales de un acumulador *Ba*, estando el extremo *a* empalmado directamente a su terminal negativo. La f.e.m. del acumulador es 2,10 voltios y su resistencia interna 0,04 ohmios. *A* es una pila seca cuya f.e.m. es 1,40 voltios. Su terminal negativo está conectado también al extremo *a*, y su terminal positivo está empalmado, a través del galvanómetro *G*, al cursor *c* sobre *ab*. Con la resistencia *R* a 0,585 ohmios, determinar la posición de *c*, en centímetros a partir de *a*, que corresponde a la posición cero de la aguja del galvanómetro.

Explicar el efecto que se produce al conectar la pila *A* sobre la corriente suministrada por el acumulador *Ba* cuando se cumplen las condiciones que anulan la corriente que pasa por el galvanómetro.

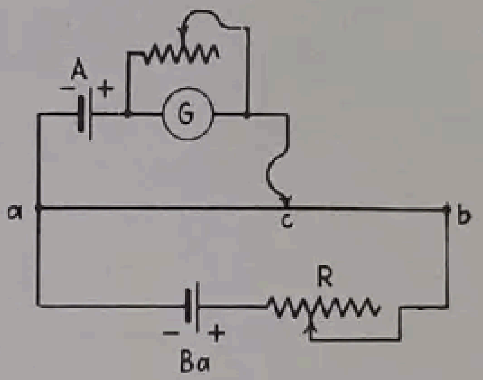


FIG. 534

313. Una resistencia *bd* de 20 ohmios, dividida en 10 resistencias iguales, se conecta en serie con el hilo de la corredera *ab*, de 100 cm de longitud y resistencia de 2 ohmios (fig. 535). El acumulador *Ba* cuya f.e.m. es de 2,15 voltios y su resistencia interior de 0,05 ohmios suministra corriente al sistema a través de la resistencia *R*. Se desea que este sistema funcione como potenciómetro, de manera que la resistencia *ab* corresponda a 0,1 voltio y que cada división de *bd*, de 0 a 0,1, de 0,1 a 0,2, etc., corresponda a 0,1 voltio. Determinar: *a*) el valor a que debe ajustarse la corriente en el circuito; *b*) el valor a que debe ajustarse la resistencia *R*. Una pila Weston, cuya f.e.m. es 1,0190 voltios, se conecta a los dos contactos *cc'* intercalando el galvanómetro y cerrando el interruptor *Int* sobre los contactos de la izquierda. *c*) Determinar las posiciones de los contactos *c* y *c'*, dando la de *c* en centímetros de distancia a partir del extremo *b*, que correspondan a la corriente cero en el galvanómetro cuando el valor de la corriente en el potenciómetro es el que resultó en *a*). *d*) Una f.e.m. desconocida se conecta a los contactos *cc'*, a través del galvanómetro, poniendo el interruptor *Int* en la posición de la derecha. La desviación del galvanómetro es cero cuando el contacto *c'* está en el 0,6 y el contacto *c* a 32 cm de *b*. Determinar el valor de la f.e.m. desconocida.

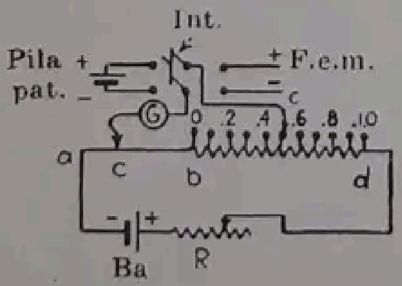


FIG. 535

314. Se desea medir la tensión entre terminales de una batería de acumuladores por medio de una pila patrón. Los brazos *A* y *B* y el brazo *P* de un puente de Wheatstone (fig. 536) se conectan en serie entre los terminales de la batería, y la pila patrón cuya f.e.m. es de 1,0188 voltios se conecta en serie con un galvanómetro y un interruptor, entre los brazos *A* y *B*, disponiendo 1000 ohmios en *A* y colocando *B* en cero. El galvanómetro intercalado en el circuito de la pila patrón está en el cero cuando se agregan 1.078 ohmios al circuito mediante los cuadrantes *P*. Determinar la tensión entre terminales de la batería de acumuladores.

315. La batería de acumuladores del problema 314 es de capacidad tan elevada que su f.e.m. y la tensión entre terminales son sensiblemente iguales cuando suministra la débil corriente requerida por una resistencia de 2078 ohmios. Para medir la f.e.m. de una pila, que no es capaz de suministrar ninguna corriente apreciable, se conecta su terminal negativo con el punto *p* y el positivo con el punto *b* por medio de un interruptor y un galvanómetro. Se gradúa entonces el reóstato *P* hasta que el galvanómetro marque cero. *P* tiene entonces una resistencia de 946 ohmios. Determinar la f.e.m. de la pila.

316. La figura 537 representa una parte de un potenciómetro de elevada resistencia, dispuesto de acuerdo con el principio del Thomson-Varley, de corredera. Entre *a* y *b* hay

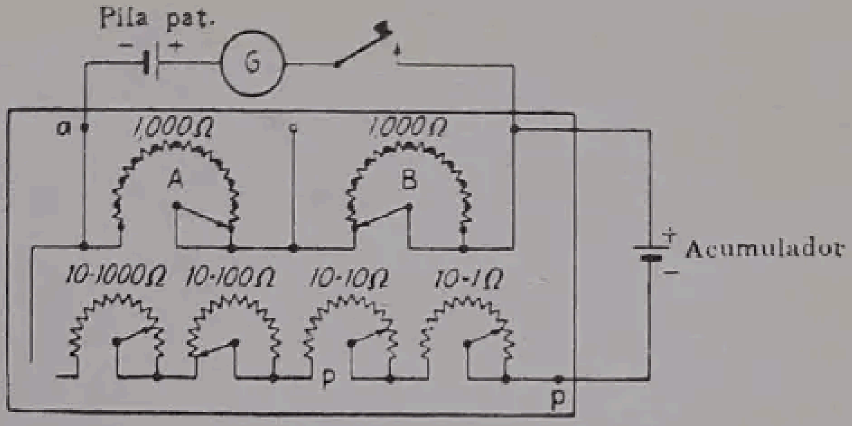


FIG. 536

dieciséis resistencias de 50 ohmios, cada una de las cuales corresponde a 0,1 voltio. $a'b'$ está constituído por once resistencias de 10 ohmios. $a''b''$ es una resistencia de 20 ohmios, dividida en diez partes de 2 ohmios cada una. Determinar: *a*) la corriente de trabajo del potenciómetro. Con los contactos en las posiciones que están indicadas, determinar: *b*) la caída de potencial entre *a* y *c*; *c*) la corriente en la resistencia $a'b'$; *d*) la caída de potencial entre a' y c'; *e*) la corriente en $a''b''$; *f*) la caída de potencial entre a'' y c''; *g*) la caída total de potencial entre *a* y c'', o la f.e.m. entre *e* y *f*. (Comparar esta caída de potencial con las lecturas del potenciómetro.)

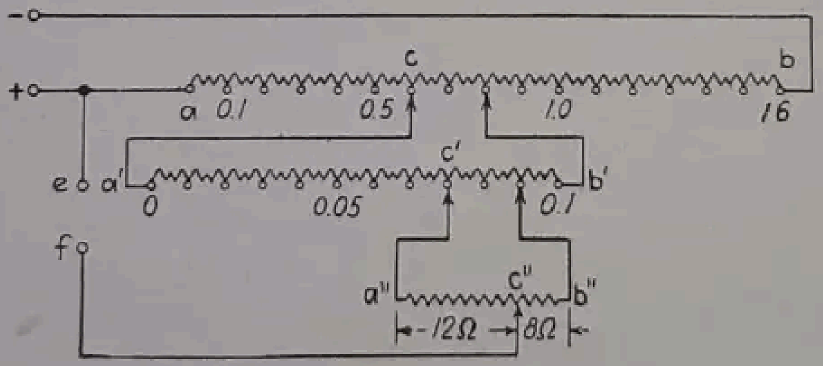


FIG. 537

317. En el potenciómetro Thomson-Varley, cuyo esquema está representado por la figura 134 (pág. 201), la corriente que absorbe el potenciómetro se ajusta al valor que da los valores correctos de la tensión. Determinar la corriente en: *a*) la resistencia *BC*; *b*) la resistencia $B'C'$; *c*) la resistencia $B''C''$. La f.e.m. de la batería que suministra la corriente es 2,10 voltios y su resistencia interna, junto con la de las conexiones, es despreciable en comparación con la del potenciómetro. *d*) Determinar el valor que debe darse a la resistencia *R* para obtener el correcto de la corriente.

318. En el potenciómetro de Wolff cuyo esquema está representado por la figura 135 (pág. 202), la corriente de trabajo es 0,0001 amperios. Esta corriente la suministran dos pilas secas en serie, de una f.e.m. de 1,3 voltios por pila. Determinar: *a*) la resistencia que debe intercalarse entre estas pilas y los terminales *Bat* de la batería del potenciómetro; *b*) con los cuadrantes en la posición que indica la figura, determinar la f.e.m. entre los dos contactos móviles del cuadrante *b*.

319. En la figura 538 se da un diagrama simplificado de las conexiones de un potenciómetro, omitiéndose la pila patrón y otras conexiones auxiliares. El único carácter distintivo del circuito se encuentra en la intercalación de un segundo cuadrante II, que da las centenas de voltios sin un contacto de toma de corriente para intercalar resistencias. La manivela del cuadrante II′ se mueve simultáneamente con la del II para mantener una resistencia constante en el circuito *acb*. El hilo de corredera III, enlazado a las manivelas anteriores en *a* y *b*, funciona con 1/10 de la corriente normal del potenciómetro, de modo que cualquier efecto de las resistencias de las manivelas se reduce a 1/10 del valor correspondiente a la corriente normal. El cuadrante I está formado por 15 resistencias de 10 ohmios y alcanza hasta 1,5 voltios; los cuadrantes II y II′ se constituyen, cada uno de ellos, mediante nueve resistencias de 1 ohmio. Determinar: *a*) la corriente normal en el potenciómetro; *b*) la corriente en el hilo de la corredera; *c*) resistencia de la corredera III; *d*) alcance en voltios de la corredera. *e*) Disponiendo el cursor *e* de la corredera a distancia igual a 0,7 de la que hay desde *O* a *d*, y las manivelas de II y II′ donde indica la figura, calcular la caída de tensión: en el cuadrante I entre la manivela y el contacto *O*; en el cuadrante II, entre la manivela y el contacto *O*, y entre el *O* y el punto *e* en III, y sumarlas para obtener la f.e.m. total.

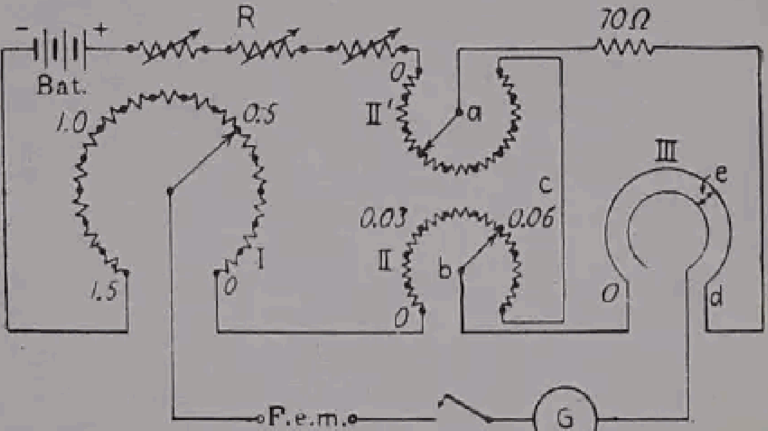


FIG. 538

320. Se desea corregir un voltímetro de 15 voltios para valores cercanos al extremo superior de su escala. El terminal positivo del voltímetro está conectado al contacto *C′*, de un divisor de tensión que va enlazado a los terminales de la batería, como se indica en la figura 539. Una resistencia *abc* se conecta en paralelo con el voltímetro y con la batería. Entre el punto *b* y el terminal negativo de la batería se conecta, en serie con el interruptor *K* y el galvanómetro *G*, una pila patrón *S* cuya f.e.m. es 1,0189 voltios, de manera que el terminal negativo de la pila patrón quede empalmado al negativo de la batería en *c*. La resistencia entre *b* y *c* se hace igual a 100 ohmios. Cuando la resistencia entre *a* y *b* se hace de 1 325 ohmios, el galvanómetro no ha de sufrir desviación alguna cuando el interruptor *K* está cerrado. En este instante, la lectura que da el voltímetro

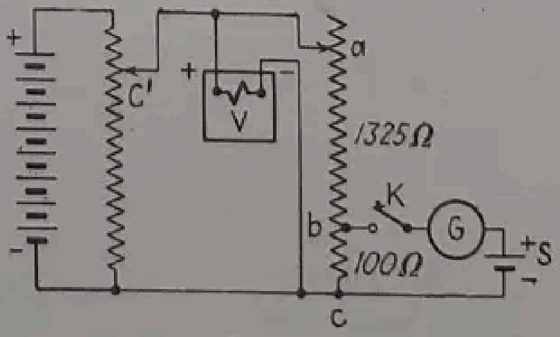


FIG. 539

es 14,38 voltios. Cuál es la corrección que debe hacerse en la escala del voltímetro para esta lectura.

321. En el problema 320, determinar el valor a que debe ajustarse la resistencia *ab* para que la lectura corregida del voltímetro sea 15 voltios, variando el contacto C' del divisor de tensión como corresponda.

322. En la figura 539, el contacto C' del divisor de tensión se dispone de tal modo que el voltímetro indica 10 voltios. La desviación del galvanómetro con la llave K cerrada se anula cuando la resistencia entre a y b es de 876 ohmios. Determinar la corrección de la escala del voltímetro para esta lectura.

323. Se desea corregir un voltímetro para el valor 125 voltios de la escala. No se dispone de ningún potenciómetro. El voltímetro, regulando la tensión entre terminales mediante un divisor de tensión, se conecta en paralelo con los brazos de un puente (figura 540), y el divisor de tensión se regula hasta que el voltímetro marque 125 voltios. Se conecta una pila patrón S, cuya f.e.m. es 1,019 voltios, a los extremos de los dos brazos A y B, empalmados en serie con un interruptor y un galvanómetro, cuidando que los polos conectados sean de igual signo. Entonces se hace que entre los dos brazos A y B sumen 100 ohmios. Cuando se cierra el interruptor, el galvanómetro marca cero si la resistencia P es de 12120 ohmios. Determinar la corrección que deberá aplicarse al voltímetro en dicha lectura.

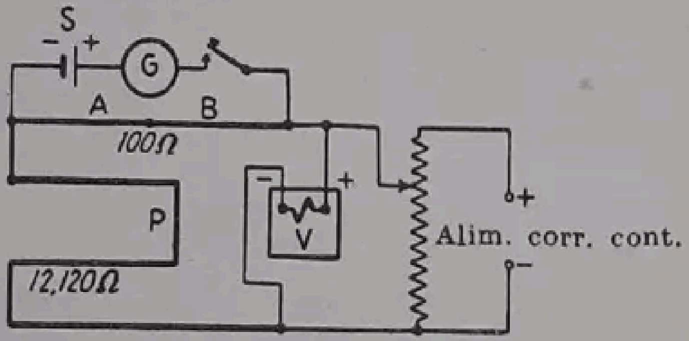


FIG. 540

324. En el problema 323, el voltímetro se corrige para la lectura de 110 voltios, ajustándose el divisor de tensión para que la lectura del voltímetro sea de 110 voltios. La lectura del galvanómetro es nula cuando se cierra la llave y en P se han dispuesto 11060 ohmios. Determinar la corrección del voltímetro en la lectura indicada.

325. Se quiere medir la potencia absorbida por una lámpara de 25 vatios, con filamento de volframio, utilizando un voltímetro y un amperímetro. El voltímetro, cuya resistencia es 15000 ohmios, se conecta directamente a los terminales de la lámpara (línea de trazos de la fig. 140 *a*, pág. 206). Cuando el amperímetro marca 0,217 amperios, el voltímetro indica 120 voltios. Determinar: *a*) la verdadera potencia absorbida por la lámpara; *b*) tanto por ciento de error que se produce si se desprecia la potencia absorbida por el voltímetro.

326. La resistencia del amperímetro del problema 325 es de 0,05 ohmios. El voltímetro se conecta directamente a los terminales de la línea (línea llena de la fig. 140 *a*, página 206). Manteniendo invariable la tensión de la línea, determinar: *a*) la lectura del voltímetro; *b*) la verdadera potencia absorbida por la lámpara en este caso; *c*) la potencia que se deduce de multiplicar las lecturas del voltímetro y del amperímetro; *d*) el porcentaje de error si se admite el valor *c*).

327. Al medir la potencia que absorbe un reóstato de poca resistencia, se utiliza un amperímetro, cuya resistencia es de 0,0005 ohmios, y un voltímetro, cuya resistencia es de 300 ohmios. Cuando se leen 90 amperios en el amperímetro, el voltímetro, que está conectado directamente a los terminales de la resistencia (línea llena de la fig. 140 *b*, página 206), marca 2,16 voltios. Determinar: *a*) el verdadero valor de la resistencia; *b*) el verdadero valor de la potencia; *c*) el porcentaje de error que se comete en *b*) a causa de la corriente del voltímetro; *d*) el error cometido al conectar el voltímetro antes del amperímetro (línea de trazos en la fig. 140 *b*).

328. En un ensayo de un contador de energía para corriente continua, de 15 amperios, las lecturas corregidas del voltímetro dan un promedio de 115 voltios y las del amperímetro 14,8 amperios. Durante el ensayo, el disco dió 50 revoluciones y transcurrieron 63 segundos. La constante del aparato es 0,6. *a*) Determinar la precisión del contador para dicha carga. *b*) ¿Qué corrección debe hacerse para que el aparato registre lo más exactamente que se pueda?

Después que se ha corregido la precisión del contador hasta un 0,5% de error, variando la posición de los imanes, la carga se lleva a 1,5 amperios, permaneciendo constante la tensión de 115. Se emplean 49,7 seg. para el disco de 4 revoluciones. *c*) Determinar la precisión del contador para esta carga; *d*) ¿Qué corrección debe hacerse para que el aparato registre lo más correctamente posible?

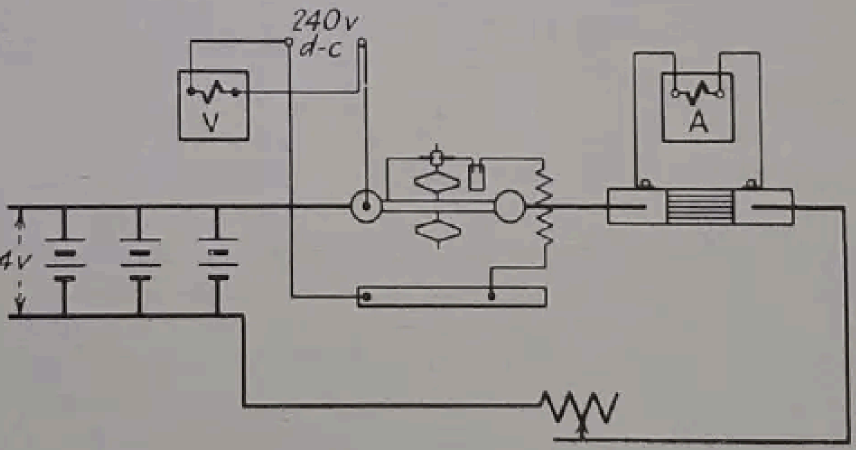


Fig. 541

329. Se ensaya un contador de 50 amperios a 230 voltios, para verificar su precisión cuando soporta la carga normal y para el caso de cargas débiles. Para cargas cercanas a la normal, el promedio de las lecturas del voltímetro es 230,5 voltios y el de las del amperímetro es 49,85. El tiempo invertido para que el disco dé 40 vueltas es de 63,2 seg., medidos con un cronómetro. La constante del contador es 5. *a*) Determinar la precisión a esta carga e indicar las correcciones que deben hacerse. La carga se reduce manteniéndose el promedio de tensión a 231,2 voltios y el de la corriente a 5,2 amperios. El tiempo invertido por el disco en dar 3 vueltas es ahora 44,8 seg. *b*) Determinar la precisión en tanto por ciento. El contador no se ajusta para valores intermedios entre *a*) y *b*). Deducir del análisis de la precisión en los dos casos, las correcciones que deben practicarse en la bobina de cargas débiles.

330. Para un ensayo de laboratorio de un contador astático de 2000 amperios a 230 voltios (fig. 541), se alimentan las bobinas de corriente con una batería de acumuladores de 4 voltios, y el circuito del inducido, cuya resistencia es de 2000 ohmios, se conecta a la red de 240 voltios. Se conecta un voltímetro corregido en paralelo con el circuito del inducido, y un amperímetro con shunt exterior en serie con los terminales del contador. La constante del contador es 150. La lectura corregida del voltímetro es 238,6 voltios y la lectura corregida del amperímetro 2 060 amperios. El contador da 40 vueltas en 55,2 seg. Determinar: *a*) el grado de precisión del contador para esta carga; *b*) potencia que se requiere para este ensayo; *c*) qué potencia se requeriría si el contador fuera alimentado a 238,6 voltios.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO VI

Magnetismo e imanes permanentes

1. ¿Cuáles son las dos clases principales en que pueden dividirse los imanes? Exponer las principales diferencias entre los imanes permanentes y los electroimanes. Describir los imanes naturales.

2. Enumerar los materiales magnéticos principales y otros dos cuyas propiedades magnéticas sean débiles. Comparar las materias ferromagnéticas, paramagnéticas y diamagnéticas.

3. Exponer la estructura general de modelo de átomo de Bohr. Dibujar el esquema de un átomo aislado de hierro haciendo destacar la falta de compensación de los spin electrónicos en las órbitas interiores. Consignar las relaciones entre los átomos contiguos que es preciso se cumplan para que se presenten propiedades ferromagnéticas. ¿Por qué es tan limitado el número de cuerpos ferromagnéticos?

4. ¿Qué es un «dominio»? Consignar el número aproximado de átomos que hay en un dominio y su volumen en centímetros cúbicos.

5. Explicar brevemente por qué se pierden las propiedades ferromagnéticas si la temperatura sobrepasa un valor crítico. ¿Qué significación tiene el «punto de Curie»?

6. ¿Con qué modos de agregación se combinan los dominios? Partiendo de esta relación explicar: los cambios en la orientación de los dominios (fig. 147, pág. 219) que producen una imanación débil; en qué condiciones aumenta la imanación casi proporcionalmente a la fuerza magnetizante; cuándo se produce la saturación magnética. Indicar sobre la curva de saturación normal cuándo se presentan las tres situaciones antes consignadas.

7. Dibujar la curva de densidad de flujo, cuando la fuerza de imanación disminuye desde un valor positivo hasta anularse, indicando las relaciones entre las distintas partes de la curva y las variaciones en la orientación de los dominios. ¿Qué es magnetismo remanente? ¿Y fuerza coercitiva?

8. Exponer el efecto Barkhausen y qué es lo que prueba. ¿Cómo se percibe este efecto?

9. Exponer la teoría de Weber y Ewing, y compararla con la del spin electrónico y los dominios.

10. Definir las propiedades generales que tienen los materiales con magnetismo permanente. ¿Qué propiedades de los dominios dan a los imanes permanentes esta cualidad? Definir lo que es un polo magnético, un polo *N* y un polo *S*. ¿Qué relación existe entre las magnitudes de los polos *N* y *S* de un imán simple?

11. Explicar por qué aparecen siempre polos *N* y *S* iguales en los fragmentos obtenidos al romper un imán. Definir lo que son polos consecuentes. ¿Qué son los espectros magnéticos?

12. ¿Qué es una aguja magnética? ¿En qué dirección se orienta la aguja magnética cuando actúa sobre ella un campo magnético?

13. Señalar qué son y en qué se diferencian las líneas de imanación, líneas de fuerza y líneas de inducción. Comparar la dirección de las líneas de imanación y las de fuerza en el interior de un imán. Comparar las líneas de inducción con las de fuerza. ¿En qué condiciones son iguales? Indíquese cuál es la unidad c.g.s. de flujo magnético.

14. Indíquense los cuatro sistemas de unidades, de uso general, mediante los cuales se miden las cantidades magnéticas y eléctricas. ¿Cómo se determinan los efectos del magnetismo, de las corrientes eléctricas y de la diferencia de potencial?

15. Expóngase la ley de Culomb de atracción y repulsión entre polos magnéticos. Definir las unidades c.g.s. de polo.

16. Definir la unidad c.g.s. de intensidad de campo. Exponer la relación entre las líneas de fuerza y la intensidad de campo. ¿Cuáles son las dos unidades c.g.s. que se emplean para medir la intensidad de campo?

17. Definir la unidad c.g.s. de densidad de flujo. Si la fuerza se ejerce entre dos unidades de polo separadas un centímetro en el vacío, ¿cuál es la densidad de flujo en la superficie de una esfera de un centímetro de radio, con uno de los polos en el centro?

18. En la pregunta anterior ¿cuántos maxwell intercepta la superficie de la esfera? ¿Qué número de maxwell entran o salen de cada unidad c.g.s. de polo?

19. Si la superficie de un polo N situado en el extremo de una barra magnética es de A cm^2 y el número de unidades c.g.s. de polo por unidad de superficie es σ ¿cuántos maxwell abandonan el polo? ¿Cuántos maxwell atraviesan la zona central del imán? Demostrar que la densidad de flujo en la zona central es de $B = 4\pi\sigma$ gauss.

20. Partiendo de las preguntas 17 y 18, exponer la ley de Culomb según la cual la fuerza desarrollada entre dos polos magnéticos varía en razón inversa del cuadrado de la distancia que los separa.

21. Indicar cómo se producen polos magnéticos por inducción magnética. ¿Cuál es la relación entre el polo inductor y el inducido? ¿Cómo puede invertirse una brújula?

22. Exponer la ley general de los campos magnéticos y demostrar cómo puede confirmarse por la atracción que los polos de un imán en herradura ejercen sobre la armadura.

23. Demostrar que la fuerza ejercida sobre una unidad de polo, y, por lo tanto, la intensidad del campo, situada sobre la prolongación del eje de un imán cilíndrico es $2\pi\sigma$ $(1 - \cos\beta)$ dinas. Demostrar que si la unidad de polo está muy próxima a la superficie imanada o si la superficie de la cara polar es infinita, dicha fuerza vale $2\pi\sigma$ dinas.

24. Partiendo de la relación dada en la pregunta 23, demostrar que la fuerza que se ejerce entre dos superficies imanadas paralelas entre las que el campo es prácticamente uniforme es $2\pi\sigma^2 A = B^2 A : 8\pi$ dinas.

25. Enumérense las ventajas del sistema m.k.s. de unidades, tanto en lo que se refiere a las magnitudes de las unidades eléctricas como de las físicas. Comparar el sistema no racionalizado con el racionalizado. ¿Qué valor tiene la permeabilidad en el vacío en el sistema no racionalizado? En el sistema racionalizado ¿cuáles son los dos valores de la permeabilidad en el vacío que deben utilizarse?

26. ¿Qué unidad de fuerza se emplea con los dos sistemas m.k.s., y cuál es su valor en dinas?

27. ¿Qué propiedad de los dominios de los materiales magnéticos los hacen convenientes para obtener imanes permanentes? ¿Qué parte del ciclo de histéresis se asocia con los imanes permanentes?

28. Demostrar cómo la imanación remanente, la fuerza coercitiva y la superficie comprendida entre la curva de desimanación y el eje determinan las propiedades de los imanes permanentes.

29. Demostrar que los imanes permanentes pueden emplearse para los platos de sujeción.

30. Describir la manera de proteger los instrumentos sensibles contra los campos magnéticos errantes. Explicar cómo es imposible conseguir una protección completa.

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO VI

Magnetismo e imanes permanentes

331. Un polo norte *m* de 1 000 unidades c.g.s. de polo y un polo sur *m′* de 1 200 unidades c.g.s. de polo están a 8 cm de distancia en el aire. Determinar: *a*) la fuerza en dinas que actúa entre los dos polos; *b*) la fuerza en dinas que ejerce el polo *N* sobre diez unidades c.g.s. de polo, situadas a mitad de distancia entre los dos polos; *c*) la fuerza en dinas ejercida por el polo *S* sobre doce unidades c.g.s. de polo, situadas a media distancia entre los dos polos; *d*) la fuerza total en magnitud y dirección, que actúa sobre cinco unidades c.g.s. de polo, situadas a mitad de la distancia entre los dos polos; *e*) la intensidad de campo en un punto situado a la mitad de distancia entre los dos polos.

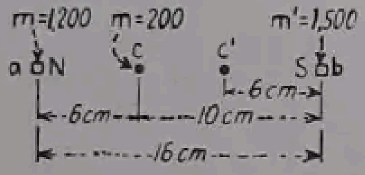


FIG. 542

332. La figura 542 representa un polo *N*, situado en *a* y de 1 200 unidades c.g.s. de polo, y un polo *S*, en *b*, de 1 500 unidades c.g.s. de polo. En *c* está situado otro polo *N* de 200 unidades c.g.s. de polo, a 6 cm de *a*. Determinar: *a*) fuerza total que actúa sobre el polo situado en *c*; *b*) intensidad del campo, en oersted. Si el polo *N* de 200 unidades se situara en *c′*, a 6 cm de *b* sobre la recta *ab*, determinar: *c*) fuerza total que actuaría sobre él y su dirección; *d*) intensidad del campo en *c′*. (Se supone que los polos están en el aire.)

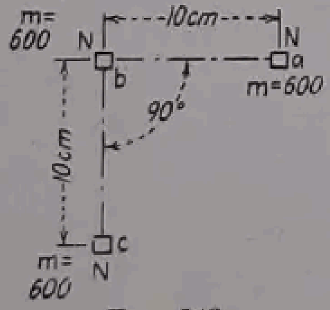


FIG. 543

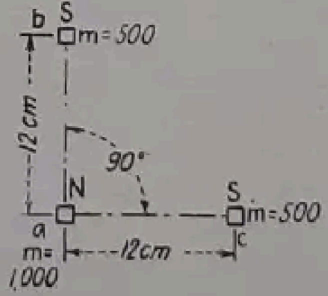


FIG. 544

333. En la figura 543 se representan tres polos *N*, *a*, *b* y *c*, separados por aire, de 600 unidades c.g.s. de polo, y dispuestos de manera que constituyen los tres vértices de un triángulo rectángulo isósceles. Determinar la fuerza resultante, y su dirección, que actúa sobre el polo *a*, sobre el *b* y sobre el *c*.

334. La figura 544 representa un polo *N* de 1000 unidades c.g.s. de polo, situado en *a*, y dos polos *S*, cada uno de ellos de 500 unidades, en *b* y *c*. Determinar la fuerza resultante y su dirección, que actúa en *a*, en *b* y en *c*.

335. Una barra imanada (fig. 545) tiene 18 cm de largo y sus polos extremos *N* y *S* tienen cada uno una intensidad de 800 unidades c.g.s. de polo. Un polo *N*, de 16 unidades c.g.s. de polo, está situado en *P*, siendo el ángulo *aPb* de 90° y el punto *P* equidistante de ambos polos de la barra. Determinar: *a*) la magnitud y dirección de la fuerza que el polo N del imán, situado en a, ejerce sobre el polo situado en P; b) la magnitud y dirección de la fuerza que el polo S de la barra ejerce sobre el polo N situado en P; c) la magnitud y dirección de la fuerza resultante que actúa sobre el polo N situado en P; d) la intensidad en oersted y la dirección del campo magnético en P.

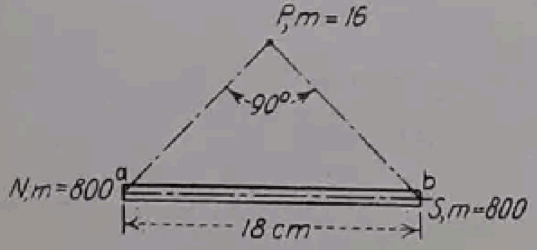


Fig. 545

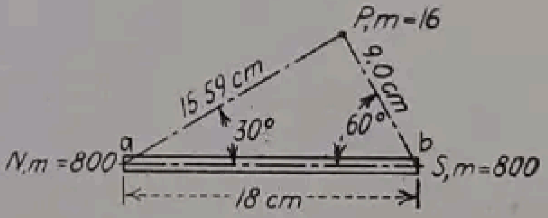


Fig. 546

336. En la figura 546 se representa una barra imanada, análoga a la del problema 335. El punto P está situado a una distancia de 15,59 cm del polo N y a 9 cm del polo S, siendo el ángulo aPb de 90°. Un polo N de 16 unidades c.g.s. de polo está situado en P. Determinar: a) la dirección y magnitud de la fuerza que ejerce el polo N, del punto a, sobre el polo situado en P; b) la dirección y magnitud de la fuerza que ejerce el polo S, del punto b, sobre el polo del punto P; c) la dirección y magnitud de la resultante que actúa sobre P; d) la intensidad de campo en P, en oersted.

337. Un polo N de 300 unidades c.g.s. de polo está situado en P (fig. 547), que dista 16,97 cm de los dos extremos a y b de una barra magnética de 24 cm de longitud. El triángulo aPb es rectángulo e isósceles. En los extremos de la barra hay dos polos N y S, respectivamente, de igual intensidad. La fuerza resultante f, que actúa sobre el polo N situado en P, es de 883,5 dinas y se dirige paralelamente a la barra imanada y hacia la izquierda, como indica la figura. Determinar la magnitud de los polos N y S de la barra. Indicar cuál es el extremo sur y el norte de la misma.

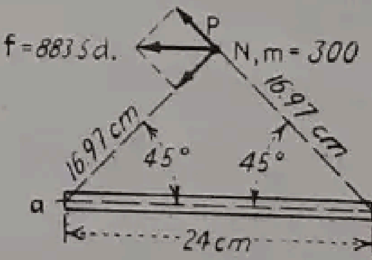


Fig. 547

338. Dos barras imanadas análogas, de 20 cm de largo cada una, pueden girar alrededor de sus puntos medios (fig. 548). La intensidad de cada uno de los cuatro polos es de 600 unidades c.g.s. de polo. Una de las dos barras está inmovilizada. Determinar el momento de rotación en centímetros-dinas que actúa sobre la otra barra.

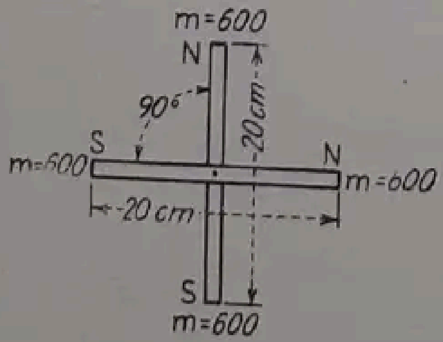


Fig. 548

339. La sección recta de una barra imanada de 20 cm de longitud es de 0,5 cm², y la densidad de flujo en la sección central es de 3000 gauss. Determinar: a) intensidad de imanación en cada uno de los extremos de la barra, en unidades c.g.s. de polo por centímetro cuadrado; b) número de maxwell interceptados por una esfera, en ambos extremos, que tenga por centro un polo y su radio de 4 cm, suponiendo que los polos están concentrados en un punto; c) densidad de flujo en la superficie de la esfera; d) intensidad del campo en la superficie de la esfera, expresada en oersted.

340. Una barra cilíndrica imanada, de 24 cm de longitud, tiene un diámetro de 0,5 cm y polos N y S, en sus extremos, de 50 unidades c.g.s. de polo cada uno. Determinar: *a*) intensidad de imanación, en unidades c.g.s. de polo por centímetro cuadrado, en los extremos de la barra; *b*) flujo interceptado por una esfera que tenga por centro uno u otro de los polos de la barra, suponiendo que se concentran en un punto y su radio sea de 3 cm; *c*) densidad de flujo en gauss e intensidad del campo en oersted, en la superficie de la esfera; *d*) flujo total que pasa por la sección central de la barra; *e*) fuerza que se ejerce sobre un polo de 15 unidades c.g.s. de polo, situado en la superficie de la esfera. *f*) Comprobar el resultado obtenido en *e*) aplicando la ley de Culomb.

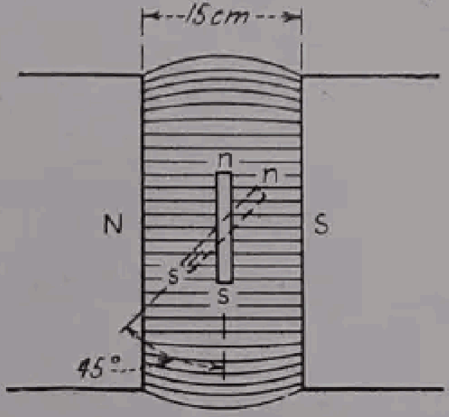


FIG. 549

341. Se produce un campo uniforme entre dos superficies polares de un imán que están separadas por una distancia de 15 cm (fig. 549). La intensidad de campo es de 500 oersted. Se coloca una barra imanada de 10 cm en este campo y en posición normal a la dirección de las líneas de fuerza del mismo. Los dos polos de los extremos de la barra tienen cada uno 60 unidades de polo. Determinar: *a*) la magnitud y dirección de la fuerza que actúa sobre cada uno de los polos de la barra; *b*) momento de giro que actúa sobre la barra en dinas-centímetro; *c*) momento de giro si la barra se gira hasta que forme un ángulo de 45° con la dirección del campo.

342. Una barra delgada imanada, de 12 cm de largo, está colocada en un campo uniforme y perpendicularmente a la dirección de éste. El polo N y el polo S de la barra tienen 80 unidades c.g.s. de polo cada uno. El momento de rotación de la barra es de $1{,}152 \cdot 10^6$ centímetros-dinas. Determinar: *a*) la intensidad del campo; *b*) indicar gráficamente la apariencia general del campo magnético resultante; *c*) determinar el momento de rotación que actúa sobre la barra imanada cuando su dirección forma un ángulo de 60° con la del campo uniforme.

343. La figura 550 representa el extremo de una barra cilíndrica imanada de 2 cm de diámetro y gran longitud. La densidad de flujo en la sección central de la barra es de 600 gauss. Determinar: *a*) la intensidad de imanación en el extremo de la barra; *b*) la intensidad del polo en unidades c.g.s, de polo; *c*) la intensidad del campo, en oersted, en un punto P situado sobre la prolongación del eje de la barra, y a 1,5 cm del extremo de ésta; *d*) la intensidad del campo en oersted cuando P está a una distancia infinitesimal del centro de la sección extrema de la barra.

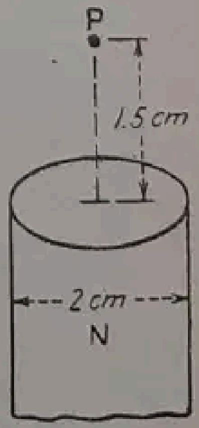


FIG. 550

344. En las condiciones de la figura 550, supóngase que la barra es de 2,5 cm de diámetro, y el polo situado en P es N y de 12 unidades c.g.s., estando P a 2 cm del centro de la sección extrema de la barra. La fuerza que actúa sobre el polo situado en P es de 573,5 dinas. Determinar: *a*) intensidad de imanación σ del extremo de la barra; *b*) flujo total, en maxwell, en la sección central de la barra.

345. La figura 551 representa un entrehierro entre dos caras polares, de forma circular y paralelas, que distan 2 cm, una de las cuales es N y la otra S. Los diámetros de estas caras son de 3 cm, y su intensidad de imanación de 60 unidades c.g.s. de polo por centímetro cuadrado. Determinar la intensidad del campo en oersted, en el punto P situado sobre la perpendicular común a los centros de las caras polares y a 0,8 cm del polo *N* y 1,2 cm del polo *S*.

346. Una barra magnética cilíndrica y larga tiene un diámetro de 3 cm y sus polos extremos son de 420 unidades c.g.s. de polo; se hace un pequeño corte transversal con una sierra en la parte media de la barra. Determinar: *a*) las unidades c.g.s. de polo por centímetro cuadrado en cada uno de los polos creados por el corte de la sierra; *b*) la intensidad de campo en el pequeño entrehierro que ha quedado; *c*) la fuerza que ejerce una de las caras polares sobre una unidad c.g.s. de polo, situada en la otra cara; *d*) la atracción total en dinas y en kilogramos entre las dos caras polares.

347. El diámetro de un largo imán cilíndrico es de 3,6 cm y la atracción que se ejerce entre dos caras formadas al cortar la barra con una sierra por su sección central es de 1 651 gramos. Determinar: *a*) maxwell por centímetro cuadrado en cada una de las caras polares formadas por el corte; *b*) intensidad de polo en los dos extremos del imán.

348. Se desea construir un imán que tenga la forma indicada en la figura 552, capaz de sostener una armadura de 700 Kg de peso. Los núcleos del imán tienen sección circular. Las caras polares son planas y tocan la armadura en toda su superficie. La densidad de flujo en la superficie de contacto entre los polos y la armadura es de 5 000 maxwell por centímetro cuadrado. Determinar el diámetro *D* de los núcleos de los polos.

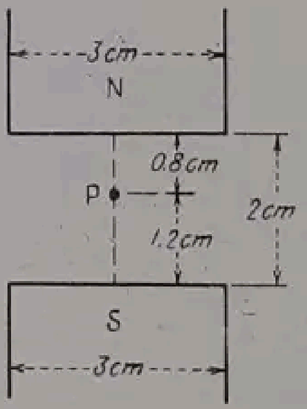


FIG. 551

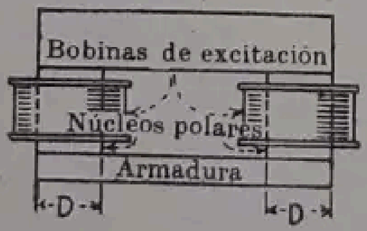


FIG. 552

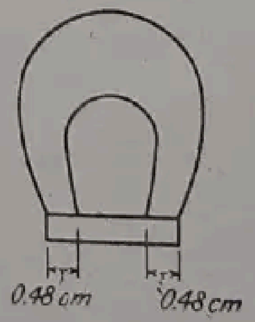


FIG. 553

349. La figura 553 representa un imán de alnico, en herradura, con una armadura de hierro dulce que enlaza los polos. La sección de los polos es rectangular y de 0,48 × 0,64 centímetros cada uno, siendo la densidad de su flujo, en la zona de contacto con la armadura, de 7 500 gauss. Determinar la fuerza en kilogramos que será necesaria para separar la armadura.

Sistema de unidades m.k.s.

350. Dos polos puntuales, uno *N* y otro *S*, de $2 \cdot 10^{-4}$ unidades m.k.s. no racionalizadas de intensidad de polo, están separados por 10 cm de aire. Determinar la atracción en: *a*) newton; *b*) kilogramos.

351. Determinar la intensidad de dos polos, en unidades m.k.s. racionalizadas, que ejercen la misma fuerza atractiva que los del problema anterior, conservándose la separación de 10 cm entre ellos.

352. En la figura 543 supóngase que los tres polos *N*, situados en *a*, *b* y *c*, tienen una magnitud de $8 \cdot 10^{-6}$ unidades de polo no racionalizadas. Determinar en newton y kilogramos la fuerza resultante y su dirección, que actúa sobre los polos *a*, *b* y *c*.

353. Repetir el problema 352, suponiendo que los tres polos *N* son de $9{,}6 \cdot 10^{-5}$ unidades racionalizadas de polo, sin variar sus separaciones.

354. En la figura 546, la intensidad de los polos *a* y *b* es de $8 \cdot 10^{-6}$ unidades de polo m.k.s. racionalizadas, y la del polo situado en *P* vale $m = 2 \cdot 10^{-8}$. Determinar la fuerza en newton que se ejerce sobre una unidad de polo m.k.s. no racionalizada, situada en *P*.

355. Repetir el problema anterior haciendo $a, b = 7 \cdot 10^{-5}$, y en *P*, $m = 2{,}5 \cdot 10^{-7}$, ambas en unidades de polo m.k.s. racionalizadas.

356. En el problema 343 determinar: *a*) intensidad de imanación en unidades de polo m.k.s. no racionalizadas, por metro cuadrado; *b*) intensidad de polo en unidades de polo m.k.s. no racionalizadas; *c*) fuerza sobre una unidad m.k.s. de polo situada en *P*, expresada en newton; *d*) fuerza sobre una unidad m.k.s. de polo cuando *P* está a una distancia infinitamente pequeña del centro de la sección extrema del imán.

357. Repetir el problema anterior, empleando el sistema de unidades m.k.s. racionalizado.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO VII

Electromagnetismo

1. ¿Cuál es la naturaleza y la forma general del campo magnético generado alrededor de un conductor cilíndrico por el que circula una corriente? ¿Qué relación existe entre la dirección de la corriente y la del campo?

2. ¿Cómo pueden demostrarse experimentalmente las indicadas relaciones? ¿Cuáles son las dos reglas sencillas que permiten recordar la relación que existe entre la dirección de la corriente y la dirección del campo magnético?

3. La corriente circula en un conductor de izquierda a derecha. ¿En qué dirección se orientará el extremo norte de una aguja magnética colocada sobre el conductor? ¿Y si se la pone debajo del conductor?

4. Si por dos conductores paralelos circulan corrientes en la misma dirección, indique si tenderán o no a atraerse o repelerse. Dé dos razones para la respuesta. Reitere los razonamientos en el caso de que las corrientes circulen en dos direcciones opuestas.

5. Por medio de un croquis explicar la ley de Biot-Savart, que establece una relación cuantitativa entre la magnitud de la corriente y la intensidad del campo por ella producido.

6. Demostrar que si por un elemento Δx de un conductor circula una corriente, solamente la componente de Δx perpendicular a la recta que une el elemento a un polo *P* contribuye a la fuerza ejercida por éste.

7. Deducir la ecuación por medio de la cual se puede calcular la intensidad de campo debida a la corriente que circula por un conductor recto de longitud finita, expresándola en unidades c.g.s.

8. De la pregunta 7 deducir, en unidades c.g.s., el valor de la intensidad del campo cuando la longitud del conductor se hace infinita. Aproximadamente ¿para qué relación entre la longitud del conductor y la distancia desde éste al punto, el valor de la intensidad del campo es prácticamente igual al obtenido cuando el conductor es de longitud infinita?

9. Partiendo del resultado de la pregunta 7 deducir, en unidades c.g.s., la expresión que da el trabajo efectuado al hacer girar un pequeño polo magnético alrededor de un conductor por el que pasa una corriente. ¿De qué magnitud es independiente este trabajo?

10. Una simple espira de alambre situada en el plano del papel transporta una corriente en el sentido de las agujas de un reloj. ¿Qué efecto se obtendrá si se coloca una brújula dentro de dicha espira? Comparar las propiedades magnéticas de esta espira con las de una barra imanada.

11. Deducir la expresión de la intensidad del campo en el centro de una espira circular por la que circula una corriente. Comparar esta relación con la definición fundamental de la corriente eléctrica.

12. Deducir la ecuación que cuantitativamente da la intensidad de campo en un punto cualquiera de la perpendicular levantada en el centro del plano de una espira circular de alambre por la que circula una corriente.

13. Demostrar que varias espiras análogas a la que se ha definido en la pregunta 10 pueden combinarse para formar un solenoide.

14. Indicar tres métodos por medio de los cuales puede determinarse la polaridad de los polos extremos de un solenoide, siempre que se conozca el sentido de la corriente que circula por él.

15. Deducir, en unidades c.g.s., la ecuación que da la intensidad de campo en el centro de un solenoide recto de longitud infinita. Comparar el resultado obtenido cuando la relación entre la longitud y el radio es moderadamente grande, con el que corresponde al solenoide indefinido.

16. Transformar la fórmula (138) (pág. 252), que expresa la ley de Biot y Savart en unidades c.g.s., en la que la expresa en unidades m.k.s. racionalizadas.

17. Expresar las intensidades de campo consignadas en las preguntas 7 y 8, en unidades m.k.s. racionalizadas.

18. Expresar el trabajo que se solicitaba en la pregunta 9, en unidades m.k.s. racionalizadas. ¿En qué unidades viene expresado este trabajo?

19. Deducir las intensidades de campo pedidas en las preguntas 11 y 12, en unidades m.k.s. racionalizadas.

20. Obtener la intensidad de campo a que se refiere la pregunta 15, en unidades m.k.s. racionalizadas.

21. Trazar un croquis de la construcción de: *a*) un solenoide sencillo con núcleo móvil; *b*) un solenoide blindado de núcleo móvil; *c*) el mismo *b*) con tope. Por un medio gráfico mostrar la relación que existe entre la atracción del núcleo y su posición en el interior del solenoide. Señalar el efecto del blindaje y del tope sobre la fuerza atractiva del núcleo móvil cuando penetra en el solenoide.

22. Explicar, de acuerdo con las leyes fundamentales del magnetismo, por qué el solenoide atrae al núcleo móvil cuando circula una corriente por el arrollamiento del primero. Indicar algunas de las utilizaciones de los solenoides que se hallan en el mercado.

23. Describir la forma constructiva de un freno magnético, consignando algunas de las precauciones que se toman para el caso de que falle el suministro de corriente.

24. Describir la construcción y funcionamiento de un separador magnético.

25. Dibujar el croquis de un electroimán elevador, indicando el circuito del flujo magnético. ¿Para qué se emplean industrialmente estos electroimanes, y por qué razones son más económicos que los antiguos métodos de manejar materiales? ¿Efectúa el imán, por sí mismo, algún trabajo apreciable cuando se emplea para levantar hierro o acero?

26. ¿Qué principio básico debe guiar la colocación de las bobinas de excitación de las dínamos? Hacer el esquema de la sección transversal de los circuitos magnéticos de una dínamo multipolar, señalando el camino seguido por el flujo, incluyendo las pérdidas. ¿Cuáles son los inconvenientes de la dispersión del flujo? ¿Da origen a una pérdida de potencia?

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO VII

Electromagnetismo

(La mayor parte de estos problemas se pueden resolver utilizando tanto el sistema de unidades c.g.s., como el m.k.s.)

358. La figura 554 representa un conductor recto de gran longitud, por el que circula una corriente de 300 amperios. En *P*, distante 12 cm del eje del conductor, hay un polo puntual de 10 unidades c.g.s. de polo. Considerando únicamente el efecto de las partes *oa* y *ob* del conductor, ambas de 100 cm, determinar: *a*) la intensidad del campo en *P*, en oersted; *b*) el trabajo en ergios que se desarrollaría haciendo describir a *P* una trayectoria circular de 12 cm de radio alrededor del conductor y en dirección opuesta a la fuerza que actúa; *c*) fuerza magnetomotriz que representaría *b*); *d*) dirección de la acción del campo sobre *P*.

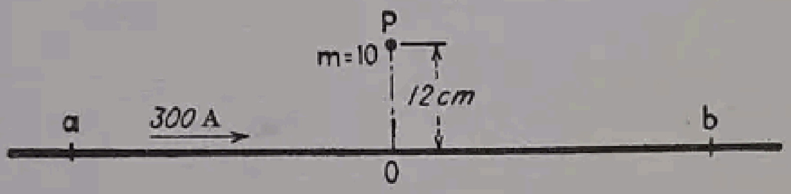


Fig. 554

359. Repetir los puntos *a*), *b*) y *c*) del problema anterior, si $aO = 20$ cm y $Ob = 50$ cm.

360. Repetir los puntos *a*), *b*) y *c*) del problema 358, si *aO* y *Ob* son infinitamente grandes.

361. En la figura 555 se representa un conductor recto por el que pasa una corriente de 200 amperios. Paralelamente a él y distante 8 cm de su eje, está situada una varilla imanada *n's'* de 20 cm de longitud. La perpendicular trazada en *O* al eje del conductor pasa por el punto medio de la varilla imanada, cuyos polos tienen una intensidad de 10 unidades c.g.s. de polo. Considerando únicamente el efecto de la parte *ab* del conductor y siendo $aO = Ob = 40$ cm, determinar: *a*) momento de rotación que se produce sobre la varilla, expresado en dinas/cm; *b*) calcular de nuevo *a*) si $aO = 20$ cm y $Ob = 40$ cm; *c*) hacer de nuevo los cálculos si *aO* y *Ob* son infinitamente grandes.

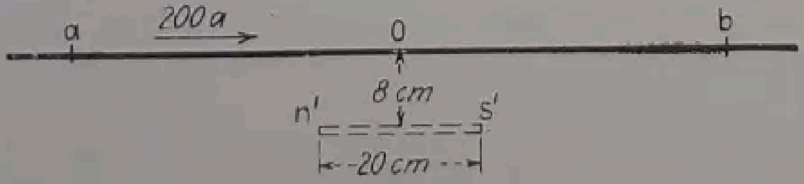


Fig. 555

362. Repetir el problema 361 suponiendo que la varilla está en dirección normal la conductor, con su polo *n'* a 8 cm del eje de aquél y situado el *s'* en la posición más alejada.

363. La figura 556 representa dos conductores paralelos A y B, montados sobre palomillas y separados entre sí por una distancia de 72 cm entre ejes. Por cada uno de ellos circula una corriente de 500 amperios, con sentidos opuestos, como indican las flechas.

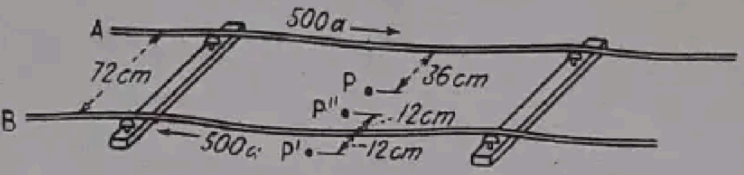


FIG. 556

Suponiendo que los conductores son de longitud infinita, determinar: *a*) la intensidad del campo, en oersted, y su dirección, en un punto P situado en el plano de los dos conductores y a igual distancia de cada uno de ellos; *b*) la intensidad del campo en un punto P'' situado a 12 cm del conductor B y en el plano de ambos conductores; *c*) la intensidad del campo en un punto P'' a 12 cm del conductor B, pero colocado entre A y B y en el plano que ambos conductores determinan.

364. Una corriente de 350 amperios circula según el arco de 90° ab (fig. 557), al que llega y del que parte por dos conductores $a'a$ y bb' de direcciones radiales. El radio del arco es de 15 cm y un pequeño polo sur S de 50 unidades c.g.s. de polo está situado en el centro del arco ab. Determinar la dirección y la magnitud en gramos de la fuerza que actúa sobre dicho polo S (ver en pág. 33 la definición del abamperio).

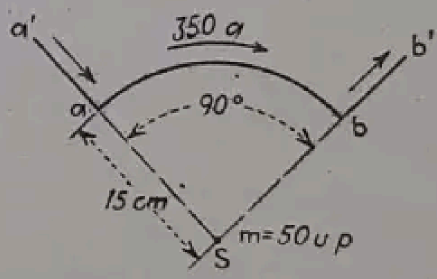


FIG. 557

365. Un conductor (fig. 558) tiene la forma de cuadrado de 20 cm de lado. Una corriente de 200 amperios circula por él, al que llega por dos terminales ab y cd, muy próximos entre sí. Determinar la magnitud en gramos y la dirección de la fuerza que actúa sobre un polo norte n situado en el centro del cuadrado y cuya intensidad es de 50 unidades c.g.s. de polo.

366. Un conductor tiene una forma rectangular de 12 × 18 cm (fig. 559) y circula por él una corriente de 300 amperios que llega por dos terminales ab y cd, muy próximos entre sí. Determinar: *a*) la intensidad del campo en el centro n del rectángulo; *b*) fuerza ejercida sobre un polo norte puntual, situado en n y cuya intensidad sea de 40 unidades c.g.s.

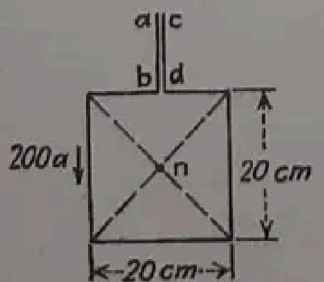


FIG. 558

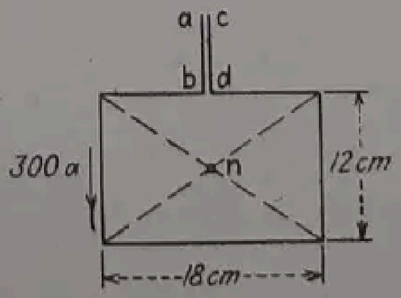


FIG. 559

367. El arco *ab* de la figura 557 se amplía hasta completar una circunferencia. Con una corriente de 300 amperios, determinar: *a*) intensidad del campo en el centro del círculo; *b*) fuerza en dinas que se ejercería sobre 25 unidades c.g.s. de polo sur, colocadas en el centro del círculo.

368. Una bobina plana de hilo de 18 cm de diámetro está formada por 12 espiras de alambre fino, muy próximas entre sí. Por la bobina pasa una corriente de 15 amperios y los conductores que la alimentan están también muy juntos. Determinar: *a*) la intensidad del campo, en oersted, en el centro de la bobina; *b*) la intensidad del campo en un punto situado sobre la perpendicular levantada al plano de las espiras y en su centro y situado a 12 cm de este plano; *c*) la fuerza que actúa sobre un pequeño polo de 18 unidades c.g.s. de intensidad, situado en la perpendicular al plano de la bobina y a 6 cm de él.

369. Se consideran dos bobinas coaxiales *A* y *B* (figura 560) de 12 espiras cada una y de sección transversal muy pequeña. Los radios de las bobinas son ambos de 10 cm y sus planos son paralelos y distan 12 cm. Por cada espira de las bobinas circula una corriente de 5 amperios. Si las corrientes en ambas bobinas tienen la misma dirección, determinar: *a*) la intensidad de campo en oersted, en el punto *P* situado sobre el eje común de las bobinas y a 4 cm del plano de la bobina *A*, en dirección hacia la *B*; *b*) la intensidad de campo en el punto *P''* del eje común situado a 4 cm del plano de la bobina *A* y en dirección opuesta a la anterior.

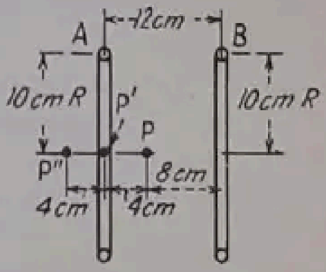


FIG. 560

370. Repetir el problema 369 suponiendo que las corrientes circulan por las bobinas en direcciones opuestas.

371. En la figura 561 se representan dos bobinas coaxiales *A* y *B*, cada una de las cuales consta de 15 espiras de pequeña sección transversal. El radio de la bobina *A* es de 8 cm y el de la *B* de 6 cm; sus planos son paralelos y están situados a 10 cm de distancia. Pasa una corriente de 75 amperios por cada espira de las dos bobinas. Si las corrientes en ambas bobinas llevan la misma dirección, determinar la intensidad del campo en oersted en: *a*) el punto P_1, situado en el centro de la bobina *A*; *b*) el P_2, situado a la mitad de la distancia entre los planos de las bobinas y sobre su eje común; *c*) el P_3, a 4 cm del plano de *A* y fuera del intervalo *AB*; *d*) el P_4 a 3 cm del plano de *B* y fuera del intervalo *AB* (los puntos P_3 y P_4 se suponen también situados sobre el eje común de las bobinas).

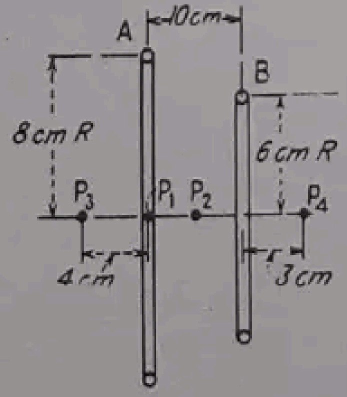


FIG. 561

372. Repetir el problema 371 si las corrientes en las bobinas llevan direcciones opuestas.

373. En el problema 372 ¿qué valor debe tener la corriente en la bobina *B* para que se anule la intensidad del campo en el punto P_2?

374. Supóngase que coinciden los planos y centros de las dos bobinas de la figura 561, y que las corrientes que por ellas circulan llevan direcciones opuestas. Determinar el valor de la corriente en la bobina *B*, que hace que la intensidad del campo en el centro *P*, común a las dos bobinas, sea nula.

375. El diámetro de un solenoide cilíndrico es de 6,4 cm y su longitud de 120 cm. Está constituído por 11 espiras por centímetro, de hilo de 0,7 mm de diámetro. Circula por el solenoide una corriente de 4 amperios. Determinar: *a*) la intensidad de campo en oersted en el centro del solenoide suponiendo que su longitud es ilimitada; *b*) la densidad de flujo en maxwell por centímetro cuadrado o gauss, en el centro del solenoide. (La densidad de flujo en la sección central de un solenoide es uniforme.) *c*) el flujo a través de esta sección central; *d*) valor exacto de la intensidad del campo en el centro del solenoide; *e*) intensidad del campo en ambos extremos del eje del solenoide.

376. En el problema 375 calcular la intensidad del campo a lo largo del eje del solenoide y a las siguientes distancias de cualquiera de los dos extremos: *a*) 1 cm; *b*) 2 cm; *c*) 3 cm; *d*) 4 cm. Dibujar una curva en la que las ordenadas sean la intensidad del campo y las abscisas las distancias a lo largo del solenoide.

377. Por un conductor recto de gran longitud, similar al representado en la figura 554, pero considerando que tiene una longitud infinita, circula una corriente de 250 amperios. Un punto P está situado a 8 cm del centro del conductor. Determinar: *a*) la intensidad del campo en P, en amperios-vuelta por metro; *b*) el trabajo, en julios, desarrollado por el movimiento de una unidad de polo en el sistema m.k.s. racionalizado, sobre una trayectoria circular de 8 cm de radio con centro en el conductor.

378. En el problema 377, determinar la intensidad del campo en P, en amperios vuelta por metro, debido al efecto del trozo $oa = 40$ cm y $ob = 20$ cm.

379. Dos conductores paralelos similares a los de la figura 556, pero supuestos de longitud infinita, están a una distancia de 60 cm entre ejes circulando por ellos corrientes de 600 amperios. Determinar la intensidad del campo en amperios-vuelta por metro en un punto situado en el plano de los conductores, y: *a*) a la mitad de la distancia entre ellos; *b*) a 20 cm del conductor B y 40 cm del A; *c*) a 70 cm del conductor A y 10 del B.

380. Resolver el problema 368, empleando unidades m.k.s. racionalizadas.

381. Resolver el problema 368, empleando unidades m.k.s. no racionalizadas.

382. Un solenoide recto y largo tiene 10 espiras por centímetro y una sección recta de 12 cm^2 circulando por él una corriente de 5 amperios. Determinar en unidades del sistema m.k.s. racionalizado: *a*) la intensidad del campo en el centro; *b*) la intensidad del campo en el extremo.

383. Repetir el problema anterior empleando unidades del sistema m.k.s. no racionalizadas.

384. En un solenoide sencillo con núcleo móvil, análogo al de la figura 184 (pág. 262), la intensidad del campo es de 2 500 oersted en el extremo exacto del núcleo, y la intensidad de polo aproximada en el mismo extremo, de 2 820 unidades c.g.s. El núcleo móvil es cilíndrico y de 3 cm de diámetro. Determinar la fuerza ejercida sobre el núcleo en gramos considerando que el otro extremo se halla fuera del campo magnético.

385. Repetir el problema 384 reduciendo en un 20% la corriente de excitación del solenoide y en la misma proporción la intensidad de campo y de polo.

386. Un solenoide parecido al del problema 384 es del tipo blindado con adición de un tope de igual diámetro que el núcleo móvil. Cuando la extremidad del núcleo se aproxima al tope, la densidad del flujo entre ambos es 3 000 gauss. Determinar la atracción en kilogramos entre el núcleo y el tope (la atracción puede considerarse que se debe totalmente a las superficies imanadas).

387. Repetir el problema 386, reduciendo un 20% la corriente de excitación. Puede suponerse que el hierro no está saturado de modo que la densidad de flujo decrece en igual proporción.

Si los elementos magnéticos del solenoide no están saturados, ¿cómo varía la atracción sobre el núcleo con la corriente excitatriz?

388. Las piezas polares planas de un electroimán, de 4 cm de diámetro cada una, están en contacto entre sí y pasa de una a otra un flujo total de 400 000 maxwell. Determinar la fuerza en kilogramos que se requiere para separar las dos piezas polares. Suponer que el flujo se distribuye uniformemente sobre las caras polares.

389. En la figura 562 se representa la sección transversal de un electroimán elevador, circular, cuyo diámetro exterior es de 914 mm. El grueso radial de la corona circular exterior es 90 mm y el diámetro de la parte central de 393 mm. Con una densidad de flujo máxima de 4600 maxwell/cm² en la superficie de contacto, cuando va a levantarse una pieza plana de hierro, determinar su fuerza portante en kilogramos.

390. En un electroimán elevador de construcción análoga al de la figura 562, el diámetro exterior de la parte anular es 810 mm y el diámetro interior 730 mm. El diámetro de la parte central es 350 mm. Determinar la densidad de flujo en maxwell/cm² de la cara polar cuando el electro sostiene una pieza plana de hierro con una fuerza de 2000 Kg suponiendo que el flujo se distribuye uniformemente en las caras polares.

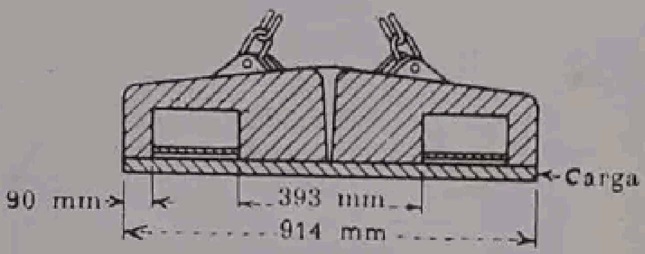


FIG. 562

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO VIII

El circuito magnético

1. ¿Qué semejanza existe entre el circuito magnético y el circuito eléctrico? ¿Cuáles son los tres aspectos en que difieren el uno del otro? ¿Por qué no puede confinarse el flujo magnético dentro de un circuito definido? De una manera general, ¿cómo se puede alcanzar la precisión en los cálculos magnéticos en comparación con la que puede conseguirse en los cálculos eléctricos?

2. Definir los amperios-vuelta. ¿Cuál es la relación numérica entre la f.m.m. en gilbert y los amperios-vuelta? ¿Cuál de las dos unidades es mayor, el gilbert o el amperio-vuelta? ¿A qué magnitud eléctrica corresponde la f.m.m.?

3. Definir la reluctancia. ¿A qué magnitud del circuito eléctrico corresponde? ¿Cuál es la unidad fundamental de reluctancia? ¿Cómo se relaciona la permeancia con la reluctancia y con la conductancia? ¿Cómo deben sumarse las permeancias en paralelo?

4. Definir la permeabilidad. ¿A qué magnitud del circuito eléctrico corresponde el flujo magnético? Indicar cuáles son las unidades c.g.s. y m.k.s. del flujo. Definir la inducción o densidad de flujo. Señalar cuál es la unidad c.g.s. y m.k.s. de densidad de flujo.

5. ¿Qué relaciones hay entre la reluctancia de un circuito magnético, su longitud, su sección transversal y su permeabilidad? ¿Cuál es la fórmula de la reluctancia? ¿Cómo se combinan las reluctancias en serie y en paralelo? ¿Cómo se combinan las permeancias en paralelo?

6. ¿Por qué es necesario, en general, para el hierro y el acero, representar por medio de una curva la relación entre la fuerza magnetizante y el flujo? ¿Cuál es la forma general de la parte más baja y de la parte más alta de estas curvas? ¿Qué se entiende por saturación? ¿Cómo puede deducirse una curva de permeabilidad partiendo de la curva *B-H*?

¿Qué comparación puede establecerse entre la variación de la permeabilidad y la variación corriente de la resistencia eléctrica de un conductor debida al calentamiento?

7. Exponer una ley sencilla que establezca la relación existente entre el flujo, la f.m.m. y la reluctancia. Reiterarlo para el caso en que haya varias reluctancias en serie. ¿A qué ley del circuito eléctrico corresponde?

8. Demostrar que, en el aire, la f.m.m. por centímetro es *numéricamente* igual a la intensidad de campo H en oersted y que cuando $\mu_r = 1$, $B = H$.

9. ¿Por qué se requiere en ocasiones el empleo de un método de tanteo para resolver los problemas magnéticos? Probar que, cuando nos dan el flujo o la densidad de flujo y nos piden la determinación de los amperios-vuelta, el método de tanteo no es inevitablemente más largo.

10. ¿De qué tres factores del circuito magnético depende la f.m.m.? Indicar la relación numérica que da los amperios-vuelta en unidades métricas.

11. ¿A qué variables se refieren las curvas de imanación y en qué unidades se expresan éstas para hacer los cálculos más sencillos? Teniendo a la vista las curvas de imanación, comparar las propiedades magnéticas del hierro fundido, del acero al silicio, del acero en chapas para dínamos y del acero fundido.

12. Indicar el método de utilización de las curvas de imanación para determinar los amperios-vuelta en distintas partes de un circuito magnético. Indicar el procedimiento para la determinación de los amperios-vuelta por polo en una dínamo multipolar.

13. La f.m.m. que actúa sobre una muestra de hierro se aumenta desde cero hasta cierto valor definido y se reduce luego nuevamente a cero. Establecer la curva que da la relación entre la f.m.m. y la densidad de flujo. Comparar la parte de la curva de valores crecientes con la de valores decrecientes de la f.m.m.

14. En la pregunta 13, ¿qué valor alcanza el flujo magnético cuando la excitación se reduce a cero? ¿Cómo se puede reducir el flujo magnético a cero? Definir el ciclo, la curva de histéresis, el magnetismo remanente y la fuerza coercitiva.

15. Explicar la causa de las pérdidas por histéresis según la teoría de los dominios. Demostrar que estas pérdidas son iguales al área del ciclo de histéresis multiplicada por una constante. ¿Cómo varían las pérdidas por histéresis, por ciclo, con la máxima densidad de flujo? ¿Cuál es la relación entre las pérdidas por histéresis y la frecuencia?

16. ¿Qué método se emplea para reducir las corrientes parásitas en el hierro? ¿Cómo varían las pérdidas por corrientes parásitas con el espesor de las láminas, con la frecuencia, con la densidad de flujo y con la resistividad del material?

17. Exponer el efecto que produce sobre las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas, la adición de silicio a los aceros. ¿Por qué la proporción de silicio se hace mayor en los aceros para transformadores que en los utilizados para dínamos? ¿Sobre qué base general se realiza la comparación de las pérdidas en los núcleos?

18. ¿Qué relación existe entre las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas que hace posible separarlas? ¿Cuáles son las dos cantidades de las que son función las pérdidas en el núcleo? Demostrar que mediante la medida de dos valores distintos de estas cantidades pueden separarse las pérdidas.

19. Escribir la fórmula que da el flujo en unidades m.k.s. no racionalizadas. Escribir las fórmulas que dan las pérdidas por histéresis en función de la superficie del ciclo de histéresis, expresadas en unidades m.k.s.

20. Repetir la pregunta 19, pero utilizando unidades m.k.s. racionalizadas.

21. ¿Qué tipo de aleación ferromagnética presenta propiedades magnéticas poco corrientes, sobre todo para densidades reducidas de flujo? ¿Cuál es la composición del permalloy? ¿Qué características magnéticas notables posee? Comparar sus propiedades magnéticas con las del hierro puro, tanto para las densidades de flujo reducidas como para las elevadas. ¿A qué casos se limita su empleo?

22. Describir el perminvar y enunciar su propiedad magnética especial.

23. Composición del hipernik. ¿Qué precauciones deben tomarse al fabricarlo? ¿Qué propiedades especiales tiene y cuál es su principal aplicación? Indicar la constitución del copernik.

24. Comenzando por los aceros al carbono para herramientas, exponer qué aleaciones se han empleado para los imanes permanentes, indicando sus propiedades, hasta el desarrollo de las aleaciones alnico.

25. ¿Qué metales se utilizan en las aleaciones alnico, y cuál es el porcentaje aproximado en que entra cada uno a formarlas? ¿Qué aleaciones se mejoran con el desarrollo de una estructura granular?

26. Comparar las aleaciones alnico con las' que antes se empleaban en el aspecto de su magnetismo remanente, fuerza coercitiva, energía magnética almacenada y «producto energético».

27. Deducir las fórmulas mediante las cuales pueden determinarse los valores de H_m y B_m para un proyecto particular. ¿Cómo se obtiene la pendiente de la línea que da la relación entre ambos valores?

28. Señalar las condiciones de funcionamiento al variar el entrehierro, para diferentes puntos de la curva de desimanación. Indicar qué puede ocurrir si se realiza inadecuadamente la operación de desimanación. Describir los tipos de curvas de desimanación que mejor se adaptan a los casos de entrehierros fijos y cortos, entrehierros largos y que pueden variar y para dispositivos desmontables.

29. Describir dos métodos de imanar imanes permanentes. ¿Por qué pierden los imanes con el tiempo parte de su imanación inicial? Señalar dos métodos de estabilización.

30. Describir el procedimiento para medir el flujo por medio de un galvanómetro balístico. ¿Cuáles son los tres factores de que depende la desviación balística? Describir el medio para obtener valores conocidos de flujo.

31. Deducir la ecuación que define el flujo en un solenoide anular cuando se tiene la sección transversal A en centímetros cuadrados, la circunferencia media de longitud l cm, el número n de espiras por centímetro (circunferenciales). ¿En qué condiciones esta ecuación permitirá conocer el flujo en la sección central de un solenoide recto?

32. Describir el método de verificar un galvanómetro balístico con un solenoide patrón. Deducir la expresión (203) de la página 313, que da la cantidad Q_1 descargada a través del galvanómetro cuando se hace variar el flujo en el solenoide patrón. De una manera análoga deducir la fórmula (204) de la misma página, que da la cantidad Q_2 que pasa por el galvanómetro cuando el flujo en la muestra que se ensaya varía de φ_1 a φ_2. Por medio de estas dos expresiones deducir la constante del galvanómetro [fórmula (206), pág. 314].

33. Describir el método de la culata para ensayos magnéticos. ¿Cuáles son sus ventajas? Indicar dos importantes causas de error.

34. Describir el método del anillo para ensayos magnéticos, comparándolo con el anterior. Indicar sus ventajas e inconvenientes.

35. ¿Cuál es el principio, bien conocido, del funcionamiento del permeámetro de Koepsel? ¿Cómo se ensayan las muestras y dónde se colocan? Describir la bobina excitatriz y explicar la misión de las bobinas de compensación. ¿Cuál es la ventaja de este instrumento como método de ensayo? ¿A qué errores puede dar lugar?

36. Hacer un diagrama de las conexiones utilizadas para obtener los ciclos de histéresis mediante un oscilógrafo de rayos catódicos. Deducir la ecuación que define el funcionamiento del circuito de integración. ¿Qué utilización práctica se da a este método?

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO VIII

El circuito magnético

(Muchos problemas, además de los incluídos, se pueden resolver también utilizando el sistema de unidades m.k.s.).

391. En la figura 563 se representa un solenoide del tipo de anillo cerrado, cuyo núcleo es de material no magnético. El diámetro medio del anillo es 8 cm, y el diámetro de su sección transversal es 0,8 cm. El arrollamiento sobre el anillo es uniforme y hay un total de 1170 espiras. Circula una corriente de 0,4 amperios por el arrollamiento, en el sentido que se indica. Determinar: *a*) los amperios-vuelta por centímetro de circunferencia media; *b*) el número de gilbert por centímetro en el caso *a*); *c*) deducir de *a*) y *b*) la relación entre los amperios-vuelta y los gilbert, indicando cuál es la unidad mayor; *d*) la densidad del flujo en gauss; *e*) flujo en maxwell; *f*) flujo si el material no magnético se sustituye por acero cuya permeabilidad sea de 1080.

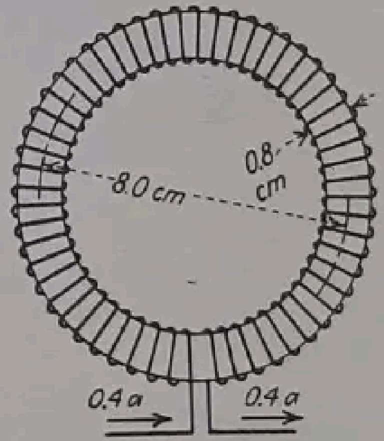


Fig. 563

392. En el anillo de acero del caso *f*) del problema anterior se hace un corte de sierra dejando un entrehierro de 0,1 cm. Determinar: *a*) la f.m.m. total en gilbert; *b*) la reluctancia del anillo de acero; *c*) la reluctancia del entrehierro; *d*) el flujo en maxwell; *e*) la densidad de flujo en gauss. Se despreciará la influencia de los bordes y de las pérdidas.

393. En la figura 564 se representa un electroimán que está formado por cuatro bobinas excitatrices iguales, *A*, *B*, *C* y *D*, de 6900 espiras cada una y cuya resistencia es de 33 ohmios por bobina. Primeramente, las bobinas *A* y *B* están conectadas en serie con una línea a 120 voltios, siendo la conexión de tal forma que ambas actúan sumando sus efectos sobre el circuito magnético. Determinar: *a*) el número total de amperios-vuelta que actúan sobre el circuito magnético; *b*) las bobinas *C* y *D* están eléctricamente conectadas en serie con las *A* y *B*, de tal manera que sus amperios-vuelta actúan sumando sus efectos con los de *A* y *B*. Las cuatro bobinas en serie están conectadas a una línea a 120 voltios. Determinar el número total de amperios-vuelta que actúan ahora sobre el circuito magnético; *c*) la potencia total perdida en las bobinas de excitación en *a*) y en *b*) y hallar la relación de pérdida de potencia entre *b*) y *a*). Esto confirma el principio de que, al aumentar la cantidad de cobre y además la de hierro, se pueden reducir las pérdidas de la excitación casi al valor que se desee sin variar los amperios-vuelta; *d*) la f.m.m. total en gilbert; *e*) los amperios-vuelta y las pérdidas por excitación cuando las bobinas *A* y *B* en serie están acopladas en paralelo con las *C* y *D* en serie, y unidas a la línea a 120 voltios.

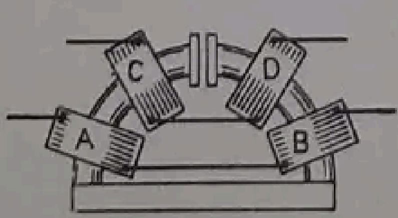


Fig. 564

394. *a*) En el problema 393 (*b*) determinar el número total de amperios-vuelta cuando la corriente en los dos pares de bobinas, *A* y *B* y *C* y *D*, en serie, se ajusta de manera que el calentamiento en cada bobina sea el mismo que en *a*); *b*) determinar el número total de amperios-vuelta cuando la corriente en el problema 393 *b*) produce el mismo calentamiento que en el 393 *e*).

395. Una bobina de excitación, con 12000 espiras de hilo esmaltado de 0,25 mm de diámetro se intercala en un circuito a 120 voltios, siendo su resistencia de 126 ohmios.

Determinar: *a*) el número de espiras y la resistencia de otra bobina del mismo tamaño y de igual relación entre la sección neta del cobre y la sección total de la bobina, construída con hilo que tiene una sección doble que la del anterior; *b*) con la misma tensión, ¿cuál es la relación entre los amperios-vuelta resultantes en los dos casos?; *c*) determinar el calentamiento en ambos casos; *d*) ¿qué tensión se debe aplicar a la segunda bobina para que en los dos casos haya el mismo número de amperios-vuelta o para que sea igual el calentamiento total?

396. Dos bobinas, *A* y *B*, tienen respectivamente 8400 y 5600 espiras y 72 y 48 ohmios de resistencia. Ambas están previstas para trabajar a 240 voltios sin sobrecalentamiento. Las dos están montadas sobre el mismo circuito magnético. Determinar los amperios-vuelta que actúan sobre el circuito: *a*) con la bobina *A* sola; *b*) con la bobina *B* sola; *c*) con las dos *A* y *B*, en serie; *d*) con las dos bobinas en paralelo. La tensión es, en los dos casos, de 240 voltios, y en *c*) y en *d*) las bobinas actúan en conjunción sobre el circuito magnético.

397. En el problema 393, la longitud media del circuito de acero es de 80 cm y la sección de 45 cm². La permeabilidad del acero es 950. Cada una de las dos caras polares tiene 230 cm² y el entrehierro, que es uniforme, es de 2,5 cm. Las piezas polares tienen un espesor de 2,5 cm, y su reluctancia puede despreciarse. Las cuatro bobinas se conectan en serie y a una línea de 120 voltios. Determinar en centímetros y unidades c.g.s.: *a*) la longitud y sección transversal del circuito de acero; *b*) reluctancia del circuito de acero; *c*) reluctancia del entrehierro; *d*) flujo en maxwell; *e*) intensidad del campo en oersted. Se despreciará el efecto marginal y las pérdidas.

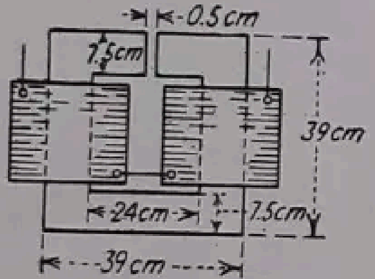


FIG. 565

398. En el problema 393 determinar la intensidad de la corriente en las cuatro bobinas dispuestas en serie, que producirá un flujo de 450000 maxwell en el entrehierro, suponiendo que la permeabilidad del acero sea, en este caso, de 700. Como en el problema 397, las 4 bobinas, *A*, *B*, *C* y *D*, están conectadas en serie entre conductores de una línea de 120 voltios, despreciándose la reluctancia de las piezas polares, efecto marginal y pérdidas.

399. En la figura 565 se representa un circuito magnético con un núcleo de hierro y un entrehierro. En la figura están indicadas las dimensiones del mismo, siendo el grosor del núcleo de 7,5 cm. La sección transversal del entrehierro debe considerarse igual que la del hierro. La permeabilidad del hierro es de 1000. Cada una de las bobinas de excitación tiene 3000 vueltas y la corriente es de un amperio. Determinar: *a*) reluctancia del núcleo de acero, empleando longitudes medias; *b*) reluctancia del entrehierro; *c*) flujo en maxwell; *d*) densidad del flujo en el hierro y en el entrehierro en gauss.

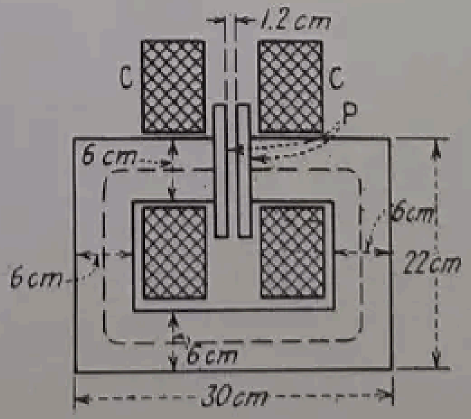


FIG. 566

400. En el problema 399, la permeabilidad del acero es de 800 cuando la densidad de flujo es de 13000 gauss. Determinar: *a*) amperios-vuelta para el núcleo de acero; *b*) amperios-vuelta para el entrehierro; *c*) intensidad de corriente en las bobinas de excitación.

401. En la figura 566 se representa un imán de núcleo de acero dulce de 6 cm². Las piezas polares P son de 12 cm² y el entrehierro de 1,2 cm. Hay dos bobinas de excitación C y C, de 2500 vueltas cada una. La reluctancia de las piezas polares es despreciable. La trayectoria media del flujo se indica con línea de trazos. El núcleo funciona con una densidad de flujo de 14000 gauss, para cuya densidad la permeabilidad es de 650. Determinar: *a*) los amperios-vuelta para el núcleo de acero; *b*) amperios-vuelta para el entrehierro; *c*) intensidad de la corriente de excitación; *d*) intensidad del campo en el entrehierro, en gauss. Se despreciarán los efectos marginales y las pérdidas.

402. Suponiendo en el problema anterior que, para una densidad de flujo de 15000 gauss, la permeabilidad del acero es de 450, repetir los casos *a*), *b*), *c*) y *d*).

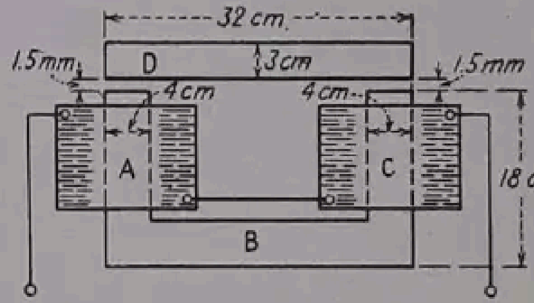


FIG. 567

403. En el circuito magnético representado en la figura 567, la sección transversal de núcleo de hierro ABC es un cuadrado de 4 cm de lado y la de la armadura D un rectángulo de 3 × 4 cm. El entrehierro es de 1,5 mm. La permeabilidad de las piezas ABC se tomará de 1000 y la de la armadura D de 800. Cada una de las dos bobinas de excitación tiene 1500 vueltas y la corriente de excitación es de 0,9 amperios. Determinar: *a*) reluctancia combinada del conjunto ABC; *b*) reluctancia de la armadura D; *c*) reluctancia de los dos entrehierros; *d*) f.m.m. total en gilbert, que actúa en el circuito; *e*) flujo total; *f*) densidad del flujo en gauss, en el entrehierro. Se despreciará el efecto marginal y la pérdida.

404. En el problema 403 se desea obtener un flujo total de 150000 maxwell en cada entrehierro. El incremento de la densidad del flujo hace disminuir la permeabilidad del núcleo ABC a 900 y la de la armadura D a 750. Determinar: *a*) densidad del flujo en el núcleo ABC y en los entrehierros; *b*) densidad del flujo en la armadura; *c*) f.m.m. en gilbert necesaria en el núcleo ABC; *d*) f.m.m. en gilbert necesaria para los dos entrehierros; *e*) f.m.m. en gilbert necesaria para la armadura; *f*) número total de amperios vuelta, y *g*) corriente de excitación.

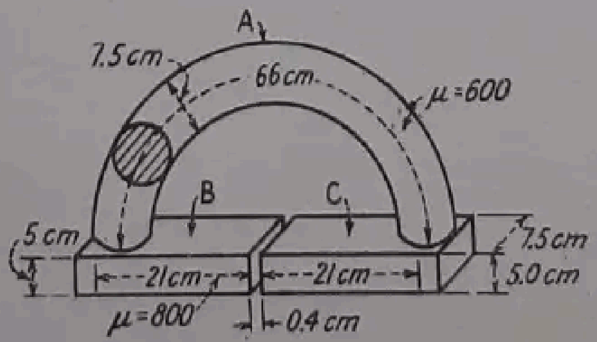


FIG. 568

405. En la figura 568 se representa el núcleo de un electroimán compuesto por una parte semicircular A, y dos núcleos con piezas polares B y C, que son de forma rectangular. En la figura se indican las dimensiones y permeabilidades de cada parte. Se bobina sobre el núcleo un arrollamiento de excitación de 8000 vueltas, por el que pasa una corriente de 1,2 amperios. Determinar: *a*) reluctancia del circuito magnético; *b*) flujo y densidad del mismo en el núcleo; *c*) densidad de flujo en el entrehierro.

406. La figura 569 representa un electroimán constituído por una culata *A* de 56 cm de longitud y 4 × 10 cm de sección transversal, y dos núcleos *B*, cada uno de los cuales está formado por un cuadrante cuyos radios interior y exterior son de 16,5 y 24 cm respectivamente. La sección transversal de los núcleos es circular y de 7,5 cm de diámetro. Las dos piezas polares son cuadradas, de 15 cm de lado, y el entrehierro de 3 cm. Se excita mediante las seis bobinas representadas en la figura. La permeabilidad de la culata es de 900 y la de los núcleos de 800. La reluctancia de las piezas polares es despreciable. Se desea producir un flujo de 360 000 maxwell en el entrehierro. Determinar: *a*) densidad del flujo en el entrehierro; *b*) densidad del flujo en los núcleos; *c*) densidad del flujo en la culata; *d*) amperios-vuelta necesarios en el entrehierro, núcleos, culata y en total. Los efectos marginales y pérdidas no se tendrán en cuenta.

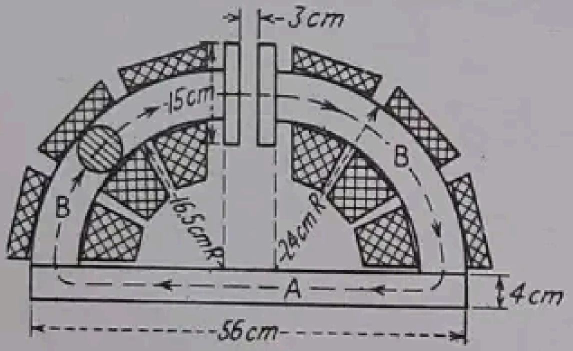


Fig. 569

407. Repetir el problema 406 para un flujo en el entrehierro de 400 000 maxwell. Este aumento de flujo reduce la permeabilidad en la culata a 800 y en los núcleos a 720.

408. Si en la figura 567 se supone que el núcleo se hace de acero fundido, cuyas características magnéticas se dan en la figura 197 (pág. 276), y que funciona con una densidad de flujo de 10 000 gauss, determinar: *a*) amperios-vuelta para el núcleo; *b*) densidad del flujo en la armadura; *c*) amperios-vuelta para la armadura; *d*) amperios-vuelta totales que se necesitan. Los efectos marginales y las pérdidas no se tendrán en cuenta.

409. Repetir el problema anterior con una densidad de flujo en el núcleo de 12 000 gauss.

410. En la figura 569 supongamos que los núcleos y culata son de acero fundido, cuya curva de imanación se da en la figura 201 (pág. 283) y que en los núcleos la densidad del flujo en funcionamiento es de 12 400 maxwell/cm². Determinar: *a*) amperios-vuelta necesarios para los núcleos; *b*) densidad del flujo en la culata, en maxwell por centímetro cuadrado; *c*) amperios-vuelta para la culata; *d*) densidad de flujo en el entrehierro; *e*) amperios-vuelta para el entrehierro; *f*) amperios-vuelta necesarios en total. No se tendrán en cuenta los efectos marginales ni las pérdidas.

411. Repetir el problema 410 aumentando la densidad del flujo en los núcleos hasta 14 000 maxwell/cm².

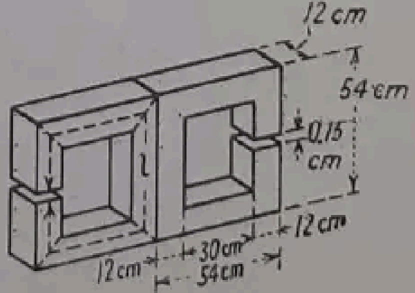


Fig. 570

412. El circuito magnético representado en la figura 570 está constituído por dos ramas similares y en paralelo. La permeabilidad del hierro es de 700 a todo lo largo del circuito. La longitud media del circuito en el núcleo de hierro se tomará como la distancia *l* marcada en la rama izquierda del mismo. *a*) Calcular la reluctancia de cada rama y la total del circuito. Se dispone una bobina de excitación de 3600 vueltas sobre el núcleo central. Cuando la corriente que por ella circula es de 1,6 amperios, determinar: *a*) flujo en cada entrehierro; *c*) flujo en el núcleo central. No se tendrán en cuenta los efectos de los márgenes ni las pérdidas.

413. Se considera en la figura 570 que el núcleo es de acero fundido, cuyas características magnéticas se dan en la figura 197 (pág. 276), y que, en funcionamiento, la densidad del flujo en el mismo es de 12000 gauss. Para el circuito de la izquierda determinar: *a*) amperios-vuelta necesarios en el entrehierro; *b*) amperios vuelta en el núcleo, utilizando la figura 197; *c*) amperios-vuelta totales que requiere el núcleo de la izquierda; *d*) número total de amperios-vuelta de una bobina dispuesta sobre los brazos adyacentes de los dos circuitos magnéticos, que produzca una densidad de flujo de 12000 gauss en ambos núcleos.

414. En un solenoide acorazado (fig. 571), la reluctancia de la coraza es despreciable comparada con la del núcleo móvil de acero fundido, formado por una varilla cilíndrica de 1,5 cm de diámetro y longitud neta, en la parte interna de la coraza, de 20 cm. Las características magnéticas del núcleo móvil vienen dadas en las figuras 197 y 198 (págs. 276 y 277). La bobina de excitación es de 500 espiras y circula por ella una corriente de 0,5 amperios. Por tanteo (§ 188, página 280) determinar el flujo y su densidad en el núcleo móvil.

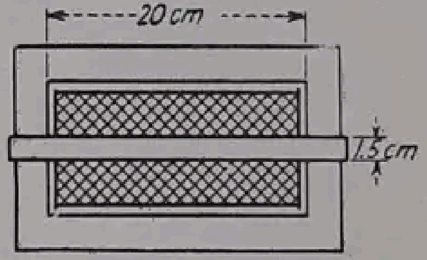


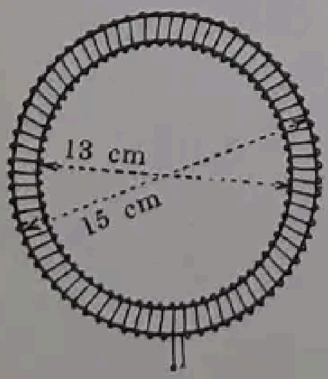
Fig. 571

415. Repetir el problema anterior para una corriente de excitación de 0,8 amperios.

416. Se desea producir un flujo total de 18500 maxwell en el núcleo móvil de la figura 571. Utilizando la curva de imanación dada en la figura 197 (pág. 276) determinar la corriente de excitación necesaria.

417. Repetir el problema 416 para un flujo de 23000 maxwell.

418. En la figura 572 se representa un anillo formado con chapas de acero para dínamos, de 0,36 mm de espesor, cuyas características se dan en la figura 201 (pág. 283). El diámetro exterior del anillo es de 15 cm y el interior de 13 cm, y su sección transversal de 1,3 × 2,56 cm. Debido a la oxidación de las chapas, la superficie neta de acero es el 0,9 de la sección transversal medida. La bobina de excitación tiene 1000 espiras. Empleando la curva de la figura 201, determinar los amperios-vuelta necesarios para producir una densidad de flujo (en la sección neta de acero) de: *a*) 12,4 kilomaxwell por centímetro cuadrado; *b*) 14 kilomaxwell/cm²; *c*) de 15,5 kilomaxwell/cm²; *d*) corriente de excitación necesaria en el caso *c*).



Sección neta =
= 0,9 × Sección medida

Fig. 572

419. Si la corriente en el arrollamiento indicado en el problema anterior es de 1,9 amperios, determinar: *a*) el flujo en maxwell; *b*) densidad del flujo en gauss (utilícese la curva de la figura 201 y el método de tanteo de la pág. 280).

420. Si, en la figura 572, se hace un corte de sierra transversal de 1,5 mm en el núcleo de hierro y la densidad del flujo es de 14,4 kilomaxwell/cm² en el entrehierro, determinar: *a*) amperios-vuelta que ello requiere para el entrehierro y para el núcleo; *b*) corriente de excitación. Utilícese la figura 201 (pág. 283) despreciando los efectos de los márgenes y las pérdidas.

421. Si en la figura 572, pero con el entrehierro consignado en el problema 420, la corriente en la bobina de excitación es de 2,7 amperios, determinar: *a*) flujo en maxwell;

b) densidad de flujo en gauss (utilizar la curva de la fig. 201, pág. 283, y el método de tanteo de la pág. 280).

422. La figura 573 representa un electroimán constituído por dos núcleos iguales de acero fundido *A* y *B*, que forman un solo entrehierro. En la figura se indican las dimensiones de los distintos elementos. Los núcleos son de sección cuadrada de 4 pulgadas de lado, y las caras polares de 10 × 6 pulgadas. El entrehierro es de 1 pulgada. La f.m.m. necesaria para las piezas polares puede despreciarse. Determinar los amperios-vuelta necesarios para producir una densidad de flujo de 50 000 maxwell por pulgada cuadrada en el entrehierro. Utilícese la curva de imanación de la figura 201 (pág. 283). No se tendrán en cuenta los efectos marginales ni las pérdidas.

423. Supóngase, en el problema 422, que la mitad *A* del electroimán se separa y que la sección del entrehierro es de 6 × 6 pulgadas. Las bobinas de excitación están dispuestas en la misma posición que se indica en la figura 573. Las bobinas son, desde luego, de pequeño tamaño, ya que deben arrollarse sobre un núcleo cuadrado que solamente tiene 4 pulgadas de lado. Empleando la curva de imanación del acero fundido de la figura 201 (pág. 283) determinar los amperios-vuelta necesarios para producir una densidad de flujo de 33 500 maxwell por pulgada cuadrada en el entrehierro. No se tendrán en cuenta las pérdidas ni el efecto de los márgenes.

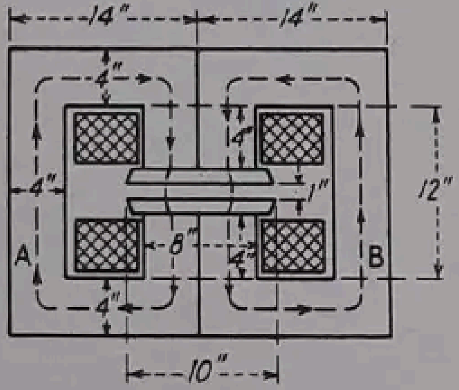


FIG. 573

424. Repetir el problema 422 para una densidad de flujo en el entrehierro de 45 000 maxwell por pulgada cuadrada.

425. Repetir el problema 422 para una densidad de flujo en el entrehierro de 45 000 maxwell por pulgada cuadrada y una longitud de éste de 1,2 pulgadas.

426. En la figura 563, con un material no magnético, la bobina se considera de 1 170 espiras y la corriente que la atraviesa de 0,4 amperios. Determinar en unidades m.k.s. no racionalizadas: *a*) la f.m.m.; *b*) reluctancia; *c*) flujo en weber; *d*) f.m.m. por metro; *e*) densidad de flujo en weber por metro cuadrado.

427. Repetir el problema 426 empleando unidades m.k.s. racionalizadas.

428. En la figura 563, el material no magnético se sustituye por acero con una permeabilidad relativa de 1 080. Se emplean en la bobina 1 170 vueltas y una corriente de 0,4 amperios. Determinar, en unidades m.k.s. no racionalizadas: *a*) la f.m.m.; *b*) la reluctancia del acero; *c*) el flujo en weber; *d*) la densidad de flujo en weber por centímetro cuadrado.

429. Repetir el problema 428, utilizando unidades m.k.s. racionalizadas.

430. Supóngase que, en la figura 567, el núcleo y la armadura son de acero fundido cuyas características magnéticas se dan en la figura 197 (pág. 276) y que, en funcionamiento, la densidad del flujo en el primero es de 1 weber/m^2. Empleando el sistema de unidades m.k.s. racionalizado, determinar: *a*) amperios-vuelta para el núcleo; *b*) densidad del flujo en la armadura; *c*) amperios-vuelta para la armadura; *d*) amperios-vuelta totales necesarios. No se tendrán en cuenta los efectos marginales ni las pérdidas.

431. En el aro de chapas de acero para dínamos de la figura 572, la permeabilidad relativa del acero para una densidad de flujo de 1,4 weber/m^2 es 800. La bobina tiene 1 000 vueltas y la relación entre la sección neta del acero y la sección recta medida es de 0,9. Determinar en unidades m.k.s. no racionalizadas la corriente necesaria de excitación para la densidad de flujo indicada.

432. Si en la figura 572 se hace un corte de sierra transversal de 0,15 cm de longitud y la densidad del flujo es de 1,4 weber/m², determinar en unidades m.k.s. no racionalizadas los amperios-vuelta necesarios para el núcleo, para el entrehierro y totales.

433. Repetir el problema 431 empleando unidades m.k.s. racionalizadas.

434. Repetir el problema 432 empleando unidades m.k.s. racionalizadas.

435. En la figura 574 se representa el circuito magnético de una dínamo bipolar. Los núcleos del inductor son de acero fundido y de 12,7 × 12,7 cm. El inducido está formado de chapas de acero para dínamos y tiene una longitud axial neta de 13,2 cm sobre el hierro; la culata es de acero fundido, con sección transversal de 4,5 × 15,2 cm. Las restantes dimensiones que se necesita conocer se indican en la figura. Utilizando las curvas de imanación de la figura 201 (página 283) determinar los amperios-vuelta por polo, necesarios para producir una densidad media de flujo en el entrehierro, de 6200 maxwell/cm². El coeficiente de pérdidas es de 1,2, esto es, el flujo en los núcleos polares y culata es 1,2 veces el del entrehierro. Los amperios vuelta necesarios para las piezas polares pueden despreciarse.

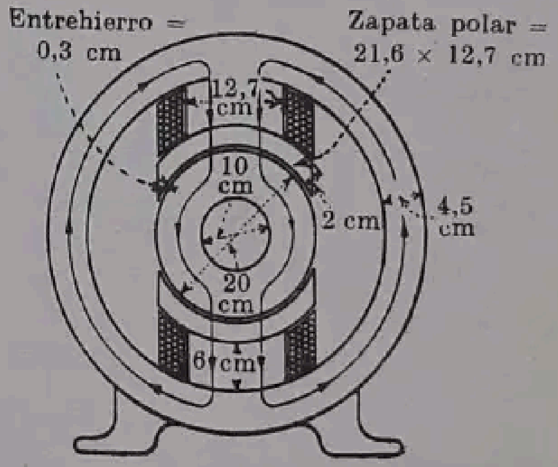


FIG. 574

436. Repetir el problema 435 para una densidad media del flujo en el entrehierro, de 7000 maxwell/cm².

437. Repetir el problema 435 considerando un entrehierro de 0,25 cm.

438. Repetir el problema 436 suponiendo que el entrehierro es de 0,25 cm.

439. La figura 575 representa una parte de una dínamo hexapolar, de 500 Kw a 250 voltios. Pueden verse dos circuitos magnéticos completos, así como parte de otros dos. El diámetro exterior del inducido es de 30″; el espesor radial del hierro del mismo, incluídos los dientes, de 4,5″, y su longitud axial de 14″. Las ranuras tienen 1,5″ de profundidad. Los núcleos polares son de 7 × 13,5″ y las caras polares de 10 × 13,5″. El espesor radial de la culata es de 3″ y su longitud en el sentido del eje, de 16″. Los nú-

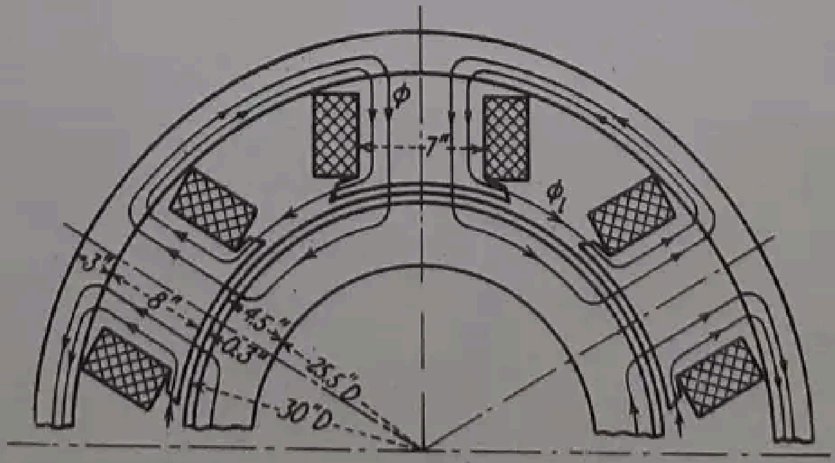


FIG. 575

cleos polares y el inducido están construídos con chapa de acero para dínamos, cuya curva de imanación se da en la figura 201 (pág. 283). La proporción entre el neto y bruto del hierro del inducido es de 0,92. La culata es de acero laminado, cuya curva de imanación es prácticamente igual a la del acero fundido que se representa en la figura 201.

Los recorridos generales del flujo normal φ y del de dispersión φ_1 se señalan en la figura. La relación de dispersión vale $(\varphi + \varphi_1) : \varphi = 1{,}20$. Para calcular los amperios vuelta por polo se despreciarán los requeridos por las piezas polares, considerándose una longitud de 7″. El entrehierro tiene una longitud equivalente de 0,3″. Cuando el flujo en el entrehierro es de $5{,}6 \cdot 10^6$ maxwell, determinar: *a*) densidad media del flujo en el entrehierro; *b*) densidad del flujo en las chapas del inducido, en los núcleos polares y en la culata; *c*) amperios-vuelta precisos para el entrehierro. Utilizando las curvas de imanación de la figura 201, determinar también: *d*) amperios-vuelta necesarios para cada núcleo polar; *e*) amperios-vuelta para la culata, y *f*) número total de amperios-vuelta requerido por polo.

440. Repetir el problema 439 para un flujo en el entrehierro de $6 \cdot 10^6$ maxwell.

441. Repetir el problema 439 para un flujo en el entrehierro de $6{,}8 \cdot 10^6$ maxwell.

442. Repetir el problema 440 para una longitud efectiva del entrehierro de 0,26″.

443. Repetir el problema 441 para una longitud efectiva del entrehierro de 0,26″.

444. Un núcleo de transformador construído con chapas de acero al silicio de 0,0356 cm de espesor y 12 cm de ancho tiene una sección recta de 144 cm² y un volumen de 12 000 cm³. El núcleo está sometido a un flujo alterno que varía entre un valor positivo y otro negativo, ambos de 1 293 000 maxwell, con una frecuencia de 60 períodos por segundo. Debido a la oxidación superficial de las chapas, la relación entre el acero útil y la sección transversal bruta es de 0,9. Empleando los datos consignados en el § 194 (pág. 290; $\eta = 0{,}001$) determinar: *a*) pérdidas por ciclo y centímetro cúbico, en ergios; *b*) pérdida total en ergios por ciclo; *c*) pérdida en ergios por segundo; *d*) pérdidas de potencia por histéresis, en vatios (1 vatio = 10^7 ergios/seg.).

445. Repetir el problema anterior cuando el flujo vale 1 350 000 maxwell y la frecuencia 50 períodos/seg.

446. Repetir el problema 444 si el flujo es de 1 400 000 maxwell y la frecuencia 25 períodos/seg.

447. El volumen de un núcleo de transformador, construído con chapas de acero al silicio de 0,0356 cm de grueso, es de 16 386 cm³ y la sección transversal bruta es de 103 cm². La relación entre el acero útil y la sección transversal total del núcleo es de 0,9. Determinar: *a*) pérdidas por histéresis en ergios por centímetro cúbico y por ciclo si la densidad máxima de flujo es de 11 000 maxwell/cm²; *b*) pérdidas por histéresis en vatios para una frecuencia de 60 períodos/seg.

448. En el problema 444 determinar las pérdidas por corrientes parásitas, en vatios. La resistividad de las chapas es de 60 microohmios/cm.

449. En los problemas 447 y 448 determinar las pérdidas por corrientes parásitas cuando la frecuencia es de 25 períodos/seg.

450. Un núcleo de transformador se construye con chapas de acero para transformadores de 0,0356 cm de grueso y 10 cm de ancho, apiladas de modo que la sección bruta de acero sea de 103 cm². La relación entre el acero útil y la sección bruta es de 0,9 y el volumen total de 15 740 cm³. La resistividad del acero es de 60 microohmios/cm. Determinar las pérdidas por corrientes parásitas en vatios para frecuencias de 50 y 60 períodos por segundo y una densidad de flujo de 9 000 gauss.

451. En un núcleo de transformador de chapas de acero laminado, las pérdidas por histéresis son de 240 vatios cuando el flujo total (valor máximo) es de 320 000 maxwell y la frecuencia de 50 períodos/seg. Determinar las pérdidas cuando: *a*) la frecuencia es de 60 períodos/seg., sin variar el flujo; *b*) el flujo es de 300 000 maxwell y la frecuencia de 50 períodos/seg.; *c*) el flujo es de 280 000 maxwell y la frecuencia de 60 períodos/seg.

452. En el problema 451, las pérdidas por corrientes parásitas son de 104 vatios cuando el flujo es de 320 000 maxwell y 50 períodos/seg. Determinar las pérdidas por corrientes parásitas en los casos *a*), *b*) y *c*).

453. En la tabla I de la página 293 se consignan las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas para chapas de acero del tipo de «transformador C» (1,45 vatios/Kg y 0,251 vatios/Kg) correspondientes a 60 períodos/seg. y 10 000 gauss. Determinar estas dos pérdidas a: *a*) 60 períodos/seg. y 9 000 gauss; *b*) 50 períodos/seg. y 12 000 gauss; *c*) 25 períodos por segundo y 13 000 gauss.

454. Repetir el problema anterior, referido al tipo especial para dínamos (2,01 y 0,291 vatios por kilogramo).

455. En un núcleo de transformador se miden las pérdidas para frecuencias de 60 y 25 períodos/seg., y con una densidad de flujo de 10 000 gauss, encontrándose que valen 67,5 vatios y 23,2 vatios. Separar las pérdidas y determinar, para la densidad de flujo consignada: *a*) histéresis y corrientes parásitas a 60 períodos/seg. y a 25 períodos/seg.

456. Las pérdidas en el nucleo de un transformador a una densidad de flujo constante de 10 000 gauss y medidas a frecuencias de 60 y 25 períodos/seg. resultan ser de 309,5 y 105,5 vatios. Determinar las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas para frecuencias de: *a*) 60 períodos/seg.; *b*) 25 períodos/seg.

457. Un solenoide recto sin núcleo, de 150 cm de longitud, está constituído por un arrollamiento primario de una sola capa de hilo para electroimanes, con 12 espiras/cm y un secundario de 1 200 espiras, devanado sobre el primario cerca del centro. El diámetro interior del solenoide es de 5 cm. Cuando la corriente primaria es de 0,6 amperios, determinar: *a*) densidad del flujo, en gauss, en el centro del solenoide; *b*) flujo total en maxwell; *c*) producto de las espiras del solenoide por las líneas de flujo que abrazan *(flux linkage*, véase pág. 325) en unidades c.g.s.

458. En el problema anterior y utilizando unidades m.k.s. racionalizadas, determinar: *a*) densidad del flujo en weber por metro cuadrado en el centro del solenoide; *b*) flujo total en weber; *c*) acoplamiento *(flux linkage)* con el secundario en unidades m.k.s.

459. Repetir el problema 458 empleando unidades m.k.s. racionalizadas.

460. Una bobina secundaria con 24 espiras, empleada para el método de la culata, y un galvanómetro balístico se empalman en serie con el secundario del solenoide del problema 457. Cuando la corriente de 0,60 amperios del primario del solenoide normal se anula bruscamente abriendo el conmutador, la desviación balística del galvanómetro es de 8,5 cm. Determinar: *a*) la constante del galvanómetro [véase fórmula (206), pág. 314]. *b*) la corriente en el primario de la muestra de culata se hace aumentar desde cero hasta 0,4 amperios y se quita una sección de la muestra, anulando con ello bruscamente el flujo. La desviación correspondiente del galvanómetro es de 8,8 cm. Determinar el valor del flujo en la muestra: *c*) si el diámetro de la muestra de culata es de 1 cm, determinar la densidad del flujo.

461. En el problema 460 se aumenta hasta 1,5 amperios la corriente en la muestra de culata, se la hace descender hasta anularla y entonces se incrementa hasta 0,9 amperios en dirección contraria. En estas condiciones se quita la mitad de la muestra, y la desviación correspondiente del galvanómetro es de 12,3 cm, en sentido inverso. Determinar la densidad de flujo correspondiente a este valor de la intensidad de la corriente. Hacer un esquema de las pérdidas por histéresis indicando este punto y el similar dado en el problema 460.

462. La curva normal de saturación de una muestra de anillo se determina por el método del anillo. La sección transversal del anillo es de 1 cm², y el diámetro medio de 10 cm. Para las mediciones se emplea el galvanómetro del problema 460, sin variar su graduación. El secundario del anillo tiene veinte espiras. Con una *inversión* completa de la corriente en el primario del anillo, la desviación del galvanómetro es de 14 cm. Determinar el flujo en el anillo para este valor de la corriente.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO IX

Autoinducción e inducción mutua

1. Describir cómo se induce una f.e.m. en una bobina introduciendo una barra imanada por su centro. Analizar la reacción que se desarrolla entre la corriente inducida y el agente inductor.

2. Describir las reacciones que se desarrollan cuando se retira una barra magnética del interior de una bobina. Comparar la dirección de la f.e.m. inducida con la que resultaría en el problema 1. Demostrar que la reacción en la barra imanada es la misma, tanto si se introduce la barra magnética en la bobina, como si se retira de ella.

3. Deducir la fórmula de la f.e.m. inducida cuando se produce una variación de flujo de $\Delta\varphi$ maxwell en Δt segundos, así como cuando el flujo varía en cada instante.

4. ¿Cuál es la posición geométrica de las líneas de inducción con relación a la corriente en el circuito? Comparar esta relación con el término *acoplamiento*. ¿Cómo debe calcularse este «acoplamiento»? Con permeabilidad constante, ¿qué relación existe entre la autoinducción y el «acoplamiento» total? Definir la autoinducción en estas condiciones y la unidad correspondiente.

5. ¿Cómo varía la autoinducción con el número de espiras cuando la permeabilidad es constante?

6. Si el flujo que abraza la bobina se hace variar cambiando la intensidad de la corriente en la bobina, demostrar que debe inducirse una f.e.m. ¿Cuál será la relación entre la dirección de esta f.e.m. y la dirección de la corriente en las espiras? ¿De qué manera afecta la f.e.m. inducida a la rapidez con que la corriente alcanza el valor dado por la ley de Ohm?

7. Deducir la fórmula de la f.e.m. inducida cuando la variación de la intensidad de la corriente es de Δi amperios en Δt segundos, así como cuando se producen variaciones instantáneas de la corriente con el tiempo.

8. En las preguntas 3 y 7 ¿cuáles son las fórmulas de la f.e.m. inducida que deben ir precedidas de signo menos? Consignar la ley de Lentz demostrando que está de acuerdo con la de conservación de la energía.

9. Definir la autoinducción en el caso de permeabilidad variable. Indicar un método para obtener el valor de la autoinducción en estas condiciones.

10. Deducir la ecuación que da el incremento de la intensidad de la corriente en función del tiempo, en un circuito que tenga una resistencia y una autoinducción en serie. Trazar un gráfico que haga patente esta relación.

11. ¿Qué se entiende por *constante de tiempo* de un circuito y cuáles son las dos cantidades que la definen? En términos generales, ¿qué es lo que indica con relación al circuito? ¿Cuál es la importancia práctica del retraso producido en la corriente por la autoinducción?

12. Explicar por qué continúa circulando la corriente en un circuito inductivo después de ponerlo en corto circuito. Deducir la expresión que relaciona la intensidad de la corriente con el tiempo. Indicar el valor de la intensidad de la corriente correspondiente al valor del tiempo dado por la constante del tiempo del circuito.

13. Comentar las dos afirmaciones siguientes: Se requiere determinada potencia durante un cierto intervalo de tiempo para almacenar energía en un campo magnético. No se requiere ninguna potencia para mantener constante un campo magnético.

14. Comparar la energía almacenada en un campo magnético con un caso mecánico análogo. Explicar la relación entre la energía almacenada en el campo magnético con el consumo de energía que puede ser necesario para mantenerlo. Estimar la energía suministrada a una bobina excitatriz de un electroimán una vez que la corriente ha alcanzado un valor constante. ¿Cómo varía la energía magnética almacenada en relación con la corriente? Exponer la fórmula que da la energía almacenada en función de la autoinducción y la intensidad de la corriente.

15. ¿Cómo se manifiesta la energía del campo magnético cuando se interrumpe la corriente que lo mantiene? ¿Cómo puede demostrarse que este hecho no es debido simplemente a la interrupción de la corriente? Analizar por qué se forman arcos en los contactos de los interruptores cuando se abre un circuito inductivo. ¿En qué condiciones estos arcos pueden, en la práctica, representar un peligro? ¿Cómo puede eliminarse éste parcial o totalmente?

16. Describir un interruptor de campo y dibujar un esquema de conexiones del mismo. Deducir la fórmula que da la f.e.m. en el circuito de campo en función de la tensión en las barras de excitación y la resistencia en derivación.

¿Qué peligros para las personas puede representar la apertura de circuitos inductivos? Trazar un esquema de conexiones indicando la posición correcta de un voltímetro conectado a un circuito inductivo.

17. Indicar, por medio de un esquema de conexiones, el método para utilizar la energía magnética almacenada en el encendido de los motores de automóvil.

18. Explicar cómo es posible, mediante la variación de la corriente en una bobina, inducir una f.e.m. en otra bobina completamente aislada de la primera. Probar que este caso es análogo al de la producción de f.e.m. por introducción de una barra magnética en la segunda bobina. ¿Cuál es la relación entre la dirección de la f.e.m. inducida en el secundario cuando se cierra el circuito primario, y la dirección de la misma cuando se abre el circuito primario? Comparar las direcciones de la corriente inducida y la inductora. ¿En qué ley fundamental se basa la relación que las liga?

19. Deducir la fórmula que da la f.e.m. inducida en una bobina por una variación Δi de la intensidad de la corriente en otra bobina. Repetirla para el caso de variaciones instantáneas de la corriente con respecto al tiempo.

20. Explicar la posibilidad de que todo el flujo producido por una bobina abrace la totalidad del arrollamiento de una segunda bobina. Definir el *coeficiente de acoplamiento*.

21. Cuando la corriente en una bobina es igual a la unidad, ¿a qué factores es proporcional la inducción mutua? Definir la inducción mutua en función de la velocidad de variación de la corriente en uno de los dos circuitos.

22. Exponer los métodos para incrementar la inducción mutua entre dos circuitos. Probar que si dos circuitos eléctricos abrazan el mismo circuito magnético, su inducción mutua es $L_m = k\sqrt{L_1 L_2}$, siendo k el coeficiente de acoplamiento, y L_1 y L_2 los coeficientes de autoinducción de los dos circuitos.

23. Si las dos bobinas de la pregunta 22 se conectan en serie, probar que la autoinducción total es $L = L_1 + L_2 \pm 2L_m$.

24. Escribir la fórmula que da la energía total almacenada en un circuito acoplado magnéticamente.

25. Describir los métodos que se emplean para medir la inducción mutua por medio de un puente de corriente alterna.

26. Exponer los efectos generales de la autoinducción sobre las variaciones de la corriente. ¿A qué propiedad mecánica puede compararse? Exponer analogías mecánicas de la autoinducción.

27. Describir el funcionamiento de la bobina de inducción, probando que depende de la inducción mutua. ¿Por qué método se interrumpe la corriente primaria, y por qué razón se necesita interrumpir la corriente? ¿Qué carácter tiene la f.e.m. inducida en el secundario?

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO IX

Autoinducción e inducción mutua

463. En la figura 576 se representa el polo N de una barra imanada, cuya intensidad es de 120 unidades c.g.s. de polo y que rápidamente se introduce en una bobina de 400 espiras. El tiempo que tarda en pasar el polo por el centro de la bobina es de 0,1 seg. Determinar: *a*) la dirección de la f.e.m. inducida (entrante o saliente en la sección superior de la bobina); *b*) la f.e.m. media inducida. El polo se extrae de la bobina en 0,08 seg. Determinar: *c*) dirección de la f.e.m. inducida [ver caso (*a*)]; *d*) f.e.m. media inducida.

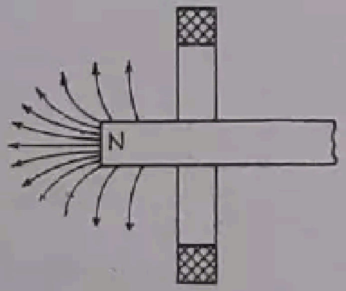


FIG. 576

464. Una bobina (fig. 577) comprende 600 espiras y, cuando la corriente que por ella circula es de 4 amperios, abraza un flujo $\varphi = 8000$ maxwell. Calcular: *a*) el «acoplamiento» inductivo en maxwell-vuelta; *b*) el número de maxwell-vuelta por amperio dividido por 10^8; *c*) la autoinducción de la bobina en henrios.

465. Una bobina de iguales dimensiones que la de la figura 577 tiene doble número de espiras, pero la sección del hilo es solamente la mitad, de modo que las dimensiones generales no varían. La intensidad de la corriente es también de 4 amperios. Contestar las preguntas *a*), *b*) y *c*) del problema 464. *d*) Comparar estos resultados con los de dicho problema y determinar la relación entre la autoinducción y el número de espiras si la reluctancia magnética es constante.

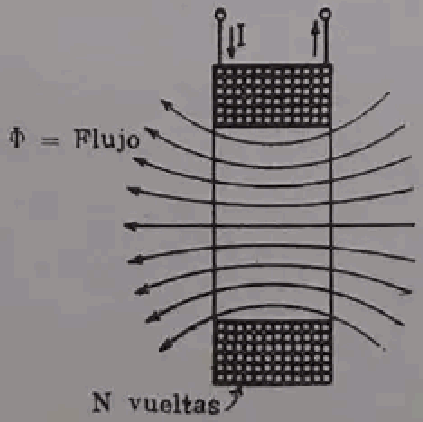


FIG. 577

466. En la figura 578 se representa un pequeño relevador magnético, excitado mediante dos bobinas, acopladas en serie de modo que se sumen sus acciones, que tienen cada una de ellas 400 espiras. La sección transversal de hierro es de 1,8 cm², y el entrehierro es de 1,5 mm de longitud. La reluctancia del hierro es despreciable comparada con la del entrehierro. Se despreciarán los efectos marginales. Cuando la corriente en la bobina es de 2 amperios, determinar: *a*) reluctancia del entrehierro; *b*) flujo en maxwell; *c*) «acoplamiento» en maxwell-vuelta; *d*) autoinducción en henrios.

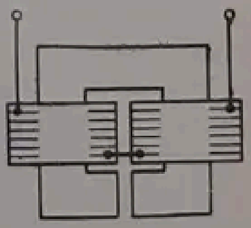


FIG. 578

467. En el problema anterior se suponen las bobinas acopladas en paralelo y que la corriente total que circula por ellas, de 5 amperios, se divide por igual entre las dos. Determinar: *a*) flujo en maxwell; *b*) «acoplamiento» en maxwell-vuelta en cada bobina; *c*) autoinducción en henrios para el *circuito*.

468. En el problema 466 se desea que la inductancia sea de 0,16 henrios. Determinar el número de espiras que deberán tener las bobinas.

469. En el solenoide anular representado en la figura 579, la longitud equivalente de su núcleo, no magnético, es de 21 cm, y su sección transversal de 1,8 cm². El anillo lleva 600 espiras. Cuando la corriente es de 0,8 amperios, determinar: *a*) el flujo en maxwell; *b*) maxwell-vuelta de «acoplamiento»; *c*) maxwell-vuelta de acoplamiento por amperio; *d*) autoinducción del anillo en henrios y milihenrios (1 mh = 0,001 henrio).

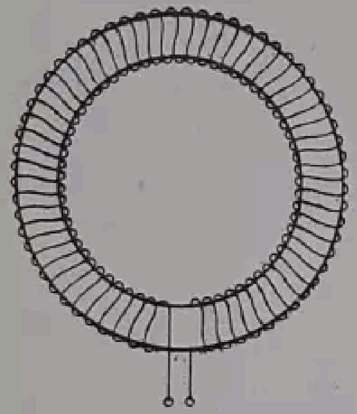


FIG. 579

470. Repetir el problema anterior suponiendo que el solenoide lleva 800 espiras y que los demás datos no varían.

471. Un solenoide anular de las mismas dimensiones que el de la figura 579 tiene un núcleo de acero cuya permeabilidad puede suponerse constante e igual a 800. El número de espiras es de 600. Se ha hecho en él un corte de 0,04 cm de entrehierro. La intensidad de la corriente es de 0,05 amperios. Determinar: *a*) el flujo en maxwell; *b*) maxwell-vuelta de «acoplamiento»; *c*) reluctancia del hierro; *d*) reluctancia en el entrehierro; *e*) autoinducción en milihenrios.

472. Un solenoide anular, con núcleo similar al del problema 471, se bobina con 400 espiras excitándose con una corriente de 1,5 amperios. La permeabilidad permanece constante y con valor 800. Determinar: *a*) flujo en maxwell; *b*) maxwell-vuelta de «acoplamiento»; *c*) autoinducción en milihenrios.

473. Un solenoide de núcleo móvil (fig. 185, pág. 262) lleva 2 500 espiras de hilo para electroimanes. Cuando la corriente es de 4 amperios, el flujo neto abrazado por las espiras es de 60 000 maxwell. Suponiendo que la permeabilidad es constante, determinar *a*) maxwell-vuelta de «acoplamiento»; *b*) acoplamiento en unidades c.g.s. por amperio, divididas por 10^8; *c*) autoinducción del solenoide en henrios; *d*) la inductancia de este solenoide, en funcionamiento, ¿debe ser constante incluso si la permeabilidad del hierro lo es? Explicarlo.

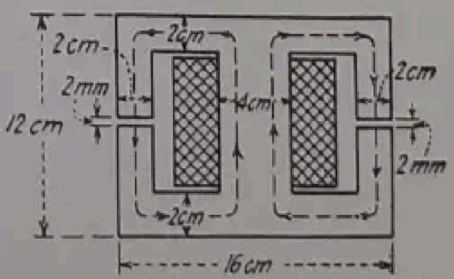


FIG. 580

474. El solenoide del problema 473 se vuelve a bobinar disponiendo 5 000 espiras de hilo para electroimanes de sección igual a la mitad de la considerada en el problema 473. Funciona ahora a la mitad de la tensión, con lo que la intensidad de la corriente es de 2 amperios. Determinar: *a*) maxwell-vuelta de «acoplamiento»; *b*) autoinducción en henrios y su relación con la obtenida en el problema 473 (compárese con el número de espiras).

475. La autoinducción de una bobina que tiene 800 vueltas bobinadas sobre un núcleo de hierro de permeabilidad constante es de 0,24 henrios. Cuando la corriente es de 10 amperios, determinar el flujo en maxwell suponiendo que en su totalidad atraviesa las espiras.

476. En la figura 580 se representa un circuito magnético con dos ramas simétricas, excitado por una bobina de 1 600 espiras, bobinada sobre el brazo central. La dimensión normal al dibujo es de 2 cm. En cada rama hay un entrehierro. La permeabilidad relativa del hierro puede considerarse constante e igual a 800. La intensidad de la corriente en la bobina de excitación es de 1,25 amperios. Determinar: *a*) reluctancia de cada rama del circuito en unidades m.k.s. racionalizadas; *b*) reluctancia total; *c*) flujo abrazado por las espiras, en weber; *d*) autoinducción en henrios; *e*) energía almacenada, en julios.

477. A través de una bobina de 1200 espiras pasa un circuito magnético, y cuando la corriente es de 4 amperios el flujo es de $5 \cdot 10^{-3}$ weber. Determinar: *a*) la autoinducción; *b*) el número de espiras que es necesario añadir para que la autoinducción valga 2 henrios.

478. Los dos arrollamientos inductores de una dínamo bipolar contienen 2000 espiras cada uno. Cuando la corriente excitatriz es de 0,75 amperios, el flujo a través del entrehierro es de 0,03 weber. El coeficiente de dispersión es 1,25 (relación entre el flujo en el núcleo y el flujo en el inducido). Suponiendo que la permeabilidad del hierro es constante, determinar: *a*) la autoinducción de este circuito inductor; *b*) energía almacenada en el campo, en julios; *c*) f.e.m. media inducida por la variación del flujo abrazado, cuando el circuito se abre en 0,08 seg.

479. En un generador tetrapolar hay 3600 espiras por polo y cuando la corriente de excitación es de 0,5 amperios, el flujo en el entrehierro es de 0,0135 weber. El coeficiente de dispersión es 1,25. Determinar: *a*) los weber que corta cada espira; *b*) el «acoplamiento» en weber-vuelta por polo; *c*) el «acoplamiento» total en weber-vuelta; *d*) la autoinducción del circuito inductor, despreciando las variaciones de reluctancia; *e*) la energía almacenada en julios; *f*) f.e.m. inducida en el inductor por la variación del flujo producida al abrir el circuito en 0,1 seg.

480. El arrollamiento de un solenoide es de 500 espiras. La relación entre el flujo producido por este arrollamiento y la corriente viene dada por la figura 228 (*b*) (pág. 330). Determinar la autoinducción del solenoide cuando la corriente de excitación es de: *a*) 1,5 amperios; *b*) 2,5 amperios (véase § 218, pág. 330); *c*) determinar la f.e.m. inducida en *a*), si la corriente aumenta a razón de 120 amperios por segundo; *d*) en *b*) si la corriente aumenta a razón de 30 amperios/seg. (El valor de $d\varphi : di$ para 1,5 amperios es $0{,}86 \cdot 10^5$ y para 2,5 amperios, $4{,}8 \cdot 10^4$ maxwell por amperio).

481. Los datos que siguen expresan la relación entre el flujo y la corriente de excitación en el circuito de un solenoide que tiene 1000 espiras en su arrollamiento de excitación:

Amperios..........	0	0,4	0,6	0,8	1,1	1,4	1,7	2,0	2,2	2,4	2,6
Kilomaxwell.......	0	23,0	33,2	42,5	54,0	64,0	71,0	76,8	79,8	82,0	83,5

Determinar la autoinducción cuando la corriente: *a*) varía de 0 a 0,5 amperios (parte recta de la curva); *b*) es igual a 1 amperio; *c*) es igual a 1,6 amperios; *d*) es igual a 2,2 amperios. Cuando la corriente aumenta a razón de 120 amperios por segundo, determinar la f.e.m. inducida: *e*) en *a*); *f*) en *b*); *g*) en *c*); *h*) determinar en *a*) y *b*) la velocidad de variación del flujo con relación a la corriente.

482. Un circuito que comprende una resistencia de 15 ohmios en serie con una autoinducción de 0,6 henrios se conecta súbitamente a una red de tensión constante de 120 voltios. Determinar: *a*) la fórmula que da la corriente en este circuito en función del tiempo y calcular gráficamente con ella: *b*) la constante de tiempo del circuito; *c*) la corriente en el tiempo *b*); *d*) la corriente para el tiempo 0,08 seg.; *e*) velocidad de aumento de la corriente en *b*) y en el momento dado en *d*).

483. En el problema 482, determinar la energía almacenada en el campo magnético cuando la corriente es: *a*) 3 amperios; *b*) 6 amperios; *c*) cuando la corriente alcanza su valor estacionario; *d*) determinar la velocidad de aumento de la corriente en el instante de cerrar el circuito.

484. La resistencia de un relevador telefónico, que funciona a 24 voltios, es de 750 ohmios, y su autoinducción de 8,6 henrios. Determinar: *a*) la fórmula que da la intensidad de la corriente en miliamperios en función del tiempo y determinar gráficamente mediante ella; *b*) la constante de tiempo del circuito; *c*) velocidad de variación de la corriente en el instante de cerrar el circuito; *d*) aumento de la corriente en el instante 0,04 seg. *e*) Si se requieren 28 mA para iniciar el movimiento de la armadura del relevador, determinar el retardo de tiempo después de cerrar el circuito.

485. La armadura de un relevador dispuesto en un circuito a 240 voltios no empieza a funcionar hasta que la corriente llega a ser de 0,36 amperios. Se quiere que el relevador cierre 0,005 seg. después de que se haya cerrado el circuito. La resistencia del relevador es de 400 ohmios y su autoinducción de 2 henrios. Determinar la resistencia que debe intercalarse en serie con el relevador.

486. El campo inductor de un generador síncrono tiene una autoinducción de 6 henrios y una resistencia total de 30 ohmios. Cuando se acopla a una red de 240 voltios constantes, determinar: *a*) la ecuación de la corriente, obteniendo gráficamente: *b*) la energía almacenada en el campo magnético para un valor del tiempo correspondiente a la constante de tiempo del circuito; *c*) la potencia perdida en la resistencia en *b*); *d*) la velocidad de aumento de la corriente en el instante de cerrar el circuito, y para un valor del tiempo igual al de la constante de tiempo.

487. El circuito del problema 482 se pone repentinamente en corto circuito después de que la corriente alcanza su valor estacionario. Determinar: *a*) la fórmula que da la corriente en función del tiempo; *b*) la velocidad a la cual empieza a decrecer la corriente; *c*) la corriente en el instante correspondiente a la constante de tiempo del circuito; *d*) la energía almacenada en el campo en *c*); *e*) el valor de la corriente cuando el tiempo $t = 0{,}06$ segundos; *f*) pérdidas de potencia en la resistencia y suministrada por el campo magnético en *e*).

488. El campo del alternador del problema 486 se desconecta cuando la corriente en él alcanza su valor estacionario y simultáneamente se conecta en serie con una resistencia de descarga de campo de 30 ohmios (véase fig. 232, pág. 338). Determinar: *a*) el valor inicial de la corriente en el campo y en la resistencia; *b*) el valor inicial de la tensión entre terminales del arrollamiento inductor y de la resistencia; *c*) la ecuación de la corriente; *d*) la velocidad a la cual disminuye la corriente a los 0,06 seg.; *e*) la energía almacenada en el campo magnético en el tiempo *d*).

489. En el caso del problema 486 se desea que la f.e.m. en el campo inductor no exceda de 600 voltios. Determinar: *a*) resistencia de descarga del campo; *b*) corriente inicial en el campo inductor, en el instante en que se abre el interruptor del campo; *c*) energía magnética en el campo en el caso *b*); *d*) fórmula que da la intensidad de la corriente inductora en función del tiempo; *e*) energía magnética almacenada en el campo cuando el tiempo es igual al valor de la constante de tiempo; *f*) pérdidas de potencia en el inductor, en el instante definido en *e*).

490. Un circuito en serie que comprende una resistencia de 20 ohmios y una autoinducción de 1 henrio se conecta momentáneamente a una red a 120 voltios. Al cabo de 0,05 seg. se pone en corto circuito. Determinar: *a*) el valor de la corriente en el momento del corto circuito; *b*) la energía almacenada en el campo magnético en este instante; *c*) valor de la corriente en función del tiempo; *d*) a partir del resultado de *c*), trazar la curva de la corriente en función del tiempo, hasta que la intensidad sea casi nula. En el momento del corto circuito determinar el incremento de la corriente en amperios por segundo cuando: *e*) aumenta; *f*) empieza a decrecer.

491. Dos bobinas A y B (fig. 581) están aisladas eléctricamente, pero colocadas de modo que el 70% del flujo producido por una de las bobinas lo abraza la otra. La bobina A es de 300 espiras y la B de 250. Cuando circulan 1,5 amperios por la bobina A, ésta produce un flujo de 100 000 maxwell. Determinar: *a)* el coeficiente de acoplamiento de los dos circuitos; *b)* cuántos maxwell abraza la bobina B. Si se interrumpe la corriente en A al cabo de 0,05 seg., determinar: *c)* la f.e.m. inducida en A y en B.

492. En el problema anterior, cuando la corriente en la bobina B es de 1,8 amperios, abraza ésta el mismo flujo que la bobina A cuando circulaban 1,5 amperios. Al interrumpir el circuito de B en 0,08 seg., determinar la f.e.m. inducida en B y en A.

493. Determinar la autoinducción en henrios de las bobinas A y B, en los problemas 491 y 492 y la inducción mutua fundándose en la definición de *la f.e.m. inducida en un circuito por unidad de variación de la corriente en el otro* (véase página 342). Comprobar el resultado obtenido por medio de la expresión (238), de la página 342.

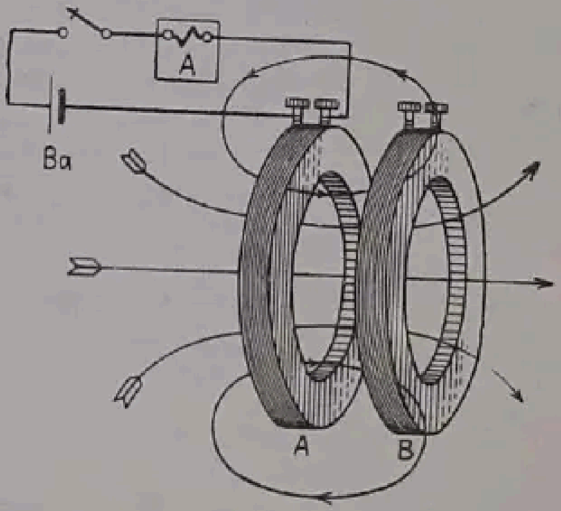


FIG. 581

494. Repetir el problema 493 con las bobinas más separadas, de manera que el coeficiente de acoplamiento sea 0,60.

495. Si en el problema 491 se supone que circulan 1,5 amperios por la bobina A y 1,8 amperios por la B, y que estas bobinas se conectan de modo que generen flujos en la misma dirección, determinar la energía magnética: *a)* en la bobina A sola; *b)* en la bobina B sola; *c)* la debida al acoplamiento y *d)* la total del sistema acoplado.

496. Repetir el problema anterior, pero en las condiciones del 494.

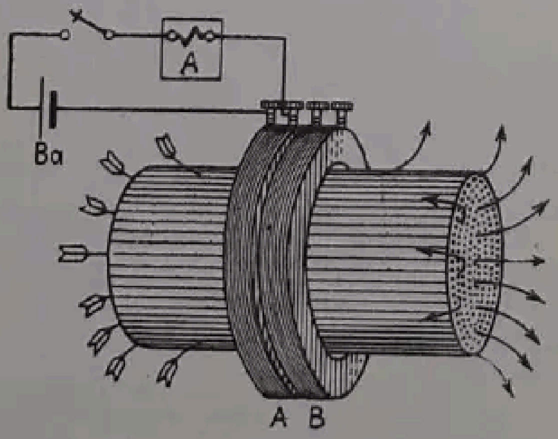


FIG. 582

497. Las bobinas A y B del problema 491 se unen magnéticamente mediante un núcleo de hierro, como se ve en la figura 582, de manera que, prácticamente, todo el flujo de una bobina lo corta la otra. Un décimo de amperio en A produce 100 000 maxwell en el circuito magnético conjunto. Determinar: *a)* intensidad de corriente que se necesita en B para producir el mismo flujo; *b)* autoinducción de la bobina A; *c)* autoinducción en B; *d)* inducción mutua; *e)* energía magnética del sistema acoplado cuando pasa por A 1 amperio y por B 2 amperios adicionándose sus efectos; *f)* como *e)*, pero si los efectos de las bobinas son opuestos y se considera constante la permeabilidad del núcleo.

498. Si la corriente de 0,1 amperio en A (problema 497) se interrumpe en 0,04 seg., determinar: *a)* la f.e.m. media inducida en B. Si se interrumpe una corriente de 0,2 amperios en la bobina B en 0,02 seg., determinar: *b)* la f.e.m. inducida en la bobina A. Determinar la energía total almacenada en el sistema acoplado para los valores antes consignados de las corrientes en las bobinas y actuando éstas de modo que sus efectos: *c*) se adicionen; *d*) se opongan.

499. En el problema 498 determinar: *a*) en cuánto tiempo se debe interrumpir la corriente en *B* para inducir 10 voltios en la bobina *B*; *b*) si la corriente en *B* es de 0,2 amperios, en cuánto tiempo se debe abrir el circuito para inducir 15 voltios.

500. En la figura 582, las bobinas *A* y *B* se conectan en serie, de manera que sus acciones se sumen. Determinar: *a*) la autoinducción del circuito completo; *b*) la energía almacenada en el campo magnético valiéndose de las fórmulas (232) y (249) de las páginas 336 y 346 respectivamente.

501. Repetir el problema 500 con las dos bobinas conectadas en serie, pero en oposición.

502. Dos bobinas *A* y *B* se hallan en el mismo circuito magnético. La *A* es de 600 espiras y la *B* de 400. Una corriente de un amperio en *A* produce en ella 120000 maxwell. El coeficiente de acoplamiento de las dos bobinas es de 0,80. Determinar: *a*) el flujo producido en *B* cuando por la *A* pasa una corriente de un amperio; *b*) las autoinducciones de *A* y de *B*; *e*) la inducción mutua entre *A* y *B*; *d*) la autoinducción con las dos bobinas conectadas en serie y con adición de sus efectos. La reluctancia del circuito magnético permanece invariable.

503. En el problema 502 calcular: *a*) la autoinducción de las dos bobinas en serie y en oposición magnética; *b*) la energía almacenada en *a*) para una corriente de 1,5 amperios; *c*) la energía almacenada con las dos bobinas en serie y en conjunción magnética para una corriente de 2 amperios.

504. Dos bobinas *A* y *B* se encuentran en el mismo circuito magnético. Se mide solamente la autoinducción de la bobina *A* y se encuentra que vale 0,6 henrios; de la misma manera se mide la autoinducción de *B*, que resulta ser 0,320 henrios. Se mide entonces la autoinducción de las dos bobinas conectadas en serie y de modo que se sumen sus efectos y se encuentra que es de 1,314 henrios. Determinar: *a*) la inducción mutua de las bobinas; *b*) el coeficiente de acoplamiento.

505. Dos bobinas *C* y *D* están en el mismo circuito magnético. Se mide primero la autoinducción de ambas en serie y sumándose sus efectos, que resulta ser de 0,7764 henrios; midiendo luego la autoinducción de las dos bobinas en serie y en oposición se halla 0,0236 henrios. Determinar: *a*) la inducción mutua; *b*) la autoinducción de la bobina *C*, si la de *D* es 0,16 henrios; *c*) el coeficiente de acoplamiento.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO X

Electrostática - Capacidad

1. De acuerdo con la teoría electrónica moderna, ¿en qué condiciones es un átomo eléctricamente neutro? ¿Cuándo queda el átomo cargado positivamente? ¿Cuándo queda la materia cargada negativamente?

2. Comparar el circuito eléctrico dinámico y los fenómenos electrónicos que se le asocian, con la electricidad en estado de reposo. Comparar también las electricidades dinámica y estática, explicando por qué razones parecen algunas veces ser las dos de distinta naturaleza.

3. Si dos cuerpos conductores aislados, colocados uno cerca del otro, se conectan a los terminales de una máquina de inducción, ¿sobre qué partes de ellos será mayor la densidad de carga?

4. Enunciar la ley de Culomb, expresándola mediante una fórmula analítica. Definir la unidad c.g.s. de carga.

5. Indicar los tres sistemas de unidades que se emplean ordinariamente en la electrostática. Comparar la constante dieléctrica del vacío en los tres sistemas. ¿Cuál es la unidad de fuerza en cada sistema?

6. ¿Qué efecto produce una carga eléctrica sobre el medio que la rodea? Compararlo con el que se produce alrededor de un imán. Definir el campo electrostático indicando algún hecho que demuestre su existencia. Definir qué es un tubo de fuerza.

7. Comparar el campo electrostático con corriente; con las líneas magnéticas de fuerza; con las líneas magnéticas de inducción. Demostrar que las líneas del campo han de ser normales a las superficies conductoras cuando penetran en ellas o salen de las mismas. Señalar las tres leyes que rigen la configuración del campo de fuerzas electrostático.

8. Si se dispone una carga positiva en las proximidades de un cuerpo conductor sin carga y aislado ¿qué fenómenos se producen? ¿Cuál es la relación entre la carga inductora y la inducida? Indicar las leyes que regulan la inducción. ¿Qué diferencia existe entre las cargas libres y las ligadas? ¿Cómo puede demostrarse experimentalmente que ambas se comportan de diferente manera?

9. ¿Por qué la carga positiva de una esfera aislada debe localizarse en la superficie de ésta y distribuirse uniformemente sobre ella?

10. Definir la intensidad del campo electrostático. ¿A qué magnitud magnética corresponde? En el sistema c.g.s. ¿cuál es la relación entre la intensidad del campo y la densidad del flujo? Demostrar que de cada unidad de carga salen o entran 4π líneas de fuerza.

11. Exponer el teorema de Gauss y su comprobación.

12. Definir la tensión en función de la intensidad del campo y la unidad de carga. ¿Qué significación tiene la «integral de la intensidad del campo»?

13. Establecer la distinción entre las propiedades dieléctricas y aislantes de un medio. ¿En qué aspecto de importancia difieren las líneas dieléctricas de las producidas por una corriente o una acción magnética? Dar algunos ejemplos de buenos aisladores y buenos dieléctricos. ¿En función de qué magnitudes se determina la rigidez dieléctrica? Exponer el mecanismo probable de la ruptura de los dieléctricos de acuerdo con la teoría electrónica actual.

14. ¿Qué efecto produce el disponer entre las placas de una capacidad un dieléctrico que no sea el aire? ¿Qué es la *constante dieléctrica*, y a qué propiedad magnética es análoga? ¿Cuál es la constante dieléctrica del vidrio, de la mica y del caucho? Para un número dado de líneas de fuerza ¿cómo varía la intensidad del campo en un dieléctrico, con la constante dieléctrica?

15. Definir un condensador. ¿Cuál es el efecto de aplicar una tensión a un condensador? Definir la capacidad electrostática. ¿Cuál es el orden de magnitud del tiempo requerido para cargar un condensador directamente por medio de un manantial de corriente continua? ¿Por qué cesa la corriente de circular?

16. ¿Cómo se puede probar que la electricidad se almacena efectivamente en los condensadores? ¿Cómo varía la cantidad de electricidad almacenada con la tensión? ¿Qué relación sencilla existe entre la carga, la capacidad y la tensión? Indicar tres formas de escribir la ecuación que relaciona la carga, la capacidad y la tensión.

17. ¿Cuál es la unidad práctica de capacidad? ¿Por qué se emplea ordinariamente el microfaradio como unidad? ¿En qué casos se emplea también el microfaradio como unidad? Definir la *elastancia* indicando en qué unidades se expresa.

18. Determinar la capacidad equivalente a la de varios condensadores conectados en paralelo. ¿Con qué relación referente a los circuitos eléctricos tiene semejanza?

19. Determinar la capacidad equivalente a la de varios condensadores conectados en serie. ¿Cuál es la relación entre las cargas eléctricas de varios condensadores conectados en serie? ¿A qué ecuación del circuito eléctrico se parece la que se refiere a la capacidad equivalente de varios condensadores en serie?

20. Deducir la relación entre las tensiones entre los bornes de un grupo de condensadores en serie, si se conocen sus capacidades individuales. ¿Dependen estas relaciones de las propiedades aislantes de los dieléctricos? En el caso de condensadores que tengan fugas ¿de qué depende la distribución final de tensiones?

21. Probar que la intensidad de campo entre placas paralelas cargadas es de $4\pi\sigma$ dinas por unidad de carga siempre que la distancia entre placas sea pequeña, comparada con su superficie. σ es la densidad de carga de las placas en unidades electrostáticas por centímetro cuadrado. ¿Cuántas líneas dieléctricas parten por centímetro cuadrado de cada una de las placas? ¿En un dieléctrico cuya constante dieléctrica sea la unidad ¿cuál es la relación entre la intensidad del campo $\mathbf{E}$ y la densidad del flujo D?

22. Probar que la fuerza de atracción entre placas paralelas cargadas y próximas es igual a $2\pi\sigma^2 A$ dinas.

23. ¿Cómo se puede probar que los condensadores almacenan energía? Esbozar el procedimiento que sirve para probar que la energía almacenada en un condensador de placas paralelas es $q^2/2C$ ergios si q es la carga en estatculombios o en unidades electrostáticas, y C la capacidad en estatfaradios. Probar que se obtiene la misma ecuación cuando se agrega una carga adicional al condensador.

24. ¿Cómo varía la energía almacenada en un condensador al hacerlo la tensión? Expresar la energía almacenada por centímetro cúbico en función de la intensidad del campo y la constante dieléctrica del medio.

25. Esbozar el procedimiento que se emplea para calcular la capacidad de un condensador. Demostrar que no puede existir un campo electrostático dentro de una región completamente rodeada por un cuerpo conductor siempre que no exista una carga en el interior de dicha región.

26. Deducir la ecuación que da la capacidad de un condensador de placas paralelas. ¿De qué factores depende dicha capacidad? ¿Cómo varía la capacidad con la superficie de las placas? ¿Cómo varía al disminuir la distancia entre placas o si se pone ebonita o vidrio en el espacio de aire? Demostrar que la expresión de la capacidad induce a error cuando no hay más que dos placas.

27. Demostrar que la fuerza que ejerce un filamento cargado e infinitamente largo sobre una unidad de carga situada a h cm del filamento es $2q : h$ dinas, si q es el número de unidades electrostáticas de carga por centímetro de longitud.

28. Partiendo de la relación obtenida en la pregunta 27, deducir la fórmula de la capacidad de un condensador formado por dos cilindros concéntricos. ¿Cómo varía ésta en función de la longitud del cilindro, con el radio del cilindro exterior y el del cilindro interior? Indicar una utilización corriente de este tipo de condensador.

29. Deducir la ecuación de la capacidad de los condensadores formados por esferas concéntricas. Probar que la capacidad de una esfera aislada en estatfaradios es igual a su radio en centímetros. ¿Cuál es la capacidad aproximada de la Tierra, en microfaradios, si se la considera como una esfera aislada?

30. Probar que la capacidad de dos cilindros paralelos es $1 : \left(4 \log_e \dfrac{D-r}{r}\right)$ estatfaradios por centímetro, partiendo para ello de la fórmula a que se refiere la pregunta 27.

Sistema de unidades m.k.s. no racionalizado

31. Si la permeabilidad del vacío μ_v vale 10^{-7}, demostrar que en el *sistema de unidades m.k.s. no racionalizado* la constante dieléctrica ε_v del vacío es $1{,}113 \cdot 10^{-10}$. Expresar la ley de Culomb en este sistema de unidades.

32. Demostrar que de cada unidad positiva de carga salen 4π líneas electrostáticas. Demostrar también que la densidad de flujo vale $D = \varepsilon_r \varepsilon_v \mathbf{E}$, si ε_r es la constante dieléctrica relativa y $\mathbf{E}$ la intensidad del campo.

Expresar las fórmulas referentes a:

33. Capacidad en faradios de un condensador de placas paralelas.

34. Intensidad del campo generado por un filamento largo y recto, que tiene una carga de q culombios por metro.

35. Capacidad en faradios por metro de un condensador formado por cilindros coaxiales.

36. Capacidad en faradios de un condensador formado por esferas concéntricas.

37. Capacidad en faradios por metro de un condensador formado por cilindros paralelos.

Sistema de unidades m.k.s. racionalizado

38. Si la permeabilidad del vacío μ_v', vale $4\pi \cdot 10^{-7}$, demostrar que en el sistema m.k.s. racionalizado, la constante dieléctrica ε_v' del vacío es $8{,}854 \cdot 10^{-12}$.

39. Expresar la ley de Culomb y demostrar que la intensidad del campo vale $\mathbf{E} = D : \varepsilon_r \varepsilon_v'$, si D es el desplazamiento.

Expresar las fórmulas referentes a:

40. Capacidad en faradios de un condensador de placas paralelas.

41. Intensidad del campo generado por un filamento largo y recto, que tiene una carga de q culombios por metro.

42. Capacidad en faradios por metro de un condensador formado por cilindros coaxiales.

43. Capacidad en faradios de un condensador formado por esferas concéntricas.

44. Capacidad en faradios por metro de un condensador formado por cilindros paralelos.

45. Un condensador C se conecta bruscamente a un manantial de tensión E constante. ¿Cuál es, teóricamente, el valor instantáneo de la corriente? Explíquese. Si una resistencia R se conecta en serie con un condensador ¿cuál es el valor I_0 de la intensidad de la corriente en el instante en que se cierra el circuito? Explicarlo.

46. Deducir la fórmula que da la intensidad i de la corriente en un condensador de capacidad C conectado en serie con una resistencia R, en función del tiempo t. Estudiar la fórmula obtenida.

47. En la pregunta anterior deducir la fórmula que da el valor q en el condensador. Estudiar la fórmula obtenida.

48. En las dos preguntas anteriores, deducir la constante de tiempo. Discutir su significación con respecto a la intensidad de la corriente y a la cantidad de electricidad durante la carga.

49. Un condensador cargado de C faradios y con f.e.m. E_0 se descarga sobre una resistencia R. Deducir el valor de la intensidad de la corriente en función del tiempo. Discutir la fórmula resultante.

50. Describir la constitución de un tipo sencillo de átomo gaseoso de acuerdo con la teoría electrónica moderna. Describir el mecanismo de la liberación de electrones por colisión. ¿Qué se entiende por ionización? Indicar las propiedades del aire ionizado. ¿Qué se entiende por efecto corona? Hacer un esquema de la disposición de electrodos que permita un elevado grado de ionización en el aire que rodea a uno de ellos sin que se llegue a la descarga disruptiva.

51. ¿Qué dos métodos se emplean comúnmente en la medición de capacidades? ¿En qué fenómeno se basa el método del galvanómetro balístico? ¿Qué relación existe entre la cantidad de electricidad que pasa por el galvanómetro y su máxima desviación balística?

La medición ¿debe hacerse en *carga* o en *descarga*? Explíquelo. ¿Cómo se calibra el galvanómetro?

52. Describir el método del puente para la medición de capacidades. Compararlo con el método del puente de Wheatstone para la medición de resistencias. ¿En qué difiere la fórmula de la capacidad de la que se emplea cuando se miden resistencias? ¿Cuál es el manantial de potencia y el detector sencillo que se emplea en el puente de capacidad?

53. ¿Cómo se puede localizar una interrupción en un cable? ¿De qué principio depende este método de medida? ¿Es aplicable el método si el cable está en contacto con tierra?

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO X

Electrostática - Capacidad

506. Dos pequeñas esferas situadas a una distancia de 15 cm entre sus centros, están cargadas con 5 estatculombios cada una, siendo la carga positiva en una esfera y negativa en la otra. Determinar: *a*) la fuerza en dinas que actúa entre ambas esferas; *b*) la fuerza entre ambas esferas si están dentro de un baño de aceite, que tenga una constante dieléctrica relativa de 2,5; *c*) la dirección de la fuerza en *a*) y en *b*). La distancia entre las esferas y las cargas permanecen invariables.

Tanto en este problema como en los que siguen, las cargas pueden suponerse concentradas en los centros de las esferas.

507. Las cargas de dos pequeñas esferas *A* y *B*, de un centímetro de radio y situadas a una distancia de 12 cm entre centros en el aire, son de 4 y 6 unidades electrostáticas positivas. Determinar: *a*) la fuerza en dinas entre ambas esferas; *b*) la fuerza en dinas cuando las esferas se sumergen en aceite cuya constante dieléctrica relativa sea 3,0; *c*) la dirección de la fuerza en *a*) y en *b*); *d*) el flujo dieléctrico total que sale de las esferas cuando están en el aire y cuando están en aceite.

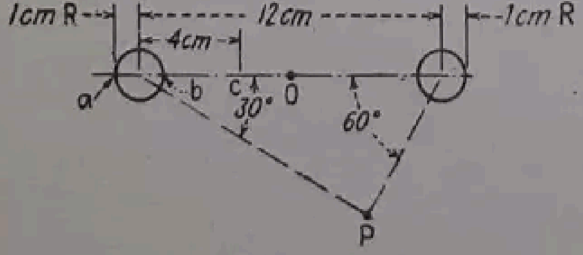


FIG. 583

508. En el problema 507 determinar la intensidad del campo en la línea que une los centros de las esferas y: *a*) sobre la superficie de la esfera *A*; *b*) sobre la superficie de la esfera *B*.

509. Dos esferas de un centímetro de diámetro cada una están separadas por una distancia de 12 cm entre centros y en el aire (fig. 583). Una de ellas tiene una carga positiva y la otra una negativa, ambas de 8 estatculombios. Determinar: *a*) la fuerza en dinas entre las dos esferas; *b*) el flujo dieléctrico que sale de las esferas o entra en las mismas; la intensidad del campo en: *c*) el punto *a*; *d*) el punto *b*; *e*) el punto medio *o* de la recta que une los centros; *f*) en un punto situado sobre la línea de los centros y a 4 cm del centro de la esfera de la izquierda; *g*) en el punto *P*.

510. Dos esferas pequeñas están en el aire y separadas por una distancia de 16 cm entre centros. Existe una carga de 12 unidades electrostáticas en una de ellas y la fuerza de atracción entre las dos esferas es de 1,5 dinas. Determinar: *a*) la magnitud y el signo de la carga de la segunda esfera; *b*) la fuerza en dinas sobre una unidad de carga situada en el punto medio de la recta que une los centros.

511. Dos pequeñas esferas *A* y *B* de 0,5 cm de radio, en el aire, están cargadas respectivamente con +8 y −12 unidades electrostáticas, respectivamente. La fuerza entre las dos es de 0,375 dinas. Determinar: *a*) la distancia en centímetros entre los centros de las esferas; *b*) el número de líneas que sale de la esfera *A*; *c*) el que entra en la *B*; *d*) la intensidad de campo en la superficie de la esfera *A* y el punto de intersección de la línea que une los centros; *e*) ídem sobre la esfera *B*; *f*) la fuerza sobre una unidad de carga positiva, situada en el punto medio de la recta que une los centros de las dos esferas.

512. Repetir el problema 511 para esferas sumergidas en aceite cuya constante dieléctrica sea 2,5. Las cargas de las esferas no varían.

513. En un condensador esférico semejante al que representa la figura 260 (pág. 375), el radio de la esfera interior es de 3 cm y el de la cara interna de la exterior de 8 cm. De la esfera *A* salen 150,8 líneas dieléctricas hacia la esfera exterior *B*. El dieléctrico es el aire. Determinar: *a*) la carga en unidades electrostáticas sobre la esfera interior; *b*) el número de líneas por centímetro cuadrado en la superficie de la esfera interior *A*; *c*) la intensidad del campo en la superficie de la esfera interior; *d*) el número de líneas por centímetro cuadrado en la cara interna de la esfera exterior *B*; *e*) la intensidad del campo en el punto medio de la distancia entre las dos superficies esféricas; *f*) determinar la ley de variación de la densidad de las líneas dieléctricas con relación a la distancia al centro de la esfera interior.

514. Un condensador cuya capacidad es de 50 μf está conectado a una línea a 200 voltios. Determinar: *a*) la carga en culombios que tomará; *b*) si la tensión es de 320 voltios, ¿cuál será la carga?; *c*) si en ambos casos el condensador se carga en 0,2 segundos con una corriente constante, el valor de la corriente y de la energía total en cada caso.

515. La capacidad de un condensador es de 36 μf. Determinar: *a*) su f.e.m. cuando la carga es de 9000 microculombios; *b*) hasta qué valor debe aumentarse la carga para que la f.e.m. sea igual a 400 voltios; *c*) energía almacenada en los casos *a*) y *b*).

516. Un condensador de 50 μf de capacidad se carga por medio de una corriente de 0,001 amperios. Determinar: *a*) el tiempo que empleará dicha corriente para que la f.e.m. del condensador sea de 300 voltios; *b*) energía almacenada durante el tiempo *a*).

517. Un condensador se carga por medio de una corriente constante de 0,0012 amperios durante 25 segundos, y en este tiempo su f.e.m. llega a ser de 600 voltios. Determinar: *a*) la capacidad del condensador; *b*) la energía almacenada.

518. Los condensadores empleados en unos generadores destinados a producir descargas disruptivas son de 0,2 μf cada uno, y todos ellos se cargan a 60000 voltios antes de que se produzca la descarga. La corriente con que se cargan es prácticamente constante y de 0,30 amperios. Determinar: *a*) segundos necesarios para cargar cada condensador; *b*) energía almacenada en cada condensador.

519. Un condensador, con dieléctrico de aire, está constituído por tres placas paralelas equidistantes, de las cuales las dos exteriores están unidas para formar uno de los electrodos, y la placa intermedia forma el segundo electrodo [véase fig. 257 (*b*), pág. 372]. Este condensador tiene una capacidad de 0,00036 μf. Se le aplica una tensión de 600 voltios entre terminales. Después de desconectarla se sumerge en aceite mineral cuya constante dieléctrica es 3,2. Determinar: *a*) carga que tomará cuando el dieléctrico es el aire; *b*) energía almacenada en el mismo caso; *c*) carga cuando el dieléctrico es aceite; *d*) f.e.m. con dieléctrico de aceite; *e*) energía almacenada con este dieléctrico. Se supondrá que no hay dispersión de la carga.

520. La tensión de 600 voltios aplicada al condensador del problema anterior no se varía cuando se le sumerge en aceite. Determinar: *a*) la carga cuando está sumergido en aceite; *b*) la energía almacenada en *a*). Cuando el condensador está en aceite, se suprime la tensión y se saca del baño, determinar; *c*) la carga; *d*) la tensión; *e*) la energía almacenada. Se supondrá que no hay dispersión de la carga.

521. Las cargas de cuatro condensadores son 2 880, 2 400, 5 760 y 4 320 microculombios cada uno cuando están conectados en paralelo a la tensión de 240 voltios. Determinar: *a*) la capacidad equivalente de la combinación; *b*) la energía almacenada en cada condensador y *c*) la energía total almacenada.

522. Un condensador *A* de 50 μf de capacidad se conecta a un circuito a 600 voltios. Se desconecta después, reemplazándose el circuito por un condensador *B* de 16 μf de capacidad. Determinar: *a*) carga resultante en cada condensador; *b*) tensión del sistema; *c*) energía inicial de *A*; *d*) energía final con *A* y *B* en paralelo; *e*) explicar la diferencia de energías en los casos *c*) y *d*).

523. Un condensador *A* de 50 μf de capacidad se conecta a una línea a 600 voltios. Se corta la alimentación y el condensador se conecta a tres condensadores descargados *B*, *C* y *D* en paralelo. Las cargas son 4 000, 6 000 y 8 000 microculombios. Determinar: *a*) las capacidades de *B*, *C* y *D*; *b*) la tensión en los bornes de la combinación de condensadores; *c*) la energía inicialmente almacenada en *A*; *d*) la energía almacenada en *A*, *B*, *C* y *D* en paralelo; *e*) explicar la diferencia de energía entre *c*) y *d*).

524. Tres condensadores, cuyas capacidades son de 16, 24 y 30 μf, se cargan a 200, 240 y 400 voltios. Luego se conectan en paralelo uniendo los terminales de la misma polaridad. Determinar: *a*) la tensión entre terminales de la combinación; *b*) energía inicial almacenada; *c*) energía almacenada al acoplarlos en paralelo; *d*) explicar la diferencia de energía en *b*) y *c*).

525. Los tres condensadores del problema anterior se separan de nuevo y se vuelven a cargar con las tensiones iniciales de 200, 240 y 400 voltios. Se conectan luego otra vez en paralelo juntando los terminales de igual polaridad, pero agregando un cuarto condensador descargado, conectado también en paralelo con los restantes de la combinación. La tensión del sistema es en este caso 232,9 voltios. Determinar: *a*) la capacidad del cuarto condensador; *b*) energía total almacenada inicialmente en los tres condensadores; *c*) energía almacenada en el sistema en paralelo; *d*) explicar la diferencia entre *b*) y *c*).

526. Después de haber cargado los tres condensadores del problema 524 a las respectivas tensiones, se conectan en paralelo, pero invirtiendo la polaridad del de 16 μf con respecto a la de los otros dos. Determinar: *a*) la tensión en la combinación en paralelo; *b*) energía total almacenada inicialmente en los tres condensadores; *c*) energía almacenada cuando se acoplan en paralelo; *d*) explicar la diferencia entre los valores obtenidos en *b*) y en *c*).

527. Tres condensadores cuyas capacidades son 8, 10 y 12 μf se conectan en serie con una tensión de 120 voltios. Determinar: *a*) qué capacidad única puede reemplazar a los tres condensadores; *b*) tensión entre terminales de cada condensador; *c*) energía almacenada en cada uno. Los tres condensadores, sin pérdida de carga, se desconectan y luego se conectan en paralelo enlazando las placas de igual polaridad. Determinar: *d*) carga total del acoplamiento en paralelo; *e*) carga de cada condensador; *f*) tensión en la combinación en paralelo; *g*) energía almacenada en *f*).

528. Repetir las preguntas *d*), *e*), *f*) y *g*) del problema 527, suponiendo que se invierte la polaridad del condensador de 8 μf.

529. Cuatro condensadores conectados en serie tienen capacidades de 20, 24, 36 y 40 μf y están sometidos a una tensión de 240 voltios entre terminales de la serie. Determinar: *a*) carga de cada uno; *b*) tensión en cada uno; *c*) energía almacenada en el sistema. Los cuatro condensadores, después de cargados, se desconectan y se conectan nuevamente en paralelo. Los tres últimos se conectan uniendo los terminales de la misma polaridad y el de 20 μf se conecta también en paralelo, pero con los terminales cambiados. Determinar: *d*) la carga neta de todo el sistema; *e*) la carga de cada condensador; *f*) la tensión en la combinación en paralelo; *g*) la energía total almacenada; *h*) explicar la diferencia entre los valores de *c*) y *g*).

530. Cuando se conectan en serie cuatro condensadores a un manantial a 240 voltios, sus tensiones son 30, 50, 60 y 100 voltios y la carga de cada uno 1 800 microculombios. Determinar: *a*) la capacidad de cada uno; *b*) la capacidad de los cuatro montados en serie; *c*) la energía total almacenada. Los cuatro condensadores se desconectan cuando están cargados y se conectan de nuevo en paralelo uniendo los terminales de igual polaridad de los tres últimos y con los terminales invertidos del primero (30 μf). Determinar: *d*) la tensión de la combinación; *e*) la carga de cada uno de los condensadores; *f*) energía almacenada.

531. Un condensador de placas paralelas está formado con dos placas planas circulares de 50 cm de diámetro y separadas por una distancia de 0,4 cm en el aire. La carga de cada placa es 750 unidades electrostáticas. Determinar: *a*) el total de líneas dieléctricas que sale de cada placa; *b*) la densidad en líneas por centímetro cuadrado que salen de las placas; *c*) la intensidad del campo entre las dos placas; *d*) el trabajo en ergios efectuado para trasladar una unidad de carga de una placa a la otra; *e*) la fuerza de atracción, en dinas, entre las dos placas; *f*) energía almacenada en ergios por centímetro cúbico. Despreciar los efectos de dispersión e influencia de los márgenes.

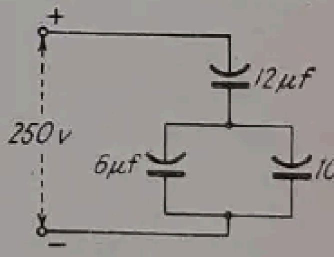


FIG. 584

532. En un condensador idéntico al del problema 531, excepto en que la separación entre electrodos es de 0,5 cm, la fuerza mutua de atracción entre las placas es de 5 dinas. Determinar: *a*) la densidad de carga en cada una de las placas; *b*) la carga total de cada placa; *c*) la intensidad del campo entre las dos placas; *d*) el trabajo efectuado al reducir la distancia entre las placas en 0,2 cm; *e*) la energía almacenada en ergios por centímetro cúbico. Las placas están perfectamente aisladas.

533. Repetir el problema 532, suponiendo que las placas del condensador están sumergidas en un aceite de constante dieléctrica 2,8. La atracción mutua es, en este caso, de 2 dinas.

534. Dos condensadores de 6 y 10 μf, conectados en paralelo, están empalmados en serie con otro de 12 μf (fig. 584). Entre terminales de la combinación se establece una tensión de 250 voltios. Determinar: *a*) la carga de cada condensador; *b*) la energía total; *c*) la energía en el condensador de 6 μf; *d*) la energía almacenada en el condensador de 10 μf; *e*) la energía almacenada en el condensador de 12 μf.

535. Repetir el problema 534 intercambiando en el circuito los condensadores de 10 y 12 μf y aumentando la tensión hasta 500 voltios.

536. Tres condensadores *A*, *B*, *C* (fig. 585), sin carga inicial, se conectan en serie-paralelo con una tensión de 240 voltios. La capacidad del condensador *A* es 40 μf y la del condensador *B* es 20 μf. La carga del condensador *A* es de 3200 microculombios. Determinar: *a*) la tensión entre terminales del circuito en paralelo; *b*) la carga en el condensador *C*; *c*) la capacidad del condensador *C*; *d*) la energía almacenada en los condensadores *A*, *B* y *C*.

537. Un condensador con dieléctrico de aire comprende tres placas. Las dos exteriores están unidas eléctricamente a uno de los terminales, y la otra, colocada entre las dos primeras, al otro terminal. Las dimensiones de las placas son 36 × 36 cm y la separación entre placas es de 0,15 cm. Determinar: *a*) la capacidad del condensador; *b*) la energía almacenada si la tensión es de 500 voltios; *c*) la intensidad del campo en dinas por unidad de carga. Si el espacio entre placas del condensador se llena de parafina cuya constante dieléctrica es 2,4, determinar: *d*) la capacidad; *e*) la energía almacenada a 300 voltios; *f*) la densidad del flujo; *g*) la intensidad del campo.

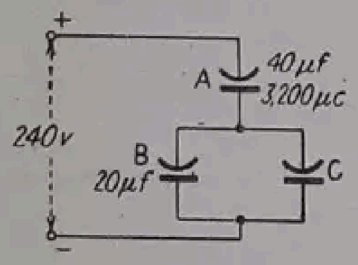


FIG. 585

538. Un condensador de alta tensión está construído con placas alternadas de vidrio y hojas de estaño, siendo 6,4 la constante dieléctrica del vidrio. El espesor del vidrio es de 1,2 mm y sus dimensiones superficiales de 150 × 200 mm; las hojas de estaño tienen un espesor de 0,05 mm y sus dimensiones superficiales son 100 × 150 mm. Determinar: *a*) el número de placas de vidrio y hojas de estaño que se requieren para hacer un condensador de 0,0662 μf de capacidad; *b*) las dimensiones del condensador terminado.

539. Se desea construir un condensador de 0,5 μf con capas alternadas de hoja de estaño de 0,0025 cm de espesor y papel fino parafinado de 0,004 cm de grueso cuya constante dieléctrica es 2,51. Las hojas de estaño son de 10 × 15 cm, y las dos extremas de la misma polaridad [fig. 257 (*b*), pág. 372]. Determinar el número de hojas de estaño para los dos sistemas de electrodos.

540. Determinar: *a*) la capacidad en microfaradios del condensador plano del problema 531; *b*) la energía almacenada cuando se conecta a una tensión de 1 000 voltios. Con las placas cargadas desconectadas de la alimentación se aumenta la separación en 0,6 cm. Determinar: *c*) la tensión; *d*) la energía almacenada; *e*) ¿de dónde proviene el incremento de energía?

541. Un alambre recto y largo de reducido diámetro está cargado con 10 unidades electrostáticas por centímetro de longitud. Determinar: *a*) la fuerza en dinas que actúa sobre una unidad positiva de carga situada a 12 cm del eje del alambre; *b*) el trabajo efectuado al separar la carga 10 cm más allá del alambre.

542. Un condensador está formado por dos cilindros concéntricos de 2 m de largo, con dieléctrico de aire. El diámetro exterior del cilindro interno es de 2 cm y el diámetro interior del cilindro exterior es de 6 cm. Determinar: *a*) la capacidad en microfaradios; *b*) la carga en culombios para una tensión de 2 000 voltios entre los cilindros. Se desprecia el efecto de los extremos.

543. Un cable para 4 000 voltios, de un solo conductor de cobre, cilíndrico y macizo, cuyo diámetro es de 6,5 mm está cubierto con una capa de caucho de 4,8 mm cuya constante dieléctrica es 4,5. La cubierta de caucho está envuelta por una camisa de plomo de 1,6 mm de espesor. Determinar la capacidad por kilómetro de este cable.

544. Un cable para 15 000 voltios, constituído por un solo conductor de 185 mm^2 de sección y 17,5 mm de diámetro, está envuelto por una capa de papel impregnado de 10 mm de espesor y de constante dieléctrica 2,8. El papel está cubierto con una capa de plomo de 3 mm de espesor. Determinar: *a*) la capacidad en microfaradios de una longitud de 5 Km de cable. El cable se somete a un ensayo con corriente continua de alta tensión, obtenida por medio de un kenotrón. Cuando la tensión aplicada es de 25000 voltios, determinar: *b*) la carga en culombios; *c*) la energía almacenada en julios.

545. El diámetro interior de la esfera exterior de un condensador esférico concéntrico es de 15 cm y el diámetro exterior de la esfera menor es de 5 cm. El dieléctrico es el aire. Determinar: *a*) la capacidad del condensador en estatfaradios; *b*) la carga cuando la tensión entre las dos esferas es de 2 estatvoltios siendo positiva la exterior (1 estatvoltio = 300 voltios); *c*) la fuerza sobre una unidad c.g.s. positiva de carga situada en la superficie de la esfera interior; *d*) la densidad del flujo en la superficie interior de la esfera exterior; *e*) el trabajo efectuado al transportar una unidad positiva de carga radialmente desde la superficie exterior de la esfera menor hasta la superficie interior de la mayor, expresado en ergios.

546. En el condensador esférico del problema 545, y con una tensión de 2,5 estatvoltios entre las dos esferas, determinar: *a*) el trabajo en ergios efectuado al transportar una unidad electrostática de carga de la superficie de la esfera interior a la de la esfera exterior; *b*) la intensidad del campo en los puntos situados a igual distancia de ambas esferas.

547. Una línea monofásica de transporte a 33000 voltios y de 70 Km de longitud está constituída por dos conductores macizos de cobre de 10 mm de diámetro, separados 1,20 m entre ejes. Determinar la capacidad de la línea en microfaradios.

548. Un ramal de una línea monofásica de transporte a 132 Kv tiene una longitud de 24 Km y está constituído por dos conductores de cobre macizo de 11,3 mm de diámetro exterior, dispuestos a una distancia entre ejes de 3,60 m. Determinar su capacidad en microfaradios.

Sistema de unidades m.k.s. no racionalizado

(Una gran parte de los problemas anteriores pueden plantearse para su resolución en cualquiera de los dos sistemas de unidades m.k.s.)

549. Dos cargas puntuales de 24000 unidades electrostáticas cada una y de signos contrarios están en el aire y a 16 cm de distancia. Determinar: *a*) la fuerza en newton que actúa entre ellas; *b*) el número de líneas eléctricas entre las cargas; *c*) la densidad de flujo en un punto situado a la mitad de la distancia entre ellas; *d*) intensidad del campo en voltios por metro en el punto consignado en *c*).

550. Dos esferas, ambas de 0,005 m de radio, están en el aire y a distancia de 0,25 m, siendo la carga de cada una de $6 \cdot 10^{-8}$ culombios, pero de signos opuestos. Determinar: *a*) las líneas eléctricas que salen de cada esfera o entran en ella; *b*) la densidad del flujo en la superficie de cada esfera debida a su propia carga; *c*) la densidad total del flujo en los puntos en que la línea que une los centros de las esferas corta la superficie de éstas; *d*) intensidad del campo en los mismos puntos que en *c*); *e*) densidad del flujo en los puntos de la línea de unión de los centros de las esferas que están a 0,10 m de dichos centros; *f*) intensidad del campo en los puntos consignados en *e*). Se considerará que las cargas actúan como si estuviesen concentradas en los centros de las esferas.

551. Un condensador de placas paralelas está constituído por dos electrodos planos circulares, de 0,60 m de diámetro y separados 0,005 m. La carga de cada placa es de $3 \cdot 10^{-7}$ culombios. Determinar: *a*) la capacidad; *b*) la tensión; *c*) el flujo entre las placas; *d*) la densidad del flujo; *e*) la intensidad del campo (ver problema 531).

552. Un conductor rectilíneo cilíndrico, de gran longitud y pequeño diámetro, tiene una carga de $4 \cdot 10^{-7}$ culombios por metro. Determinar: *a*) fuerza en newton que actúa sobre un culombio (intensidad del campo) colocado a 0,12 cm del eje del conductor; *b*) densidad de flujo en el punto definido en *a*); *c*) trabajo realizado al moverse una carga de un culombio desde el conductor a un punto situado a 0,10 m de él.

553. Un condensador con dieléctrico de aire está constituído por dos cilindros coaxiales de 2,5 m de longitud. El radio del cilindro interior es de 0,0075 m y el de la superficie interior del cilindro externo de 0,045 m. La tensión entre los dos cilindros es de 1 000 voltios. Determinar: *a*) la capacidad del condensador; *b*) su carga; *c*) la energía almacenada; *d*) el flujo; *e*) la densidad del flujo en la superficie del cilindro interior; *f*) la densidad de flujo en la superficie interior del cilindro exterior; *g*) la intensidad del campo en las superficies señaladas en *e*) y *f*).

554. Repetir el problema anterior suponiendo que el dieléctrico tiene una constante dieléctrica igual a 4.

555. En un condensador formado por dos esferas concéntricas, el diámetro interior de la externa es de 0,15 m y el exterior de la interna de 0,05 m (ver problema 545), estando separadas por aire. La tensión entre las esferas es de 600 voltios. Determinar: *a*) la capacidad en faradios; *b*) la carga en culombios; *c*) la energía almacenada; *d*) el flujo total; *e*) la densidad del flujo en la superficie exterior de la esfera interior; *f*) densidad del flujo en la superficie interior de la esfera externa; *g*) intensidad del campo en las superficies consignadas en *e*) y *f*).

556. Repetir el problema anterior suponiendo que el dieléctrico tiene una constante dieléctrica igual a 3.

Sistema de unidades m.k.s. racionalizado

557. Resolver el problema 549, utilizando unidades m.k.s. racionalizadas.

558. Resolver el problema 550, utilizando unidades m.k.s. racionalizadas.

559. Resolver el problema 551, utilizando unidades m.k.s. racionalizadas.

560. Resolver el problema 552, utilizando unidades m.k.s. racionalizadas.

561. Resolver el problema 553, utilizando unidades m.k.s. racionalizadas.

562. Resolver el problema 554, utilizando unidades m.k.s. racionalizadas.

563. Un circuito está compuesto por un condensador de 50 μf conectado en serie con una resistencia de 1 500 ohmios; se empalma bruscamente a una línea a 120 voltios. Determinar: *a*) valor inicial de la intensidad de la corriente; *b*) fórmula de la intensidad en función del tiempo; *c*) constante de tiempo; *d*) valor de la intensidad en el instante *c*); *e*) valor al que comienza a decrecer la intensidad de la corriente; *f*) representar gráficamente la fórmula *b*).

564. A un condensador de 100 μf conectado en serie con un voltímetro de 20 000 ohmios de resistencia se le aplica bruscamente una tensión de 120 voltios. Determinar: *a*) fórmula de la intensidad de la corriente en función del tiempo; *b*) lectura del voltímetro cuando haya transcurrido un tiempo $t = 1$ seg.; *c*) tensión entre placas del condensador cuando $t = 1$ seg.; *d*) valor de la intensidad de la corriente cuando se lean en el voltímetro 20 voltios; *e*) para qué valor del tiempo se obtiene el valor *d*); *f*) representar gráficamente la fórmula *a*).

565. Un condensador de 40 μf se carga a 600 voltios y se descarga luego a través de una resistencia de 10 000 ohmios. Determinar: *a*) el valor inicial de la intensidad de la corriente; *b*) la fórmula de la intensidad en función del tiempo; *c*) valor al que la corriente comienza a decrecer.

566. *a*) En el problema 563, deducir la fórmula que da la carga q en el condensador. Determinar: *b*) valor para el que q comienza a decrecer; *c*) valor de la carga cuando el tiempo es $t = 0{,}03$ seg.; *d*) valor del tiempo cuando la carga alcanza el 90% de su valor final; *e*) trazar gráficamente la función *a*).

567. *a*) Deducir la fórmula para la cantidad de electricidad q en el problema 564. Determinar: *b*) proporción inicial de crecimiento de la cantidad; *c*) la cantidad cuando el tiempo es igual a la constante de tiempo; *d*) tensión entre placas del condensador cuando el tiempo es igual a la constante del tiempo; *e*) trazar gráficamente la función *a*).

568. En el problema 564, el condensador se carga a 240 voltios y luego se desconecta del suministro y se conecta al voltímetro. Determinar: *a*) la fórmula de la intensidad de la corriente; *b*) fórmula de la cantidad de electricidad; *c*) valor de q cuando la tensión entre placas del condensador es de 150 voltios; *d*) valor del tiempo t en el caso *c*); *e*) valor de la intensidad de la corriente en el caso *c*).

569. En el problema 564, el condensador se carga a 300 voltios y entonces se desconecta de la red y se conecta a un voltímetro. Determinar: *a*) fórmula que da la cantidad de electricidad q; *b*) carga del condensador cuando se leen en el voltímetro 150 voltios; *c*) velocidad a que decrece la corriente en *b*); *d*) carga del condensador cuando la corriente ha alcanzado el 10% de su valor inicial; *e*) energía almacenada en el condensador cuando el tiempo t es igual a la constante de tiempo del circuito.

570. En una medición balística de capacidad (véase fig. 267, pág. 391), la desviación balística del galvanómetro es de 22,8 cm cuando se conecta el condensador desconocido C_1, disponiéndose la resistencia 0,1 en el shunt Ayrton que se emplea junto con el galvanómetro. La desviación del galvanómetro pasa a ser 7,6 cuando se pone el shunt Ayrton en el 1,0 para calibrar el primero con un condensador patrón de 0,05 μf. En los dos casos se utiliza la misma batería de 45 voltios. Determinar: *a*) la constante del galvanómetro; *b*) el valor de la capacidad desconocida.

571. En una medición de capacidad por medio de un puente, éste se dispone como en la figura 268 (*a*) (pág. 392). El puente se equilibra cuando $R_1 = 100$ ohmios, $R_2 = 1\,250$ ohmios, $C_2 = 0{,}8$ μf. Determinar el valor de la capacidad desconocida C_x.

572. En un ensayo para localizar un defecto de un cable, el aparato se empalma como en la figura 269 (pág. 393). En la medición de la capacidad de la parte x, la desviación balística del galvanómetro es 6,4 cm. Al medir la capacidad del cable sin avería, conectado al extremo del cable averiado, la desviación es de 18,6 cm. La longitud de los dos cables es de 1 100 m cada uno; determinar la situación de la rotura a partir del extremo en que se hace el ensayo.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO XI

Generadores de electricidad

1. Definir un generador eléctrico. ¿Cuáles son los dos principales elementos del generador que sirven de medio para la transformación de la energía? ¿Cómo es la f.e.m. inducida? Exponer el movimiento relativo del inducido y el campo inductor en los generadores de corriente continua y alterna.

2. ¿De qué manera puede variarse el flujo que abraza cualquier espira del inducido de un generador? Describir cómo esta variación de flujo da lugar a una f.e.m. inducida. ¿Cómo varía la f.e.m. inducida con la velocidad, con el flujo y con el número de espiras del arrollamiento?

3. ¿Por qué es preferible considerar en los inducidos de las máquinas giratorias que la f.e.m. se produce a expensas del flujo que cortan los conductores, en lugar de considerar las variaciones del flujo que abrazan las espiras del inducido? Si la f.e.m. se considera debida a que los conductores individuales cortan el flujo ¿cómo varía la f.e.m. con la longitud del conductor, con la densidad de flujo y con la velocidad del conductor?

4. Demostrar mediante un ejemplo que la f.e.m. inducida por el flujo cortado es igual a la inducida por la variación del abrazado por las bobinas. ¿Qué significan «f.e.m. de transformación» y «f.e.m. de velocidad»?

5. ¿Qué relación definida existe entre la dirección de la f.e.m. inducida, la dirección del movimiento del conductor y la dirección del flujo? ¿Qué regla sencilla determina esta relación?

6. Cuáles son los valores relativos de la f.e.m. inducida en una espira giratoria: *a*) cuando la espira está en un plano perpendicular a la dirección del flujo; *b*) cuando su plano es paralelo al flujo. Explicar cómo se invierte el sentido de la f.e.m. inducida durante la rotación de la espira.

7. Indicar cómo puede transformarse la f.e.m. alternativa inducida en una espira para una f.e.m. continua en el circuito exterior. ¿Qué efecto se consigue sobre las ondulaciones de la f.e.m. al añadir espiras al órgano giratorio? ¿A qué se deben las ondulaciones de la f.e.m.?

8. ¿Qué función debe realizar el inducido de un generador? ¿Por qué se hace su núcleo de hierro? ¿Por qué se hacen las caras polares prácticamente concéntricas con el inducido? Citar dos ventajas de los inducidos de ranuras. ¿Qué factores deben tenerse en cuenta al proyectar un devanado?

9. ¿En qué difieren el tipo de inducido de espiras abiertas y el tipo de espiras cerradas? ¿De qué tipo es el devanado de anillo de Gramme (fig. 277, pág. 401)? Explicar cómo, en el tipo de espiras abiertas, la contribución de un elemento individual en la constitución de la f.e.m. total difiere de la que ofrece el tipo de devanado con espiras cerradas.

10. A pesar de ser anticuado ¿qué características del inducido de anillo de Gramme lo hacen útil para el estudio de las f.e.m. inducidas y la generación de energía en los inducidos?

11. Trazar en inducidos de generadores bipolares y tetrapolares los trayectos en que se suman las f.e.m. generadas en las bobinas individuales. Indicar en qué puntos de los devanados se producen los máximos de tensión y aquellos en que deben colocarse las escobillas.

12. Señalar tres inconvenientes de los arrollamientos en anillo de Gramme.

13. Demostrar que los tres inconvenientes señalados en la pregunta anterior se corrigen empleando los devanados de tambor. Indicar las ventajas que presenta el empleo de ranuras para alojar las espiras.

14. Señalar las cuatro condiciones que debe reunir un devanado de tambor. Describir brevemente la manera de adaptar bobinas ya confeccionadas a los inducidos con ranuras.

15. Definir el *paso polar*. ¿Qué factor determina la extensión de las bobinas en el inducido?

Definir el *paso de bobina* y su relación con el paso polar. ¿Qué posiciones relativas deben ocupar en las ranuras los dos lados de una espira? ¿Por qué? ¿Qué se entiende por *elemento* del devanado? ¿Puede estar formado por más de un conductor? Explicación.

16. Definir el *paso frontal*, el *paso posterior* y el *paso medio*. ¿Cuál es la relación entre el número de elementos del devanado, el número de espiras y el número de delgas del colector?

17. En un devanado imbricado simple, ¿cuántas delgas del colector debe avanzar el devanado por cada espira que se añade? Definir el *paso en el colector*. ¿Cuáles son las tres condiciones fundamentales que debe llenar un devanado? ¿Qué es una tabla de devanado y cuál es su valor en la práctica?

18. ¿Por qué es algunas veces conveniente poner más de dos elementos en cada ranura? ¿En qué tipo de dínamo es necesario hacerlo? ¿Quedan afectadas en algo las relaciones entre el devanado y la numeración de conductores? ¿Qué condición debe imponerse al tipo de espiras múltiples y por qué?

19. ¿Qué se entiende por «circuitos a través del inducido»? ¿Cómo afecta la intensidad de la corriente en una dínamo el aumento del número de estos circuitos? ¿Cuál es su influencia sobre la tensión y sobre la potencia suministrada? ¿Cuántos circuitos existen en un devanado imbricado simple?

20. ¿Qué es un devanado duplex? Explicar cómo pueden descomponerse los devanados de esta clase en dos simplex dispuestos en ranuras alternadas. ¿Cuántas veces puede cerrarse un devanado y cuál es el número de entradas en cada caso?

21. Si un devanado duplex no se cierra después de su primera vuelta al inducido, su número de delgas ¿es par o impar? ¿Cuándo se cierra el devanado? ¿Cuántas veces se cierra y cuál es el número de entradas?

22. En un devanado imbricado cuyo factor de multiplicación es *m*, ¿cuántos elementos de devanado avanza cada vez que se dobla por detrás? ¿Cuántos circuitos hay en el inducido de una dínamo de seis polos con devanado imbricado simplex? ¿Y si el devanado es imbricado duplex o imbricado triplex?

23. ¿A qué causas se deben las desigualdades de la f.e.m. en los distintos circuitos a través de un inducido? Las conexiones compensadoras ¿reducen estas desigualdades? ¿Cuál es el propósito de estas conexiones? ¿Qué precaución debe tomarse con respecto al número de ranuras por polo si se usan conexiones compensadoras y por qué?

24. ¿Cuál es la diferencia fundamental entre un devanado imbricado y un devanado ondulado? ¿Difiere en los dos tipos la dirección de la f.e.m. inducida en los lados opuestos de una espira? Explicarlo.

25. En un devanado ondulado después de pasar frente a cada uno de los polos al dar la vuelta al inducido, ¿qué relación debe guardar con su posición de partida si el devanado es simplex? ¿Qué significaría el cierre después de una vuelta alrededor del inducido?

26. Probar que las definiciones de *paso frontal* y de *paso posterior* en un devanado ondulado no difieren de las correspondientes a uno imbricado. El paso frontal ¿puede ser par o impar? ¿Y el paso posterior? ¿Pueden ser los dos iguales? ¿Puede ser par el paso medio o impar? ¿Cuándo es progresivo un devanado? ¿Y regresivo? Explicarlo.

27. ¿Es siempre posible adaptar un devanado ondulado a un inducido de un número fijo de ranuras si todas éstas deben ser utilizadas? Explicarlo. ¿Qué combinación debe hacerse para conseguirlo?

28. Si el número de pares de polos es par, el número de delgas del colector ¿es par o impar? ¿Y si el número de polos fuera impar?

29. Explicar qué es un *devanado forzado*. ¿En qué casos es necesario emplear este tipo de devanado? Comparar las bobinas preparadas para un devanado ondulado con las que se usan para el devanado imbricado.

30. ¿Cuál es el número mínimo de escobillas que puede emplearse en un devanado ondulado? ¿Cuál es el número máximo que es posible emplear? ¿Cuándo se pueden emplear sólo dos escobillas y por qué? ¿Por qué razón es preferible emplear, en general, el número máximo?

31. ¿Cuántos pasos de corriente hay en un devanado ondulado simplex? ¿Qué dependencia existe entre el número de estos pasos y el de polos? ¿Cuántos pasos hay en un devanado ondulado duplex y en uno triplex?

32. ¿En qué casos es aconsejable emplear un devanado ondulado y por qué? ¿Y un devanado imbricado? Dar razones específicas.

33. Además de formar parte del circuito magnético, ¿qué otras funciones se reservan a la culata o armazón fija de una dínamo? ¿De qué materiales se construye y por qué? Describir un procedimiento empleado para hacer la culata sin moldearla.

34. ¿De qué materiales se fabrican los núcleos de los inductores? ¿Y las piezas polares? ¿Qué ventajas tiene el empleo de chapas?

35. ¿Qué tipo de conductores se emplea para las bobinas inductoras y qué tratamiento se le da? ¿Qué ventajas tiene el utilizar un soporte metálico? ¿Cómo se construye ordinariamente el arrollamiento en serie?

36. ¿Por qué es necesario construir los inducidos con chapas? ¿Cuáles son los dos procedimientos de confección de las chapas y ranuras? ¿Cómo se sujetan las chapas al inducido? Explicar la disposición de los canales de ventilación.

37. Cuando el diámetro del inducido es de 0,95 m. o mayor, ¿cómo se forman los discos de chapa y cómo se ensamblan entre sí y se sujetan al inducido?

38. Dibujar dos tipos generales de ranura. ¿Cuándo se usa cada uno de ellos? ¿Cuáles son los dos métodos empleados para afirmar el devanado del inducido en las ranuras?

39. ¿Cómo se construye el colector? ¿Qué aislante se emplea entre las delgas? ¿Cómo se sujetan las delgas entre sí? ¿Cómo se conectan al devanado?

40. ¿Cuál es la misión de las escobillas? ¿De qué material se hacen por lo regular? ¿Qué presión se utiliza para mantener la escobilla sobre el colector? ¿Por qué se cobrea el carbón de las escobillas? ¿Cuál es el objeto de la conexión de escobilla?

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO XI

Generadores de electricidad

573. Una bobina de 25 cm², y 80 espiras, tiene su plano perpendicular a un campo magnético uniforme cuya densidad es de 900 gauss. Se le hace dar un cuarto de vuelta alrededor de su eje en 0,05 seg., de manera que su plano se coloque en posición paralela al campo. Determinar: *a*) el flujo máximo que corta la bobina; *b*) la f.e.m. media inducida durante el período en que da el cuarto de vuelta; *c*) f.e.m. media inducida si la bobina gira a 5 r.p.s., suponiendo que se rectifica la mitad de la onda como en la figura 275 (*b*) de la página 399; *d*) f.e.m. inducida en el instante en que el plano de la bobina es perpendicular a la dirección del campo y cuando es paralelo a ella.

574. Una bobina de 50 espiras y 20 cm² de sección gira a una velocidad de 600 r.p.m. en un campo magnético uniforme cuya densidad es de 800 gauss. Determinar: *a*) el flujo máximo que corta la bobina; *b*) el tiempo en segundos durante el cual la bobina da un cuarto de revolución; *c*) la f.e.m. media inducida en la bobina suponiendo que se rectifica media onda, fig. 275 (*b*), pág. 399. *d*) Si el flujo y la velocidad se duplican, ¿cuál es la f.e.m. media inducida?

575. En el problema 574, determinar: *a*) la f.e.m. por conductor cuando la bobina es paralela a la dirección del campo; *b*) la f.e.m. inducida por lado de espira en este instante; *c*) la f.e.m. total inducida en la bobina en este instante. *d*) Probar que la relación entre la f.e.m. máxima inducida y el valor medio de esta f.e.m. en las condiciones indicadas es $\pi : 2$.

576. En el problema 574, la bobina está quieta y su plano es perpendicular al campo. El circuito inductor se interrumpe de manera que el flujo se reduzca a cero en 0,04 seg. Determinar: *a*) la f.e.m. media inducida durante este período. La bobina se hace girar hasta que su plano forme un ángulo de 45° con la dirección del campo, y se la deja quieta en esta posición. Cuando el flujo alcanza una densidad de 800 gauss, se reduce a cero en 0,05 seg. *b*) Determinar la f.e.m. media inducida durante este intervalo.

577. La figura 586 representa un conductor de 30 cm de largo, dispuesto en la superficie de un inducido de 32 cm de diámetro. El inducido gira a 25 r.p.s. Determinar: *a*) la f.e.m. en el conductor cuando está en la posición indicada, enfrente del polo, donde la densidad de flujo es uniforme y de 7500 gauss. *d*) Determinar la velocidad, en r.p.s., a que debe girar el inducido para que la f.e.m. inducida en el conductor sea de 6,79 voltios.

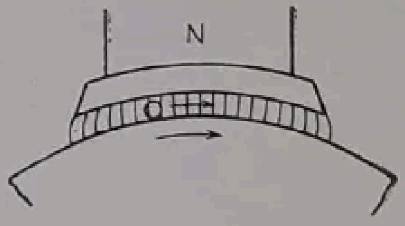


Fig. 586

578. En la figura 587 se representan los dos polos de un electroimán con un entrehierro uniforme. Los polos son de sección rectangular de 20 × 25 cm. En el entrehierro se sitúa, como se ve en la figura, una bobina *C* de 80 espiras, también de 20 × 25 cm, de modo que todo el flujo del entrehierro pasa por ella. La densidad de este flujo es de 4800 gauss. Se hace salir la bobina del entrehierro en 0,001 seg. Determinar la f.e.m. inducida en la bobina calculándola a partir de: *a*) la variación del flujo abrazado; *b*) el flujo cortado individualmente por cada conductor. [Resolver el caso *b*) moviéndose la bobina paralelamente al lado de 20 cm o al de 25 cm.]

579. En el inducido de una dínamo de cuatro polos hay 53 ranuras. *a*) ¿Cuántos elementos habrá en el devanado? *b*) Proyectar un devanado imbricado simplex de dos capas, en el cual el paso posterior sea 27 y hacer la tabla del devanado.

580. Repetir el problema 579 para un devanado regresivo de paso posterior 25.

581. Repetir el problema 579 para un paso posterior 25 y un paso frontal 23.

582. El inducido de una dínamo de seis polos tiene 83 ranuras y el devanado consta de 83 espiras. Determinar: *a*) los elementos que comprende el devanado; *b*) los valores apropiados de los pasos frontal y posterior para un devanado imbricado simplex progresivo. *c*) Hacer el esquema de una parte del devanado. *d*) Formar la tabla del devanado.

583. El inducido de una dínamo de ocho polos tiene 120 ranuras y el devanado es imbricado simplex de dos capas, con dos elementos por ranura. Determinar: *a*) los elementos del devanado; *b*) los valores convenientes de los pasos posterior y frontal para obtener un devanado progresivo. *c*) Esquema de una parte del devanado. *d*) Formar la tabla del devanado.

584. El inducido de una dínamo de seis polos tiene 120 ranuras. Se quiere obtener un devanado con 360 espiras, que exige el empleo de bobinas triples. El devanado debe ser imbricado simplex de dos capas y progresivo. Determinar: *a*) el número de elementos del devanado; *b*) el paso posterior conveniente; *c*) el paso frontal apropiado; *d*) el número de delgas del colector. *e*) Trazar un esquema parcial del devanado. *f*) Formar la tabla de una parte del devanado.

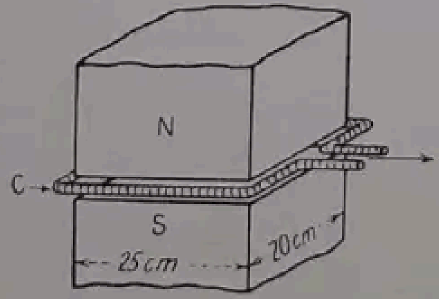


Fig. 587

Nota. El paso posterior debe ser menor que el anterior promedio, pero tan próximo a él como sea posible.

585. En el inducido de un generador de ocho polos hay 140 ranuras y seis elementos del devanado por ranura. Determinar: *a*) el valor adecuado de los pasos posterior y frontal para un devanado simplex imbricado. Elegir el valor del paso posterior más cercano al valor del paso medio y que llene las condiciones que requiere el devanado. *b*) Dibujar algunas ranuras con sus elementos y conexiones. *c*) ¿Cuántas delgas necesita el colector? (Ver nota del problema 584.)

586. Un generador de 300 Kw a 250 voltios con 6 polos lleva un devanado imbricado simple. Determinar: *a*) la corriente total en amperios; *b*) amperios y voltios por cada circuito a través del inducido.

587. Un generador de 500 Kw a 250 voltios y con 8 polos lleva un devanado imbricado duplex. Determinar: *a*) la corriente total en amperios; *b*) amperios y voltios por circuito del inducido.

588. En el inducido del problema 587 se disponen 140 ranuras, utilizándose bobinas dobles. El paso posterior es menor que el medio, pero tan próximo a él como sea admisible. El arrollamiento es progresivo. *a*) Determinar el paso frontal y el posterior. *b*) Hacer el esquema de una parte del devanado con sus conexiones al colector. *c*) Confeccionar una parte de la tabla del devanado.

589. Repetir el problema 588 disponiendo bobinas triples y conservando invariables las restantes condiciones.

590. En el inducido de un generador tetrapolar se disponen 72 ranuras y un devanado imbricado duplex progresivo con bobinas dobles. *a*) Dibujar el esquema de una parte del devanado para un paso posterior de 73, incluyendo las conexiones al colector. *b*) Confeccionar una tabla del devanado. Si las características nominales del generador son 20 Kw a 250 voltios, *c*) determinar la intensidad de la corriente por circuito.

591. Repetir el problema anterior, pero considerando 71 ranuras.

592. En el inducido de un generador tetrapolar de 15 Kw a 250 voltios hay 63 ranuras. *a*) Determinar el paso que proporciona un devanado ondulado simple regresivo con dos elementos por ranura. *b*) Trazar el esquema para dos o tres vueltas sobre el inducido. *c*) Confeccionar una parte de la tabla del devanado. *d*) Determinar la tensión y corriente por circuito de paso.

593. Con el paso obtenido en el problema anterior, determinar el número de ranuras que harían posible establecer un devanado progresivo.

594. El inducido de un generador de cuatro polos tiene 43 ranuras. *a*) Hacer el esquema de tres vueltas al inducido de un devanado ondulado simplex con dos elementos por ranura, haciendo $y_b = 23$ e $y_f = 21$. *b*) Confeccionar la tabla del devanado. Comprobarlo por medio de las expresiones (331) de la página 421 y (332), de la página 422. ¿Este devanado es progresivo o regresivo?

595. Repetir el problema 594 para $y_b = y_f = 21$. Comprobar con las fórmulas (331) y (332) de las páginas 421 y 422. ¿Éste devanado es progresivo o regresivo?

596. Un generador de seis polos tiene 89 ranuras en el inducido y dos elementos por ranura. *a*) Trazar el esquema de tres vueltas al inducido del devanado ondulado haciendo $y_b = 31$, $y_f = 29$. *b*) Formar la tabla del devanado. *c*) ¿Es progresivo o regresivo este devanado?

597. *a*) En el problema 596 determinar el número de ranuras más próximo a 89, que hace posible disponer un devanado ondulado regresivo. *b*) Determinar el paso frontal y el posterior.

598. Se desea hacer un devanado, para un inducido de seis polos, del tipo ondulado progresivo, con dos elementos por ranura y pasos posterior y frontal, ambos iguales a 33. *a*) Determinar cuántas ranuras harán falta en el inducido. *b*) Repetir para un devanado regresivo.

599. El inducido de un generador de cuatro polos tiene 68 ranuras y se quiere un devanado ondulado simplex. *a*) Ensáyese de trazar un devanado que cumpla las condiciones necesarias. (Por ejemplo, probar $y_b = 35$, $y_f = 33$). *b*) Empleando una espira muerta probar otra vez *a*). *c*) Formar la tabla del devanado.

600. Un inducido de seis polos tiene 81 ranuras y dos elementos del devanado por ranura. Inténtese colocar un devanado ondulado en dicho inducido para $y_b = y_f = 27$. Omítase la conexión a una espira simple (espira muerta) y averígüese si el devanado es o no posible. Emplear la fórmula (331) de la página 421.

601. En el problema 599, empleando un paso medio de 33 y sin emplear espira muerta, diseñar un devanado ondulado regresivo duplex. *a*) Confeccionar la tabla del devanado. *b*) Hacer el esquema del devanado para tres vueltas al inducido.

602. El inducido de una dínamo tetrapolar de 10 Kw nominales aproximadamente, tiene 33 ranuras y un devanado ondulado simplex de bobinas triples, disponiéndose 6 elementos por ranura. *a*) Determinar los valores del paso frontal y posterior próximos al paso total y que cumple las condiciones impuestas por el arrollamiento ondulado y con espira triple. Hacer $y_b = y_f$. *b*) Hacer la tabla de devanado para tres vueltas del mismo sobre el inducido. *c*) Hacer el esquema de una parte del devanado que comprenda las primeras y últimas ranuras del mismo.

603. El inducido de un generador de ocho polos, de 500 Kw a 250 voltios, tiene un devanado ondulado simple. Determinar sus características nominales de tensión e intensidad de la corriente si se rebobina como sigue: *a*) con devanado imbricado duplex; *b*) con devanado ondulado duplex. La potencia nominal en kilovatios no variará.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO XII

Características de las dínamos

1. ¿Qué relación fundamental nos da a conocer la f.e.m. en un conductor de inducido cuando corta flujo?

2. Probar que en un devanado de anillo o imbricado simple, la f.e.m. entre escobillas en un instante cualquiera es igual a la suma de las f.e.m. de todos los conductores que se hallan entre dos planos de conmutación consecutivos. Probar con esto que la f.e.m. entre escobillas es igual a la f.e.m. media inducida en un conductor simple cualquiera durante el tiempo que invierte en ir de uno a otro de los dos planos de conmutación, multiplicado por el número de conductores que hay entre ellos. ¿Por qué razón la curva de f.e.m. y tiempo para un conductor cualquiera es de forma idéntica a la curva de densidad de flujo a lo largo del entrehierro?

3. Deducir la ecuación que define la f.e.m. en un generador en función del flujo por polo, velocidad, número de conductores del inducido, número de polos y número de circuitos de paso de corriente a través del inducido.

4. Un inducido dado tiene un determinado número de conductores en su superficie. Cuáles son los efectos, separados, que ejerce sobre la f.e.m. inducida: *a*) al duplicar la velocidad del inducido; *b*) al duplicar el flujo; *c*) al cambiar las conexiones de manera que quede duplicado el número de circuitos paralelos de paso a través del inducido.

5. En un generador dado, ¿cuáles son los dos factores de que depende la f.e.m. inducida? Si se mantiene constante la velocidad del generador, ¿de qué otro factor depende la f.e.m. inducida?

6. Probar que debe existir semejanza entre dos curvas trazadas como sigue: *a*) tomando como abscisas los amperios-vuelta del inductor del generador y como ordenadas el flujo que parte de uno de sus polos *N*; *b*) si se toma en abscisas la corriente de excitación del mismo generador y la f.e.m. en el inducido a velocidad constante, como ordenadas.

7. En la curva que relaciona los amperios-vuelta del inductor y el flujo de un polo *N*, ¿por qué no se debe partir de un valor nulo del flujo? ¿Por qué es prácticamente recta la primera parte de la curva que da la f.e.m. inducida en función de la corriente inductora? Para los valores más elevados de la corriente excitatriz, ¿por qué razón la f.e.m. inducida crece menos y más despacio para cualquier valor dado del aumento de la corriente de excitación?

8. Exponer las diferencias que pueden existir entre la curva de saturación obtenida con valores *crecientes* de la corriente excitatriz y la que se obtiene con valores *decrecientes*.

9. Indicar gráficamente las conexiones empleadas para la determinación de una curva de saturación: *a)* si se usa un simple reóstato de campo; *b)* si se utiliza un divisor de tensión en el campo. Dar dos razones que expliquen por qué debe excitarse separadamente el generador.

10. Probar que la ley de Ohm se puede representar gráficamente. ¿Cuáles son los valores que se toman como coordenadas para representar la ley de Ohm de esta manera?

11. Trazar el esquema de conexiones de un generador shunt. ¿La resistencia del inductor es relativamente grande o pequeña? Explicar por qué.

12. Explicar detalladamente cómo va elevándose la tensión en un generador. ¿Hasta qué límites de tensión puede llegar la corriente generada?

13. ¿Qué se entiende por resistencia crítica del inductor? Citar cuatro causas que se oponen cada una de por sí a que el generador produzca corriente. ¿Qué ensayos y remedios deben emplearse para cada caso?

14. ¿Cuál es la relación entre la dirección general del flujo producido por la corriente que circula por los conductores del inducido hacia las escobillas? ¿Qué influencia ejerce la f.m.m. del inducido sobre el flujo resultante en el generador? ¿Qué influencia tiene el cambio de posición del plano neutro sobre la posición de las escobillas?

15. Cuando se avanzan las escobillas de un generador, ¿cuál es la dirección resultante de la f.m.m. del inducido? ¿Cuáles son las dos componentes en que se puede descomponer ésta? ¿Qué efecto produce cada componente sobre el flujo resultante?

16. ¿Cuáles son los conductores del inducido que producen efecto desmagnetizante? ¿Cuáles los que producen efecto de imanación transversal?

17. Indicar la f.m.m. y su distribución, producida por la corriente de una bobina del inducido. Demostrar que las f.m.m. de varias bobinas del inducido se combinan produciendo una distribución triangular escalonada de la f.m.m. Calcular el valor máximo de la curva de la f.m.m. en función de los amperios-vuelta por centímetro de periferia Δ y el paso polar λ_p. ¿Cuál es la pendiente de la f.m.m.?

18. Trazar el esquema de los conductores del inducido, junto con los polos, para un generador multipolar en carga, indicando las direcciones de las corrientes en los distintos conductores. Trazar una curva que represente los valores de la f.m.m. del inducido sobre la superficie de éste. Representar el flujo producido por esta f.m.m. cuando actúa sola.

19. Indicar el efecto del flujo debido a la f.m.m. del inducido sobre la distribución del flujo total sobre su superficie. ¿Cómo queda afectada la zona neutra? ¿Qué cambio debe hacerse en la posición de las escobillas? Indicar los amperios-vuelta de imanación transversal y de desimanación en un inducido multipolar.

20. Demostrar que, aun cuando las escobillas estén en el plano neutro geométrico de modo que no se produzcan amperios-vuelta de desimanación del inducido, la acción desimanante se produce por la saturación de los polos.

21. Indicar cuatro métodos para reducir o eliminar prácticamente la reacción del inducido. Definir el principio de cada uno de estos métodos.

22. Trazar una curva de conmutación *ideal* suponiendo que la distribución de la corriente sobre la escobilla es uniforme.

23. ¿Qué efecto producen las f.e.m. inducidas en una bobina durante el tiempo en que la escobilla la pone en corto circuito? ¿Qué limita la corriente en esta bobina? ¿Cómo afecta esta corriente la distribución de corrientes en la escobilla?

24. Trazar las curvas de conmutación para los casos siguientes: *a*) escobillas excesivamente avanzadas; *b*) escobillas excesivamente atrasadas; *c*) escobillas de anchura excesiva.

25. ¿Por qué deben tener autoinducción las bobinas del inducido? ¿Cuál es la influencia de esta autoinducción durante el período de conmutación? ¿Qué influencia tiene la f.e.m. de autoinducción sobre la posición de la escobilla con relación a la zona neutra?

26. ¿Cuál es el orden de magnitud de las f.e.m. inducidas en una bobina en el momento de la conmutación? Si estas f.e.m. son pequeñas, ¿qué puede hacerlas inadmisibles?

27. ¿Cuál es la ventaja que presentan las escobillas de cobre sobre las de carbón? ¿Por qué se emplean casi exclusivamente escobillas de carbón?

28. ¿Qué hechos evidencian que el paso de la corriente del colector a las escobillas no es un fenómeno de conducción pura? ¿A qué se debe que sobresalga la mica de las capas aislantes? ¿Cómo se puede reducir y hasta eliminar? Indicar dos métodos para conseguirlo.

29. En general, ¿cuál es el efecto de las chispas en el colector? ¿Por qué cualquier tendencia a producirse chispas debe servir de motivo para eliminar las causas de este fenómeno tan pronto como sea posible? ¿Por qué no es conveniente emplear papel o tela de esmeril para el pulido de las escobillas o para la limpieza del colector?

30. ¿Qué variación se produce en el flujo en el plano neutro geométrico de un generador cuando se le carga? ¿Cuál es el efecto de esta variación sobre la posición de las escobillas? ¿Por qué es necesario avanzar las escobillas con relación al plano neutro de carga?

31. Probar que se obtiene el mismo resultado empleando polos de conmutación en lugar de avanzar las escobillas con el fin de obtener un flujo de conmutación adecuado.

32. ¿Por qué se conectan los polos de conmutación en serie con el inducido? ¿Por qué se les deja un entrehierro mayor del acostumbrado?

33. En un generador ¿cuál es la relación entre las polaridades de los polos principales y los de conmutación y el sentido de rotación? En la práctica, ¿cómo se ajustan los polos conmutadores para que tengan la intensidad necesaria?

34. Trazar el esquema de conexiones empleado para obtener la característica shunt. Dibujar la característica. ¿Por qué tienen los generadores un punto límite? ¿Por qué la curva de retorno, después del corto circuito, no coincide con la curva que se obtiene disminuyendo los valores de la resistencia exterior?

35. Indicar tres motivos de por qué la tensión de un generador shunt disminuye cuando se aplica la carga. ¿Por qué se acumulan las tres reacciones? ¿Cómo se evita que el generador deje de producir corriente cuando se aplica la carga?

36. ¿Qué modificaciones sufre la característica de un generador cuando se hace girar a una velocidad superior a la de régimen, suponiendo que la corriente de excitación se mantiene de modo que permanezca invariable la tensión producida sin carga?

37. Definir lo que es la «regulación de un generador» así como las normas correspondientes sobre «método de aplicación de la carga», «velocidad», «excitación» y «temperatura».

38. ¿Qué se entiende por *característica total* de un generador? ¿Cuál es la relación de ésta con la característica shunt? ¿Cómo puede determinarse la potencia total desarrollada en el inducido?

39. Determinar gráficamente la característica shunt de un generador, conocidas la curva de saturación, la resistencia del inductor, la resistencia del inducido y la reacción de este último: *a*) despreciando la reacción del inducido; *b*) teniendo en cuenta el efecto de desimanación de la reacción del inducido. Indicar los efectos de la velocidad y del grado de saturación sobre la característica shunt.

40. ¿Cómo se puede mejorar la caída excesiva de la característica de un generador shunt? ¿Cómo se agregan las espiras adicionales y en qué difieren de las espiras del inductor shunt?

41. Indicar la diferencia entre el *shunt largo* y el *shunt corto*. ¿Cuál es el efecto de estos tipos de montaje sobre la característica? Dibujar las características de un generador hipercompound, de un compound normal y de un hipocompound. ¿Cuáles son sus respectivas utilizaciones y por qué?

42. ¿Cómo se ajusta el grado de compound de un generador? ¿Cuándo tienen los generadores dos inductores serie separados?

43. Determinar gráficamente la característica compound de un generador, conociendo: la curva de saturación y las resistencias de los inductores shunt y serie y del inducido, los amperios-vuelta por polo de desimanación del inducido, y las espiras de los arrollamientos inductores shunt y serie.

44. ¿Cuál es la influencia de la velocidad sobre el grado de compound, si la tensión en vacío se conserva constante? Comparar el resultado con la influencia de la velocidad sobre la característica shunt y dar explicaciones sobre ello.

45. Indicar cómo se determina experimentalmente el número de espiras en serie para cierto grado de compound. ¿Cuál es la característica del inducido y cómo puede utilizarse?

46. Indicar cómo pueden influir los polos de conmutación sobre la característica de: *a*) una compound acumulativa; *b*) una compound diferencial.

47. ¿En qué se diferencia fundamentalmente un generador serie de un generador shunt, en cuanto a su construcción y en cuanto al circuito exterior que pueden alimentar?

48. Describir la característica exterior de un generador serie e indicar su relación con la curva de saturación.

49. ¿De qué manera se excita y produce corriente un generador serie? ¿Qué quiere decir resistencia crítica exterior? ¿Por qué conviene operar sobre el lado derecho de la característica exterior?

50. Describir brevemente un uso muy común del generador serie. ¿Cuál es el *sistema Thury* de transmisión de energía y dónde se utilizó?

51. ¿Cómo afecta a la característica de un generador la velocidad del motor que lo acciona? ¿Cómo puede tenerse en cuenta?

52. Mencionar una diferencia esencial entre un generador unipolar y un generador de tipo corriente. ¿Cómo se procede para evitar que el inducido forme de por sí un corto circuito? ¿Cuál es la ventaja de este tipo de generador sobre el tipo ordinario y a qué clase de trabajo se adapta mejor? ¿Cuáles son sus inconvenientes?

53. ¿Cuál es el principio básico del regulador Tirrill?

54. Describir la disposición y el funcionamiento del regulador de voltaje tipo GDA, de acción directa, de la General Electric Company. ¿Cuáles son las ventajas de este tipo de regulador?

55. Trazar el diagrama de conexiones de un generador con escobilla de regulación. Analizar las reacciones que motivan que el generador transmita una corriente prácticamente constante. ¿Cuál es el resultado de hacer avanzar o retroceder la escobilla de regulación? ¿Para qué clase de trabajo se presta este generador?

56. Hacer un esquema del generador con polos de desviación, indicando las relaciones del flujo en vacío. Analizar las variaciones que se producen cuando se le carga. ¿A qué clase de trabajo se adaptan bien las características de este generador?

57. ¿Cuáles son las tres características necesarias en un generador para soldadura? Comparar la característica transitoria con la de régimen constante. ¿Por qué esta comparación es muy necesaria en los generadores para soldadura por arco?

58. Describir la disposición constructiva de un generador para soldadura por arco de la General Electric. ¿Qué medios se utilizan en él para lograr las características voltioamperio deseadas? ¿Por qué puede funcionar este generador sin necesidad de una autoinducción externa?

59. ¿Cuál es la función primordial del amplidyne? Demostrar que si las escobillas de un generador normal se ponen en corto circuito, una corriente de pequeña intensidad en el inductor puede producir un gran flujo de reacción del inducido. En el amplidyne, ¿cómo se utiliza el flujo para suministrar una corriente normal en carga? ¿Por qué hace falta disponer cavidades en las piezas polares y un arrollamiento inductor de compensación en serie con la carga?

60. Demostrar, mediante un esquema, cómo puede utilizarse un motor de corriente alterna accionando un amplidyne para regular la velocidad de un motor de corriente continua.

61. Describir la función que realizan en un rototrol los campos *patrón*, *piloto* y de *autoimanación*. Dibujar un diagrama de conexiones que muestre la aplicación del rototrol para regular la tensión de una dínamo. Mediante la curva de saturación y la que relaciona la tensión con los amperios-vuelta del circuito inductor, analizar las reacciones que se producen en el rototrol cuando la tensión regulada parte de su valor constante. Dibujar las conexiones mediante las cuales el rototrol puede emplearse para regular la velocidad y el par de un motor.

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO XII

Características de las dínamos

604. La figura 588 representa el flujo que sale de un polo N y entra en el inducido de un generador de cuatro polos. Exactamente frente al polo, la densidad de flujo es 7200 gauss, como indica el diagrama. El diámetro del inducido es de 36 cm y la velocidad es de 1800 r.p.m. La longitud axial de los conductores activos es de 18 cm. Determinar: *a*) la velocidad periférica en centímetros por segundo de un conductor *a* dispuesto en la superficie del inducido; *b*) la f.e.m. inducida en este conductor cuando está enfrente del polo y donde la densidad de flujo es de 7200 gauss y constante.

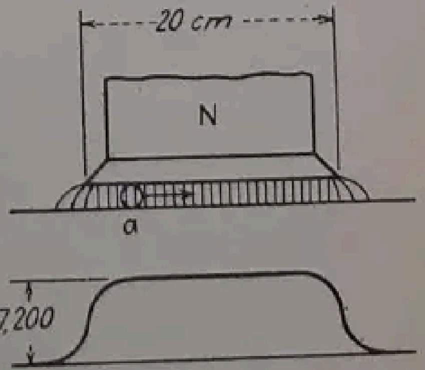
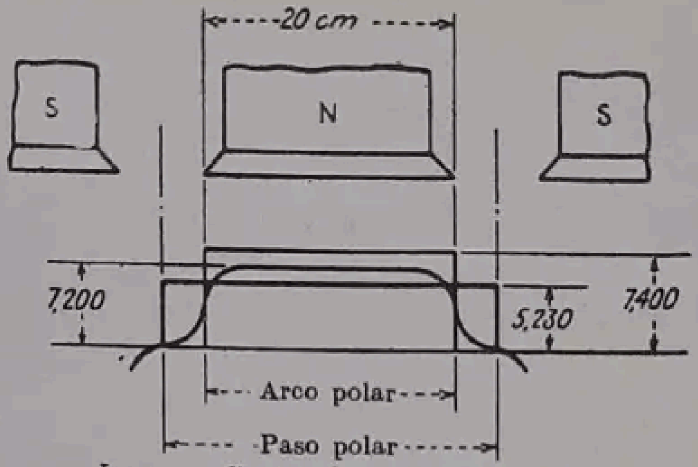


FIG. 588

605. En el problema 604, el arco polar es de 20 cm. (fig. 589). El valor *medio* de la densidad de flujo frente al polo y sobre una longitud igual al arco polar es ahora 7400 gauss. El valor medio de la densidad de flujo sobre el *paso polar* entero es de 5230 gauss. Determinar: *a*) el valor medio de la f.e.m. inducida en un conductor durante el tiempo en que está frente al polo; *b*) el valor medio de la f.e.m. inducida en un conductor durante el tiempo que recorre la distancia entre dos escobillas consecutivas; *c*) si el número de conductores serie es de 98 en el espacio comprendido entre dos escobillas, la f.e.m. inducida en cualquier circuito de paso entre ellas.



Las superficies cubiertas por las tres curvas son iguales

FIG. 589

606. La longitud axial de la cara polar de un generador de 4 polos, 12 Kw a 250 voltios, es de 11,5 cm y el arco polar es de 15 cm. El diámetro del inducido es de 28 cm y su velocidad 1 200 r.p.m. La densidad de flujo frente a los polos es de 7 000 maxwell/cm^2 y la curva de densidad de flujo puede considerarse como un rectángulo cuya longitud periférica es igual a la del arco polar. Determinar: *a*) la f.e.m. inducida en un solo conductor situado en la superficie del inducido cuando se halla frente al polo; *b*) la f.e.m. media inducida en el conductor durante el recorrido entre dos escobillas consecutivas; *c*) la f.e.m. inducida entre escobillas. Hay 55 ranuras en el inducido y 12 conductores por ranura. El devanado del inducido es imbricado simple y el número de circuitos de paso de la corriente, en paralelo, es igual al número de polos.

607. Las caras polares de un generador shunt de cuatro polos son cuadradas y de 25 cm de lado, y la densidad media de flujo *frente a los polos* es de 7 400 maxwell/cm^2. La curva de densidad de flujo puede equipararse a un rectángulo con una longitud periférica igual al arco polar. Existen 336 conductores en la superficie del inducido. El devanado de éste es ondulado, con dos circuitos de paso de corriente en paralelo a través del inducido. Determinar: *a*) la f.e.m. inducida cuando la velocidad es de 1 200 r.p.m.; *b*) potencia generada si la corriente por circuito de paso por el inducido es de 150 amperios.

608. Repetir el problema 607 para un devanado imbricado simplex; el número de conductores, las velocidades, el flujo, etc., se conservan iguales.

609. En un generador de seis polos y 500 Kw a 250 voltios, que gira a 900 r.p.m., el diámetro del inducido es de 85 cm, la longitud de los núcleos de 40 cm, y las caras polares son cuadrados de 37 cm de lado. La densidad media del flujo frente a los polos y sin carga es de 7 500 maxwell y la curva de densidad de flujo puede equipararse a un rectángulo de longitud periférica igual al arco polar. Hay 20 ranuras por polo y dos conductores por ranura. El devanado del inducido es imbricado simple. Determinar: *a*) la velocidad periférica del inducido en centímetros por segundo; *b*) la f.e.m. máxima inducida por conductor; *c*) la f.e.m. media inducida por conductor; *d*) el número de conductores en serie entre escobillas consecutivas; *e*) la f.e.m. entre escobillas. Comprobar *e*) mediante la fórmula (334) de la página 439.

610. En un generador de la misma potencia, velocidad y dimensiones que el del problema 609, el número de ranuras es de 118 y se utiliza un devanado imbricado simple. La densidad del flujo frente a los polos es ahora de 6100 maxwell/cm^2. Determinar: *a*) la f.e.m. máxima inducida por conductor; *b*) la f.e.m. media inducida por conductor; *c*) conductores en serie entre escobillas; *d*) f.e.m. entre escobillas. Comprobar *d*) mediante la fórmula (334) de la página 439.

611. En un generador de seis polos a 600 voltios hay 18 ranuras por polo, y dos bobinas de una sola espira por bobina. El inducido tiene un devanado imbricado simplex. El flujo total por polo en el inducido es de 6940000 maxwell. Determinar: *a*) la velocidad en r.p.m. necesaria para producir 600 voltios; *b*) la corriente por circuito de paso por el inducido que da la potencia de 200 Kw.

612. Los datos que siguen corresponden a la curva de saturación de un generador shunt de 80 Kw a 220 voltios y 1200 r.p.m., y han sido obtenidos para esta última velocidad con valores crecientes de la corriente de excitación:

Corriente excitación	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,5	3,2	4,0	4,5	5,0	5,5
Fuerza electromotriz	10	38	66	96	128	157	188	222	248	259	267	275

a) Trazar la curva de saturación para las velocidades de 1000 y de 1100 r.p.m. Determinar la resistencia crítica del inductor a: *b*) 1200 r.p.m.; *c*) 1000 r.p.m. Dibujar las líneas de resistencia del inductor que den en vacío; *d*) 260 voltios a 1200 r.p.m.; *e*) 250 voltios a 1000 r.p.m.

613. El generador del problema 612 tiene cuatro polos y 1000 espiras por polo en el inductor shunt. El devanado del inducido es imbricado simplex y hay 72 ranuras con cuatro conductores en cada una. *a*) Trazar la curva con los amperios-vuelta de inductor como abscisas y el flujo por polo como ordenadas. *b*) Determinar el flujo por polo cuando el generador funciona a 1200 r.p.m. y produce 260 voltios.

614. Cuando el generador del problema 612 ha alcanzado la velocidad de 1200 r.p.m. y el ajuste de la resistencia del inductor es tal que la dínamo alcanza los 260 voltios, ¿qué corriente inicial circula por el inductor debida al magnetismo residual? ¿A qué f.e.m. inducida da origen esta corriente excitatriz? ¿A qué corriente inductora da origen esta última f.e.m.? Trazar los incrementos sucesivos de la corriente de excitación y de la f.e.m. hasta que el generador alcanza una marcha estable.

615. Una dínamo shunt a 800 r.p.m. genera 250 voltios. La velocidad y la resistencia del inductor se duplican. ¿Cuál será la nueva tensión a que llegará el generador?

616. Sobre el inducido de un generador bipolar se disponen 320 conductores. El generador suministra 50 amperios dando 25 amperios en cada conductor. Las escobillas tienen un avance de 15°. Determinar: *a*) amperios-conductor de desimanación y de imanación transversal; *b*) amperios-vuelta de desimanación y de imanación transversal.

617. En un generador bipolar, el flujo por polo en vacío es de 1800000 maxwell, hay 2500 amperios-vuelta por polo inductor y la corriente inductora es de 1,2 amperios. Hay 240 conductores en el inducido circulando 40 amperios por cada uno de ellos. Las escobillas están avanzadas de 18° con relación al plano neutro en vacío. Determinar: *a*) los amperios-vuelta de imanación transversal del inducido; *b*) los amperios-vuelta de desimanación; *c*) los amperios-vuelta netos que actúan en el circuito magnético si se desprecia la influencia de *a*); *d*) el flujo neto que penetra en el inducido desde el polo *N* si se desprecian *a*) y la saturación.

618. Sobre el inducido de un generador tetrapolar se disponen 72 ranuras y un devanado imbricado simple con bobinas dobles (4 elementos por ranura) de dos espiras por bobina. El avance de las escobillas es de 8°. El inducido suministra 180 amperios, la corriente en el inductor shunt es de 2,4 amperios y hay 1 200 vueltas del shunt por polo. Determinar: *a*) amperios-vuelta de imanación transversal por polo; *b*) los amperios-vuelta de desimanación por polo; *c*) los amperios-vuelta netos por polo, teniendo en cuenta los amperios-vuelta del inductor y los *b*).

619. En un generador de ocho polos, de 800 Kw a 250 voltios y 400 r.p.m. hay 160 ranuras con dos conductores en cada una. El devanado es imbricado simple y el colector tiene 160 delgas. La corriente excitatriz es de 24 amperios, y hay 250 espiras shunt por polo. Las escobillas se avanzan una distancia equivalente a 1,5 delgas con relación al plano neutro. Para la carga de régimen determinar: *a*) los amperios-vuelta de imanación transversal por polo; *b*) los amperios-vuelta de desimanación por polo; *c*) los amperios-vuelta netos por polo, considerando sólo la influencia de *b*).

620. Sobre el inducido de un generador shunt de 10 polos, 800 Kw y 250 voltios hay 200 ranuras, 200 delgas en el colector, 400 conductores superficiales y el devanado del inducido es imbricado simplex. El diámetro del mismo es de 203 cm y las caras polares cubren el 65% de la superficie del inducido. Las escobillas están avanzadas con respecto al plano neutro en vacío en dos delgas del colector. Determinar: *a*) la corriente nominal del generador; *b*) la corriente por circuito de paso por el inducido; *c*) los amperios-vuelta de desimanación por polo; *d*) los amperios-vuelta de imanación transversal por polo; *e*) trazar un esquema de los polos y superficie del inducido para una distancia igual, por lo menos, a dos veces el paso polar (véase fig. 330, pág. 458). Indicar los amperios-vuelta de desimanación y de imanación transversal; *f*) trazar diagramas separados de la f.m.m. de los amperios-vuelta de desimanación y de imanación transversal.

621. En el problema 620, la corriente de excitación para la carga de régimen es tal que, si obrara ella sola, se requerirían 3 800 amperios-vuelta por polo en el entrehierro y 1 400 amperios-vuelta en los dientes del inducido. Trazar la resultante aproximada de la distribución de f.m.m. sobre la superficie del inducido y la distribución correspondiente del flujo.

622. En el problema 620 determinar: *a*) los amperios-conductor totales en el inducido a la intensidad de corriente nominal; *b*) amperios-conductor por centímetro de periferia (Δ); *c*) dibujar un gráfico de la f.m.m. (fig. 325, pág. 453) y determinar los valores máximos en amperios-vuelta, suponiendo que el gráfico fuese triangular; *b*) Partiendo de los datos del problema 621, añadir el gráfico de las f.m.m. de los polos y determinar la f.m.m. neta en los extremos delantero y trasero de las caras polares.

623. En un generador de 4 polos, 50 Kw y 250 voltios a 1 200 r.p.m., el diámetro del inducido es de 30 cm, habiendo en él 64 ranuras y ocho conductores en cada una de ellas. El diámetro del colector es de 22 cm y tiene 64 delgas, y el ancho periférico de las escobillas es de 1 cm. El devanado del inducido es imbricado simplex con dos lados de bobina por ranura. (Véase fig. 338, pág. 467.) Cuando el generador suministra la corriente nominal, cada lado de bobina corta un flujo equivalente a 30 000 maxwell. Determinar: *a*) la velocidad periférica del inducido en centímetros por segundo: *b*) la duración de la conmutación; *c*) la variación total del flujo que abraza cada bobina cada vez que la misma pasa a través de la zona de conmutación; *d*) la velocidad media de variación de flujo en maxwell por segundo mientras la bobina pasa por la zona de conmutación; *e*) la f.e.m. media inducida por bobina al pasar por la zona de conmutación.

624. Repetir el problema 623 con 24 000 maxwell abrazados por cada bobina y con la velocidad reducida a 1 000 r.p.m.

625. El inducido de un generador de 25 Kw a 240 voltios y 1 600 r.p.m. tiene un diámetro de 28 cm, una longitud axial de 15 cm y 35 ranuras. El devanado es imbricado simplex con bobinas triples y tres espiras por bobina o tres conductores por lado de bobina, alojándose 18 conductores en cada ranura. El colector tiene 20 cm de diámetro y 105 delgas. El ancho en la periferia de una escobilla es de 1 cm. Cuando el generador funciona a la carga nominal a 1600 r.p.m., cada lado de bobina abraza 12000 maxwell (véase fig. 338, pág. 467). Determinar: *a*) la velocidad periférica del colector en centímetros por segundo; *b*) el tiempo invertido por la corriente de cada bobina para pasar de su máxima intensidad positiva a su máxima intensidad negativa; *c*) el flujo total que abraza cada bobina antes de empezar la conmutación; *d*) la variación total de este flujo durante el período de conmutación; *e*) la f.e.m. inducida en una sola bobina durante el período de conmutación, suponiendo que ésta sigue una ley lineal. Se despreciará la inducción mutua entre las diferentes bobinas del inducido.

626. Repetir el problema 625 cuando la velocidad se reduce a 1200 r.p.m. y la corriente baja hasta el 0,80 de su valor en el problema anterior.

627. La tensión entre terminales de un generador shunt de 200 Kw es de 600 voltios cuando suministra la corriente que corresponde a la carga nominal. La resistencia del circuito del inductor shunt es de 250 ohmios, la del inducido de 0,032 ohmios y la de escobillas de 0,014 ohmios. *a*) Determinar la f.e.m. producida en el inducido a la corriente nominal. *b*) Si la tensión terminal es de 620 voltios a la mitad de la corriente nominal, calcular la f.e.m. inducida.

628. En un generador shunt de 150 Kw a 250 voltios, se producen 258 voltios en el inducido cuando la corriente exterior suministrada por el generador tiene la tensión nominal de 250 voltios. Al mismo tiempo, el inductor shunt absorbe 5,8 amperios. Determinar: *a*) la resistencia del inducido incluyendo la de las escobillas. La tensión en vacío del generador es 264 voltios; *b*) la regulación; *c*) ¿por qué la f.e.m. inducida a la carga nominal no es igual a la tensión en vacío?

629. La f.e.m. generada en el inducido de un generador shunt de 400 Kw a 250 voltios es de 258,8 voltios cuando la tensión y la corriente exterior son las nominales, y la corriente excitatriz es de 12 amperios. La resistencia del inducido incluída la de las escobillas y polos de conmutación es de 0,0055 ohmios. Determinar: *a*) la tensión entre terminales; *b*) la potencia producida; *c*) la potencia útil; *d*) el rendimiento eléctrico del generador.

630. Para trazar la curva de saturación de un generador compound de cuatro polos y 100 Kw a 250 voltios, 1200 r.p.m., se dispone de los siguientes datos, que corresponden a valores *decrecientes* de la corriente de excitación.

Excitación. Amp. .	6,50	5,82	5,5	5,0	4,5	4,0	3,5	3,0	2,5	2,0	1,0	0,5	0
F.e.m. Voltios	290	281	274	262	248	230	210	186	156	125	64	34	8

La resistencia del inducido incluyendo la de las escobillas y polos de conmutación es de 0,030 ohmios, y se disponen 550 espiras por polo de arrollamiento inductor shunt. *a*) Determinar la corriente nominal. Despreciando la reacción del inducido, determinar: *b*) la resistencia del inductor que da la tensión nominal de 250 voltios y la corriente nominal [en *b*) la caída de tensión debida a la resistencia del inducido requiere, para su determinación, el conocer la corriente inductora antes de que ésta pueda calcularse exactamente. Sin embargo, basta solamente con conocer un valor aproximado de la corriente inductora, ya que tiene poca influencia en la caída de tensión en el inducido. En realidad, puede hacerse fácilmente una estimación muy aproximada del valor de la corriente inductora]. Determinar: *c*) tensión en terminales en vacío, despreciando la caída de tensión en el inducido debida a la corriente inductora; *d*) dibujar la curva de la tensión en terminales en función de la intensidad de la corriente *exterior; e*) trazar la curva de la tensión en terminales en función de la corriente *en el inducido* hasta, prácticamente, el corto circuito. Determinar: *f*) el valor máximo de la corriente exterior (ver figs. 351 y 352, páginas 480 y 482); *g*) la regulación.

(En los problemas 631, 632 y 633 se despreciarán los pequeños efectos de histéresis en la curva de saturación producidos entre las diferentes f.e.m. en vacío).

631. En el problema 630 se regula el reóstato de campo de modo que se obtengan 265 voltios en vacío. Despreciando la caída de tensión por resistencia, en el inducido, debida a la corriente inductora, determinar: *a*) la resistencia del inductor; *b*) la tensión en terminales cuando la corriente *exterior* de carga es de 400 amperios; *c*) trazar la curva de la tensión entre terminales en función de la intensidad de la corriente en el inducido y prácticamente hasta el corto circuito; *d*) dibujar la curva de la tensión entre terminales en función de la corriente *exterior*. Determinar: *e*) el valor máximo de la corriente exterior; *f*) la regulación.

632. En el generador del problema 630 se produce el equivalente a 110 amperios-vuelta de desimanación por polo (véase § 296, pág. 457) a la corriente nominal. Determinar: *a*) para la corriente nominal *exterior* de carga, el triángulo correspondiente a *bcd*, figura 353, página 485, utilizando la correspondiente intensidad de corriente *en el inducido* (véase llamada entre paréntesis del problema 630; *b*) resistencia del inductor que da la tensión nominal de 250 voltios a la intensidad nominal exterior; *c*) tensión en terminales en vacío, despreciando la caída de tensión en el inducido, debida a la corriente inductora; *d*) dibujar la curva de la tensión en terminales, en función de la intensidad de la corriente en el inducido hasta llegar prácticamente hasta la de corto circuito; *e*) dibujar la curva de la tensión en terminales en función de la corriente exterior (ver figs. 351 y 352). Determinar: *f*) el valor máximo de la corriente exterior; *g*) la regulación.

633. La velocidad del generador del problema 632 se reduce de 1 200 a 1 160 r.p.m. Repetir el problema.

634. Un generador compound de 25 Kw a 250 voltios y 1 750 r.p.m. tiene las siguientes constantes: resistencia del inducido, 0,095 ohmios; resistencia del inductor serie, 0,04 ohmios; resistencia de debilitación del inductor serie, 0,02 ohmios; resistencia de los arrollamientos de los polos de conmutación, 0,025 ohmios; resistencia del inductor shunt, 240 ohmios. El generador está conectado en shunt corto. Cuando el generador suministra la corriente a la tensión nominal, determinar las pérdidas de potencia en: *a*) el inducido; *b*) el inductor serie; *c*) la resistencia de debilitación; *d*) el inductor shunt. Determinar asimismo: *e*) la f.e.m. inducida; *f*) la potencia total producida en el inducido; *g*) el rendimiento eléctrico (potencia útil dividida por *f*).

635. Repetir el problema anterior cuando la carga exterior es la mitad del valor nominal, conservando la tensión de 250 voltios en terminales.

636. Un generador compound de 500 Kw a 250 voltios y 900 r.p.m. tiene las constantes siguientes: resistencia del inducido, 0,00144 ohmios; resistencia de las escobillas, 0,001 ohmios; resistencia del inductor serie, 0,00045 ohmios; resistencia de los polos de conmutación, 0,00054 ohmios; resistencia del inductor shunt, 21 ohmios. El generador está conectado en shunt corto. Cuando trabaja a la carga y a la tensión nominales, determinar las pérdidas de potencia en: *a*) el inducido; *b*) las escobillas; *c*) el inductor serie; *d*) en el circuito de los polos de conmutación; *e*) en el inductor shunt. Determinar: *f*) la pérdida total de potencia; *g*) la potencia total producida; *h*) el rendimiento eléctrico del generador [potencia útil dividida por *g*)].

637. Repetir el problema 636 para una intensidad de corriente de carga igual a los $^3/_4$ de su valor nominal y tomando como tensión en terminales 254 voltios.

638. Repetir el problema 636 cuando el generador suministra la mitad de la corriente nominal a una tensión de 256 voltios.

639. Un generador compound para tracción de 500 a 550 Kw y 650 voltios está previsto para mantener su tensión constante a 550 voltios a cualquier carga en un punto situado a 4 Km de distancia. La línea de toma de corriente está constituída por un hilo de cobre con resistencia de 0,174 ohmios/Km montado en paralelo con tres alimentadores de 240 mm^2 cuya resistencia es de 0,07 ohmios/Km cada uno. La resistencia del carril de retorno es de 0,0125 ohmios/Km. Determinar: *a*) la tensión en terminales del generador cuando la carga en el punto situado a 4 Km es de 800 amperios; *b*) el rendimiento de la transmisión.

640. La tensión en vacío en un generador compound de 400 Kw es 250 voltios. Suministra a receptores de 400 Kw, situados a 300 m de distancia, por medio de un cable de 500 mm^2. Se desea mantener el voltaje constante en los receptores a 250 voltios, tanto en vacío como a la plena carga de 400 Kw. Determinar la tensión en terminales del generador, en vacío y con la carga nominal. Se supone que el cobre tiene una resistencia de 17 ohmios/mm^2 y kilómetro a la temperatura de trabajo del cable.

641. Repetir el problema 640 con la condición de que la tensión en los receptores pase de 250 a 265 voltios cuando se pasa de vacío a la carga nominal.

642. El generador del problema 640 se conecta en shunt largo. La resistencia del inducido es 0,012 ohmios, la del inductor shunt de 28 ohmios, la del inductor serie, 0,0035 ohmios; la de la resistencia de debilitación, de 0,009 ohmios y la del arrollamiento de los polos de conmutación 0,0020 ohmios. Determinar: *a*) la f.e.m. generada en el inducido cuando la carga es la de 400 Kw del problema 640; *b*) potencia perdida en el inducido, en el inductor shunt, en la resistencia de debilitación, en el inductor serie, en los polos de conmutación y en el cable; *c*) porcentaje de la potencia total generada que llega hasta los receptores.

643. Repetir el problema 642 para la carga de 400 Kw del problema 641. En este caso es necesario quitar la resistencia de debilitación del inductor serie.

644. En el generador de los problemas 612 y 613 hay $3^{1}/_{2}$ espiras en serie por polo. La resistencia combinada del inducido, escobillas y arrollamiento de los polos de conmutación, que están en serie es de 0,022 ohmios y la del inductor serie de 0,01 ohmios. El generador está conectado en shunt largo. Determinar: *a*) la intensidad de corriente nominal; *b*) la intensidad de corriente nominal en el inductor para que el generador trabaje como compound normal; *c*) amperios-vuelta necesarios en el inductor serie para que el generador trabaje como compound normal despreciando la reacción del inducido; *d*) corriente en el inductor serie en el caso *c*); *e*) valor necesario de la resistencia de debilitación.

645. En el generador de 100 Kw a 250 voltios del problema 630, se añaden 2 vueltas por polo en el inductor serie, y se conecta en shunt largo. La resistencia combinada del inducido, escobillas y arrollamiento de los polos de conmutación es de 0,03 ohmios, y la del inductor serie de 0,015 ohmios. Se disponen 550 espiras por polo en el inductor shunt. En la tabla que sigue se dan los datos correspondientes a la curva de saturación tomados para valores crecientes de la corriente inductora.

Corriente inductora .	0	1	2	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	7	8
F.e.m. inducida	6	62	122	180	205	226	244	258	271	281	289	294

Se quiere que el generador sea compound normal. Como en los problemas 630 y 632, a la carga nominal la reacción del inducido produce 110 amperios-vuelta de desimanación por polo. Es necesario disponer una resistencia de debilitación para conseguir que el generador actúe como compound normal. Para ello es preciso operar por tanteo, siendo necesario dar valores supuestos a la resistencia de debilitación y a la correspondiente caída de tensión y corriente en el inductor serie, etc. (la resistencia de debilitación debe tener un valor próximo a la del inductor en serie). Para funcionamiento en compound normal, la corriente que corresponde en el inductor shunt es conocida.

a) Determinar la resistencia de debilitación que para la corriente nominal *en el inducido* da, en la figura 360 de la página 492, valores adecuados de b_1c_1, debido a los amperios-vuelta en serie, y c_1d_1 debido a la reacción del inducido, y e_1d_1 producido por la caída de tensión en el inducido, escobillas, arrollamientos de los polos de conmutación, y resistencia equivalente a la del inductor serie y resistencia de debilitación en paralelo, todos en serie. Obsérvese que, para compound normal, los puntos b_1 y a coinciden. *b*) Por el método indicado en la figura 360, determinar la tensión en terminales para una corriente exterior del 150 % y del 50 % de la nominal. *c*) Dibujar la característica de carga.

646. En el problema 645 se desconecta la resistencia de debilitación. Determinar la tensión en terminales por el método de la figura 360: *a*) al 150% de la carga nominal; *b*) a la carga nominal; *c*) al 50% de la carga nominal; *d*) dibujar la característica de carga.

647. Se desea añadir espiras en serie a un generador shunt de 75 Kw a 250 voltios, con el fin de que su tensión nominal en los terminales sea igual con carga que en vacío. Lleva 1 050 espiras shunt por polo. Al aplicar la carga se necesita aumentar la corriente en el inductor shunt de 4,2 a 5,63 amperios, para que se mantenga la tensión igual que en vacío. El generador está conectado en shunt largo. La corriente nominal es de 250 amperios. Determinar: *a*) las espiras en serie que deben agregarse a cada polo; *b*) si se añaden $7^1/_2$ espiras y la resistencia del inductor serie es de 0,008 ohmios, determinar el valor de la resistencia de debilitación. La caída de tensión en el inductor serie puede despreciarse; es decir que la tensión entre escobillas para la carga nominal y en vacío es la misma. (La pequeña caída de tensión en el inductor serie puede compensarse con la resistencia de debilitación.) La corriente en el inducido a la carga nominal puede fijarse en 300 amperios.

648. Se quiere que la tensión de un generador compound de 500 Kw a 600 voltios, conectado en shunt largo, pase de 550 voltios en vacío a 600 voltios a la carga nominal. Con el inductor serie fuera de circuito y el shunt excitado por una corriente exterior, se halla que el aumento de tensión que se pide, más el de compensación de la caída de tensión en el inductor serie y en la resistencia de debilitación, puede obtenerse aumentando la corriente de excitación del shunt de su valor de 7,8 amperios en vacío hasta 14,3 amperios. Hay 500 espiras shunt por polo y $6^1/_2$ espiras serie por polo. La resistencia del inductor serie es 0,008 ohmios. Determinar el valor de la resistencia de debilitación que debe conectarse al inductor serie.

649. Se supone que un generador serie suministra una corriente de 6,6 amperios a un sistema de iluminación en serie. La tensión en terminales del generador es de 2 700 voltios. La resistencia del inducido es 22 ohmios y la del inductor 18 ohmios. En el inductor serie se dispone un shunt de 35 ohmios. Determinar: *a*) la tensión entre terminales del generador; *b*) la f.e.m. generada en el inducido; *c*) pérdidas en el inductor serie; *d*) pérdidas en el shunt.

650. Un receptor de 150 Kw está situado a 660 m de distancia de las barras a 240 voltios de una central. La alimentación se hace por medio de un conductor de 400 mm². Se quiere que cuando la carga sea de 160 Kw, la tensión en el receptor no sea inferior a 230 voltios. *a*) Determinar la corriente y tensión de régimen de un elevador de tensión en serie previsto para mantener esta tensión. Se supone que la resistencia por mm² y m es de

17 ohmios a la temperatura de trabajo del conductor. El rendimiento del elevador de tensión es de 0,87, y se acciona mediante un motor shunt conectado a las barras, cuyo rendimiento es 0,88; *b)* Determinar el rendimiento global de la alimentación.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO XIII

El motor

1. ¿En qué se diferencian el motor y el generador por lo que se refiere a sus características y a su disposición constructiva?

2. ¿Qué efecto se nota cuando sobre un conductor recto que transporta una corriente actúa un campo magnético de dirección normal a la del conductor? Explicar este efecto partiendo de dos leyes elementales del magnetismo. ¿Qué efecto produce el invertir la corriente en el conductor?

3. ¿Cuáles son los tres factores a los que es proporcional aquella fuerza? Si se duplica la densidad de flujo, ¿cómo varía la fuerza? ¿Y si se duplica la intensidad de la corriente?

4. Deducir la ecuación que expresa la fuerza que se ejerce sobre un conductor por el que circula corriente y sometido a la acción de un campo magnético, partiendo de la relación que da la intensidad de campo en el centro de una espira por la que pasa una corriente.

5. Definir una regla que permite determinar la relación entre la dirección de la corriente, la dirección del campo y la dirección de la fuerza. ¿Por qué otra regla sencilla se puede hallar también dicha relación?

6. Definir el par. ¿En qué unidades se expresa?

7. Probar que una espira recorrida por una corriente y sobre la que actúa un campo magnético puede desarrollar un par. ¿Para qué posición de la espira toma el par su valor máximo? ¿Cuándo se anula? Si se desea que la espira gire continuamente, ¿qué cambio debe hacerse en la conexión de la espira cuando el par se anula?

8. ¿Por qué es conveniente que haya un gran número de conductores en el inducido? ¿A qué tres factores es proporcional el par que se desarrolla en un inducido? En un motor dado, ¿a qué dos factores es proporcional el par?

9. ¿Cómo se puede demostrar que la resistencia sola no determina la intensidad de corriente absorbida por el inducido de un motor? ¿Por qué razón un motor en rotación debe producir una f.e.m.? ¿Cuál es la relación entre esta f.e.m. y la dirección de la corriente, y el sentido de la tensión aplicada?

10. La fuerza contraelectromotriz, ¿es mayor o menor que la tensión aplicada? ¿Por qué? ¿En qué cantidad difieren entre sí las dos tensiones?

11. ¿De qué dos cantidades depende fundamentalmente la velocidad de un motor? Deducir la fórmula que da la velocidad en función de la tensión en terminales, la caída de tensión óhmica en el inducido y el flujo por polo.

12. Probar que la potencia mecánica desarrollada por el inducido de un motor es igual al producto de la corriente por la f.c.e.m.

13. ¿En qué dirección se deforma el flujo de un motor por efecto de la reacción del inducido? ¿En qué dirección deben correrse las escobillas cuando se aplica la carga a un motor? ¿Qué efecto general tiene este traslado de las escobillas sobre el flujo principal? ¿Cuál es su influencia sobre la velocidad?

14. ¿Cuál es la relación entre los polos principales, los polos de conmutación y el sentido de rotación del motor? ¿Qué comparación puede hacerse entre esta relación y la similar del generador?

15. ¿Cuál es la primera reacción que se produce al aplicar la carga a un motor? ¿Cómo actúa esta reacción sobre la f.c.e.m. en los motores shunt y sobre la corriente que circula por el inducido?

16. ¿Cuáles son las dos características importantes que se han de tener en cuenta para que un motor sea adaptable a las necesidades del trabajo industrial?

17. Indicar la relación que existe entre el par interno de un motor shunt y la corriente en el inducido. Deducir la fórmula que da la velocidad en función de dicha corriente. ¿Qué influencia tiene la reacción del inducido sobre la velocidad? Definir la *regulación de la velocidad* y su significación con respecto a las condiciones de funcionamiento del motor.

18. ¿A qué clase de aplicaciones se presta el motor shunt y por qué? Comparar el funcionamiento con velocidad regulable con el funcionamiento con velocidad variable. Indicar las condiciones de arranque de un motor shunt con carga.

19. ¿Cómo varía el flujo de un motor serie con la carga? Indicar la relación que existe entre el par interno y la corriente de carga, suponiendo que el circuito magnético no está saturado. Señalar la relación entre la velocidad y la corriente de carga. ¿Qué precauciones se han de tomar cuando se instala un motor serie en una industria?

20. ¿A qué tipos generales de carga se presta un motor serie y por qué? ¿Por qué motivos se adapta especialmente para la tracción?

21. ¿Qué magnitudes se toman como coordenadas para trazar las características de los motores de tracción y por qué?

22. ¿En qué se diferencian los devanados de un motor compound de los de un motor shunt o de un motor serie? ¿Cuáles son las dos maneras de conectar el arrollamiento en serie con relación al arrollamiento shunt?

23. Indicar la característica de velocidad de un motor compound acumulativo y la característica de par. ¿Qué ventajas tiene sobre el motor serie? ¿A qué tipo general de aplicaciones se presta mejor?

24. ¿Cuál es la naturaleza de las características de velocidad y de par de un motor compound diferencial? Este tipo de motor ¿es de uso general? Explicarlo. ¿Qué precaución debe tomarse en la puesta en marcha de estos motores?

25. ¿Cómo se invierte el sentido de rotación de un motor? ¿Qué efecto produce invertir los terminales de la línea?

26. ¿Por qué se requiere un reóstato de arranque para los motores de corriente continua? Para el motor shunt, ¿en qué circuito se intercala la resistencia de arranque? ¿Por qué no debe conectarse a la línea?

27. Cuáles son las dos adiciones que deben hacerse a la resistencia de arranque de la figura 395 (pág. 540) para obtener un reóstato de arranque de tres puntos y por qué? Trazar el esquema de conexiones de un reóstato de tres puntos. Probar que la resistencia de arranque que está en serie con el inductor shunt tiene poca influencia sobre la corriente de excitación cuando el brazo móvil se halla en la posición de marcha.

28. En qué condiciones de funcionamiento del motor no resulta conveniente el reóstato de tres puntos y por qué? Probar que este inconveniente se evita empleando reóstatos de cuatro puntos. Trazar el esquema de conexiones de un reóstato de arranque de cuatro puntos. ¿Cuál es la principal ventaja de tener el electroimán de retención en serie con el inductor shunt?

29. Trazar el esquema de conexiones de una resistencia de arranque que contenga el reóstato de campo. ¿Por qué es necesario poner este reóstato en corto circuito en el arranque? ¿Cómo se consigue?

30. ¿Cómo debe pararse un motor shunt? Explicar por qué. ¿Qué efecto produce el paro del motor cuando se hace volviendo el brazo móvil a su posición inicial?

31. Trazar las conexiones de un reóstato de arranque para motor serie. ¿Cuál es la ventaja de la desconexión en vacío sobre la desconexión por falta de tensión?

32. ¿Cuándo se emplean los combinadores y por qué? ¿Cuáles son las dos funciones que puede cumplir un combinador además de la de arranque?

33. ¿Cuáles son las dos ventajas de los reóstatos de arranque automáticos en los motores de tamaño mediano y en los de gran tamaño? Describir el funcionamiento del reóstato automático de la «General Electric» que representa la figura 401 (pág. 547). Comparar el funcionamiento de los relevadores de sobrecalentamiento con el de los fusibles.

34. ¿Cuál es el principio del soplador magnético? ¿Cuándo se emplea?

35. ¿Cuáles son los dos únicos factores que pueden variarse para regular la velocidad de un motor? En el método de regulación por resistencia del inducido, ¿cuál de los dos factores varía? ¿Cuáles son las ventajas de este método de regulación? Citar dos inconvenientes importantes.

36. ¿Cuál es el principio del sistema de voltajes múltiples? ¿Qué regulación basta y fina de la velocidad permite obtener? ¿Cuál es el inconveniente del sistema?

37. ¿Qué factor de la fórmula que da la velocidad se hace variar en el sistema Ward Leonard de regulación de velocidad? ¿Cuántas máquinas se requieren para este sistema? ¿Cuál es su ventaja principal y para qué se emplea? Citar dos inconvenientes.

38. ¿Cuál es el factor que se hace variar en el sistema de regulación del campo? Citar dos ventajas precisas de este método. ¿Qué límites de velocidad permite obtener? ¿Qué tipo de motor se adapta especialmente a este método de regulación de la velocidad?

39. ¿Cuál es el principio del funcionamiento del motor Lincoln? ¿Cuáles son sus ventajas?

40. ¿En qué consiste el acoplamiento *serie-paralelo* de los motores de tracción? ¿Por qué es conveniente este sistema? Trazar los esquemas de conexiones para velocidad media y máxima de un tranvía con dos motores y de otro con cuatro motores.

41. Indicar tres motivos que hacen inadmisible el combinador principal en la plataforma para los grandes equipos de vehículos eléctricos. ¿Cómo se evitan estos inconvenientes? Indicar otras dos razones que hacen aconsejable el combinador automático.

42. ¿Cuál es el principio general que rige el sistema de regulación de unidades múltiples? ¿Qué es el circuito de tren?

43. Explicar sucintamente la sucesión de cierre de los contactos en el arranque del tren.

44. ¿En qué consiste el *freno dinámico*? ¿Dónde se emplea? ¿Puede el inducido de un motor llegar a detenerse del todo por este método? Explicarlo. Indicar la sucesión de operaciones por las cuales el funcionamiento de un motor serie como a tal motor pasa a actuar como freno dinámico.

45. ¿En qué consiste el freno por recuperación y dónde se emplea? ¿Cuál es el equipo auxiliar necesario cuando se frena con recuperación empleando motores serie?

46. ¿En qué casos es conveniente conocer el rendimiento de un motor? ¿Qué tipo de freno suele usarse para absorber la potencia del motor? ¿Se presta fácilmente este tipo para el cálculo del par y de la potencia utilizable del motor? Explicar por qué. ¿Cuál es el «cero de la escala» y cómo se puede determinar y hacer la corrección correspondiente?

47. Obtener la fórmula que da la potencia utilizando un freno de Prony.

48. Describir un tipo sencillo de dinamómetro de soporte. ¿Para qué casos se adopta?

49. ¿En qué se diferencia un cuentarrevoluciones de un tacómetro? ¿En qué principio se basa el sistema de empleo de una magneto y un voltímetro para medir las velocidades?

50. Definir qué es una conmutatriz. ¿Qué factores determinan la relación de tensiones entre los dos colectores? Indicar la influencia que en la relación de tensiones tienen las variaciones de la excitación.

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO XIII

El motor

651. La densidad de flujo frente al polo *N* de un motor (fig. 590) es de 7 500 gauss. La longitud activa de los conductores del inducido es de 24 cm y cada conductor transporta una corriente de 25 amperios. Determinar la fuerza que actúa sobre cada conductor: *a*) en dinas; *b*) en gramos; *c*) en kilogramos. Hay 8 ranuras frente a cada cara polar, 4 polos y 16 conductores por ranura. Suponiendo que la densidad del flujo es constante frente a las zapatas polares y nula entre los polos, determinar: *d*) la fuerza periférica total sobre la superficie del inducido, en kilogramos, desarrollada por los conductores dispuestos en él.

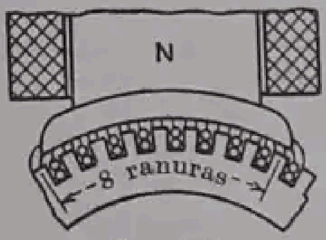


Fig. 590

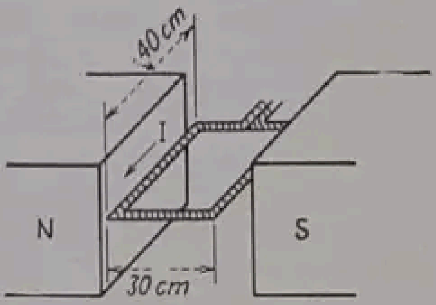


Fig. 591

652. Sobre una bobina de 20 espiras (fig. 591) de 40 cm de longitud y de 30 cm de ancho, actúa un campo magnético uniforme cuya densidad es de 1 800 gauss. El plano de la bobina es paralelo a la dirección del campo; la dirección del flujo es de izquierda a derecha, y la corriente en el lado izquierdo de la bobina circula hacia el observador. La corriente por espira de la bobina es de 15 amperios. Determinar: *a*) la fuerza desarrollada por cada uno de los lados horizontales de la bobina; *b*) el momento de rotación en gramos-centímetro. Determinar el momento en gramos-centímetro cuando la bobina ha girado en la dirección de las agujas del reloj: *c*) 45°; *d*) 60°.

653. En la figura 592 se representa un inducido, sin núcleo, constituído por cuatro bobinas, con sus planos a 45° las sucesivas, y un eje común a las cuatro, perpendicular a la dirección de un campo cuyo flujo tiene una densidad de 2 000 gauss. Las bobinas son rectangulares y las longitudes de sus lados son: 30 cm los paralelos a las caras polares y 20 cm los perpendiculares al eje. Cada bobina tiene 24 espiras y la corriente por espira es de 20 amperios. Cuando el inducido está en posición tal que el plano de la bobina *ab* es paralelo a la dirección del campo magnético (fig. 592), determinar: *a*) el par en gramos-centímetro desarrollado en el inducido; *b*) el mismo valor *a*) cuando la bobina ha girado 22,5° en la dirección de las agujas del reloj.

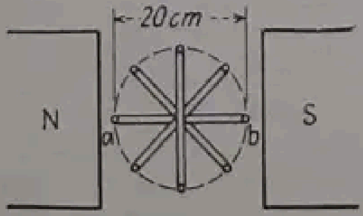


Fig. 592

654. El diámetro del inducido de la figura 590 es de 50 cm. Utilizando los datos del problema 651, determinar el par en kilográmetros cuando la densidad media del flujo frente a la cara polar es de: *a*) 7 500 gauss con una corriente de 30 amperios; *b*) 8 000 gauss con una corriente de 24 amperios.

655. El diámetro del inducido de un motor shunt tetrapolar de 15 CV a 230 voltios y 1200 r.p.m. es de 27 cm y la longitud axial del núcleo de 10 cm. El arco polar es de 11 cm y la longitud axial de la cara polar de 9,5 cm. El inducido lleva 39 ranuras alojándose 18 conductores en cada una, y empleándose un devanado ondulado simple. La intensidad de la corriente en el inducido es de 54 amperios y el flujo promedio frente a las caras polares de 6000 maxwell/cm^2, pudiendo despreciarse los efectos marginales. Determinar: *a*) fuerza en dinas sobre un conductor; *b*) número de conductores del inducido que en cada instante están situados frente a las cuatro caras polares (basta multiplicar el número total de los conductores del inducido por la relación entre el arco y el paso polar); *c*) fuerza periférica, en dinas, que actúa sobre el inducido; *d*) la misma en gramos y en kilogramos; *e*) par interno en kilográmetros.

656. En el problema 655, la densidad media de flujo se hace de 6500 maxwell/cm^2 y la intensidad de corriente en el inducido de 62 amperios. Determinar: *a*) la fuerza periférica en dinas que actúa sobre el inducido; *b*) la misma en kilogramos; *c*) el par interno en kilográmetros.

657. En el problema 655, a la velocidad nominal de 1200 r.p.m., determinar partiendo del par motor y velocidad: *a*) la potencia, empleando la fórmula (361) de la página 561. Determinar: *b*) la f.c.e.m.; *c*) potencia en vatios partiendo de *b*) y comparar el resultado obtenido con el de *a*).

658. En el problema 656, a la velocidad nominal de 1200 r.p.m., determinar a partir del par motor y la velocidad: *a*) la potencia utilizando la fórmula (361); *b*) la f.c.e.m.; *c*) la potencia en vatios a partir de *b*) y comparar el resultado obtenido con el de *a*).

659. Las caras polares de un motor shunt de cuatro polos tienen 25 cm de longitud de arco y 25 cm de longitud axial. La densidad del flujo frente a las caras polares es de 7400 maxwell/cm^2 y puede considerarse como uniforme, pudiendo asimismo despreciarse los efectos marginales. El diámetro del inducido es de 51 cm y lleva 57 ranuras con 4 conductores en cada una. El devanado es ondulado simple. Cuando la corriente en el inducido es de 280 amperios, determinar: *a*) la fuerza periférica en kilogramos que actúa sobre el inducido; *b*) el par motor en kilográmetros; *c*) potencia en caballos desarrollada cuando la velocidad es de 658 r.p.m.

660. La carga que actúa sobre el motor del problema 659 varía haciendo que la corriente en el inducido sea de 200 amperios. Debido a la reacción del inducido, la densidad del flujo en el extremo de atrás (en el sentido del movimiento) del polo es de 8300 maxwell/cm^2 y en el extremo delantero de 5600 maxwell/cm^2, pudiendo considerarse que varía uniformemente a lo largo del arco polar. Determinar el par motor interno en kilográmetros.

661. En el problema 659, determinar: *a*) velocidad en r.p.m. necesaria para inducir una f.c.e.m. de 240 voltios; *b*) potencia en kilovatios.

662. En el problema 660 determinar: *a*) velocidad en r.p.m. necesaria para inducir una f.c.e.m. de 244 voltios; *b*) potencia en kilovatios.

663. Cuando el flujo por polo en el entrehierro de un motor shunt es de 800000 maxwell y la corriente del inducido es de 75 amperios, el motor desarrolla un par motor interior de 13 Kgm. Determinar el par interior desarrollado cuando el inducido absorbe: *a*) 45 amperios; *b*) 55 amperios permaneciendo constante el flujo; *c*) 40 amperios con flujo de 900000 maxwell.

664. Cuando en el problema 663, con un flujo igual a 800000 maxwell se descarga totalmente el eje, se requieren 7 amperios en el inducido para que continúe girando. Determinar: *a*) el par necesario para vencer las pérdidas del motor en vacío; *b*) el par utilizable en la polea en el caso *a*) del problema 663, suponiendo que las pérdidas en vacío permanecen constantes.

665. Con una corriente en el inducido de 100 amperios, el flujo por polo de un motor shunt de 35 HP. a 230 voltios y 1 200 r.p.m. es de 2 400 000 maxwell y el par electromagnético es de 17 Kgm. Se añaden espiras en serie al inductor, conectadas de modo que actúe como compound acumulativo, y se quiere que el par alcance a 28 Kgm cuando la corriente en el inducido sea de 140 amperios. Determinar el aumento de flujo en maxwell por polo por el arrollamiento en serie. Puede despreciarse la reacción del inducido.

666. La resistencia del inducido de un motor shunt de 25 HP a 240 voltios es de 0,083 ohmios. Cuando este motor se conecta a una línea a 240 voltios, desarrolla una f.c.e.m. de 232,8 voltios. Determinar: *a*) la corriente que absorberá el inducido; *b*) la corriente que absorbería si estando conectado a la misma línea estuviese parado; *c*) cuál es la f.c.e.m. cuando la corriente del inducido es de 110 amperios.

667. Cuando el inducido del motor del problema 666 absorbe 80 amperios, determinar: *a*) la f.c.e.m.; *b*) la potencia interior; *c*) el par motor interno a 1 500 r.p.m.

668. En el problema 666 se considera que la velocidad es de 1 500 r.p.m. Determinar: *a*) la velocidad a que debe funcionar el motor actuando como generador, de modo que el inducido proporcione 87 amperios a 240 voltios; *b*) velocidad a la que la intensidad de la corriente en el inducido se anula cuando la tensión en terminales es de 240 voltios.

669. Sobre el inducido de un motor shunt de cuatro polos y 15 HP a 230 voltios hay 702 conductores y el devanado es ondulado simple con 0,252 ohmios de resistencia. El flujo es de 765 000 maxwell por polo, y la corriente en el inducido de 60 amperios. Determinar la velocidad de rotación.

670. En el inducido de un motor shunt tetrapolar hay 456 conductores empleándose un devanado ondulado simple. El flujo es de $2{,}41 \cdot 10^6$ maxwell por polo. *d*) Determinar: *a*) la f.c.e.m. a 1 500 r.p.m. La resistencia del inducido es de 0,2 ohmios; *b*) la tensión en terminales si la corriente en el inducido es de 60 amperios y la velocidad y flujo no varían.

671. Determinar la corriente en el inducido del motor del problema 670 cuando la velocidad baja a 1 480 r.p.m. permaneciendo constantes la tensión en terminales y el flujo.

672. En un motor shunt hexapolar de 500 CV a 250 voltios y 800 r.p.m., las caras polares son cuadradas y de 0,30 m de lado, y la densidad media del flujo frente a los polos es de 0,77 weber por metro cuadrado, despreciando los efectos marginales. Tiene 270 conductores en el inducido con devanado imbricado simple. La resistencia del inducido, incluyendo la de escobillas, es de 0,004 ohmios y la del circuito de los polos de conmutación de 0,0012 ohmios. Con 250 voltios de tensión en terminales, determinar la velocidad cuando la corriente en el inducido es de: *a*) 1 600 amperios; *b*) 800 amperios.

673. La resistencia del inducido de un motor shunt de 25 HP a 250 voltios es de 0,11 ohmios. Cuando gira en vacío, el motor toma 6,32 amperios a la tensión nominal, siendo la corriente en el inductor de 0,92 amperios y la velocidad de 1 280 r.p.m. Despreciando la reacción del inducido, determinar: *a*) la velocidad de rotación cuando la corriente en el *motor* tiene su valor nominal de 84 amperios, y la inductora no varía; *b*) regulación de la velocidad. Determinar la velocidad del motor cuando la corriente en el motor es de: *c*) 60 amperios; *d*) 40 amperios.

674. La resistencia del inducido de un motor shunt de 15 CV a 230 voltios y 1 800 r.p.m. es de 0,252 ohmios, y la resistencia del circuito de los polos de conmutación de 0,033 ohmios. La corriente nominal es de 55,3 amperios. Cuando gira sin carga, el motor absorbe 3,85 amperios, de los cuales 0,95 corresponden al inductor shunt, girando a velocidad de 1 810 r.p.m. Despreciando la reacción del inducido y a la tensión nominal, determinar: *a*) la velocidad cuando el motor desarrolla la potencia nominal; *b*) la regulación de la velocidad; *c*) la potencia interna; *d*) el par motor interno; *e*) el par motor en la polea.

675. En el problema 674 determinar: *a)* la velocidad para una corriente igual al 0,75 de la nominal; *b)* la potencia interior en este caso; *c)* el par interno.

676. Un devanado compound en el motor del problema 674 se conecta en shunt largo de manera que ayude el campo del inductor shunt. Su resistencia es 0,029 ohmios. Cuando el motor absorbe la corriente de régimen de 55,3 amperios a 230 voltios, este devanado compound aumenta su flujo por polo de 20%. Supongamos que el aumento de flujo es proporcional a la corriente del inducido y que se desprecia la reacción del inducido. Determinar la velocidad del motor cuando absorbe: *a)* 3,85 amperios; *b)* 55,3 amperios sin que varíe la corriente de excitación del shunt; *c)* comparar los pares internos a 55,3 amperios, con excitación en serie y sin ella.

677. En vacío, el flujo por polo en el inducido del motor del problema 674 es de 1050000 maxwell. Se desea que el motor (problemas 674 y 676) tenga la misma velocidad en vacío cuando la corriente de línea, o motor, es de 55,3 amperios. Determinar el flujo frente a los polos.

678. Determinar: *a)* la potencia mecánica en Kw y CV desarrollada en el inducido del problema 674 cuando el motor absorbe 55,3 amperios a 230 voltios; *b)* el par interno en las condiciones indicadas.

679. Un motor shunt de 60 CV a 250 voltios y 850 r.p.m. absorbe 214 amperios a 250 voltios. La corriente de excitación es de 1,05 amperios y la resistencia combinada del inducido, escobillas y polos de conmutación es de 0,039 ohmios. La velocidad del motor es de 1200 r.p.m. cuando la corriente de la línea es 8,6 amperios. Determinar: *a)* la potencia interna que se desarrolla en Kw y en CV; *b)* la potencia y par internos cuando la corriente de la línea es de 214 amperios.

680. En un motor shunt de 100 CV a 600 voltios y 1200 r.p.m., la resistencia del inductor es 500 ohmios y la combinada del inducido, escobillas y polos de conmutación de 0,13 ohmios. El rendimiento del motor a su carga nominal es del 90%. A esta carga, determinar: *a)* la corriente en la línea; *b)* la corriente de excitación; *c)* la f.c.e.m.; *d)* la potencia interna desarrollada en Kw; *e)* el par interno; *f)* el par en la polea.

681. Repetir el problema anterior para una potencia suministrada por el motor igual a la mitad de la nominal, siendo el rendimiento, en este caso, de 87,5%. Debe observarse que la velocidad cambiará.

682. En el problema 680 se frena el inducido de manera que no pueda moverse, y se conecta una resistencia exterior en serie con uno de los conductores de la *línea* de alimentación de valor tal que la corriente sea la nominal. Determinar: *a)* la corriente de excitación; *b)* la corriente en el inducido. *c)* Comparar esta repartición entre corrientes de excitación y del inducido con la del problema 680 y explicar sus diferencias.

683. La resistencia del inducido de un motor serie de 25 CV a 250 voltios es 0,12 ohmios, y la resistencia del inductor serie de 0,10 ohmios. Cuando el motor absorbe 85 amperios, la velocidad es de 600 r.p.m. Determinar la velocidad cuando la corriente es de: *a)* 100 amperios; *b)* de 40 amperios. Se supondrá que la curva de saturación es una línea recta despreciándose la reacción del inducido.

684. En el problema 683, determinar la velocidad en *a)* y en *b)* con el inductor serie shuntado con una resistencia de 0,5 ohmios.

685. En un motor serie de 60 CV a 550 voltios, el inductor serie tiene una resistencia de 0,10 ohmios y la combinada del inducido, escobillas y polos de conmutación es de 0,21 ohmios. Cuando el motor absorbe la corriente nominal de 90 amperios, su velocidad es de 420 r.p.m. Determinar la velocidad cuando la corriente es: *a)* de 100 amperios; *b)* de 50 amperios. *c)* Determinar el valor de la corriente cuando la velocidad sea de

1200 r.p.m. Se supondrá que la curva de saturación es una línea recta y que se despreciará la reacción del inducido.

686. La corriente nominal de un motor shunt de 10 CV a 230 voltios y 1350 r.p.m. es de 37,5 amperios. La corriente de excitación es de 0,45 amperios. Para la corriente y la velocidad nominales, el par interno es de 5,4 Kgm. Determinar el par interno para la corriente de alimentación de: *a*) 18 amperios; *b*) 30 amperios. *c*) Hallar la velocidad en *a*) y en *b*). Se despreciará la reacción del inducido. Determinar: *d*) la regulación de velocidad de este motor a 37,5 amperios si la corriente en vacío es de 2,55 amperios. *e*) Determinar el par en la polea para la corriente nominal. Se despreciará la reacción del inducido.

687. El flujo del motor del problema 686 se reduce a 0,88 del valor que tenía en dicho problema. La corriente de excitación pasa a ser 0,37 amperios. Determinar: *a*) el par interno y la velocidad a la corriente nominal para el nuevo valor de la corriente excitatriz; *b*) el par interno y la velocidad cuando la corriente en el motor es de 20 amperios, y la de excitación es de 0,37 amperios. Se despreciará la reacción del inducido.

688. Un motor serie de 7,5 CV a 240 voltios desarrolla un par interior de 5,6 Kgm cuando la corriente es de 27 amperios. Determinar el par interior cuando la corriente es de: *a*) 36 amperios; *b*) 20 amperios. Despreciar la reacción del inducido y suponer que la curva de saturación es una recta.

689. La resistencia del inducido del motor del problema 688 es de 0,54 ohmios y la resistencia del inductor es 0,15 ohmios. Determinar la velocidad a 240 voltios cuando la corriente es de: *a*) 36 amperios; *b*) 20 amperios; *c*) 10 amperios. Determinar la potencia interna que desarrolla el motor cuando la corriente es de: *d*) 36 amperios; *e*) 20 amperios.

690. La resistencia del inducido de un motor serie para tracción de 60 CV a 600 voltios es de 0,215 ohmios, la resistencia del circuito de los polos de conmutación de 0,050 ohmios y la del inductor serie de 0,080 ohmios. A la tensión nominal y cuando la corriente es de 82 amperios, la velocidad es de 600 r.p.m. Determinar la velocidad y el par interno cuando la corriente es de: *a*) 95 amperios; *b*) 40 amperios. Se supone que la curva de saturación es recta y que no hay reacción del inducido.

691. En el problema 690 repetir *a*) y *b*) cuando el inductor serie está shuntado con una resistencia de 0,5 ohmios.

692. Cuando los dos motores serie de un automotor eléctrico están en paralelo, absorben 200 amperios y desarrollan un esfuerzo de tracción de 2700 Kg. Determinar el valor aproximado del esfuerzo de tracción cuando el tranvía arranca con: *a*) los dos motores acoplados en serie si la corriente absorbida es de 220 amperios; *b*) cuando los motores están en paralelo y la corriente total absorbida es de 380 amperios. Se admite que la curva de saturación es una recta y que no hay reacción del inducido.

693. El automotor eléctrico del problema 692 arranca en condiciones tales que es preciso desarrollar un esfuerzo de tracción de 3100 Kg. Cuando marcha con los dos motores en paralelo, se necesitan 1800 Kg de esfuerzo de tracción. Determinar el valor aproximado de la corriente de alimentación cuando: *a*) el vehículo arranca con los motores en serie; *b*) cuando marcha con los motores en paralelo.

694. La velocidad de un motor compound acumulativo de 25 CV a 250 voltios cuando gira en vacío, es de 1500 r.p.m., y la corriente de alimentación de 6,10 amperios. La resistencia del inductor shunt es de 300 ohmios, la del inductor serie de 0,04 ohmios, la del circuito de los polos de conmutación, de 0,03 ohmios y la del inducido de 0,10 ohmios. El motor está conectado en shunt largo. La corriente de alimentación a la carga nominal es de 84 amperios y la velocidad correspondiente de 960 r.p.m. Determinar: *a*) la f.c.e.m. a la velocidad en vacío; *b*) la f.c.e.m. a la velocidad de carga nominal; *c*) la relación entre los flujos de carga nominal y en vacío; *d*) el par interno para carga nominal. Se despreciará la reacción del inducido.

695. En el problema 694, cuando la corriente de alimentación es de 42 amperios, determinar: *a*) la f.c.e.m.; *b*) la relación entre el flujo a la carga nominal y el flujo en vacío; *c*) la velocidad; *d*) el par interno. Se admitirá que el incremento de flujo es proporcional a la intensidad de la corriente en el inductor en serie.

696. La corriente nominal de un motor shunt de 50 CV, 250 voltios, es de 168 amperios. La velocidad del motor en vacío es de 850 r.p.m., la resistencia combinada del inducido y polos de conmutación, de 0,052 ohmios, y la resistencia del inductor shunt de 150 ohmios. Se quiere que el par de arranque de este motor sea igual al par correspondiente a la carga nominal. Determinar: *a*) la resistencia inicial total del reóstato de arranque; *b*) la corriente en el inducido, si la velocidad se reduce al 25% de su valor en vacío, con toda la resistencia de arranque en circuito. Se despreciarán las caídas de tensión óhmicas y la reacción del inducido en vacío.

697. Cuando el motor del problema 696 ha alcanzado el 25% de su velocidad en vacío, como en *b*), se quiere que la corriente en el inducido se haga igual a su valor nominal llevando el brazo móvil del reóstato hasta el contacto siguiente. Determinar la resistencia que queda en el reóstato de arranque. Se desprecian las caídas de tensión por resistencia del inducido en vacío y la reacción del mismo.

698. El motor del problema 696 alcanza la mitad de su velocidad en vacío cuando la resistencia determinada en el problema 697 está en circuito. *a*) Determinar la corriente que en este caso pasa por el inducido. *b*) Se desea que la corriente del inducido sea también igual a su valor nominal moviendo el brazo del reóstato hasta el próximo contacto. *c*) Determinar la resistencia que debe quedar en el reóstato de arranque. Se despreciarán la caída óhmica de tensión en el inducido en vacío y la reacción del mismo.

699. Las resistencias del inducido y del inductor de un motor serie de 60 CV a 600 voltios son, respectivamente, 0,24 y 0,08 ohmios. La corriente nominal es de 82 amperios. Determinar la resistencia de la primera posición del combinador de arranque para que el motor pueda desarrollar en el arranque: *a*) el par nominal en carga; *b*) el 200% del mismo par. Se admite que la curva de saturación es una recta y que no hay reacción del inducido.

700. La resistencia del inducido de un motor shunt de 25 CV a 230 voltios es de 0,076 ohmios. Cuando la corriente del inducido es 4,55 amperios, la velocidad es de 1 200 r.p.m. Se desea se reduzca a 750 r.p.m. para la corriente nominal en el inducido de 91 amperios, intercalando una resistencia exterior en el circuito del inducido (véase figura 403, pág. 549). *a*) Determinar el valor necesario de la resistencia exterior. *b*) Con esta resistencia exterior en circuito, determinar la velocidad de marcha del motor si la corriente del inducido es de 45 amperios. *c*) En el caso *b*) determinar el par motor en tanto por ciento del nominal. En los casos *a*) y *b*), determinar el porcentaje de la potencia desarrollada en el inducido, que se convierte: *d*) en energía mecánica; *e*) en calor.

701. Repetir el problema 700 para 500 r.p.m.

702. La resistencia del inducido de un motor shunt de 15 CV a 230 voltios y 1 500 r.p.m. es de 0,252 ohmios, y la del inductor shunt de 275 ohmios. La corriente nominal del motor es de 56,3 amperios. La velocidad con 230 voltios y a la corriente nominal es de 1 500 r.p.m. Se intercala una resistencia de 0,75 ohmios en serie con el inducido. Determinar: *a*) la velocidad; *b*) la velocidad cuando la corriente en el inducido es de 28 amperios. En *a*) y en *b*) determinar el tanto por ciento de la potencia desarrollada en el inducido, que se convierte en: *c*) potencia mecánica; *d*) calor.

703. Repetir el problema anterior substituyendo la resistencia de 0,75 ohmios por otra de 2 ohmios.

704. En un sistema Ward Leonard de regulación de velocidades, los rendimientos de las máquinas son los siguientes: M_1 (fig. 405, pág. 551), 91%; G, 88%; M_2, 86,8%. La tensión en los terminales de la línea de alimentación es de 250 voltios. Cuando M_2 suministra 45 CV, determinar: *a*) la corriente que suministrará la línea; *b*) el rendimiento global del sistema.

705. En el problema 704, la carga del motor es de 25 CV y los rendimientos correspondientes son: de M_1, 87,9%; de G, 86% y de M_2, 84,5%. Contestar las preguntas *a*) y *b*) de dicho problema.

706. En un freno semejante al que representa la figura 411 (pág. 559), la longitud L es 60 cm. La lectura del dinamómetro es de 9 Kg, el peso necesario para llevar la escala a cero es de 730 g y la velocidad del inducido 1 530 r.p.m. La tensión en terminales es de 250 voltios y la corriente de 36,4 amperios. Determinar: *a*) la potencia en CV desarrollada por el motor; *b*) la potencia absorbida en vatios; *c*) el rendimiento.

707. Repetir el problema 706 para una lectura del dinamómetro de 4 670 gm y una velocidad de 1 540 r.p.m. El motor absorbe ahora 18,45 amperios a 250 voltios. El peso de equilibrio de la escala sigue siendo el mismo.

708. Se desea aplicar el freno para ensayar un motor shunt de 20 CV a 250 voltios y 1 500 r.p.m. La longitud del brazo del freno es de 0,60 m y se dispone como se representa en la figura 411 (pág. 559). El ensayo se hace para un 25% de sobrecarga. Determinar la lectura que dará el dinamómetro en kilogramos si el peso para llevar la escala al cero es de 1 360 g.

709. Se efectúan pruebas en un freno de Prony, de un motor shunt de 15 CV, a 240 voltios y 1 200 r.p.m., utilizando un freno del tipo general, representado en la figura 411, de la página 559. La tensión en terminales se mantiene constantemente a 240 voltios, y una vez que el motor ha alcanzado su temperatura de régimen, se regula la corriente en el inductor shunt de modo que se obtengan 15 CV a 1 200 r.p.m., en cuyo caso la intensidad de aquélla permanece constante y de 1,07 amperios. El brazo de palanca del freno es de 60 cm y la tara para llevar la escala a cero de 360 g. Los resultados del ensayo se consignan en la tabla adjunta. A partir de ellos calcular: *a*) lecturas netas de equilibrio; *b*) par motor en Kgm; *c*) potencia desarrollada en CV; *d*) potencia desarrollada en vatios; *e*) potencia absorbida en vatios; *f*) rendimiento. Trazar curvas en función de la potencia suministrada (ver fig. 389, pág. 532) de: *g*) la intensidad de la corriente; *h*) el par motor; *i*) las r.p.m.; *j*) el rendimiento. Se sugiere el tabular los datos y cálculos en columnas que comprendan los siguientes datos: I; VI = potencia absorbida en vatios; lectura del freno: kilogramos netos; par; r.p.m.; potencia suministrada en CV; potencia suministrada en vatios; rendimiento.

Intensidad de corriente en motor: amp.	71,1	66,07	59,1	51,9	45,3	39,6	33,3	26,8
Lectura del freno: Kg	19,26	18,74	16,83	14,74	12,88	11,25	9,43	7,50
R.p.m.	1 176	1 189	1 193	1 204	1 213	1 219	1 226	1 235
Intensidad de corriente en motor: amperios	21,5	16,7	11,9	9,1	6,1	4,6	3,5	
Lectura del freno: Kg	5,94	4,53	3,10	2,36	1,45	0,88	*	
R.p.m.	1 243	1 250	1 257	1 261	1 265	1 267	1 270	

* Freno levantado.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO XIV

Pérdidas, rendimiento, funcionamiento

1. Explicar el método para determinar cada una de las siguientes pérdidas, de acuerdo con las normas C. 50 de la A.S.A. sobre maquinaria eléctrica con movimiento de rotación: *a*) pérdidas en los inductores shunt; *d*) pérdidas por rozamientos sólidos y con el aire; *e*) pérdidas por rozamiento de las escobillas; *g*) pérdidas en el núcleo; *h*) pérdidas joule I^2R en el inducido; *i*) pérdidas joule en el arrollamiento inductor en serie; *j*) pérdidas de contacto de las escobillas; *k*) pérdidas adicionales. Indicar la naturaleza de estas últimas.

2. Trazar el diagrama de las conexiones necesarias para medir la resistencia del cobre del inducido.

3. Demostrar, mediante diagramas, la naturaleza de las corrientes parásitas en el hierro de las dínamos. ¿Qué medios se emplean para reducirlas hasta valores admisibles? ¿Por qué se emplea contadas veces, en los núcleos de las dínamos, el acero al silicio?

4. ¿Cuáles son las dos magnitudes a las que son proporcionales las corrientes parásitas? ¿Cómo varían las pérdidas producidas por ellas con dichas magnitudes?

5. Demostrar, con un esquema, cómo se producen las pérdidas por histéresis en el núcleo del inducido de las dínamos. ¿Cómo varían las pérdidas por histéresis con la velocidad y el flujo?

6. Demostrar, con un esquema, cuál es la naturaleza de las pérdidas en las caras polares. ¿Qué procedimientos se emplean para hacerlas de valor reducido?

7. Dar tres fórmulas del rendimiento. ¿Cuál de ellas se emplea ordinariamente en el caso de los generadores y en el de los motores? Explicar por qué.

8. En las máquinas eléctricas, ¿por qué casi siempre se obtiene mayor aproximación deduciendo el rendimiento por medición de las pérdidas que por medida directa de la potencia absorbida y la suministrada?

9. ¿Cuáles de las pérdidas consignadas por la A.S.A. pueden determinarse directamente mediante medidas eléctricas?

10. De las pérdidas consignadas por la A.S.A, ¿cuáles pueden combinarse designándolas como «pérdidas adicionales»? ¿De qué dependen estas pérdidas y cómo se compensan?

11. ¿Por qué es posible duplicar las pérdidas adicionales en vacío con respecto a las existentes en carga?

12. Expresar las fórmulas que dan el rendimiento de un generador partiendo de las pérdidas que comprenden las adicionales. Expresarlas también para un motor.

13. Demostrar por qué las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento son función de $E : S$ y S. ¿En qué condiciones de funcionamiento se aplica esta relación?

14. ¿Cómo se hace funcionar una máquina para medir las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento? Deducir la fórmula que da estas pérdidas. Dibujar un diagrama de conexiones y señalar las mediciones que permiten determinarlas.

15. En las mediciones de las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento, ¿cómo se regula el flujo ($E : S$) para que tenga el valor conveniente? ¿Y la velocidad? Demostrar que estas regulaciones pueden realizarse independientemente.

16. ¿Para qué finalidad son convenientes las curvas de las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento? ¿Por qué no puede servir una sola de estas curvas para todas las condiciones de funcionamiento de una dínamo?

17. ¿Qué suposición debe hacerse en el ensayo por oposición con respecto a las pérdidas adicionales y las conjuntas en el núcleo y por rozamientos entre las dos máquinas? ¿Introduce esta hipótesis un error apreciable? ¿Cómo se ponen en marcha y se regulan las dos máquinas en este método? ¿Qué instrumentos se emplean y qué mediciones se requieren? Indicar los inconvenientes del método.

18. ¿Qué factor determina, en general, la potencia nominal de una máquina de vapor, de una turbina de vapor y de un motor de gas? ¿Y en una máquina eléctrica? Explicar por qué, en cada caso.

19. Explicar cuál es la influencia de una temperatura excesiva sobre los aislamientos de una máquina eléctrica. Exponer la relación que existe entre la resistencia mecánica y la eléctrica de un aislamiento.

20. Enumerar los materiales aislantes incluídos en las clases *A* y *B*. Señalar las «temperaturas de zona recalentada» correspondientes.

21. Señalar las relaciones generales que existen entre las temperaturas de zona recalentada admisibles y el «límite observable de la elevación de temperatura», en las distintas partes de las máquinas eléctricas.

22. Describir el método termométrico de medición de las temperaturas de las diferentes partes de las máquinas eléctricas. Describir también el método de resistencia.

23. ¿Durante cuánto tiempo debe estar en marcha la máquina para el ensayo de temperatura? ¿De qué manera puede determinarse que la máquina se aproxima a la temperatura constante? ¿Por qué razón el aumento de la temperatura es más rápido al principio que al final del ensayo? ¿Qué relación existe entre el calor aportado y el calor disipado cuando se ha conseguido una temperatura constante?

24. ¿Por qué se debe tener cuidado de no incluir la resistencia propia y de contacto de las escobillas cuando se mide la resistencia del inducido para las determinaciones de temperatura? ¿Dónde se deben empalmar los terminales del voltímetro?

25. ¿Qué inconvenientes se presentan cuando se mide la resistencia de un inducido multipolar, para determinar su temperatura? ¿Cómo pueden eliminarse? ¿Qué precauciones se deben tomar cuando se determina la temperatura del inductor por medición de su resistencia?

26. Indicar cinco motivos que hacen necesario o conveniente acoplar los generadores shunt en paralelo. ¿Por qué las características en carga de los generadores shunt los hacen especialmente adaptables, para trabajar en paralelo?

27. Analizar las reacciones que se producen cuando un generador empieza a tomar más carga de la que le corresponde. ¿Qué se entiende por *equilibrio estable*?

28. Detallar las fases necesarias para conectar un generador a la red. Si el generador se conecta a la red cuando su tensión es igual a la de las barras, ¿por qué razón no absorbe carga alguna? ¿Qué debe hacerse para que pueda absorberla?

29. Describir las fases que se requieren para separar un generador del servicio. ¿Por qué no conviene abrir el interruptor del generador cuando está en carga? ¿Qué se necesita hacer, atendiendo a las características del generador, para que la carga pueda distribuirse equitativamente entre las máquinas cualquiera que sea su valor?

30. Explicar por qué los generadores hipercompound en paralelo están en equilibrio inestable. ¿Por medio de qué conexión se logra que su marcha se haga estable?

31. ¿Cuáles son las dos condiciones necesarias para que dos generadores compound se repartan equitativamente la carga para cualquier valor de ésta?

32. ¿Por qué las resistencias de debilitación no modifican la distribución de la carga entre dos generadores compound acoplados en paralelo? ¿Qué dispositivo debe adoptarse para variar la repartición de la carga?

33. ¿Cuántos equilibradores pueden necesitarse para cierto tipo de generadores compound? ¿Cuántos polos debe tener el interruptor para estos generadores?

34. Explicar por qué un generador compound suministra ordinariamente energía cuando se conecta a las barras ómnibus, incluso cuando su tensión es igual a la de las barras en el instante de cerrar el interruptor. ¿Qué modificación debe hacerse en la manera de cerrar el circuito para evitar aquel efecto?

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO XIV

Pérdidas, rendimiento, funcionamiento

710. Las pérdidas por corrientes parásitas de un generador shunt de 25 Kw son de 320 vatios cuando gira a 1 200 r.p.m. y da un flujo de 1 200 000 maxwell por polo. Determinar las pérdidas cuando: *a*) la velocidad es de 1 500 r.p.m. y de 1 200 000 maxwell por polo; *b*) gira a 1 200 r.p.m. y el flujo es de 1 000 000 de maxwell por polo; *c*) el flujo es el del caso *b*) y la velocidad de 1 500 r.p.m.

711. Las pérdidas por histéresis del generador del problema 710 son de 460 vatios cuando su velocidad es de 1 200 r.p.m. Determinar las pérdidas por histéresis en los casos *a*), *b*) y *c*) de dicho problema.

712. Cuando la f.e.m. inducida en un generador shunt de 100 Kw a 250 voltios es de 265 voltios y la velocidad de 1 200 r.p.m., la pérdida por histéresis del núcleo del inducido es de 1 420 vatios. Determinar la pérdida por histéresis en los casos siguientes: *a*) f.e.m. inducida 280 voltios, velocidad 1 200 r.p.m.; *b*) f.e.m. inducida 230 voltios, velocidad 1 020 r.p.m.; *c*) f.e.m. inducida 240 voltios, velocidad 1 020 r.p.m.

713. En el problema 712, la pérdida por corrientes parásitas es de 680 vatios cuando la f.e.m. inducida es de 265 voltios y la velocidad de 1 200 r.p.m. Determinar la misma pérdida para los tres casos *a*), *b*) y *c*) de dicho problema.

714. Se quieren separar las pérdidas por corrientes parásitas y por histéresis de una dínamo de 200 Kw. A 1 000 r.p.m., las pérdidas en el núcleo valen 3 500 vatios y a 1 400 r.p.m. 5 790 vatios. Para la velocidad de 1 000 r.p.m., determinar: *a*) pérdidas por corrientes parásitas y *b*) pérdidas por histéresis [utilícense los métodos del § 196, pág. 292, recomendándose el empleo de la fórmula (180)] *c*) y *d*). Repetir los cálculos de *a*) y *b*) para 1 200 r.p.m.

715. Un generador shunt de 400 Kw a 250 voltios y 1 500 r.p.m. suministra 1 500 amperios a 245 voltios y a la velocidad nominal. Las pérdidas totales son de 34 100 vatios. Determinar: *a*) la potencia absorbida en caballos; *b*) el par requerido para mover el generador; *c*) el rendimiento.

716. Un motor shunt de 50 CV a 240 voltios suministra 176,5 amperios a 240 voltios y 1 480 r.p.m. Las pérdidas totales son de 4 740 vatios. Determinar: *a*) la potencia útil; *b*) la potencia absorbida en caballos; *c*) el rendimiento; *d*) el par motor.

717. Un motor shunt de 50 Kw a 250 voltios y 1 500 r.p.m. tiene las características siguientes (ver símbolos de las tablas II y III de la pág. 573. Las resistencias se dan a 75°C, ya corregidas). $V = 250$ voltios; $I = 200$ amperios; $I_f = 1{,}18$ amperios; $R_a = 0{,}0245$ ohmios; $R_c = 0{,}0092$ ohmios; $P_{SL} = 0{,}01$ potencia útil; $P_{CL} = 1\,040$ vatios; $P_{FW} = 1\,060$ vatios. Disponer los datos como en la tabla II, incluyendo las pérdidas adicionales y por contacto de las escobillas [véase *j*), pág. 567, escobillas de carbón, con shunts]. Determinar: *a*) pérdidas totales; *b*) potencia absorbida; *c*) rendimiento; *d*) par motor.

718. En el problema 717, la carga se reduce a 100 amperios, y la tensión en terminales se mantiene a 250 voltios, conservándose las restantes condiciones. Las pérdidas en el núcleo ha de considerarse que varían proporcionalmente al cuadrado del flujo y, por lo tanto, a E^2, debido a la pequeña diferencia entre los dos casos. Repetir *a*), *b*), *c*) y *d*) del problema 717.

719. El generador del problema 717 funciona como motor y a 1 500 r.p.m. Absorbe entonces 210 amperios a 250 voltios, con una corriente en el inductor de 1,04 amperios. Las pérdidas en el núcleo pueden considerarse proporcionales al cuadrado del flujo y, por tanto, a E^2, como en el problema 718. Disponer los datos como en la tabla III (pág. 573) y determinar: *a*) pérdidas totales; *b*) potencia útil; *c*) rendimiento; *d*) par (las pérdidas adicionales se calcularán por tanteo).

720. Un generador compound de shunt largo, de 200 Kw a 240 voltios y 1 200 r.p.m., tiene las siguientes características (ver símbolos de las tablas II y III, pág. 573. Las resistencias se dan, corregidas, a 75°C) $V = 240$ voltios; $I = 800$ amperios; $I_f = 8{,}6$ amperios; $R_a = 0{,}0068$ ohmios; $R_c = 0{,}0022$ ohmios; $R_s = 0{,}0018$ ohmios; $P_{SL} = 0{,}01$ potencia útil; $P_{CL} = 3\,200$ vatios; $P_{FW} = 3\,800$ vatios. Ordenar los datos y obtener los mismos resultados que en el problema 717.

721. El generador del problema 720 funciona como motor a 1 200 r.p.m., absorbiendo una corriente de 750 amperios. La corriente inductora es de 7,8 amperios y, como en los problemas 718 y 719, las pérdidas en el núcleo puede considerarse que son proporcionales al cuadrado del flujo. Ordenar los datos y obtener los mismos resultados que en el problema 719.

722. En un generador shunt de 10 Kw a 230 voltios y 1 200 r.p.m., la resistencia del inducido, incluyendo la de las escobillas, es de 0,252 ohmios, la del circuito de los polos de conmutación de 0,032 ohmios y la del inductor shunt de 244 ohmios. Las pérdidas adicionales son de 0,01 de la potencia absorbida y las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamientos de 470 vatios. A la carga nominal, determinar: *a*) potencia absorbida; *b*) rendimiento [fórmula (366), pág. 575].

723. En un generador compound de shunt corto, de 500 Kw a 600 voltios y 900 r.p.m., la resistencia del inducido, incluyendo la de escobillas, es de 0,0148 ohmios, la del circuito de los polos de conmutación de 0,0032 ohmios y la del inductor serie, de 0,0041 ohmios. La resistencia del campo shunt es de 72 ohmios; las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamientos a la carga y velocidad nominales de 17,2 Kw; las pérdidas adicionales de 0,01 de la potencia absorbida. Determinar a la carga y velocidad nominales: *a*) pérdidas totales; *b*) rendimiento; *c*) par necesario para accionar el generador.

724. En un motor shunt de 10 CV a 220 voltios y 1 800 r.p.m., la resistencia del inducido, incluyendo las escobillas, es de 0,262 ohmios, y la de los polos de conmutación de 0,081 ohmios. La resistencia del inductor shunt es de 385 ohmios. Cuando el motor funciona a la velocidad nominal y absorbe 39 amperios a 220 voltios, las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento son de 475 vatios y las adicionales el 0,01 de la potencia útil. Determinar: *a*) la potencia útil en caballos; *b*) el rendimiento; *c*) el par [ver fórmula (367), pág. 575].

725. En un motor shunt de 5 CV a 230 voltios y 1 500 r.p.m., la resistencia del inducido, incluída la de las escobillas, es de 0,175 ohmios, y la del inductor shunt de 610 ohmios. Las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento, incluyendo las pérdidas adicionales, cuando el motor trabaja a la carga y tensión nominales, son de 305 vatios. Determinar: *a*) potencia absorbida a la carga nominal; *b*) rendimiento; *c*) tanto por ciento de error en el rendimiento producido por un 10% de error en la determinación de las pérdidas conjuntas. (*Nota.* Para calcular I_a puede emplearse una sola ecuación de segundo grado en I_a o proceder por tanteo.)

726. Un generador shunt de 10 Kw a 220 voltios y 1 400 r.p.m. gira en vacío a la velocidad nominal y como motor, estableciéndose las conexiones como en la figura 419 (pág. 577). El inducido absorbe 1,95 amp. de la red a 233 voltios. La resistencia del inducido, incluyendo la de las escobillas, es de 0,275 ohmios. Determinar las pérdidas conjuntas del núcleo y por rozamientos.

727. En el problema 726 cuando el generador suministra la corriente nominal a 1 400 r.p.m., su f.e.m. inducida es de 233,5 voltios y la resistencia del inductor es 424 ohmios. Las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamientos son de 71 vatios. Determinar: *a*) la potencia absorbida; *b*) el rendimiento a la carga nominal.

728. El generador del problema 726 marcha a 1 400 r.p.m. como motor shunt. La corriente absorbida de la línea es de 40 amperios; la f.e.m. inducida de 232,5 voltios y la corriente de excitación 0,52 amperios. Las pérdidas en el núcleo y por rozamiento no varían. A partir de los datos del problema 726, determinar: *a*) las pérdidas totales; *b*) la potencia útil en caballos; *c*) el rendimiento; *d*) el par en la polea.

729. En un motor shunt de 25 CV a 250 voltios y 1 500 r.p.m., la corriente es de 84 amperios a 250 voltios. La resistencia del inducido, incluyendo la de las escobillas, es de 0,084 ohmios, la de los polos de conmutación 0,032 ohmios y la corriente en el inductor shunt de 0,94 amperios. Determinar: *a*) la f.c.e.m.; *b*) el valor de $E : S$ y el de S a que debe funcionar el motor en vacío para que se obtenga el valor correcto de las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento; *c*) el valor a que debe ajustarse la tensión V_1 (figura 419, pág. 577) si la corriente en el inducido es de 4,96 amperios; *d*) potencia perdida en el núcleo y por rozamientos; *e*) potencia absorbida por el motor si las pérdidas *d*) son de 162 vatios; *f*) rendimiento.

730. Las curvas de pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamientos de la figura 420 (pág. 579) se trazaron para un generador shunt de 20 Kw a 220 voltios y 920 r.p.m., cuyo inducido era de una resistencia de 0,075 ohmios y la del circuito de los polos de conmutación de 0,015 ohmios. Cuando la máquina suministra la potencia útil nominal a la tensión y velocidad nominales, la corriente de excitación es de 1,42 amperios. Determinar: *a*) pérdidas en el inducido y escobillas; *b*) pérdidas en el inductor; *c*) valor de $E : S$ que determina el flujo. Si las pérdidas conjuntas en el núcleo y por rozamiento resultan ser, por interpolación de las curvas de la figura 420, de 840 vatios y las pérdidas adicionales son de 140 vatios, determinar: *d*) la potencia útil; *e*) el rendimiento.

731. Dos generadores semejantes de 10 Kw a 230 voltios están conectados para llevar a cabo el ensayo de oposición de Kapp (fig. 421, pág. 582) y medir sus pérdidas. Cuando la máquina que funciona como generador suministra su corriente nominal de inducido de 66,5 amperios a 230 voltios, la corriente de la línea I resulta ser de 16,3 amperios. La corriente de excitación del generador es 1,4 amperios y la del motor 1,08 amperios. Las dos máquinas tienen una resistencia de inducido, incluídas las escobillas, de 0,034 ohmios. Determinar: *a*) potencia útil que da el inducido; *b*) pérdidas por resistencia en el inducido, incluyendo las de escobillas, y en los polos de conmutación de las dos máquinas; *c*) la f.e.m. inducida en el generador y en el motor; *d*) pérdidas en el núcleo y por rozamientos incluyendo las pérdidas adicionales; *e*) pérdidas en el inductor del generador; *f*) pérdidas totales en el generador; *g*) rendimiento del generador. Se supondrá que la suma de las pérdidas *d*) es proporcional a las f.e.m. inducidas.

732. En el problema 731, determinar el rendimiento de la máquina que actúa como motor. (Funciona con sobrecarga.)

733. Cuando la corriente en el inducido del generador del problema 731 es de 30 amperios, la corriente I de la línea es de 10,9 amperios. La corriente de excitación del generador es ahora de 1,24 amperios y la corriente en el inductor del motor 1,2 amperios. Determinar lo expuesto en los casos *d*) a *g*) de dicho problema.

734. En el problema anterior determinar el rendimiento de la máquina que actúa como motor.

735. Las resistencias del inducido y del inductor de un generador shunt de 100 Kw a 600 voltios se miden después de haber estado la máquina parada por algún tiempo en una sala de dínamos cuya temperatura era de 22°C. La tensión en terminales del arrollamiento inductor, sin comprender el reóstato, resultó ser de 460 voltios y la corriente en el mismo de 2,92 amperios. La resistencia del inducido entre dos delgas del colector marcadas resulta ser de 0,081 ohmios. Después de hacer marchar la máquina con carga durante 6 horas, se repiten las mismas mediciones. La resistencia del inducido es ahora de 0,088 ohmios; la tensión en el inductor de 455 voltios y su corriente 2,54 amperios. Determinar el aumento de temperatura sobre la ambiente, en: *a*) los devanados del inducido; *b*) los arrollamientos del inductor. Indicar si estas temperaturas están o no comprendidas entre los límites establecidos para los aislamientos de la clase A (ver pág. 587).

736. Un motor shunt de 25 CV a 230 voltios y 1 340 r.p.m. ha permanecido fuera de servicio durante algún tiempo en una sala cuya temperatura es de 23°C. La resistencia del inducido entre delgas marcadas resulta ser de 0,062 ohmios; la resistencia del arrollamiento inductor se mide por el sistema del voltímetro y amperímetro, que dan como lecturas 210 voltios el primero entre terminales del inductor, y 1,083 amperios el segundo. Después de una marcha de 5 horas a la carga nominal se repiten estas mediciones. La resistencia del inducido entre las mismas delgas que antes es ahora 0,0738 ohmios; el amperímetro da para corriente en el campo 0,948 amperios y el voltímetro 213 voltios. Determinar el correspondiente aumento de temperatura en: *a*) el inducido; *b*) el inductor.

737. Dos generadores shunt de 50 Kw a 240 voltios funcionan en paralelo. Los dos se regulan para dar 240 voltios a la intensidad nominal de 208 amperios, y luego se acoplan en paralelo. Cuando funcionan solos, la tensión en terminales del número 1 aumenta uniformemente desde los 240 voltios a la carga nominal a 247 voltios en vacío; la tensión en terminales del número 2 aumenta uniformemente desde 240 voltios a la carga nominal a 249 voltios en vacío. *a*) Trazar las curvas características. *b*) Cuando la carga total del sistema es de 360 amperios, determinar la corriente que suministra cada uno de los dos generadores.

738. Repetir el problema 737 para una carga total del sistema de: *a*) 220 amperios; *b*) 410 amperios.

739. El reóstato de campo del generador número 1 del problema 737 se regula de manera que a la carga nominal y a 240 voltios, ambos generadores produzcan la misma corriente. Con esta regulación, la tensión de la característica se eleva el mismo número de voltios en todos sus puntos. *a*) Trazar la característica. Determinar: *b*) la tensión en vacío del generador número 1; *c*) la corriente suministrada por cada uno de los generadores cuando la carga del sistema es de 300 ó 400 amperios; *d*) tensiones del sistema en el caso *c*).

740. En el problema 737, el reóstato del generador número 1 se regula de modo que la tensión en vacío sea también de 249 voltios. La tensión se eleva 2 voltios en toda la característica. *a*) Dibujar la característica. *b*) Determinar la corriente suministrada por cada generador cuando la carga del sistema es: *c*) 370 amperios; *d*) 400 amperios. Determinar la tensión en barras: *e*) en el caso *c*); *f*) en el caso *d*).

741. Se desea hacer marchar en paralelo dos generadores shunt, uno de 200 Kw a 240 voltios y el otro de 150 Kw a 240 voltios. La tensión en terminales del primero baja uniformemente 10 voltios desde 250 voltios en vacío hasta que se aplica la carga nominal. Determinar: *a*) la caída necesaria de tensión en el segundo generador al pasar de vacío a la carga nominal para que ambos suministren la parte adecuada de carga para cualquier valor de ésta. Supóngase que las características tensión-carga son líneas rectas y que la tensión sin carga es siempre de 250 voltios. *b)* Dibujar las características. Determinar la corriente suministrada por cada generador cuando la carga es de: *c)* 1100 amperios; *d)* 1400 amperios. *e)* Determinar la tensión en barras en los casos *c)* y *d)*. Determinar la potencia útil en kilovatios en cada generador en los casos: *f)* en *c)*; *g)* en *d)*.

742. Dos generadores compound a 250 voltios funcionan en paralelo. Uno es de 250 Kw y el otro de 150 Kw. La resistencia del inductor serie del primero es de 0,005 ohmios. *a)* Determinar la resistencia del inductor serie del segundo generador para que la carga se reparta de una manera adecuada. Los dos generadores actúan como hipercompound, de manera que la tensión de cada uno asciende en línea recta desde 240 voltios en vacío a 250 voltios para la carga nominal. Determinar: *b)* la carga correspondiente a cada generador cuando la total del sistema es de 1400 amperios y de 800 amperios.

PREGUNTAS RELATIVAS AL CAPÍTULO XV

Transporte y distribución de la energía

1. Indicar dos razones que hacen que, en general, la energía necesaria para grandes consumos en corriente continua se genere inicialmente en corriente alterna, se transporte en esta forma y se transforme después en corriente continua. ¿Por qué no es económico generar en gran escala energía en corriente continua a partir de una energía primaria, tal como la térmica o la hidráulica?

2. ¿En dónde se emplean actualmente distribuciones de grandes cantidades de energía en corriente continua? Dense cuatro razones de que así ocurra.

3. Hacer un esquema de conexiones indicando los tres sistemas que ordinariamente se utilizan para obtener corriente continua a 600 voltios y a 230/115 voltios, partiendo de unas barras de corriente alterna a 13800 voltios.

4. ¿De qué manera varía el peso del conductor cuando varía con la tensión de transporte, si se fijan la potencia transportada, la distancia y las pérdidas? Demostrarlo. Si la tensión de transporte se duplicara, ¿cuál sería el valor del peso de cobre, permaneciendo invariables los demás factores?

5. ¿Cómo varía el peso del conductor con la distancia a que la energía se transporta, si se fija la potencia transportada, la tensión y las pérdidas? Demostrarlo.

6. Enumerar las cuatro condiciones que fijan, en general, la sección del conductor que debe emplearse. ¿En qué casos interviene particularmente el problema del calentamiento? ¿De qué manera pueden influir los factores económicos en la determinación de la sección del conductor? Indicar los inconvenientes de una sección excesivamente grande o demasiado reducida.

7. ¿Por qué resulta más conveniente la tensión de 100 a 120 voltios para las lámparas de incandescencia? ¿Por qué no debe emplearse una tensión francamente más alta? ¿Cuáles son las ventajas y los inconvenientes de una tensión más baja para esta utilización?

8. ¿Cuáles son las tensiones que se utilizan comúnmente para las tomas de corriente por trole? ¿Por qué se eligen estas tensiones?

9. ¿Qué son las *cargas distribuídas*? ¿Dónde se presentan estos consumos? ¿En qué casos se emplean más corrientemente los conductores de sección uniforme en toda su longitud?

10. Teóricamente, ¿qué tipo de conductor resulta más económico para cargas uniformemente distribuídas? ¿Cuál es la manera práctica de aproximarse a las condiciones teóricas?

11. ¿Por qué se emplea el sistema de *bucle de retorno*? ¿Cuál es su inconveniente?

12. ¿Qué sistema evita el inconveniente del bucle de retorno? Trazar un esquema demostrativo de cómo puede modificarse este sistema para que sea más eficaz.

13. ¿Qué ventaja se obtiene conectando los receptores de 115 voltios por grupos de dos en serie y utilizando una línea a 230 voltios? ¿Cuáles son los inconvenientes de esta disposición?

14. ¿Cuáles son los inconvenientes del sistema serie-paralelo y cómo se evitan? ¿Cuáles son las relaciones que existen entre las tensiones en el sistema trifilar de Edison?

15. Si el conductor neutro se hace de la misma sección que los otros dos, ¿cuáles son los pesos relativos de cobre en el sistema trifilar a 220 voltios entre hilos activos y en el sistema simple de 110 voltios, sin variar las restantes condiciones?

16. ¿Qué se entiende por *cargas equilibradas*? En estas condiciones ¿cuál es la intensidad de la corriente que circula por el neutro?

17. ¿En qué dirección circula la corriente en el neutro si es mayor la carga en el lado positivo o si lo es en el negativo? ¿Qué relación existe entre intensidad de la corriente en el neutro y en los conductores activos? ¿Qué tipo de amperímetro debe emplearse para el neutro? ¿Cuáles son los límites prácticos de desequilibrio de cargas?

18. Exponer brevemente el efecto que se produce interrumpiendo el neutro: *a*) con cargas equilibradas y *b*) con cargas desequilibradas. ¿Por qué se pone en general el neutro en comunicación con tierra? ¿Por qué se suprimen ordinariamente los cortacircuitos y los fusibles en el neutro?

19. ¿Qué efecto se produce, en general, al aplicar cargas excesivas, en un circuito de un sistema trifilar, sobre la tensión del mismo? ¿Y sobre la del otro circuito?

20. Indicar el método que permite obtener un neutro empleando dos generadores shunt. ¿Cuál es su principal inconveniente?

21. ¿Cómo se establece el neutro mediante una batería de acumuladores? En general, ¿cómo se divide la corriente en el neutro cuando se une al centro de la batería? Indicar los inconvenientes de este sistema.

22. ¿Cuál es el principio del funcionamiento del grupo equilibrador? ¿Qué circunstancia determina qué máquina funcionará como motor o como generador? ¿Cuáles son los dos métodos aplicados para acentuar la acción del motor y del generador dando origen a una tendencia al equilibrio de tensiones?

23. ¿Cuál es el principio del funcionamiento del generador trifilar? ¿Por dónde circula la corriente alterna y la corriente continua de retorno del neutro? ¿Cómo puede pasar fácilmente la corriente continua de retorno por el inducido o por fuera de él?

24. ¿Cómo se suministra, en general, energía a los receptores de corriente continua en las zonas más congestionadas? ¿Cuál es la función de los alimentadores (feeders), de los cables principales y de las cajas de empalme? ¿Cómo se conectan las acometidas para los domicilios? ¿Cómo se determina en general la tensión en la extremidad de los alimentadores?

25. Un receptor se alimenta desde barras a tensión constante por medio de una línea de resistencia constante. ¿En qué condiciones será máxima la potencia absorbida por el receptor? ¿Cuál es el rendimiento del transporte en este caso? ¿Cuándo será máxima la intensidad de la corriente? ¿Cuál es el rendimiento del transporte cuando la corriente es máxima?

26. ¿Cuál es el tipo de generador que preferentemente se emplea para suministrar energía a los servicios de tracción? ¿Cómo se conectan dichos generadores al sistema?

27. ¿En qué condiciones basta una simple línea de contacto sencilla para transportar la energía a un vehículo eléctrico? Si un cable de contacto ordinario no tiene sección suficiente, ¿qué medios pueden emplearse para lograr que resulte suficiente para transmitir la energía requerida? ¿Por qué no se aumenta su sección? Describir el sistema de alimentación escalonado.

28. ¿En qué casos se emplean alimentadores múltiples? ¿Cuál es el inconveniente de su empleo? ¿Cómo puede evitarse este inconveniente?

29. ¿Por qué escapa de las vías la corriente de retorno de un tranvía? ¿Qué influye en la trayectoria que sigue? ¿Qué daños, en caso de producirse, se causan en el punto por donde la corriente se introduce en una tubería y en aquel por el que sale?

30. Indicar los métodos para mitigar los efectos de la electrólisis. ¿Por qué medios es posible tener idea de la intensidad de la corriente que circula entre la vía y las tuberías?

31. ¿Cuál es el objeto del «servicio de reserva» en las baterías de central? ¿Cómo se conectan a las barras ómnibus? ¿Cómo se regula su carga y descarga? ¿Qué tipo de placas se emplean en los acumuladores?

32. ¿Cómo se realiza la «regulación de la demanda», mediante baterías? Dibujar una curva típica de la demanda de una central, explicando la influencia que sobre ella ejercen las costumbres de los consumidores. Definir el «factor de carga». ¿Por qué no se emplean, en general, las baterías en las grandes centrales, para suavizar la curva de demanda?

33. ¿En qué casos se emplean las baterías para socorro, en las instalaciones de luz y fuerza?

34. Exponer el método de regulación de la descarga de baterías mediante resistencias, señalando sus inconvenientes.

35. ¿En qué principio sencillo se basa el funcionamiento de los elementos de f.c.e.m.? ¿Cuál es la ventaja principal de este método de regulación con respecto al de resistencias?

36. ¿En qué consiste la regulación por elementos adicionales? ¿Cómo se procede para variar las conexiones de un elemento con el siguiente sin abrir el circuito ni poner la batería en corto circuito?

37. ¿Cuál es la diferencia esencial entre los sistemas de distribución en serie y en paralelo? En el sistema en serie ¿qué ocurre al desconectar un receptor abriendo el circuito? ¿Cómo se desconectan los receptores en el sistema en serie?

38. ¿Por medio de qué aparatos se realiza actualmente el suministro a intensidad constante para el alumbrado de calles? ¿Cuáles son las ventajas del sistema en serie? ¿Cuál es su campo de aplicación? Trazar los esquemas de dos sistemas distintos de distribución en serie para alumbrado. Exponer las ventajas de cada uno de ellos.

PROBLEMAS RELATIVOS AL CAPÍTULO XV

Transporte y distribución de energía

743. Se lleva a cabo un transporte de energía por un alimentador, a una distancia de 250 m partiendo de barras a 250 voltios. La corriente en el receptor es de 250 amperios y la tensión en el mismo punto de 239 voltios. Determinar: *a*) la resistencia del alimentador; *b*) su sección; *c*) la potencia perdida; *d*) el rendimiento del transporte; *e*) la potencia que puede transportar el mismo alimentador si la tensión en barras fuese de 125 voltios, manteniendo el mismo rendimiento de antes. Se tomará como resistencia de cobre 17 ohmios por mm^2 y Km.

744. En el problema 743, el feeder se reemplaza por otro de la misma longitud y de una sección cuádruple. Con 125 voltios en las barras, determinar: *a*) la potencia que puede transportarse con dicha tensión en las barras y 119,5 voltios en el receptor; *b*) la potencia perdida; *c*) el rendimiento del transporte. Compárese *b*) y *c*) con los *c*) y *d*) del problema 743.

745. Se quiere transportar la misma potencia con la misma pérdida que en el problema 743, pero a 500 m. Determinar: *a*) la resistencia del alimentador; *b*) su sección; *c*) relación entre el peso del alimentador en este caso y en el problema 743.

746. Un motor absorbe 300 amperios a 225 voltios en la extremidad de un alimentador de 300 m de longitud y 150 mm^2 de sección (dos conductores de 300 m cada uno), cuya resistencia es de 0,12 ohmios/Km. Determinar: *a*) los kilovatios transportados; *b*) la tensión al principio del alimentador; *c*) la potencia perdida; *d*) el rendimiento del transporte; *e*) el peso de cobre.

747. En el problema 746, supóngase que la potencia se ha transmitido al motor a 112,5 voltios, permaneciendo invariables la pérdida de potencia y el rendimiento. Determinar: *a*) la intensidad de la corriente; *b*) la resistencia total del alimentador; *c*) la resistencia por kilómetro; *d*) la sección; *e*) el peso de cobre; *f*) la tensión en el origen. *g*) Comparar el peso de cobre con el encontrado en el problema 746.

748. Un motor de 25 CV, situado a 300 m de las barras ómnibus a 250 voltios, funciona a su potencia nominal y con un rendimiento de 0,875. El motor se alimenta con un conductor de 70 mm^2 cuya resistencia es de 0,27 ohmios/Km. Determinar: *a*) tensión en terminales del motor; *b*) su rendimiento. El motor está a una distancia de 430 m de las barras ómnibus. Se quiere que la caída de tensión hasta el motor no varíe. *c*) Determinar la sección del conductor que debe emplearse.

749. Un motor de 12 CV se alimenta desde un cuadro de distribución cuyas barras están a la tensión de 125 voltios. El motor está situado a 240 m del citado cuadro, y se desea que la diferencia de potencial en los terminales del motor sea de 115 voltios cuando el motor desarrolla su potencia de 12 CV. Determinar: *a*) el diámetro en milímetros del conductor de cobre necesario para conectar el motor con el cuadro. La resistencia del cobre por milímetro cuadrado y kilómetro a la temperatura existente es de 17 ohmios y el rendimiento del motor a plena carga de 86,5%. Si el cobre pesa 8,9 Kg/dm^3, determinar el peso del conductor en *a*. *c*) Repetir *a*) y *b*) para una tensión en las barras de 250 voltios y el mismo porcentaje de caída de tensión hasta el motor. *d*) Repetir *a*) y *b*) para una tensión de 625 voltios en las barras y el mismo porcentaje de caída de tensión hasta el motor.

750. Se desea transportar 120 Kw a una distancia de 400 m, con una tensión de 240 voltios en las barras, mediante un conductor de 500 mm^2 cuya resistencia es de 0,036 ohmios/Km. Determinar: *a*) la resistencia del conductor; *b*) la intensidad de la corriente; *c*) la tensión en terminales del receptor; *d*) el rendimiento.

751. Repetir el problema 750 para una carga de 100 Kw.

752. En un sistema similar al del problema 750, la distancia hasta el receptor es de 430 m y para que el rendimiento del transporte no varíe se instala un cable de 600 mm^2 cuya resistencia es de 0,028 ohmios/Km. Determinar: *a*) la resistencia de la línea; *b*) la intensidad de la corriente; *c*) la tensión en el receptor; *d*) peso del conductor; *e*) relación del peso *d*) al del alimentador encontrado en el problema 750; *f*) relación de los pesos a las distancias en *e*).

753. Una calle tiene 420 m de longitud y está alumbrada por medio de 8 lámparas de 485 vatios, conectadas en paralelo y dispuestas a distancias de 60 m. Este sistema se alimenta con conductores de 25 mm^2 (resistencia de 0,70 ohmios/Km). La tensión de suministro es de 125 voltios y la distancia del punto de suministro a la primera lámpara de 60 m. Determinar: *a*) la caída de tensión entre dos lámparas contiguas; *b*) la tensión en la última lámpara. Suponer que cada lámpara absorbe 4 amperios.

754. Si las lámparas del problema 753 están alimentadas por el sistema de bucle de retorno [fig. 432 (*a*), pág. 603], y los conductores siguen siendo de 25 mm^2, determinar la tensión en las lámparas de los extremos de la calle. Comparar sus tensiones absolutas y sus diferencias de potencial con las obtenidas en el problema 753.

755. En un sistema similar al del problema 753, la lámpara se alimenta ahora por la parte media del sistema (fig. 593) con dos cables de 25 mm^2 (0,70 ohmios/Km) desde una caja de empalme situada a 240 m, cuyas barras están a la tensión de 125 voltios. Determinar: *a*) la tensión de las lámparas 1, 2, 3 y 4; *b*) el rendimiento del transporte en el sistema.

756. Se transmite energía desde unas barras a 250 voltios a un motor de 60 CV, situado a 180 m de distancia, y a otro de 25 CV que dista 150 m más que el anterior. El rendimiento del motor de 60 CV es del 91,1% y el del motor de 25 CV del 87,5%, ambos a la potencia nominal. Si los dos motores funcionan a la potencia nominal, la tensión en el motor de 25 CV no debe ser menor de 230 voltios y en el de 60 CV de 239 vóltios. Determinar: *a*) la resistencia de los alimentadores necesarios; *b*) la sección más próxima a la requerida entre las de la A. W. G.; *c*) el peso de cada alimentador; *d*) el rendimiento del transporte.

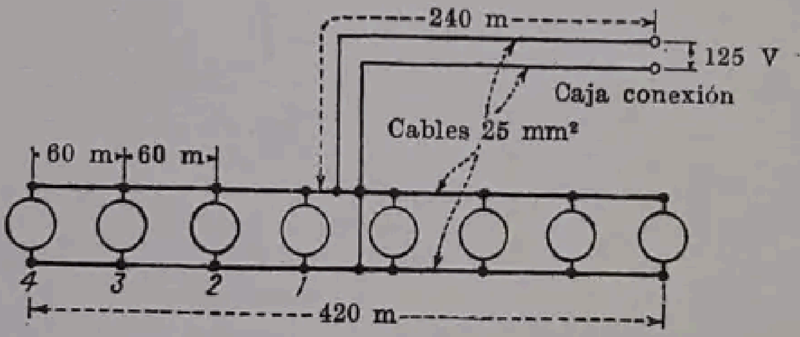


FIG. 593

757. En el problema 756 determinar: *a*) la sección de un conductor de diámetro uniforme que pese lo mismo que los dos alimentadores; *b*) la tensión correspondiente en cada motor si se emplea este alimentador; *c*) el rendimiento del transporte. ¿En cuál de los dos sistemas se utiliza mejor el cobre? (Emplear los valores de la resistencia del problema 756 y deducir la sección correspondiente, aun cuando se aparte de los valores normalizados.) Suponer que las intensidades de corriente en los motores son las mismas del problema 756.

758. Se desea alimentar un grupo de 80 lámparas de 115 voltios, situadas a 180 m del punto de alimentación a 240 voltios. Se supone que cada lámpara absorbe 0,9 amperios y que están conectadas en serie-paralelo como en la figura 433 (pág. 603). Se utilizan dos cables de 35 mm^2 cuya resistencia es de 0,53 ohmios/Km. Determinar: *a*) la tensión en las lámparas; *b*) la potencia perdida en la línea; *c*) el rendimiento del transporte. *d*) Si se emplea cable con aislamiento de caucho, compruébese su capacidad de transporte (véase Apéndice G, pág. 639).

759. En el problema 758 suponer que las lámparas se conectan todas en paralelo y que la tensión de suministro es de 120 voltios. La distancia y las pérdidas de potencia permanecen invariables. Determinar: *a*) la sección necesaria del conductor; *b*) la relación entre su peso de cobre y el problema 758 (comprobar su capacidad de transporte por medio del Apéndice G, pág. 639).

760. Hallar el peso de cobre en el problema 758, empleando: *a*) un neutro con una sección igual a la de los conductores activos; *b*) la mitad que la de los conductores activos; *c*) determinar la relación entre los pesos de los conductores obtenidos y los del problema 759, casos *a*) y *b*).

761. En la figura 594 se representa un sistema trifilar Edison, que alimenta varios receptores. Indicar la intensidad de la corriente y la dirección de ésta en cada uno de los puntos *a*, hasta *k*.

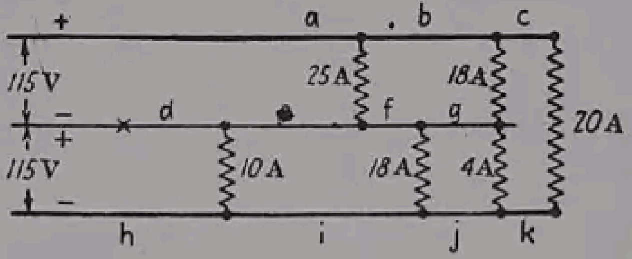


FIG. 594

762. Si el neutro se corta en el punto *X* (fig. 594), determinar las tensiones en: *a*) el hilo activo positivo y el neutro; *b*) el negativo y el neutro. Suponer que las resistencias de los receptores permanecen invariables y despreciar la caída de tensión en los conductores de alimentación.

763. En la figura 595 se representa el esquema de un sistema trifilar a 230/115 voltios, que alimenta una resistencia *A*, dispuesta entre el positivo y el neutro, y otra *B* conectada al negativo y al neutro. Cuando la corriente en cada resistencia es de 80 amperios, determinar la tensión en terminales de *A* y de *B*.

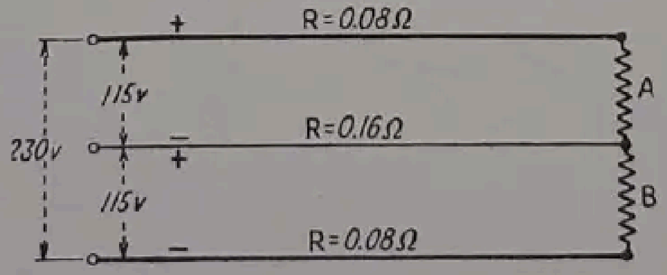


FIG. 595

764. En la figura 595, la corriente en *A* es de 80 amperios y en *B* de 50 amperios. Determinar la tensión en terminales de *A* y de *B*.

765. En la figura 595, la corriente en *A* es de 40 amperios y en *B* de 70 amperios; determinar la tensión en terminales de *A* y de *B*.

766. Si, en el problema 765, se desconecta el neutro, determinar la tensión en terminales de *A* y de *B*.

767. En la figura 596 se representa un esquema de distribución trifilar típica a 240/120 voltios, con receptores de lámparas *AB* y *CB*, conectadas entre los hilos activos y el neutro y un motor unido a los dos hilos activos. Cuando el motor absorbe 100 amperios, los receptores de *AB* 200 amperios, y los de *CB*, 150 amperios, determinar las tensiones en terminales de *AB*, de *CB* y del motor. La resistencia del cobre por mm²/Km se tomará igual a 17.

768. Repetir el problema 767 con el motor absorbiendo 150 amperios, el receptor AB 100 amperios y el CB 180 amperios.

769. Repetir el problema 767 con el motor conectado entre el neutro y el conductor negativo. Como la tensión ha quedado reducida a la mitad, la corriente absorbida será de 200 amperios para que pueda desarrollar la misma potencia.

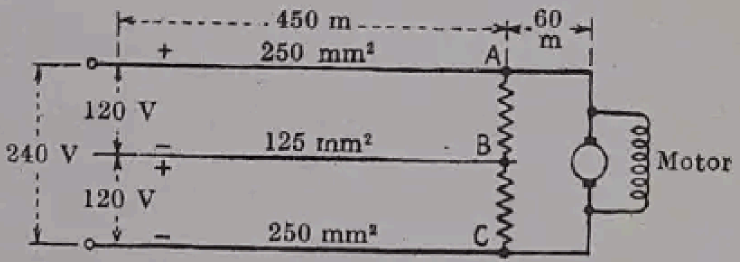


Fig. 596

770. En la figura 597 se representa un grupo equilibrador, constituído por dos dínamos, A conectada entre el positivo y el neutro, y B conectada entre el negativo y el neutro, en un sistema trifilar. El rendimiento de cada una de las máquinas puede tomarse de 0,85. Con la corriente $I_{ab} = 160$ amperios y la corriente $I_{fe} = 120$ amperios, determinar la intensidad de la corriente en: *a*) la máquina A; *b*) la máquina B; *c*) señalar qué máquina actúa como motor y cuál como generador.

771. Repetir el problema 770 con $I_{ab} = 100$ amperios e $I_{fe} = 180$ amperios.

772. Repetir el problema 770 con una carga de 150 amperios entre el hilo negativo y el neutro, y sin carga en el lado positivo del sistema.

773. Un receptor de corriente continua está instalado a 240 m de las barras de la central y se alimenta por un cable de dos conductores. Cuando la corriente del receptor es de 500 amperios, la tensión entre sus terminales es de 232,4 voltios y cuando la corriente es de 300 amperios, de 237,1 voltios. Determinar: *a*) la tensión en las barras; *b*) la resistencia del alimentador; *c*) la sección del alimentador. La resistencia por mm²/Km se tomará de 17,94 ohmios.

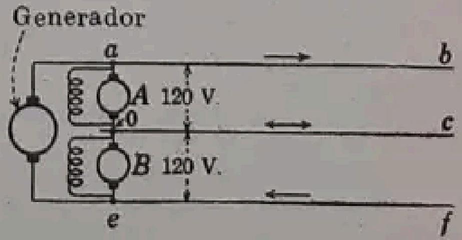


Fig. 597

774. En la extremidad de un feeder de 500 mm² de sección y de 420 m de longitud se conecta un receptor de 200 Kw, siendo la tensión en las barras, en el punto de salida del alimentador, de 240 voltios. Se tomarán 17,94 ohmios como resistencia del mm²/Km. Determinar: *a*) la resistencia del alimentador; *b*) intensidad de la corriente; *c*) tensión en el receptor; *d*) el rendimiento del transporte; *e*) la potencia teórica máxima que el alimentador puede suministrar al receptor; *f*) la corriente máxima teórica. Discutir la solución alternativa de *b*); *g*) dibujar la curva de la potencia en función de la intensidad de la corriente (ver figura 447, pág. 615).

775. En el problema 774, y para una carga igual a 160 Kw, determinar: *a*) la intensidad de la corriente; *b*) la tensión en el receptor; *c*) el rendimiento del transporte.

776. En el problema 775 y con una tensión en barras de salida de 120 voltios y potencia en el receptor de 50 Kw, determinar: *a*) intensidad de la corriente; *b*) tensión en el receptor; *c*) rendimiento de la transmisión; *d*) potencia máxima teórica; *e*) relación entre el valor *d*) y el *e*) del problema 774.

777. Un motor eléctrico colocado a 4 Km de las barras de la central absorbe 75 Kw, alimentándose mediante dos conductores de 240 mm^2. La resistencia por mm^2 y Km se tomará de 17,94 ohmios. Determinar: *a*) la resistencia del alimentador; *b*) la tensión en el motor; *c*) pérdida de potencia en el alimentador; *d*) rendimiento del transporte.

778. *a*) En el problema 777 se intenta obtener 175 Kw en el receptor. Determinar: *b*) la potencia máxima en el receptor; *c*) tensión en el receptor; *d*) rendimiento del transporte; *e*) intensidad máxima de corriente en el receptor; *f*) dibujar la curva de la potencia en función de la intensidad de la corriente (ver fig. 447, pág. 615) e indicar el punto de funcionamiento en el problema 777.

779. Si, en el problema 778, la tensión en barras de salida es de 750 voltios, determinar: *a*) dos valores de la tensión en carga cuando el receptor absorbe 175 Kw; *b*) rendimientos del transporte; *c*) potencia máxima; *d*) relación entre el valor encontrado en *c*) y el obtenido en *b*), en el problema 778.

780. Una línea de trole de cobre duro recocido de 120 mm^2 une las barras de la central a la tensión de 600 voltios, con un punto situado a 6,4 Km. En un recorrido de 4,8 Km se dispone un alimentador paralelo de una sección de 150 mm^2 que se empalma con el hilo de trole cada 400 m [ver fig. 448 (2), pág. 617]. La resistencia del cable de 120 mm^2 es de 0,16 ohmios/Km y la del alimentador de 150 mm^2, de 0,13 ohmios/Km. La resistencia de los carriles y circuito de retorno por tierra es de 0,03 ohmios/Km. Determinar: *a*) la tensión en un coche situado a 4,8 Km de distancia y que absorbe 90 amperios; *b*) la tensión en la extremidad más alejada de la línea.

781. Determinar la tensión en el coche del problema 780 cuando se encuentra: *a*) a 5,6 Km de la central productora y absorbe 90 amperios; *b*) a 4 Km de la central y absorbe 60 amperios.

782. La figura 598 representa una línea de toma de corriente de cobre duro recocido, de 100 mm^2, de 10 Km de longitud. Está alimentada por tres conductores en paralelo de 200 mm^2 que se empalman en puntos separados por distancias de 2,5 Km. La resistencia del retorno es de 0,03 ohmios/Km y la del cobre se tomará de 17 ohmios por mm^2 y Km. Determinar: *a*) la resistencia equivalente de la línea de trole y los alimentadores hasta el extremo de la línea; *b*) la tensión en un vehículo que estuviese a 10 Km de la central y absorbiese 100 amperios; *c*) la tensión en un vehículo situado a 7,2 Km de la central y que absorbiese 100 amperios; *d*) la tensión en el extremo de la línea de toma de corriente en el caso *c*).

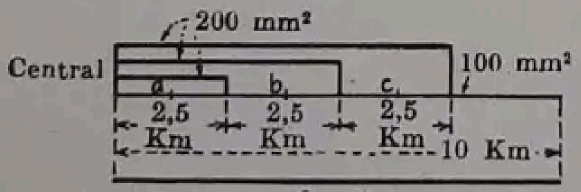


FIG. 598

783. Determinar la tensión en el coche del problema 782 cuando se encuentra a 5,6 Km de la central y absorbe 110 amperios.

784. En la figura 598, la línea aérea de contacto del trole se secciona en los puntos *a*, *b* y *c* [ver fig. 448 (4), pág. 617]. Determinar: *a*) la resistencia equivalente a la de la línea de contacto y los alimentadores, en el extremo de la primera; *b*) la tensión en un coche situado a 10 Km de la central y que absorbe 100 amperios. Comparar el resultado de *b*) con el de *b*) del problema 782.

785. En la figura 598 (con la línea de toma seccionada) determinar la tensión en un vehículo situado a 5,6 Km de la central y que absorbe 110 amperios. Comparar este resultado con el del problema 783 y deducir cuál de los dos sistemas de alimentación es más económico en cuanto a peso de cobre.

786. La punta del consumo de una central es de 7200 Kw. La energía suministrada por dicha central es de 67600 Kwh en 24 horas. ¿Cuál es el factor de carga diario?

787. Una batería de acumuladores consta de 68 elementos conectados en serie, cuya f.e.m. es de 2,18 voltios y su resistencia de 0,00227 ohmios. Se desea que la intensidad de la corriente de descarga sea de 50 amperios con una tensión de 125 voltios en las barras. Determinar: *a*) la resistencia en serie necesaria: *b*) la potencia que desarrolla la batería; *c*) la potencia perdida a causa de la resistencia de la batería; *d*) la potencia perdida en la resistencia en serie.

788. *a*) Determinar la corriente de descarga de la batería del problema 787 cuando la f.e.m. de un elemento de la batería se reduce a 2,05 voltios, quedando sin variación los restantes factores. *b*) Valor que debe darse a la resistencia en serie para llevar la intensidad de descarga a 50 amperios.

789. Si se utilizan elementos de f.c.e.m., en el caso del problema anterior, de 2,218 voltios cada uno, determinar cuántos se necesitarán. Despreciar la resistencia interna de los elementos de f.c.e.m.

790. Supóngase que en el problema 787 se utiliza la regulación mediante reductor, empleándose para ello los siete últimos de la batería (fig. 452, pág. 623). La tensión en barras continúa siendo de 125 voltios. Determinar: *a*) la corriente que suministra la batería; *b*) la potencia perdida en la batería.

791. Un sistema combinado de un transformador de corriente constante y un rectificador de vapor de mercurio suministra la energía a 45 lámparas de arco en serie, de 510 vatios y 6,6 amperios en corriente continua, mediante un conductor de 10 mm^2 cuya resistencia es de 1,8 ohmios/Km. La longitud del circuito de las lámparas es de 17,3 Km. Determinar la tensión en terminales del generador y el rendimiento del transporte.

792. Repetir el problema 791 para el caso de 56 lámparas dispuestas en un circuito de 20 Km.

ÍNDICE ALFABÉTICO

Abamperio, 33.
Abculombio, 33.
Abvoltio, 33, 34.
Acero K. S., 302.
—magnético al cobalto, 302.
Acoplamiento en paralelo de generadores, 591.
Acumulador, 107.
—alcalino de níquel-hierro, ventajas, 140.
—blindado Exide, 123.
Acumuladores, 117.
—alcalinos de níquel cadmio, 141.
——Edison, 134.
—, características, 130.
—de plomo y ácido, 117.
—fijos, 124.
—(montaje), 137.
Aguja magnética, 225.
Aislador, 359.
Aislamiento, ensayo de, 191.
Aislantes, 8.
Aleación de Heusler, 214.
Aleaciones alnico, 302.
Alimentación, sistemas de, 602.
Alnico, 12, 302, 304.
Aluminio, resistividad del, 21.
Amortiguador electrodinámico, 153.
Amortiguamiento crítico, 153.
Amperio, 35.
Amperios-vuelta, 272.
Amperímetros, 160.
Amplidyne, 510, 552.
Anillo, método del, 315.
Aniones, 145.
Ánodo, 106.
Aparatos de escala concéntrica, 166.
Aparatos de imán circular, 165.
Aparatos de termoelemento y vacío, 167.
Aparatos tipo Weston, 158.
Arranque, dispositivos de, 540.
Arrollamiento de bucles, 406.
Arrollamiento de dos capas, 406.
Arrollamiento de tambor, 404.
Arrollamiento imbricado, 406.
Arrollamientos múltiples, 414.
Atomo de Bohr, 215.
Autoinducción, 322, 325, 344.
—, coeficiente de, 326.
—con reluctancia variable, 330.
—e inercia, 347.
Ayrton, shunt de, 155.

Barkhausen, efecto, 221.
Barro anódico, 146.
Batería de acumuladores, 608.
—en paralelo, 68.
—en serie, 67.
Baterías de socorro, 621.
—en carga, 65.
—nicad y alcad, 144.
—portátiles, 129.
—primarias y secundarias, 104.
Biot-Savart, ley de, 251.
Bobina de corriente, 175.
—de potencial, 176.
Bobinas adicionales, 165.
—de campo, 429.
—de espiras múltiples, 409.
—de inducción, 347.
Booster, 499.
Brújula, 225.
Bucle abierto, sistema de, 625.
—cerrado, 603.
—paralelo, sistema de, 625.

Cables (cálculo de), 58.
—multifilares, 30.
Caída de tensión, 55, 61.
Cálculo de cables, 58.
—de las capacidades, 380, 383.
Calentamiento, 585.

Calor por efecto Joule, 7.
—y energía, 53.
Caloría-gramo, 55.
Campo, regulación del, 552.
—de autoimanación, 515.
—dieléctrico, 352.
—electrostático, 352.
—magnético, 224.
—magnético de una espira, 253.
—patrón, 515.
—piloto, 515.
Capacidad, 349, 361.
—, cálculo de la, 370.
—, medida de la, 390.
—inductiva, 360.
Capacidades, cálculo de las, 380, 383.
—en serie, 364.
Característica, 476.
—llana, 488.
—shunt, 476.
—total, 480.
Carga, 131.
—y descarga, características de, 138.
Cargas desequilibradas, 604.
—distribuídas, 601.
—electrostáticas, 350.
—equilibradas, 604.
Cationes, 145.
Cátodo, 106.
C. g. s., sistema, 229.
Ciclo de histéresis, 300.
—reducido de histéresis, 306.
Ciclos de histéresis, 320.
Circuito, 91.
—de tren, 555.
—en paralelo, 45.
—en serie, 44.
—en serie-paralelo, 48.
—magnético, 224, 271.
—unilateral, 91.
Circuitos a través del inducido, 411.
—bilaterales, 91.
Circular mil, 17.
Cobre (coeficientes de temperatura), 26.
—(resistividad del), 20.
Codo de la curva, 276.
Coeficiente de acoplamiento, 342.
—de autoinducción, 326.
—de inducción mutua, 342.
Colector, 433.
—con escobillas, 399.
Combinadores, 545.
Componente transversal de imanación, 450.
Compound, generador, 486.
Condensador, descarga de un, 387.
Condensadores de placas paralelas, 380, 383.
—en serie, 364.
Conductancia, 10, 13.
Conductibilidad magnética, 273.
Conductor, peso del, 598.
—, tensión del, 598.
Conductores, 8, 30.
—, sección de los, 600.
—desmagnetizantes del inducido, 451.
—electrolíticos, 105.
Conmutación, 462.
—ideal, 464.
Conmutatriz, 563.
Constante de espacio, 360.
—de tiempo, 333.
—dieléctrica, 351.
—dieléctrica, 360.
Contador de energía trifilar, 213.
—Thomson, 210.
Contadores, verificación, 211.
—de energía, 208.
Copernik, 300.
Corona, efecto, 388.
Corriente (medida de la), 41.
—eléctrica (naturaleza de la), 38.
Corrientes parásitas, 568.
Cortacircuitos de película, 624.
Coulomb, ley de, 377, 382.
Cruces, 186.
Cuatro terminales (redes de), 99.
Culata, método de la, 314.
—de una dínamo, 427.
Culombio, 35.
Cunico, 303.
Cunife, 303.
Curie, punto de, 218.
Curva de desimanación, 243.
—de imanación, 275.
—de saturación, 439.
—energética, 303.
—normal, 220.
Curvas de conmutación, 466.

Curvas de imanación, empleo de, 282.

Chispas en el colector, 468.

Daniell (pila de), 109.
Daraf, 363.
D'Arsonval, galvanómetro, 150.
Década de resistencias, 180.
Demanda, regulación de la, 620.
Densidad de corriente normal, 58.
—de flujo, 232, 273.
Descarga de un condensador, 387.
Desequilibrio de tensiones, 606.
Despolarización, 109.
Devanado de dos circuitos, 415.
—de entrada doble, 415.
—forzado, 423.
—ondulado, 419.
Dieléctricos, 358.
Diferencia de potencial, 36, 40, 61, 358.
Dina, 233, 351.
Dina-centímetro, 5?.
Dinamómetro de cuna, 562.
Dínamos, características de las, 435.
—, circuitos magnéticos, 268.
—, construcción de las, 427.
—, pérdidas en las, 565.
Distribución a potencial constante, 601.
—en serie, 623.
Divisor de tensión, 204.
Dobrowolsky, método de, 612.
Dominios, 217.
—, rotación de los, 220.

Ecuaciones de Maxwell, 88.
Efecto Barkhausen, 221.
—corona, 388.
Elastancia, 363.
Electricidad dinámica, 6, 349.
—estática, 349.
Electrodo, 106.
Electroimán de núcleo móvil, 262.
Electroimanes, 214.
—comerciales, 261.
—para cargas, 265.
Electrólisis, 145.
—de Faraday, leyes, 146.
—debida a corrientes de tierra, 618.
Electrólitos, 105, 126, 140, 142, 145.
Electromagnetismo, 248.
Electrones, 6.
Electrostática, 349.
Elemento primario, 106.
—testigo 127.
Elementos de fuerza contra-electromotriz, 622.
—galvánicos, 105.
—voltaicos, 105.
Elevadores de tensión, 499.
Energía, contadores de, 208.
—, distribución, 596.
—, generación, 597.
—, transporte, 596.
—almacenada, 346.
—calorífica, 53, 337.
—del campo magnético, 336.
—eléctrica, 51, 53.
—luminosa, 53.
—magnética, 337.
—mecánica, 53.
—química, 53, 107.
—térmica, 53.
—trifilar, contador de, 213.
Ensayo de aislamiento, 191.
—de motores, 558.
—de Murray, 187.
—de Varley, 190.
—por oposición, 581.
Equivalente electroquímico, 146.
—mecánico del calor, 55.
Ergio, 52.
Escala concéntrica, aparatos de, 166.
Escobillas, 434.
Espectro magnético, 225.
Espiral abierta, sistema de, 603.
Espiras múltiples, 411.
Estabilización, 308.
Estat culombio, 351.
Estrella (sistemas en), 96, 97, 98.
Exide, acumulador blindado, 123.
—-Manchester, placas, 121.
Extintor del arco, 549.

Factor de carga, 621.
Falta de corriente, causas, 447.
Faradio, 362.
Faure, placas, 122.

F. e. m. de autoinducción, 328.
— inducida, 322.
Fleming, regla de, 397.
Flujo, 273.
—, densidad de, 232.
—magnético, mediciones, 309.
Fotocélulas, 168.
Fotoemisión, 168.
Fotómetros, 168.
Frenado electrodinámico, 556.
—por recuperación, 556.
Freno de Prony, 558.
—por recuperación, 557.
Frenos electromagnéticos, 267.
—magnéticos, 264.
Fritts, pila de, 168.
Fuerza coercitiva, 221, 287.
—contraelectromotriz, 524.
—de restitución, 152.
—electromotriz, 61, 394.
—electromotriz de autoinducción, 466.
—electromotriz de polarización, 109.
—magnetomotriz, 272.
Funcionamiento, 565.

Galvanómetro, ajuste, 312.
—balístico, 309.
—de D'Arsonval, 150.
—tipo E, 152.
Galvanómetros shuntados, 153.
Gauss, 232, 274.
—, teorema de, 357.
Generador compound, 486.
—en serie, 497.
—trifilar, 612.
—WD, 509.
Generadores, 394.
—, regulación de los, 479.
—, tipos de, 443.
—con escobilla de regulación, 503.
— —polos de desviación, 505.
—homopolares, 502.
—para soldadura eléctrica, 507.
—shunt, 444.
—unipolares, 502.
Gilbert, 272.
Gradiente de potencial, 359.
—de tensión, 59.
Gramme, inducido de, 401.
Gravedad (pila de), 110.
Grupo equilibrador, 609.

Henrio, 326.
Hilos (diámetros de), 29.
—(galgas de), 29.
—de protección, 194.
Hipernik, 300.
Histéresis, 218, 286, 441, 570.

Imán circular, aparatos de, 165.
Imanación, 218, 308.
Imanación, curva de, 275.
—, intensidad de, 233.
Imanes, 223.
—naturales, 214.
—permanentes, 214, 223, 300.
— —(construcción), 304.
— —(funcionamiento), 306.
Impedancia, 95.
Inducción electrostática, 354.
—magnética, 234, 273.
—mutua, 322, 341, 344.
Inducido, 400, 430, 568.
—, reacción del, 447.
—de Gramme, 401.
Inductor shunt, 567.
Instrumentos eléctricos, 149.
Intensidad de campo, 231, 355.
—de imanación, 233.
—del campo y densidad del flujo, 378.
Interruptor de campo, 338.
Ionización del aire, 388.

Julio, 37, 52.

Kapp, método de, 581.
Kelvin, puente de, 184.
Kilocaloría, 55.
Kilovatio, 50.
Kilovatio-hora, 52.
Kirchhoff (leyes de), 61, 76.

Leclanché (pila de), 111.
Lenz, ley de, 324.
Ley de Biot-Savart, 251.
—de Coulomb, 351, 377, 382.
—de Lenz, 324.

Ley de Ohm, 42.
—del campo magnético, 235.
—del circuito magnético, 277.
Leyes de Kirchhoff, 61, 76.
——(aplicación), 86.
—de la electrólisis de Faraday, 146.
Línea de corte, 305.
Líneas de fuerza, 223, 226.
—de imanación, 226, 227.
—de inducción, 223, 224, 226.

Magnetismo, 214.
—remanente, 221.
Magnetita, 214.
Mallas, 88.
Máquinas de corriente continua, 584.
Marcha en paralelo de generadores, 590.
Materiales magnéticos, 214.
Materias diamagnéticas, 215.
—ferromagnéticas, 214.
—paramagnéticas, 214.
Maxwell, 229, 273.
—(ecuaciones de), 88.
Medición de resistencias, 169.
Mediciones eléctricas, 169.
Medida de la potencia, 206.
Medidas eléctricas, 149.
Megaohmio, 9.
Megavatio, 50.
Megger, 175.
Método balístico, 390.
—de Dobrowolsky, 612.
—de dos generadores, 608.
—de Kapp, 581.
—de Poggendorf, 117, 197.
—de Thomson-Varley, 200.
—de Wolff, 202.
—del puente, 392.
—del voltímetro y amperímetro, 169.
—por tanteo, 280.
—para equilibrar un puente, 181.
Mho, 13.
Microamperímetros, 160.
Microfaradio, 363.
Micromicrofaradio, 363.
Microohmio, 9.
Miliamperímetros, 160.
Milímetro cuadrado-kilómetro, 19.
——metro, 20.
Miliohmio, 9.
M. k. s., sistema, 230, 239.
Montaje de acumuladores, 137.
Motor compound, 537.
—eléctrico, 517.
—Lincoln, 553.
—serie, 534.
—shunt, 531.
Multiplicadores adicionales, 165.
Murray, ensayo de, 187.

Newton, 240, 352.
Núcleo, pérdidas en el, 568.
Núcleos de una dínamo, 427.

Oersted, 232.
Ohm (ley de), 42.
Ohmímetros, 172.
Ohmio, 9, 36.
Oscilógrafo de rayos catódicos, 320.

Pantallas magnéticas, 246.
Par, 520.
Parámetros, 91.
Paso en el colector, 408, 422.
—frontal, 420.
Pérdidas, 565.
—conjuntas, 574.
—en el hierro, 292.
—en el núcleo, 568.
—en las caras polares, 570.
—por corrientes parásitas, 290, 297, 298.
—por histéresis, 288, 296, 298.
Permalloy, 299.
Permeabilidad, 273.
—relativa, 240, 276.
Permeámetro de Koepsel, 309, 318.
Permeancia, 273.
Perminvar, 300.
Permitividad, 360.
Pila de Daniell, 109.
—de Fritts, 168.
—de gravedad, 110.
—de Leclanché, 111.
—de Ruben, 113.
—eléctrica (principio de la), 104.
—electrolítica, 106.
—patrón de Weston, 115.

Pila voltaica, 105.
Pilas de cloruro de plata y magnesio, 114.
—primarias, 107.
—secas, 111.
—secundarias, 107.
Placa Exide-Manchester, 121.
Placas (su construcción), 135.
—empastadas, 122.
—Faure, 122.
—Planté, 119.
Plano neutro o ecuatorial, 223.
Planté, placas, 119.
Poder multiplicador, 156.
Poggendorf, método de, 117, 197.

Polarización, 108.
Polos consecuentes, 225.
—del imán, 223.
—de conmutación, 472.
Potencia (pérdidas de), 59.
—eléctrica, 49.
—máxima, 51.
—nominal, 585.
Potencial absoluto, 38.
Potenciómetro, 195.
—Leeds & Northrup, 198.
Principio de reciprocidad, 95.
—de superposición, 74, 92.
Principios electroquímicos, 136.
Prony, freno de, 558.
Protección, hilos de, 194.
Puente, método del, 392.
—de cursor, 183.
—de Kelvin, 184.
—de Wheatstone, 178.
Puentes de cuadrantes, 180.
—de décadas, 180.
Punto de Curie, 218.
—límite, 476.

Reacción del inducido, 284.
Reciprocidad (principio de), 95.
Rectificador de vacío, 91.
Recubrimiento electrolítico, 147.
Red eléctrica, 91.
— —activa, 92.
— —pasiva, 92.
—general, 99.
Redes (cálculo de), 80.
Redes de cuatro terminales, 99.
—en Δ, 92.
—en L, 92, 102.
—en π, 100.
—en T, 92, 100, 101.
Regla del sacacorchos, 249.
—de la mano, 249.
— —derecha, 397.
— —izquierda, de Fleming, 519.
Regulación del campo, 552.
—de la demanda, 620.
—de la velocidad, 553.
—mediante reductor, 623.
—por resistencia, 622.
Regulador GDA, 501.
—Tirrill, 501.
—automáticos de tensión, 500.
—de acción directa, 501.
Relevadores fotoeléctricos, 168.
Reluctancia, 273.
—de un circuito magnético, 274.
Remanencia, 287.
Rendimiento, 565, 570.
—de las baterías, 144.
Reóstato de campo, 543.
—de cuatro bornes, 542.
—de tres bornes, 540.
Reóstatos de arranque automáticos, 545.
—para motores serie, 544.
Reserva, servicio de, 619.
Resistencia, unidad de, 9.
—crítica, 447.
—crítica exterior, 153.
—de debilitación, 489.
—de transferencia, 95.
—del inducido, método de la, 549.
—del inductor, 443.
—eléctrica, 6.
—interna, 107.
—mutua, 95.
—nula, 27.
—referida al volumen, 12.
Resistencias, materiales para, 23.
—, medición de, 169.
—de contacto, eliminación de, 170.
—en paralelo, 15.
—en serie, 15.
Resistividad, 11.
—, normas, 22.

Rigidez dieléctrica, 359.
Rotación de los dominios, 220.
Rototrol, 514, 552.
Roturas, 186.
Ruben, pila de, 113.

Sección de los conductores, 600.
Semiconductores, 27.
Separadores, 125.
—magnéticos, 264.
Serie-paralelo, sistema, 603.
Servicio de reserva, 619.
Shunt de Ayrton, 155.
—para galvanómetro, 153.
Siemens, 13.
Silmanal, 303.
Sistema escalonado, 617.
—c. g. s., 32, 229.
—c. g. s. de unidades magnéticas, 272.
—de bucle abierto, 625.
—de bucle paralelo, 625.
—de tensiones múltiples, 551.
—de unidades múltiples, 554.
—m. k. s., 230, 239, 258.
—m. k. s. racionalizado, 239, 242.
—m. k. s. no racionalizado, 239.
—serie-paralelo, 603.
—Thury, 499, 596
—trifilar, 608.
——de Edison, 603.
—Ward Leonard, 551.
Sistemas de alimentación, 602.
—de unidades magnéticas, 272.
—en estrella, 96.
—en triángulo, 96.
Socorro, baterías de, 621.
Solenoide patrón, 310.
Solenoides, 256.
—comerciales, 261.
Sopladores magnéticos, 548, 549.
Spin electrónico, 215, 217.
Superposición, principio de, 92.

Tacómetro, 563.
Tanteo, método por, 280.
Temperatura, acción de la, 217.
—(coeficiente de), 24.
Tensión, elevadores de, 499.
Tensiones de distribución, 601.
—múltiples, sistema de, 551.
Teorema de Gauss, 357.
—de Thévenin, 93.
Teoría de Weber y Ewing, 215, 222.
Termistores, 27.
Termoelemento y vacío, aparatos de, 167.
Thévenin (teorema de), 93.
Thomson-Varley, método de, 200.
Thury, sistema, 499; 596.
Tierras, 186.
Tirrill, regulador, 501.
Triángulo (sistemas en), 96, 97, 98.
Trifilar de Edison, sistema, 603.
Tubos de fuerza, 233.

Unidad de carga eléctrica, 351.
Unidades eléctricas (sistema de), 34.
——(sistema m. k. s.), 35.
—m. k. s., 258.
——(sistema de), 34.
—múltiples, sistema de, 554.
—térmicas, 55.

Valle del consumo, 621.
Varistores, 27.
Varley, ensayo de, 190.
Vatímetro, 208.
Vatio, 37.
—-segundo, 52.
Vectolite, 303.
Velocidad, determinación de la, 562.
—, efecto de la, 493.
—, regulación de la, 549, 553.
Verificación de los contadores, 211.
Voltaje (medida del), 41.
Voltímetro, método del, 171.
—y amperímetro, método del, 169.
Voltímetros, 164.
Voltio, 36.

Ward Leonard, sistema, 551.
Weber y Ewing, teoría de, 215, 222.
Weston, aparatos, 158.
—, pila patrón de, 115.
Wheatstone, puente de, 178.
Wolff, método de, 202.

Colección «Semiconductores»

Tamaño de los volúmenes 22×16 cm.

CIRCUITOS DE TRANSISTORES

L. G.COWLES, Ing. electrónico
3.ª edición, 412 páginas, con numerosos grabados.

PROYECTO DE CIRCUITOS CON SEMICONDUCTORES

L. G. GOWLES, Ing. electrónico
414 páginas, con numerosos grabados.

INTRODUCCION A LOS SEMICONDUCTORES

F. J. BAILEY
2.ª edición, 212 páginas, con 147 figuras.

PRACTICA DE LABORATORIO CON SEMICONDUCTORES

R. F. COUGHLIN
172 páginas, con 112 ilustraciones.

SELECCION DE CIRCUITOS CON SEMICONDUCTORES

TAB
480 páginas, ilustrado. Se exponen unos 300 esquemas.

CIRCUITOS ELECTRONICOS DE CONMUTACION

BOZIC, CHENG y PARSONS
432 páginas y 348 grabados.

INTRODUCCION A LOS CIRCUITOS INTEGRADOS

GRINICH / JACKSON
Unas 680 páginas.

CENTRALES ELECTRICAS

E. Santo Potess

620 páginas, de 26 × 18 cm., con 250 figuras y numerosas tablas. Contiene toda la serie de conocimientos necesarios para el estudio del proyecto y construcción de una central eléctrica, ya sea hidráulica o térmica. Libro adecuado para uno o dos cursos de las facultades de ingeniería eléctrica, civil o de energética.

Extracto del Indice: Clasificación de las plantas eléctricas. Cálculo de la potencia requerida. — Clasificación de las plantas hidroeléctricas. Hidrología. — Plantas no reguladas. Derivación y conducción abiertas. — Presas de embalse. — Obras comunes a todas las plantas. Tubería de presión. — Turbinas. — Plantas térmicas. — Alternadores. — Estación generadora. — Subestación de transformación. — Relés. Protección. Cortocircuitos. — Equipos de control y protección. — Pruebas de equipos e instrumentos. Puesta en marcha. — Apéndice sobre presupuestos.

ELECTROPULIDO Y ANODIZACION DE METALES

N. P. Fedotiev y S. Y. Grilijes

272 páginas, de 21 × 15 cm, con 81 figuras y 60 tablas. Libro de carácter práctico que estudia los procesos y los métodos cada vez más extendidos de acabado de metales.

Extracto del Indice: 1. El decapado electrolítico de metales. — 2. Electropulido de los metales. — 3. Electropulido del acero. — 4. Electropulido de metales no férricos, ligeros y preciosos. — 5. Efectos del electropulido sobre las propiedades del metal. — 6. Práctica del electropulido. — 7. Aplicaciones del electropulido. — 8. Anodizado del aluminio y sus aleaciones. — 9. Anodizado industrial. — 10. Aplicaciones del anodizado del aluminio. — 11. Anodizado de otros metales.

ACUMULADORES DE PLOMO Y DE ACERO

E. Witte

250 páginas, de 21 × 15 cm, con 140 figuras y 13 tablas. Esta obra estudia de un modo sistemático los acumuladores; sus principios, funcionamiento, características y mantenimiento. La gran importancia que su aplicación ha adquirido en la actualidad, en todos los campos de la técnica, hace que este libro sea de gran interés, tanto para el estudiante, técnico o profesional que opere con acumuladores eléctricos.

Extracto del Indice: 1: Generalidades. 2: El acumulador de plomo. 3: El acumulador de acero. 4: Colocación de las baterías y útiles de carga. 5: Métodos de carga. 6: Dispositivos y conexiones de baterías para mantener constante la tensión de consumo. 7: Empleo de acumuladores para propulsión de vehículos. 8: Empleo de acumuladores para instalaciones auxiliares de vehículos. 9: Empleo de acumuladores para instalaciones fijas. 10: Selección de las baterías.

FUNDAMENTOS DE ELECTRICIDAD

Tratado de electricidad, por Ch. L. Dawes. Dos volúmenes de 21×15 cm.

- I: **Corriente continua.** 8.ª tirada, 806 páginas, con 598 figuras.
- II: **Corriente alterna.** 8.ª tirada, 736 páginas, con 545 figuras.

Electricidad básica, por F. Evdokimov, 566 páginas, de 21×15 cm, con 311 figuras y numerosos problemas resueltos.

570 problemas de electricidad, por P. Marco Sancho, 4.ª tirada, 226 páginas, 15×21 cm, 75 figuras y esquemas.

BIBLIOTECA DEL ELECTRICISTA

Volúmenes de 17×12 cm

Elementos de electricidad industrial, por P. Roberjot.

1. **Generalidades.** 17.ª tirada, 634 páginas, 513 figuras.
2. **Medidas eléctricas industriales.** 10.ª edición, 360 páginas, 329 figuras.
3. **Máquinas eléctricas.** 10.ª edición, 372 páginas, 255 figuras.
4. **Instalaciones interiores.** 10.ª edición, 414 páginas, 551 figuras.
5. **Centrales y redes.** 11.ª edición, 276 páginas, 221 figuras.

Los electromotores en la práctica, por R. Wessel, 4.ª edición, revisada y ampliada, 196 páginas, 97 figuras, 16 tablas.

Manual del instalador de alumbrado fluorescente, por M. Baldinetti, 6.ª tirada, 270 páginas, 76 figuras, 41 tablas.

Compendio de electricidad práctica, por H. Schoentjes, 11.ª tirada, 290 páginas, 171 figuras.

Nociones de electricidad industrial, por J. A. Kandyba, 8.ª tirada, 250 páginas, 104 figuras.

Problemas de electricidad, por H. y W. Vieweger, 9.ª edición, 2.ª tirada, 430 páginas, 290 figuras.

El electricista de fábrica, por E. Maurein, 4.ª edición, revisada, 2.ª tirada, 416 páginas, 277 figuras.

PRODUCCION Y DISTRIBUCION

Potencia eléctrica, líneas y cargas, por C. E. Moorhouse, 216 páginas de 21×15 cm, 184 figuras.

Centrales hidroeléctricas, por G. Zoppetti, 3.ª edición, 510 páginas, 26×18 centímetros, 409 figuras.

Estaciones transformadoras y de distribución, por G. Zoppetti, 4.ª edición, 580 páginas, 26×18 cm, 630 figuras.

Redes eléctricas de alta y baja tensión, por G. Zoppetti, 6.ª edición, ampliada, 706 páginas, 24×17 cm, 611 figuras y 70 tablas. Incluye los reglamentos actuales (1977).

INSTALACIONES - MEDIDAS

Instalaciones eléctricas, por G. Castelfranchi, 4.ª tirada, 420 páginas, 21×15 centímetros, 331 figuras.

Instalaciones interiores, por P. Roberjot. Tomo 4 de la Biblioteca del electricista.

Manual del instalador de alumbrado fluorescente, por M. Baldinetti. Tomo de la Biblioteca del electricista.

Instalaciones en los edificios, por Ch. M. Gay y Ch. Van Fawcett, 6.ª edición, ampliada, 648 páginas, 24×17 cm, 425 figuras.

Instalaciones técnicas en edificios, por K. Sage y colaboradores. Dos volúmenes de 28,5×22 cm.

- I: **Instalaciones de calefacción, instalaciones eléctricas, instalaciones de transporte,** 2.ª tirada, 228 páginas, 793 figuras y 126 tablas.
- II: **Instalaciones de ventilación y acondicionamiento de aire, instalaciones sanitarias e instalaciones industriales de elevación y transporte,** 220 páginas, 800 figuras y numerosas tablas.

Luminitecnia, por R. G. Weigel, 3.ª edición, ampliada, 198 páginas, 21×15 cm, 158 figuras.

120 circuitos eléctricos, por P. Marco Sancho, 4.ª edición, 170 páginas, 15×21 centímetros.

Neveras y pequeñas instalaciones frigoríficas, por P. Scholl, 3.ª tirada, 162 páginas, 17×12 cm, 68 figuras.

Tecnología de las medidas eléctricas, por H. Orth, 2.ª edición, 252 páginas, 21×15 cm, 418 figuras.

Medidas eléctricas industriales, por P. Roberjot. Tomo 2 de la Biblioteca del electricista.

Plásticos para material eléctrico, por W. J. Tucker y R. S. Roberts, 208 páginas, 21×15 cm, 29 figuras.

MAQUINAS ELECTRICAS. BOBINADOS

Máquinas eléctricas, por P. Roberjot. Tomo 3 de la Biblioteca del electricista.
El electricista de fábrica, por E. Maurein. Tomo de la Biblioteca del electricista.
Los electromotores en la práctica, por B. Wessel. Tomo de la Biblioteca del electricista.
121 devanados de motores trifásicos, por P. Marco Sancho, 2.ª edición, XX más 282 páginas, 15×21 cm., 121 láminas a 3 tintas.
Reparación de motores eléctricos, por R. Rosenberg, 7.ª edición, ampliada, 2.ª tirada. Dos volúmenes de 22,5×15 cm. TOMO I: Texto, 420 páginas. - TOMO II: Láminas, 400 páginas, con 970 figuras y 60 páginas de texto.
Devanado, reparación y montaje de máquinas eléctricas y transformadores, por F. Riepenberg, 6.ª tirada, 190 páginas, 21×15 cm, 178 figuras.
Rebobinado de motores pequeños, por D. H. Braymer y A. C. Roe, 4.ª edición, 494 páginas, 21×15 cm, 345 figuras.
Motores eléctricos: reparación y bobinado, por E. Bonafous, 3.ª edición, 332 páginas, 21×15 cm, 335 figuras.

ELECTRONICA

BIBLIOTECA DE ELECTRONICA

Volúmenes de 17×12 cm

Electrónica razonada, por J. M. Puchol, 3.ª edición, ampliada, 2.ª tirada, 356 páginas, 301 figuras.
Relés de descarga gaseosa, por F. Bergtold, 140 páginas, 79 figuras.
Diodos de descarga y válvulas indicadoras de cifras, por F. Bergtold, 144 páginas, 82 figuras.
Fotoconductores, termistores y VDR, por F. Bergtold, 132 páginas, 80 figuras.
Conmutación con transistores, por F. Bergtold, 130 páginas, 65 figuras.
Circuitos con triacs, diacs y tiristores, por F. Bergtold, 2.ª tirada, 156 páginas, 111 figuras.
Circuitos integrados en aplicaciones prácticas, por F. Bergtold, 154 páginas, 84 figuras.
Electrónica: bases y ensayos, por B. Gruber, 190 páginas, 104 figuras.
Circuitos integrados en TV, por O. Krug, 156 páginas, 19 figuras.
110 proyectos con amplificadores operacionales integrados, por R. M. Marston, 188 páginas, 138 figuras.

OTROS TITULOS DE ELECTRONICA

Problemas resueltos de electrónica básica, por D. A. Smith, 2.ª tirada, 130 páginas, 15×21 cm, 120 esquemas.
Fundamentos de electrónica-electricidad, por C. B. Weick, 380 pginas, 24××17 cm, 213 figuras y 4 apéndices.
Circuitos electrónicos aplicados, por C. B. Weick.
Guía del dibujante proyectista en electrónica, por N. M. Raskhodoff, 632 páginas, 24×17 centímetros, 393 figuras y 52 tablas.

MATEMATICAS

Tratado de matemáticas para ingenieros y técnicos, por R. Doerfling, 2.ª edición, 668 páginas, 19×13,5 cm, 306 figuras.
Geometría elemental, por E. Fontseré, 3.ª edición, 76 páginas, 19,5×14,5 cm, 175 figuras.
Elementos de geometría descriptiva, por C. Ranelletti, 6.ª edición, 410 páginas, 17×12 cm, 273 figuras.
Tablas de logaritmos, por C. Bremiker, 3.ª edición revisada, 550 páginas, 21××15 cm.
Tablas de logaritmos trigonométricas y de constantes usuales, por O. Schlömilch, 14.ª edición, 212 páginas, 17×12 centímetros.
Tablas de funciones matemáticas, por A. Vogel, 184 páginas, 24×17 cm.
La regla de cálculo moderna, por Stender / Schuchardt, 128 páginas, 21×15 centímetros, 108 figuras.
Diccionario de unidades y tablas de conversión, por Costa-Francés, 2.ª edición, 168 páginas, 17×12 centímetros.
Perspectiva para dibujantes, por P. J. Lawson, 4.ª tirada, 266 páginas, 170 figuras, 21×15 cm.
Manual de perspectiva, por C. Claudi, 7.ª edición, 2.ª tirada, 138 páginas, 17××12 cm, 32 láminas con 49 figuras.
Perspectiva para arquitectos, por G. Schaarwächter, 4.ª tirada, 21×30 cm, 240 figuras.
Tratado práctico de perspectiva, por F. T. D., 9.ª tirada, 226 páginas, 21×15 centímetros, 310 figuras.

Tratado de electricidad

Ch. L. Dawes

Volumen II: Corriente alterna

8.ª edición. 736 páginas de 21 x 15 cm, con 545 figuras.

Extracto del índice: I: Intensidad y tensión de la corriente alterna. II: Circuitos de corriente alterna. III: Cantidades complejas. IV: Instrumentos de medición para corriente alterna. V: Sistemas polifásicos. VI: El alternador. VII: Regulación y funcionamiento de los alternadores. VIII: Transformadores. IX: Motores de inducción. X: Motores monofásicos. XI: Motores sincrónicos. XII: Convertidores sincrónicos o conmutatrices. XIII: Transporte de energía por corriente alterna. XIV: Tubos electrónicos. XV: Rectificadores.

Electricidad básica

F. Evdokimov

566 páginas, de 21 x 15 cm, con 311 figuras, y numerosos problemas resueltos.
Escrita a nivel de introducción a la Ingeniería Eléctrica, y procurando no perder el rigor científico de los razonamientos, el nivel de preparación matemática requerido no pasa de ser el común en estudios técnicos medio.

Extracto del índice: 1: El campo eléctrico. 2: Corriente eléctrica y su conducción. 3: Circuitos de corriente continua. 4: El campo electromagnético y circuitos magnéticos. 5: Circuitos lineales de corriente alterna. 6: El cálculo complejo en electricidad. Diagramas en círculo. 7: Circuitos trifásicos. 8: Intensidades no senoidales en circuitos lineales. 9: Circuitos de alterna no lineales. 10: Tensiones e intensidades transitorias.